

CHƯƠNG 4

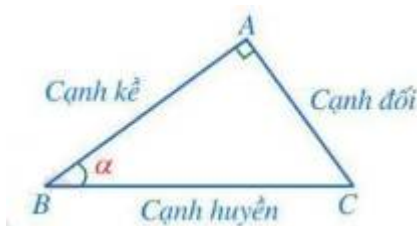
HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG

BÀI 1

TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN

1. Tỉ số lượng giác của góc nhọn

Cho góc nhọn α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$). Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có $\widehat{ABC} = \alpha$.



Các tỉ số lượng giác của góc nhọn α	Công thức
Tỉ số giữa cạnh đối và cạnh huyền được gọi là sin của góc α , kí hiệu $\sin \alpha$	$\sin \alpha = \frac{AC}{BC}$
Tỉ số giữa cạnh kề và cạnh huyền được gọi là cosin của góc α , kí hiệu $\cos \alpha$	$\cos \alpha = \frac{AB}{BC}$
Tỉ số giữa cạnh đối và cạnh kề được gọi là tang của góc α , kí hiệu $\tan \alpha$	$\tan \alpha = \frac{AC}{AB}$
Tỉ số giữa cạnh kề và cạnh đối được gọi là côtang của góc α , kí hiệu $\cot \alpha$	$\cot \alpha = \frac{AB}{AC}$

Chú ý: Với góc nhọn α , ta có:

- $0 < \sin \alpha < 1$; $0 < \cos \alpha < 1$
- $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$ hay $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$

2. Tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau

Hai góc phụ nhau là hai góc nhọn có tổng bằng 90° .

Định lí: Nếu hai góc phụ nhau thì sin góc này bằng cosin góc kia, tang góc này bằng côtang góc kia.

Nhận xét: Với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, ta có:

- $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$
- $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$
- $\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$
- $\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$

Bảng tỉ số lượng giác của góc đặc biệt $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$:

α	30°	45°	60°
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\cot \alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

DẠNG 1

TÍNH BIỂU THỨC CHỨA TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC

1. Với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, ta có:

- $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$
- $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$
- $\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$
- $\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$
- $0 < \sin \alpha < 1; 0 < \cos \alpha < 1$
- $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$ hay $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$

Chú ý: $\sin^2 \alpha = (\sin \alpha)^2$ hay tổng quát hơn: $\sin^n \alpha = (\sin \alpha)^n$

2. Bảng tỉ số lượng giác của một số góc đặc biệt:

α	30°	45°	60°
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\cot \alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

Bài 1. Không dùng máy tính cầm tay, chỉ dùng bảng lượng giác của các góc nhọn đặc biệt, hãy tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = \cos 45^0 - \sin 45^0 + \cot^2 45^0$

b) $B = \sin^2 60^0 \cdot \cos 30^0 - \frac{3}{8} \tan^{2025} 45^0$

c) $C = \frac{\sin 30^0 + \cos 30^0}{\tan^2 45^0 - \cot 30^0}$

d) $D = \frac{2 \sin 60^0 - \tan 45^0}{\cot^{2026} 45^0 + \tan 60^0}$

Bài 2. Viết các tỉ số lượng giác sau thành tỉ số lượng giác của các góc nhỏ hơn 45^0 .

$$\sin 63^0, \cos 72^0, \tan 56^0, \cot 81^0$$

Bài 3. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = \sin 23^0 - \cos 67^0$

b) $B = \tan 14^0 - \cot 76^0$

c) $C = \frac{\sin 15^0}{\cos 75^0}$

d) $D = \frac{\cot 72^0}{\tan 18^0}$

e) $E = \frac{1}{2026} \tan 29^0 \cdot \tan 61^0$

f) $F = 2025 \cot 11^0 \cdot \cot 79^0$

Bài 4. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = \sin 11^0 - \cos 79^0 + \tan 45^0$

b) $B = \frac{1}{2} \tan 33^0 - \frac{1}{2} \cot 57^0 + \sin 30^0$

c) $C = \tan 22^0 \cdot \cot 60^0 \cdot \tan 68^0$

d) $D = \frac{\cos 52^0}{\sin 38^0 \cdot \tan 29^0 \cdot \tan 61^0}$

Bài 5. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = \sin 35^0 + \sin 67^0 - \cos 23^0 - \cos 55^0$

b) $B = \tan 15^0 + 2025 \tan 54^0 - \cot 75^0 - 2025 \cot 36^0$

c) $C = \frac{\tan 27^0 + \tan 16^0 \cdot \tan 74^0 - \cot 73^0}{\sin^2 35^0 + \sin^2 45^0 - \cos^2 55^0}$

d) $D = \frac{\tan^2 39^0 + \cot^2 51^0 - (\tan 39^0 - \cot 51^0)^2}{\sin 39^0 + \tan 45^0 - \cos 51^0}$

Bài 6. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = \tan 15^0 \cdot \tan 25^0 \cdot \tan 35^0 \cdot \tan 55^0 \cdot \tan 65^0 \cdot \tan 75^0$

b) $B = \cot^2 10^0 \cdot \cot^2 20^0 \cdot \cot^2 30^0 \cdot \cot^2 40^0 \cdot \cot^2 50^0 \cdot \cot^2 60^0 \cdot \cot^2 70^0 \cdot \cot^2 80^0$

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 7. Không dùng máy tính cầm tay, chỉ dùng bảng lượng giác của các góc nhọn đặc biệt, hãy tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = \sin 30^0 + \cos 60^0 - 2 \tan^{2024} 45^0$

b) $B = \cos 30^0 \cdot \cot 60^0 - \frac{\sin 30^0}{\tan^{2025} 45^0}$

c) $C = \frac{\cot 30^0}{\cos 60^0 - \sin 45^0}$

d) $D = \frac{\cos 45^0 - \sin 60^0}{2 \sin 45^0 + 3 \tan 30^0}$

e) $E = 4 - \sin^2 45^0 + 2 \cos^2 60^0 - 3 \cot^3 45^0$

f) $F = \cos 30^0 \cdot \cot 30^0 \cdot \tan^5 45^0$

Bài 8. Viết các tỉ số lượng giác sau thành tỉ số lượng giác của các góc lớn hơn 45^0 .

$$\sin 22^0, \cos 13^0, \tan 37^0, \cot 44^0$$

Bài 9. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = \sin^2 21^\circ - \cos^2 69^\circ$

b) $B = \tan^3 18^\circ - \cot^3 72^\circ$

c) $C = \tan^3 13^\circ \cdot \tan^2 30^\circ \cdot \tan^3 77^\circ$

d) $D = \frac{\sin 9^\circ \cdot \tan^2 29^\circ \cdot \tan^2 61^\circ \cdot \cot 72^\circ}{\cos 81^\circ \cdot \tan 8^\circ}$

DẠNG 2

**TÍNH BIỂU THỨC CHỨA TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC
DÀNH CHO HỌC SINH KHÁ GIỎI**

Với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, ta có:

• $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ (1)

• $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ (2)

• $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ (3)

Chú ý: Công thức (1),(2),(3), khi làm tự luận phải chứng minh mới được dùng.

Bài 1. Cho tam giác ABC vuông tại A , với $\widehat{B} = \alpha$. Chứng minh:

• $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ (1)

• $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ (2)

• $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ (3)

Bài 2. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = \sin^2 17^\circ + \sin^2 25^\circ + \sin^2 65^\circ + \sin^2 73^\circ$

b) $B = \cos^2 24^\circ - \cos^2 42^\circ - \cos^2 48^\circ + \cos^2 66^\circ$

c) $C = \cos^2 15^\circ + \cos^2 25^\circ + \cos^2 35^\circ + \cos^2 45^\circ + \cos^2 55^\circ + \cos^2 65^\circ + \cos^2 75^\circ$

d) $D = \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \sin^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ + \sin^2 60^\circ + \sin^2 70^\circ + \sin^2 80^\circ$

Bài 3. Cho α là góc nhọn tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = \sin^4 \alpha + 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha$

b) $B = \sin^6 \alpha + 3 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha + \cos^6 \alpha$

Bài 4. Cho $\tan \alpha = 2$, với α là góc nhọn. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$

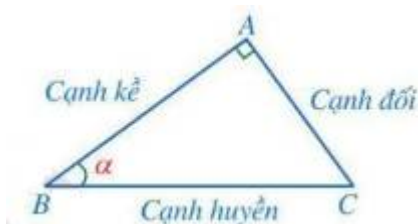
b) $B = \frac{2 \sin^2 \alpha - 3 \cos^2 \alpha}{3 \sin^2 \alpha + 2 \cos^2 \alpha}$

c) $C = \frac{\cos^3 \alpha}{\sin^3 \alpha - 2 \cos^3 \alpha}$

DẠNG 3

TÍNH TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC TRONG TAM GIÁC VUÔNG

1. Tỉ số lượng giác của góc nhọn



Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có $\widehat{ABC} = \alpha$. Ta có tỉ số lượng giác của góc α như sau:

$$\bullet \sin \alpha = \frac{AC}{BC} \quad \bullet \cos \alpha = \frac{AB}{BC} \quad \bullet \tan \alpha = \frac{AC}{AB} \quad \bullet \cot \alpha = \frac{AB}{AC}$$

Chú ý: Với góc nhọn α , ta có:

$$\bullet 0 < \sin \alpha < 1; 0 < \cos \alpha < 1$$

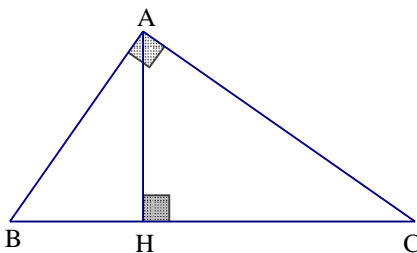
$$\bullet \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$$

2. Tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau

Nếu $\alpha + \beta = 90^\circ$, ta có:

$$\bullet \sin \alpha = \cos \beta \quad \bullet \cos \alpha = \sin \beta \quad \bullet \tan \alpha = \cot \beta \quad \bullet \cot \alpha = \tan \beta$$

3. Hệ thức lượng trong tam giác vuông (kiến thức nâng cao)



Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Khi đó, ta có:

$$\bullet AB^2 + AC^2 = BC^2 \text{ (định lí Pythagore đã học lớp 8)}$$

$$\bullet AB^2 = BH \cdot BC \quad (1)$$

$$\bullet AC^2 = CH \cdot CB \quad (2)$$

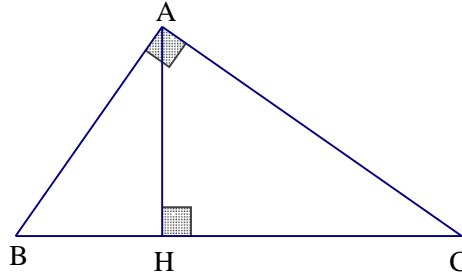
$$\bullet AH^2 = HB \cdot HC \quad (3)$$

$$\bullet AH \cdot BC = AB \cdot AC \quad (4)$$

$$\bullet \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} \quad (5)$$

Công thức (1), (2), (3), (4), (5) khi dùng tự luận phải chứng minh rồi mới được dùng.

Bài 1. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH .



Chứng minh rằng:

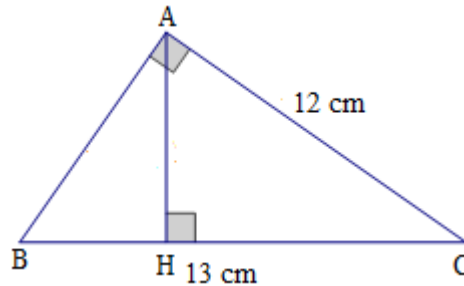
- $AB^2 = BH \cdot BC$
- $AC^2 = CH \cdot CB$
- $AH^2 = HB \cdot HC$
- $AH \cdot BC = AB \cdot AC$
- $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$

Bài 2. Cho tam giác ABC vuông tại C có $BC = 1,2\text{cm}$; $AC = 0,9\text{cm}$. Tính các tỉ số lượng giác của góc B , từ đó suy ra tỉ số lượng giác của góc A .

Bài 3. Cho tam giác ABC có $AB = a\sqrt{5}$, $BC = a\sqrt{3}$, $AC = a\sqrt{2}$

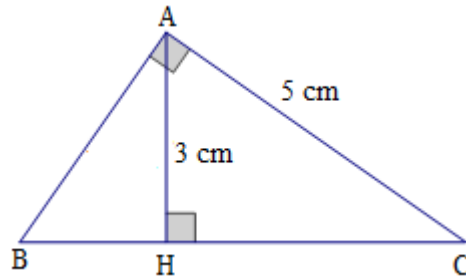
- Chứng minh tam giác ABC vuông.
- Tính các tỉ số lượng giác của góc B , từ đó suy ra các tỉ số lượng giác của góc A .

Bài 4. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $AC = 12\text{cm}$, $BC = 13\text{cm}$.



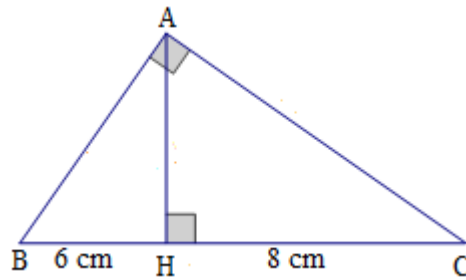
- Tính cạnh AB .
- Tính $\cos B$, $\sin C$.
- Chứng minh $AH \cdot BC = AB \cdot AC$.
- Tính các tỉ số lượng giác của góc \widehat{BAH} , từ đó suy ra các tỉ số lượng giác của góc \widehat{CAH} .

Bài 5. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $AH = 3\text{cm}$, $AC = 5\text{cm}$



- a) Tính $\tan C$, $\cot C$, $\tan B$, $\cot B$.
- b) Chứng minh $AH^2 = HB \cdot HC$. Từ đó tính HB .

Bài 6. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $BH = 6\text{cm}$, $CH = 8\text{cm}$.



- a) Tính AH .
- b) Tính $\sin \widehat{BAH}$, $\sin \widehat{CAH}$.

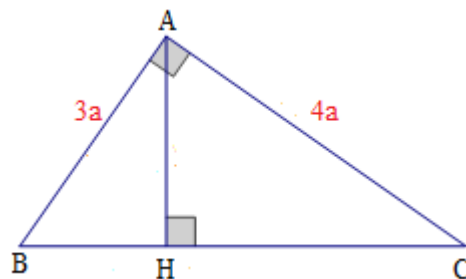
Bài 7. Cho tam giác ABC vuông tại A có $\cos B = 0,6$.

- a) Chứng minh $\sin^2 B + \cos^2 B = 1$.
- b) Tính các tỉ số lượng giác của góc B còn lại.
- c) Tính các tỉ số lượng giác của góc C .

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

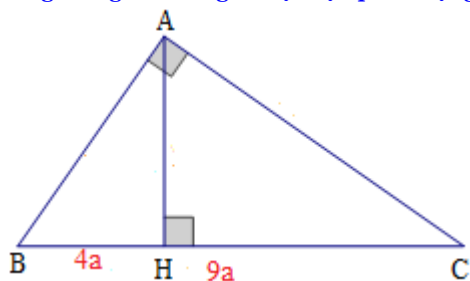
Bài 8. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 1,6\text{cm}$; $AC = 1,2\text{cm}$. Tính các tỉ số lượng giác của góc B , từ đó suy ra tỉ số lượng giác của góc C .

Bài 9. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $AB = 3a$, $AC = 4a$.



- a) Tính $\sin B$ và $\cos C$.
- b) Tính $\tan \widehat{BAH}$, $\cot \widehat{BAH}$, $\tan \widehat{CAH}$, $\cot \widehat{CAH}$.

Bài 10. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $BH = 4a$, $BC = 9a$.



a) Tính $\sin B$ và $\cos C$.

b) Tính $\tan \widehat{BAH}$ và $\cot \widehat{CAH}$.

Bài 11. Cho tam giác ABC vuông tại A có $\sin C = \frac{1}{3}$.

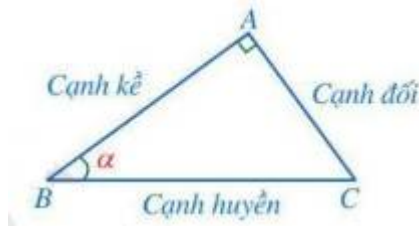
a) Tính các tỉ số lượng giác của góc C còn lại.

b) Tính các tỉ số lượng giác của góc B .

DẠNG 4

TÍNH CẠNH VÀ GÓC NHỌN CỦA TAM GIÁC VUÔNG

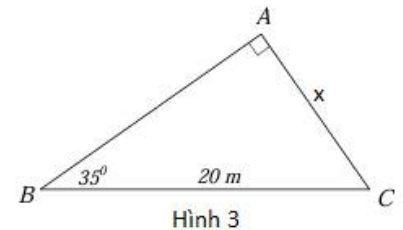
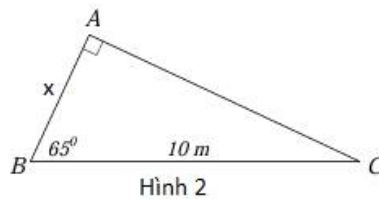
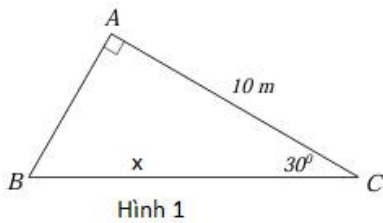
Tỉ số lượng giác của góc nhọn



Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có $\widehat{ABC} = \alpha$. Ta có tỉ số lượng giác của góc α như sau:

• $\sin \alpha = \frac{AC}{BC}$ • $\cos \alpha = \frac{AB}{BC}$ • $\tan \alpha = \frac{AC}{AB}$ • $\cot \alpha = \frac{AB}{AC}$

Bài 1. Tìm x trong các hình sau: (kết quả làm tròn đến phần trăm của centimet)



Bài 2. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 10(cm)$ và $\sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

- Tính góc B .
- Tính cạnh AC và AB .

Bài 3. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 12(cm)$ và $\cos C = \frac{1}{4}$.

- Tính góc C (kết quả làm tròn đến phần chục của độ).
- Tính cạnh BC .

Bài 4. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 8(cm)$ và $\tan C = \frac{4}{5}$.

- Tính góc C (kết quả làm tròn đến phút).
- Tính cạnh AC .

Bài 5. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 6(cm)$ và $\cot B = \frac{1}{2}$.

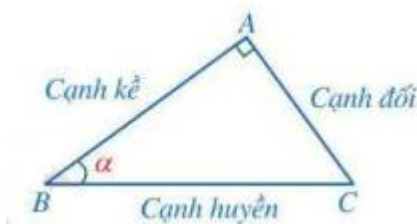
- Tính góc B (kết quả làm tròn đến phút).
- Tính cạnh AC .

CHƯƠNG 4
HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG

BÀI 1
TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN

1. Tỉ số lượng giác của góc nhọn

Cho góc nhọn α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$). Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có $\widehat{ABC} = \alpha$.



Các tỉ số lượng giác của góc nhọn α	Công thức
Tỉ số giữa cạnh đối và cạnh huyền được gọi là sin của góc α , kí hiệu $\sin \alpha$	$\sin \alpha = \frac{AC}{BC}$
Tỉ số giữa cạnh kề và cạnh huyền được gọi là cosin của góc α , kí hiệu $\cos \alpha$	$\cos \alpha = \frac{AB}{BC}$
Tỉ số giữa cạnh đối và cạnh kề được gọi là tang của góc α , kí hiệu $\tan \alpha$	$\tan \alpha = \frac{AC}{AB}$
Tỉ số giữa cạnh kề và cạnh đối được gọi là côtang của góc α , kí hiệu $\cot \alpha$	$\cot \alpha = \frac{AB}{AC}$

Chú ý: Với góc nhọn α , ta có:

- $0 < \sin \alpha < 1$; $0 < \cos \alpha < 1$
- $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$ hay $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$

2. Tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau

Hai góc phụ nhau là hai góc nhọn có tổng bằng 90° .

Định lí: Nếu hai góc phụ nhau thì sin góc này bằng cosin góc kia, tang góc này bằng côtang góc kia.

Nhận xét: Với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, ta có:

- $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$
- $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$
- $\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$
- $\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$

Bảng tỉ số lượng giác của góc đặc biệt $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$:

α	30°	45°	60°
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\cot \alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

DẠNG 1

TÍNH BIỂU THỨC CHỨA TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC

1. Với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, ta có:

- $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$
- $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$
- $\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$
- $\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$
- $0 < \sin \alpha < 1; 0 < \cos \alpha < 1$
- $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$ hay $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$

Chú ý: $\sin^2 \alpha = (\sin \alpha)^2$ hay tổng quát hơn: $\sin^n \alpha = (\sin \alpha)^n$

2. Bảng tỉ số lượng giác của một số góc đặc biệt:

α	30°	45°	60°
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\cot \alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

Bài 1. Không dùng máy tính cầm tay, chỉ dùng bảng lượng giác của các góc nhọn đặc biệt, hãy tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = \cos 45^0 - \sin 45^0 + \cot^2 45^0$

b) $B = \sin^2 60^0 \cdot \cos 30^0 - \frac{3}{8} \tan^{2025} 45^0$

c) $C = \frac{\sin 30^0 + \cos 30^0}{\tan^2 45^0 - \cot 30^0}$

d) $D = \frac{2 \sin 60^0 - \tan 45^0}{\cot^{2026} 45^0 + \tan 60^0}$

Lời giải

a) $A = \cos 45^0 - \sin 45^0 + \cot^2 45^0 = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} + 1^2 = 1$

b) $B = \sin^2 60^0 \cdot \cos 30^0 - \frac{3}{8} \tan^{2025} 45^0 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} - \frac{3}{8} \cdot 1^{2025} = \frac{3}{8} - \frac{3}{8} = 0$

c) $C = \frac{\sin 30^0 + \cos 30^0}{\tan^2 45^0 - \cot 30^0} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}}{1^2 - \sqrt{3}} = \frac{\frac{1}{2}(1 + \sqrt{3})^2}{(1 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3})} = \frac{\frac{1}{2}(4 + 2\sqrt{3})}{1 - 3} = -1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$

d) $D = \frac{2 \sin 60^0 - \tan 45^0}{\cot^{2026} 45^0 + \tan 60^0} = \frac{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 1}{1^{2026} + \sqrt{3}} = \frac{-(1 - \sqrt{3})}{1 + \sqrt{3}} = \frac{-(1 - \sqrt{3})^2}{(1 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3})} = \frac{-(4 - 2\sqrt{3})}{1 - 3} = \sqrt{3} - 2$

Bài 2. Viết các tỉ số lượng giác sau thành tỉ số lượng giác của các góc nhỏ hơn 45^0 .

$\sin 63^0, \cos 72^0, \tan 56^0, \cot 81^0$

Lời giải

Ta có:

$\sin 63^0 = \cos(90^0 - 63^0) = \cos 27^0$

$\cos 72^0 = \sin(90^0 - 72^0) = \sin 18^0$

$\tan 56^0 = \cot(90^0 - 56^0) = \cot 34^0$

$\cot 81^0 = \tan(90^0 - 81^0) = \tan 9^0$

Bài 3. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = \sin 23^0 - \cos 67^0$

b) $B = \tan 14^0 - \cot 76^0$

c) $C = \frac{\sin 15^0}{\cos 75^0}$

d) $D = \frac{\cot 72^0}{\tan 18^0}$

e) $E = \frac{1}{2026} \tan 29^0 \cdot \tan 61^0$

f) $F = 2025 \cot 11^0 \cdot \cot 79^0$

Lời giải

a) $A = \sin 23^0 - \cos 67^0 = \sin(90^0 - 67^0) - \cos 67^0 = \cos 67^0 - \cos 67^0 = 0$

b) $B = \tan 14^0 - \cot 76^0 = \tan(90^0 - 76^0) - \cot 76^0 = \cot 76^0 - \cot 76^0 = 0$

$$c) C = \frac{\sin 15^\circ}{\cos 75^\circ} = \frac{\sin(90^\circ - 75^\circ)}{\cos 75^\circ} = \frac{\cos 75^\circ}{\cos 75^\circ} = 1$$

$$d) D = \frac{\cot 72^\circ}{\tan 18^\circ} = \frac{\cot(90^\circ - 18^\circ)}{\tan 18^\circ} = \frac{\tan 18^\circ}{\tan 18^\circ} = 1$$

$$e) E = \frac{1}{2026} \tan 29^\circ \cdot \tan 61^\circ = \frac{1}{2026} \tan 29^\circ \cdot \tan(90^\circ - 29^\circ) = \frac{1}{2026} \tan 29^\circ \cdot \cot 29^\circ = \frac{1}{2026}$$

$$f) F = 2025 \cot 11^\circ \cdot \cot 79^\circ = 2025 \cot 11^\circ \cdot \cot(90^\circ - 11^\circ) = 2025 \cot 11^\circ \cdot \tan 11^\circ = 2025$$

Bài 4. Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$a) A = \sin 11^\circ - \cos 79^\circ + \tan 45^\circ$$

$$b) B = \frac{1}{2} \tan 33^\circ - \frac{1}{2} \cot 57^\circ + \sin 30^\circ$$

$$c) C = \tan 22^\circ \cdot \cot 60^\circ \cdot \tan 68^\circ$$

$$d) D = \frac{\cos 52^\circ}{\sin 38^\circ \cdot \tan 29^\circ \cdot \tan 61^\circ}$$

Lời giải

$$a) A = \sin 11^\circ - \cos 79^\circ + \tan 45^\circ = \sin 11^\circ - \sin(90^\circ - 79^\circ) + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin 11^\circ - \sin 11^\circ + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$b) B = \frac{1}{2} \tan 33^\circ - \frac{1}{2} \cot 57^\circ + \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \tan 33^\circ - \frac{1}{2} \tan(90^\circ - 57^\circ) + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \tan 33^\circ - \frac{1}{2} \tan 33^\circ + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$c) C = \tan 22^\circ \cdot \cot 60^\circ \cdot \tan 68^\circ = \tan 22^\circ \cdot \tan 68^\circ \cdot \cot 60^\circ = \tan 22^\circ \cdot \cot(90^\circ - 68^\circ) \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \tan 22^\circ \cdot \cot 22^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 1 = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$d) D = \frac{\cos 52^\circ}{\sin 38^\circ \cdot \tan 29^\circ \cdot \tan 61^\circ} = \frac{\sin(90^\circ - 52^\circ)}{\sin 38^\circ \cdot \tan 29^\circ \cdot \cot(90^\circ - 61^\circ)} = \frac{\sin 38^\circ}{\sin 38^\circ \cdot \tan 29^\circ \cdot \cot 29^\circ} = 1$$

Bài 5. Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$a) A = \sin 35^\circ + \sin 67^\circ - \cos 23^\circ - \cos 55^\circ$$

$$b) B = \tan 15^\circ + 2025 \tan 54^\circ - \cot 75^\circ - 2025 \cot 36^\circ$$

$$c) C = \frac{\tan 27^\circ + \tan 16^\circ \cdot \tan 74^\circ - \cot 73^\circ}{\sin^2 35^\circ + \sin^2 45^\circ - \cos^2 55^\circ}$$

$$d) D = \frac{\tan^2 39^\circ + \cot^2 51^\circ - (\tan 39^\circ - \cot 51^\circ)^2}{\sin 39^\circ + \tan 45^\circ - \cos 51^\circ}$$

Lời giải

$$a) A = \sin 35^\circ + \sin 67^\circ - \cos 23^\circ - \cos 55^\circ = \sin 35^\circ - \cos 55^\circ + \sin 67^\circ - \cos 23^\circ$$

Ta có:

$$\cos 55^\circ = \cos(90^\circ - 55^\circ) = \sin 35^\circ$$

$$\cos 23^\circ = \sin(90^\circ - 23^\circ) = \sin 67^\circ$$

$$\text{Do đó: } A = \sin 35^\circ - \sin 35^\circ + \sin 67^\circ - \sin 67^\circ = 0$$

$$b) B = \tan 15^\circ + 2025 \tan 54^\circ - \cot 75^\circ - 2025 \cot 36^\circ = \tan 15^\circ - \cot 75^\circ + 2025(\tan 54^\circ - \cot 36^\circ)$$

Ta có:

$$\cot 75^\circ = \tan(90^\circ - 75^\circ) = \tan 15^\circ$$

$$\cot 36^\circ = \tan(90^\circ - 36^\circ) = \tan 54^\circ$$

Do đó: $B = \tan 15^\circ - \tan 15^\circ + 2025(\tan 54^\circ - \tan 54^\circ) = 0 + 2025 \cdot 0 = 0$

$$\begin{aligned} \text{c) } C &= \frac{\tan 27^\circ + \tan 16^\circ \cdot \tan 74^\circ - \cot 73^\circ}{\sin^2 35^\circ + \sin^2 45^\circ - \cos^2 55^\circ} = \frac{\tan 27^\circ - \cot 73^\circ + \tan 16^\circ \cdot \tan 74^\circ}{\sin^2 35^\circ - \cos^2 55^\circ + \sin^2 45^\circ} \\ &= \frac{\tan 27^\circ - \tan(90^\circ - 73^\circ) + \tan 16^\circ \cdot \cot(90^\circ - 74^\circ)}{\sin^2 35^\circ - \sin^2(90^\circ - 55^\circ) + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\tan 27^\circ - \tan 27^\circ + \tan 16^\circ \cdot \cot 16^\circ}{\sin^2 35^\circ - \sin^2 35^\circ + \frac{1}{4}} = \frac{0 + 1}{0 + \frac{1}{4}} = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } D &= \frac{\tan^2 39^\circ + \tan^2 51^\circ - (\tan 39^\circ - \tan 51^\circ)^2}{\sin 39^\circ + \tan 45^\circ - \cos 51^\circ} \\ &= \frac{\tan^2 39^\circ + \tan^2 51^\circ - (\tan^2 39^\circ - 2 \tan 39^\circ \cdot \tan 51^\circ + \tan^2 51^\circ)}{\sin 39^\circ - \cos 51^\circ + \tan 45^\circ} \\ &= \frac{2 \tan 39^\circ \cdot \cot(90^\circ - 51^\circ)}{\sin 39^\circ - \sin(90^\circ - 51^\circ) + \frac{\sqrt{2}}{2}} \\ &= \frac{2 \tan 39^\circ \cdot \cot 39^\circ}{\sin 39^\circ - \sin 39^\circ + \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{2}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

Bài 6. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = \tan 15^\circ \cdot \tan 25^\circ \cdot \tan 35^\circ \cdot \tan 55^\circ \cdot \tan 65^\circ \cdot \tan 75^\circ$

b) $B = \cot^2 10^\circ \cdot \cot^2 20^\circ \cdot \cot^2 30^\circ \cdot \cot^2 40^\circ \cdot \cot^2 50^\circ \cdot \cot^2 60^\circ \cdot \cot^2 70^\circ \cdot \cot^2 80^\circ$

Lời giải

a) $A = \tan 15^\circ \cdot \tan 25^\circ \cdot \tan 35^\circ \cdot \tan 55^\circ \cdot \tan 65^\circ \cdot \tan 75^\circ$

$$\begin{aligned} &= (\tan 15^\circ \cdot \tan 75^\circ) \cdot (\tan 25^\circ \cdot \tan 65^\circ) \cdot (\tan 35^\circ \cdot \tan 55^\circ) \\ &= [\tan 15^\circ \cdot \cot(90^\circ - 75^\circ)] \cdot [\tan 25^\circ \cdot \cot(90^\circ - 65^\circ)] \cdot [\tan 35^\circ \cdot \cot(90^\circ - 55^\circ)] \\ &= (\tan 15^\circ \cdot \cot 15^\circ) \cdot (\tan 25^\circ \cdot \cot 25^\circ) \cdot (\tan 35^\circ \cdot \cot 35^\circ) = 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1 \end{aligned}$$

b) $B = \cot^2 10^\circ \cdot \cot^2 20^\circ \cdot \cot^2 30^\circ \cdot \cot^2 40^\circ \cdot \cot^2 50^\circ \cdot \cot^2 60^\circ \cdot \cot^2 70^\circ \cdot \cot^2 80^\circ$

$$\begin{aligned} &= (\cot^2 10^\circ \cdot \cot^2 80^\circ) \cdot (\cot^2 20^\circ \cdot \cot^2 70^\circ) \cdot (\cot^2 30^\circ \cdot \cot^2 60^\circ) \cdot (\cot^2 40^\circ \cdot \cot^2 50^\circ) \\ &= (\cot 10^\circ \cdot \cot 80^\circ)^2 \cdot (\cot 20^\circ \cdot \cot 70^\circ)^2 \cdot (\cot 30^\circ \cdot \cot 60^\circ)^2 \cdot (\cot 40^\circ \cdot \cot 50^\circ)^2 \\ &= (\cot 10^\circ \cdot \tan 10^\circ)^2 \cdot (\cot 20^\circ \cdot \tan 20^\circ)^2 \cdot (\cot 30^\circ \cdot \tan 30^\circ)^2 \cdot (\cot 40^\circ \cdot \tan 40^\circ)^2 \\ &= 1^2 \cdot 1^2 \cdot 1^2 \cdot 1^2 = 1 \end{aligned}$$

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 7. Không dùng máy tính cầm tay, chỉ dùng bảng lượng giác của các góc nhọn đặc biệt, hãy tính giá trị của các biểu thức sau:

- a) $A = \sin 30^\circ + \cos 60^\circ - 2 \tan^{2024} 45^\circ$ b) $B = \cos 30^\circ \cdot \cot 60^\circ - \frac{\sin 30^\circ}{\tan^{2025} 45^\circ}$
- c) $C = \frac{\cot 30^\circ}{\cos 60^\circ - \sin 45^\circ}$ d) $D = \frac{\cos 45^\circ - \sin 60^\circ}{2 \sin 45^\circ + 3 \tan 30^\circ}$
- e) $E = 4 - \sin^2 45^\circ + 2 \cos^2 60^\circ - 3 \cot^3 45^\circ$ f) $F = \cos 30^\circ \cdot \cot 30^\circ \cdot \tan^5 45^\circ$

Lời giải

- a) $A = \sin 30^\circ + \cos 60^\circ - 2 \tan^{2024} 45^\circ = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 2 \cdot 1^{2024} = 0$
- b) $B = \cos 30^\circ \cdot \cot 60^\circ - \frac{\sin 30^\circ}{\tan^{2025} 45^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{1^{2025}} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$
- c) $C = \frac{\cot 30^\circ}{\cos 60^\circ - \sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\frac{1}{2}(1 - \sqrt{2})} = \frac{2\sqrt{3}(1 + \sqrt{2})}{(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})} = \frac{2\sqrt{3} + 2\sqrt{6}}{1 - 2} = -2\sqrt{3} - 2\sqrt{6}$
- d) $D = \frac{\cos 45^\circ - \sin 60^\circ}{2 \sin 45^\circ + 3 \tan 30^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{\frac{1}{2}(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2}{(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})} = \frac{\frac{1}{2}(5 - 2\sqrt{6})}{2 - 3} = \sqrt{6} - \frac{5}{2}$
- e) $E = 4 - \sin^2 45^\circ + 2 \cos^2 60^\circ - 3 \cot^3 45^\circ = 4 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3 = 1$
- f) $F = \cos 30^\circ \cdot \cot 30^\circ \cdot \tan^5 45^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot 1^5 = \frac{3}{2}$

Bài 8. Viết các tỉ số lượng giác sau thành tỉ số lượng giác của các góc lớn hơn 45° .

$\sin 22^\circ, \cos 13^\circ, \tan 37^\circ, \cot 44^\circ$

Lời giải

Ta có:

$\sin 22^\circ = \cos(90^\circ - 22^\circ) = \cos 68^\circ$

$\cos 13^\circ = \sin(90^\circ - 13^\circ) = \sin 77^\circ$

$\tan 37^\circ = \cot(90^\circ - 37^\circ) = \cot 53^\circ$

$\cot 44^\circ = \tan(90^\circ - 44^\circ) = \tan 46^\circ$

Bài 9. Tính giá trị của các biểu thức sau:

- a) $A = \sin^2 21^\circ - \cos^2 69^\circ$ b) $B = \tan^3 18^\circ - \cot^3 72^\circ$

$$c) C = \tan^3 13^\circ \cdot \tan^2 30^\circ \cdot \tan^3 77^\circ$$

$$d) D = \frac{\sin 9^\circ \cdot \tan^2 29^\circ \cdot \tan^2 61^\circ \cdot \cot 72^\circ}{\cos 81^\circ \cdot \tan 8^\circ}$$

Lời giải

$$a) A = \sin^2 21^\circ - \cos^2 69^\circ = \sin^2 21^\circ - \sin^2 (90^\circ - 69^\circ) = \sin^2 21^\circ - \sin^2 21^\circ = 0$$

$$b) B = \tan^3 18^\circ - \cot^3 72^\circ = \tan^3 18^\circ - \tan^3 (90^\circ - 72^\circ) = \tan^3 18^\circ - \tan^3 18^\circ = 0$$

$$c) C = \tan^3 13^\circ \cdot \tan^2 30^\circ \cdot \tan^3 77^\circ = \tan^3 13^\circ \cdot \tan^3 77^\circ \cdot \tan^2 30^\circ = (\tan 13^\circ \cdot \tan 77^\circ)^3 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2$$

$$= \frac{1}{3} \left[\tan 13^\circ \cdot \cot (90^\circ - 77^\circ) \right]^3 = \frac{1}{3} \tan 13^\circ \cdot \cot 13^\circ = \frac{1}{3}$$

$$d) D = \frac{\sin 9^\circ \cdot \tan^2 29^\circ \cdot \tan^2 61^\circ \cdot \cot 72^\circ}{\cos 81^\circ \cdot \tan 8^\circ} = \frac{\sin 9^\circ \cdot \left[\tan 29^\circ \cdot \cot (90^\circ - 61^\circ) \right]^2 \cdot \tan (90^\circ - 72^\circ)}{\sin (90^\circ - 81^\circ) \cdot \tan 8^\circ}$$

$$= \frac{\sin 9^\circ \cdot (\tan 29^\circ \cdot \cot 29^\circ)^2 \cdot \tan 8^\circ}{\sin 9^\circ \cdot \tan 8^\circ} = 1$$

DẠNG 2

**TÍNH BIỂU THỨC CHỨA TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC
DÀNH CHO HỌC SINH KHÁ GIỎI**

Với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, ta có:

• $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ (1)

• $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ (2)

• $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ (3)

Chú ý: Công thức (1),(2),(3), khi làm tự luận phải chứng minh mới được dùng.

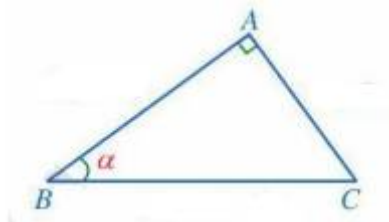
Bài 1. Cho tam giác ABC vuông tại A , với $\widehat{B} = \alpha$. Chứng minh:

• $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ (1)

• $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ (2)

• $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ (3)

Lời giải



• Chứng minh $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ (1)

Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có:

$\sin \alpha = \frac{AC}{BC}$ hay $AC = BC \cdot \sin \alpha$

$\cos \alpha = \frac{AB}{BC}$ hay $AB = BC \cdot \cos \alpha$

$\tan \alpha = \frac{AC}{AB}$

Suy ra: $\tan \alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{BC \cdot \sin \alpha}{BC \cdot \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

Vậy: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

• Chứng minh $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ (2)

Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có: $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$

Vậy: $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$

• Chứng minh $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ (3)

Tam giác ABC vuông tại A , ta có:

$$\sin \alpha = \frac{AC}{BC}, \text{ suy ra } \sin^2 \alpha = \left(\frac{AC}{BC}\right)^2 = \frac{AC^2}{BC^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{AB}{BC}, \text{ suy ra } \cos^2 \alpha = \left(\frac{AB}{BC}\right)^2 = \frac{AB^2}{BC^2}$$

Do đó:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{AC^2}{BC^2} + \frac{AB^2}{BC^2}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{AC^2 + AB^2}{BC^2}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{BC^2}{BC^2}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Vậy: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Bài 2. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = \sin^2 17^\circ + \sin^2 25^\circ + \sin^2 65^\circ + \sin^2 73^\circ$

b) $B = \cos^2 24^\circ - \cos^2 42^\circ - \cos^2 48^\circ + \cos^2 66^\circ$

c) $C = \cos^2 15^\circ + \cos^2 25^\circ + \cos^2 35^\circ + \cos^2 45^\circ + \cos^2 55^\circ + \cos^2 65^\circ + \cos^2 75^\circ$

d) $D = \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \sin^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ + \sin^2 60^\circ + \sin^2 70^\circ + \sin^2 80^\circ$

Lời giải

Ta chứng minh công thức: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ (các em tự trình bày cách chứng minh nhé vì có ở bài 1 rồi)

a) $A = \sin^2 17^\circ + \sin^2 25^\circ + \sin^2 65^\circ + \sin^2 73^\circ$

$$= \sin^2 17^\circ + \sin^2 73^\circ + \sin^2 25^\circ + \sin^2 65^\circ$$

$$= \sin^2 17^\circ + \cos^2 (90^\circ - 73^\circ) + \sin^2 25^\circ + \cos^2 (90^\circ - 65^\circ)$$

$$= \sin^2 17^\circ + \cos^2 17^\circ + \sin^2 25^\circ + \cos^2 25^\circ = 1 + 1 = 2$$

b) $B = \cos^2 24^\circ - \cos^2 42^\circ - \cos^2 48^\circ + \cos^2 66^\circ$

$$= \cos^2 24^\circ + \cos^2 66^\circ - (\cos^2 42^\circ + \cos^2 48^\circ)$$

$$= \cos^2 24^\circ + \sin^2 (90^\circ - 66^\circ) - [\cos^2 42^\circ + \sin^2 (90^\circ - 48^\circ)]$$

$$= \cos^2 24^\circ + \sin^2 24^\circ - (\cos^2 42^\circ + \sin^2 42^\circ) = 1 - 1 = 0$$

$$\begin{aligned} \text{c) } C &= \cos^2 15^\circ + \cos^2 25^\circ + \cos^2 35^\circ + \cos^2 45^\circ + \cos^2 55^\circ + \cos^2 65^\circ + \cos^2 75^\circ \\ &= (\cos^2 15^\circ + \cos^2 75^\circ) + (\cos^2 25^\circ + \cos^2 65^\circ) + (\cos^2 35^\circ + \cos^2 55^\circ) + \cos^2 45^\circ \end{aligned}$$

$$= (\cos^2 15^\circ + \sin^2 75^\circ) + (\cos^2 25^\circ + \sin^2 65^\circ) + (\cos^2 35^\circ + \sin^2 55^\circ) + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

$$= (\cos^2 15^\circ + \sin^2 15^\circ) + (\cos^2 25^\circ + \sin^2 25^\circ) + (\cos^2 35^\circ + \sin^2 35^\circ) + \frac{1}{2} = 1 + 1 + 1 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

$$\text{d) } D = \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \sin^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ + \sin^2 60^\circ + \sin^2 70^\circ + \sin^2 80^\circ$$

$$= (\sin^2 10^\circ + \sin^2 80^\circ) + (\sin^2 20^\circ + \sin^2 70^\circ) + (\sin^2 30^\circ + \sin^2 60^\circ) + (\sin^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ)$$

$$= (\sin^2 10^\circ + \cos^2 80^\circ) + (\sin^2 20^\circ + \sin^2 70^\circ) + (\sin^2 30^\circ + \sin^2 60^\circ) + (\sin^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ)$$

$$= (\sin^2 10^\circ + \cos^2 10^\circ) + (\sin^2 20^\circ + \cos^2 20^\circ) + (\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ) + (\sin^2 40^\circ + \cos^2 40^\circ) = 1 + 1 + 1 + 1 = 4$$

Bài 3. Cho α là góc nhọn tính giá trị của các biểu thức sau:

$$\text{a) } A = \sin^4 \alpha + 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha$$

$$\text{b) } B = \sin^6 \alpha + 3 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha + \cos^6 \alpha$$

Lời giải

Ta chứng minh công thức: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ (các em tự trình bày cách chứng minh nhé vì có ở bài 1 rồi)

$$\text{a) } A = \sin^4 \alpha + 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha = (\sin^2 \alpha)^2 + 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha + (\cos^2 \alpha)^2$$

$$= (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 = 1^2 = 1$$

$$\text{b) } B = \sin^6 \alpha + 3 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha + \cos^6 \alpha$$

$$= \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + 3 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$$

$$= (\sin^2 \alpha)^3 + (\cos^2 \alpha)^3 + 3 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$$

$$= (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) \left[(\sin^2 \alpha)^2 - \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha + (\cos^2 \alpha)^2 \right] + 3 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$$

$$= 1 \cdot \left[(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 3 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha \right] + 3 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$$

$$= 1 - 3 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha + 3 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha = 1$$

Bài 4. Cho $\tan \alpha = 2$, với α là góc nhọn. Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$\text{a) } A = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$$

$$\text{b) } B = \frac{2 \sin^2 \alpha - 3 \cos^2 \alpha}{3 \sin^2 \alpha + 2 \cos^2 \alpha}$$

$$\text{c) } C = \frac{\cos^3 \alpha}{\sin^3 \alpha - 2 \cos^3 \alpha}$$

Lời giải

Ta chứng minh công thức: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ (các em tự trình bày cách chứng minh nhé vì có ở bài 1 rồi)

Vì $\tan \alpha = 2 \neq 0$ nên $\cos \alpha \neq 0$.

$$a) A = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{\cos \alpha \left(\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + 1 \right)}{\cos \alpha \left(\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - 1 \right)} = \frac{\tan \alpha + 1}{\tan \alpha - 1} = \frac{2+1}{2-1} = 2$$

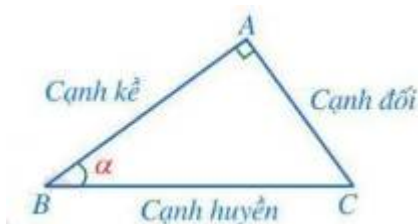
$$b) B = \frac{2 \sin^2 \alpha - 3 \cos^2 \alpha}{3 \sin^2 \alpha + 2 \cos^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha \left(2 \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - 3 \right)}{\cos^2 \alpha \left(3 \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - 2 \right)} = \frac{2 \left(\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \right)^2 - 3}{3 \left(\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \right)^2 - 2} = \frac{2(\tan \alpha)^2 - 3}{3(\tan \alpha)^2 - 2} = \frac{2 \cdot 2^2 - 3}{3 \cdot 2^2 - 2} = \frac{1}{2}$$

$$c) C = \frac{\cos^3 \alpha}{\sin^3 \alpha - 2 \cos^3 \alpha} = \frac{\cos^3 \alpha}{\cos^3 \alpha \left(\frac{\sin^3 \alpha}{\cos^3 \alpha} - 2 \right)} = \frac{1}{\left(\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \right)^3 - 2} = \frac{1}{(\tan \alpha)^3 - 2} = \frac{1}{2^3 - 2} = \frac{1}{6}$$

DẠNG 3

TÍNH TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC TRONG TAM GIÁC VUÔNG

1. Tỉ số lượng giác của góc nhọn



Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có $\widehat{ABC} = \alpha$. Ta có tỉ số lượng giác của góc α như sau:

• $\sin \alpha = \frac{AC}{BC}$ • $\cos \alpha = \frac{AB}{BC}$ • $\tan \alpha = \frac{AC}{AB}$ • $\cot \alpha = \frac{AB}{AC}$

Chú ý: Với góc nhọn α , ta có:

• $0 < \sin \alpha < 1$; $0 < \cos \alpha < 1$

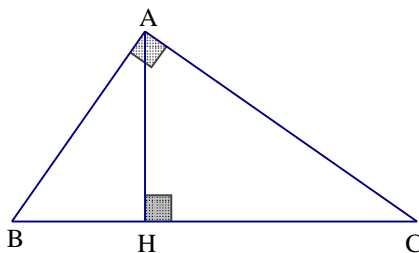
• $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

2. Tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau

Nếu $\alpha + \beta = 90^\circ$, ta có:

• $\sin \alpha = \cos \beta$ • $\cos \alpha = \sin \beta$ • $\tan \alpha = \cot \beta$ • $\cot \alpha = \tan \beta$

3. Hệ thức lượng trong tam giác vuông (kiến thức nâng cao)



Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Khi đó, ta có:

• $AB^2 + AC^2 = BC^2$ (định lí Pythagore đã học lớp 8)

• $AB^2 = BH \cdot BC$ (1)

• $AC^2 = CH \cdot CB$ (2)

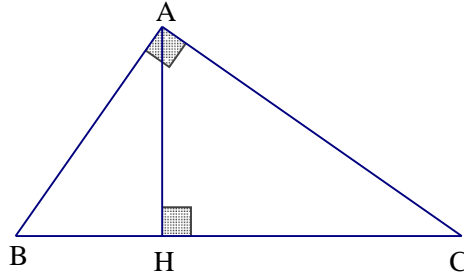
• $AH^2 = HB \cdot HC$ (3)

• $AH \cdot BC = AB \cdot AC$ (4)

• $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$ (5)

Công thức (1), (2), (3), (4), (5) khi dùng tự luận phải chứng minh rồi mới được dùng.

Bài 1. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH .



Chứng minh rằng:

a) $AB^2 = BH \cdot BC$

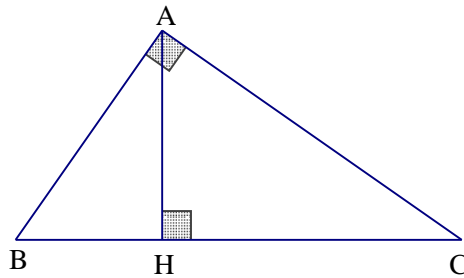
b) $AC^2 = CH \cdot CB$

c) $AH^2 = HB \cdot HC$

d) $AH \cdot BC = AB \cdot AC$

e) $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$

Lời giải



a) Chứng minh $AB^2 = BH \cdot BC$ (1)

Cách 1: Dùng tỉ số lượng giác

Xét tam giác vuông BAC vuông tại A , ta có: $\cos B = \frac{AB}{BC}$

Xét tam giác vuông BHA vuông tại H , ta có: $\cos B = \frac{BH}{AB}$

Do đó: $\frac{AB}{BC} = \frac{BH}{AB}$ hay $AB^2 = BH \cdot BC$

Cách 2: Dùng tam giác đồng dạng

Xét hai tam giác vuông BAC và BHA , ta có:

$$\widehat{BAC} = \widehat{BHA} = 90^\circ \text{ (giả thiết)}$$

\widehat{B} chung

Suy ra $\triangle BAC \sim \triangle BHA$ (góc - góc)

Do đó: $\frac{AB}{BC} = \frac{BH}{AB}$ hay $AB^2 = BH \cdot BC$

b) Chứng minh $AC^2 = CH.CB$ (2)

Cách 1: Dùng tỉ số lượng giác

Xét tam giác vuông BAC vuông tại A , ta có: $\cos C = \frac{AC}{BC}$

Xét tam giác vuông AHC vuông tại H , ta có: $\cos C = \frac{CH}{AC}$

Do đó: $\frac{AC}{BC} = \frac{CH}{AC}$ hay $AC^2 = CH.CB$

Cách 2: Dùng tam giác đồng dạng

Xét hai tam giác vuông BAC và CHA , ta có:

$$\widehat{BAC} = \widehat{CHA} = 90^\circ \text{ (giả thiết)}$$

\widehat{C} chung

Suy ra $\triangle BAC \sim \triangle CHA$ (góc - góc)

Do đó: $\frac{AC}{BC} = \frac{CH}{AC}$ hay $AC^2 = CH.CB$

c) Chứng minh $AH^2 = HB.HC$ (3)

Cách 1: Dùng tỉ số lượng giác

Xét tam giác vuông CHA vuông tại H , ta có: $\tan C = \frac{AH}{HC}$

Xét tam giác vuông AHB vuông tại H , ta có: $\cot B = \frac{BH}{AH}$

Mà $\widehat{C} + \widehat{B} = 90^\circ$ nên $\tan C = \cot B$

Do đó: $\frac{AH}{HC} = \frac{BH}{AH}$ hay $AH^2 = BH.HC$

Cách 2: Dùng tam giác đồng dạng

Xét hai tam giác vuông AHB và CHA , ta có:

$$\widehat{AHB} = \widehat{CHA} = 90^\circ \text{ (giả thiết)}$$

$$\widehat{BAH} = \widehat{ACH} \text{ (} \widehat{BAH} \text{ và } \widehat{ACH} \text{ cùng phụ } \widehat{HAC} \text{)}$$

Suy ra $\triangle AHB \sim \triangle CHA$ (góc - góc)

Do đó: $\frac{AH}{HC} = \frac{BH}{AH}$ hay $AH^2 = BH.HC$

d) Chứng minh $AH.BC = AB.AC$ (4)

Tam giác ABC vuông tại A nên diện tích là: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB.AC$

Tam giác ABC có AH vuông góc với BC nên diện tích là: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AH.BC$

Do đó: $\frac{1}{2}AH \cdot BC = \frac{1}{2}AB \cdot AC$ hay $AH \cdot BC = AB \cdot AC$

Chú ý: Có thể dùng tỉ số lượng giác để chứng minh nhưng dài dòng hơn.

e) Chứng minh $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$ (5)

Từ $AH \cdot BC = AB \cdot AC$ (4), ta có:

$$AH^2 \cdot BC^2 = AB^2 \cdot AC^2$$

$$AH^2 = \frac{AB^2 \cdot AC^2}{BC^2}$$

$$AH^2 = \frac{AB^2 \cdot AC^2}{AB^2 + AC^2}$$

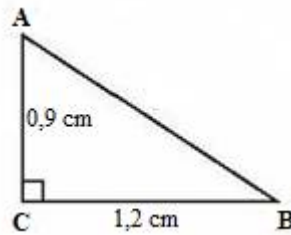
$$\frac{1}{AH^2} = \frac{AB^2 + AC^2}{AB^2 \cdot AC^2}$$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{AB^2}{AB^2 \cdot AC^2} + \frac{AC^2}{AB^2 \cdot AC^2}$$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$$

Bài 2. Cho tam giác ABC vuông tại C có $BC = 1,2\text{cm}$; $AC = 0,9\text{cm}$. Tính các tỉ số lượng giác của góc B , từ đó suy ra tỉ số lượng giác của góc A .

Lời giải



Tam giác ABC vuông tại C nên theo định lí Pythagore ta có:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 = (1,2)^2 + (0,9)^2 = 2,25$$

Suy ra $AB = \sqrt{2,25}$ hay $AB = 1,5\text{cm}$

Xét tam giác ABC vuông tại C , ta có:

$$\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{0,9}{1,5} = \frac{3}{5}$$

$$\cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{1,2}{1,5} = \frac{4}{5}$$

$$\tan B = \frac{AC}{CB} = \frac{0,9}{1,2} = \frac{3}{4}$$

$$\cot B = \frac{BC}{AC} = \frac{1,2}{0,9} = \frac{4}{3}$$

Do $\hat{A} + \hat{B} = 90^\circ$ nên:

$$\sin A = \cos B = \frac{4}{5}$$

$$\cos A = \sin B = \frac{3}{5}$$

$$\tan A = \cot B = \frac{4}{3}$$

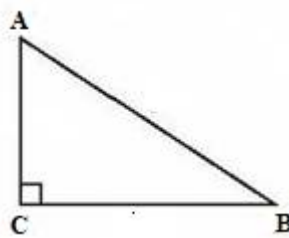
$$\cot A = \tan B = \frac{3}{4}$$

Bài 3. Cho tam giác ABC có $AB = a\sqrt{5}, BC = a\sqrt{3}, AC = a\sqrt{2}$

a) Chứng minh tam giác ABC vuông.

b) Tính các tỉ số lượng giác của góc B , từ đó suy ra các tỉ số lượng giác của góc A .

Lời giải



a) Ta có:

$$AB^2 = 5a^2$$

$$AC^2 + BC^2 = 3a^2 + 2a^2 = 5a^2$$

Do đó $AB^2 = AC^2 + BC^2$

Suy ra ΔABC vuông tại C (định lý Pythagore đảo).

b) Ta có:

$$\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{6}}{5}$$

$$\cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{a\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{5}$$

$$\tan B = \frac{AC}{CB} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\cot B = \frac{BC}{AC} = \frac{a\sqrt{3}}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

Do $\hat{A} + \hat{B} = 90^\circ$ nên:

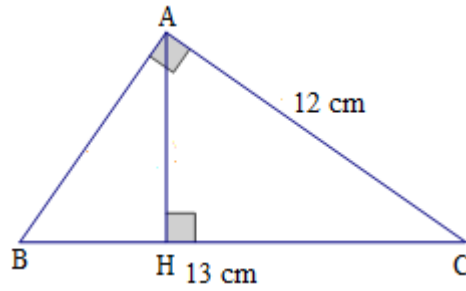
$$\sin A = \cos B = \frac{\sqrt{15}}{5}$$

$$\cos A = \sin B = \frac{\sqrt{6}}{5}$$

$$\tan A = \cot B = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\cot A = \tan B = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

Bài 4. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $AC = 12\text{cm}$, $BC = 13\text{cm}$.



- Tính cạnh AB .
- Tính $\cos B$, $\sin C$.
- Chứng minh $AH \cdot BC = AB \cdot AC$.
- Tính các tỉ số lượng giác của góc \widehat{BAH} , từ đó suy ra các tỉ số lượng giác của góc \widehat{CAH} .

Lời giải

a) Tam giác ABC vuông tại A nên theo định lý Pythagore ta có:

$$AB^2 = BC^2 - AC^2 = 13^2 - 12^2 = 25$$

Suy ra $AB = \sqrt{25}$ hay $AB = 5\text{cm}$

b)

• Tính $\cos B$

Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có: $\cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{5}{13}$

• Tính $\sin C$

Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có: $\sin C = \frac{AB}{BC} = \frac{5}{13}$

Chú ý: Có thể tính $\sin C$ cách sau: Do $\widehat{C} + \widehat{B} = 90^\circ$ nên: $\sin C = \cos B = \frac{5}{13}$

c) Chứng minh $AH \cdot BC = AB \cdot AC$.

Tam giác ABC vuông tại A nên diện tích là: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC$

Tam giác ABC có AH vuông góc với BC nên diện tích là: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC$

Do đó: $\frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} AB \cdot AC$ hay $AH \cdot BC = AB \cdot AC$

Chú ý: Có thể dùng tỉ số lượng giác để chứng minh nhưng dài dòng hơn.

d) Theo câu c, ta có: $AH \cdot BC = AB \cdot AC$ hay $AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{5 \cdot 12}{13} = \frac{60}{13} (\text{cm})$

Tam giác AHB vuông tại H nên theo định lý Pythagore ta có:

$$BH^2 = AB^2 - AH^2 = 5^2 - \left(\frac{60}{13}\right)^2 = \frac{625}{169}$$

Suy ra $BH = \sqrt{\frac{625}{169}} = \frac{25}{13} (cm)$

Xét tam giác AHB vuông tại H , ta có:

$$\sin \widehat{BAH} = \frac{BH}{AB} = \frac{\frac{25}{13}}{5} = \frac{5}{13}$$

$$\cos \widehat{BAH} = \frac{AH}{AB} = \frac{\frac{60}{13}}{5} = \frac{12}{13}$$

$$\tan \widehat{BAH} = \frac{AH}{BH} = \frac{\frac{60}{13}}{\frac{25}{13}} = \frac{12}{5}$$

$$\cot \widehat{BAH} = \frac{1}{\tan \widehat{BAH}} = \frac{1}{\frac{12}{5}} = \frac{5}{12}$$

Do $\widehat{BAH} + \widehat{CAH} = 90^\circ$ nên:

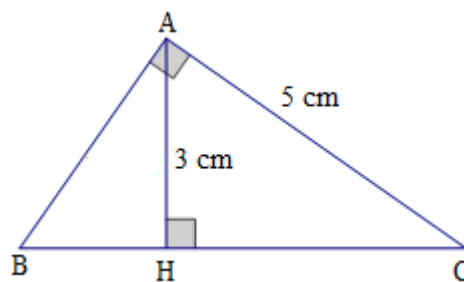
$$\sin \widehat{CAH} = \cos \widehat{BAH} = \frac{12}{13}$$

$$\cos \widehat{CAH} = \sin \widehat{BAH} = \frac{5}{13}$$

$$\tan \widehat{CAH} = \cot \widehat{BAH} = \frac{5}{12}$$

$$\cot \widehat{CAH} = \tan \widehat{BAH} = \frac{12}{5}$$

Bài 5. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $AH = 3cm, AC = 5cm$



a) Tính $\tan C$, $\cot C$, $\tan B$, $\cot B$.

b) Chứng minh $AH^2 = HB.HC$. Từ đó tính HB .

Lời giải

• Tính $\tan C$, $\cot C$

Tam giác AHC vuông tại H nên theo định lí Pythagore ta có:

$$HC^2 = AC^2 - AH^2 = 5^2 - 3^2 = 16$$

Suy ra $HC = \sqrt{16}$ hay $HC = 4\text{cm}$

Xét tam giác AHC vuông tại H , ta có:

$$\tan C = \frac{AH}{HC} = \frac{3}{4}$$

$$\cot C = \frac{CH}{AH} = \frac{4}{3}$$

Chú ý: Có thể tính $\cot C$ cách sau: Ta có $\cot C = \frac{1}{\tan C}$ hay $\cot C = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3}$

• Tính $\tan B$, $\cot B$

Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có $\widehat{C} + \widehat{B} = 90^\circ$ nên $\tan B = \cot C = \frac{4}{3}$ và $\cot B = \tan C = \frac{3}{4}$.

b) Chứng minh $AH^2 = HB.HC$

Cách 1: Dùng tỉ số lượng giác

Xét tam giác vuông CHA vuông tại H , ta có: $\tan C = \frac{AH}{HC}$

Xét tam giác vuông AHB vuông tại H , ta có: $\cot B = \frac{BH}{AH}$

Mà $\widehat{C} + \widehat{B} = 90^\circ$ nên $\tan C = \cot B$

Do đó: $\frac{AH}{HC} = \frac{BH}{AH}$ hay $AH^2 = BH.HC$

Cách 2: Dùng tam giác đồng dạng

Xét hai tam giác vuông AHB và CHA , ta có:

$$\widehat{AHB} = \widehat{CHA} = 90^\circ \text{ (giả thiết)}$$

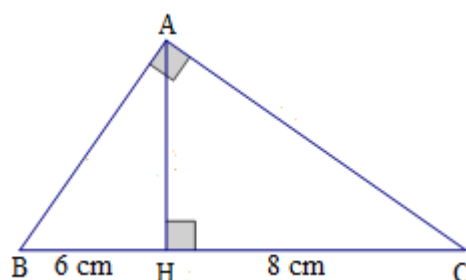
$$\widehat{BAH} = \widehat{ACH} \text{ (} \widehat{BAH} \text{ và } \widehat{ACH} \text{ cùng phụ } \widehat{HAC} \text{)}$$

Suy ra $\triangle AHB \sim \triangle CHA$ (góc - góc)

Do đó: $\frac{AH}{HC} = \frac{BH}{AH}$ hay $AH^2 = BH.HC$

Ta có: $AH^2 = BH.HC$ hay $3^2 = BH.4$, suy ra $BH = \frac{9}{4} = 4,5(\text{cm})$

Bài 6. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $BH = 6\text{cm}$, $CH = 8\text{cm}$.



a) Tính AH .

b) Tính $\sin \widehat{BAH}$, $\sin \widehat{CAH}$.

Lời giải

a) Chứng minh $AH^2 = HB.HC$

Cách 1: Dùng tỉ số lượng giác

Xét tam giác vuông CHA vuông tại H , ta có: $\tan C = \frac{AH}{HC}$

Xét tam giác vuông AHB vuông tại H , ta có: $\cot B = \frac{BH}{AH}$

Mà $\widehat{C} + \widehat{B} = 90^\circ$ nên $\tan C = \cot B$

Do đó: $\frac{AH}{HC} = \frac{BH}{AH}$ hay $AH^2 = BH.HC$

Cách 2: Dùng tam giác đồng dạng

Xét hai tam giác vuông AHB và CHA , ta có:

$$\widehat{AHB} = \widehat{CHA} = 90^\circ \text{ (giả thiết)}$$

$$\widehat{BAH} = \widehat{ACH} \text{ (} \widehat{BAH} \text{ và } \widehat{ACH} \text{ cùng phụ } \widehat{HAC} \text{)}$$

Suy ra $\triangle AHB \sim \triangle CHA$ (góc - góc)

Do đó: $\frac{AH}{HC} = \frac{BH}{AH}$ hay $AH^2 = BH.HC$

Ta có: $AH^2 = BH.HC = 6.8 = 48$

suy ra $AH = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}cm$

b)

• Tính $\sin \widehat{BAH}$

- Tam giác AHB vuông tại H nên theo định lý Pythagore ta có:

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 = 48 + 6^2 = 84$$

Suy ra $AB = \sqrt{84}$ hay $AB = 2\sqrt{21}cm$

- Xét tam giác AHB vuông tại H , ta có: $\sin \widehat{BAH} = \frac{BH}{AB} = \frac{6}{2\sqrt{21}} = \frac{\sqrt{21}}{7}$

• Tính $\sin \widehat{CAH}$

- Tam giác AHC vuông tại H nên theo định lý Pythagore ta có:

$$AC^2 = AH^2 + CH^2 = 48 + 8^2 = 112$$

Suy ra $AC = \sqrt{112}$ hay $AC = 4\sqrt{7}cm$

- Xét tam giác AHC vuông tại H , ta có: $\sin \widehat{CAH} = \frac{CH}{AC} = \frac{8}{4\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{7}$

Chú ý: Có thể tính $\sin \widehat{CAH}$ cách sau:

Do $\widehat{CAH} + \widehat{BAH} = 90^\circ$ nên $\sin \widehat{CAH} = \cos \widehat{BAH}$

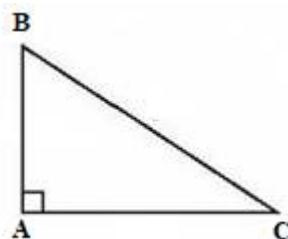
Xét tam giác AHB vuông tại H , ta có: $\cos \widehat{BAH} = \frac{AH}{AB} = \frac{4\sqrt{3}}{2\sqrt{21}} = \frac{2\sqrt{7}}{7}$

Vậy $\sin \widehat{CAH} = \frac{2\sqrt{7}}{7}$

Bài 7. Cho tam giác ABC vuông tại A có $\cos B = 0,6$.

- Chứng minh $\sin^2 B + \cos^2 B = 1$.
- Tính các tỉ số lượng giác của góc B còn lại.
- Tính các tỉ số lượng giác của góc C .

Lời giải



- Tính các tỉ số lượng giác của góc B còn lại.

Tam giác ABC vuông tại A , ta có:

$$\sin B = \frac{AC}{BC}, \text{ suy ra } \sin^2 B = \left(\frac{AC}{BC}\right)^2 = \frac{AC^2}{BC^2}$$

$$\cos B = \frac{AB}{BC}, \text{ suy ra } \cos^2 B = \left(\frac{AB}{BC}\right)^2 = \frac{AB^2}{BC^2}$$

Do đó:

$$\sin^2 B + \cos^2 B = \frac{AC^2}{BC^2} + \frac{AB^2}{BC^2}$$

$$\sin^2 B + \cos^2 B = \frac{AC^2 + AB^2}{BC^2}$$

$$\sin^2 B + \cos^2 B = \frac{BC^2}{BC^2}$$

Suy ra $\sin^2 B + \cos^2 B = 1$

- Ta có: $\sin^2 B + \cos^2 B = 1$

$$\sin^2 B + 0,6^2 = 1$$

$$\sin^2 B = 1 - 0,6^2$$

$$\sin^2 B = 0,64$$

Suy ra $\sin B = -0,8$ (loại) và $\sin B = 0,8$ (nhận) (vì góc B nhọn nên $0 < \sin B < 1$)

Tam giác ABC vuông tại A , ta có:

$$\tan B = \frac{\sin B}{\cos B} = \frac{0,8}{0,6} = \frac{4}{3}$$

$$\cot B = \frac{1}{\tan B} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4}$$

c) Tính các tỉ số lượng giác của góc C .

Tam giác ABC vuông tại A , ta có $\widehat{C} + \widehat{B} = 90^\circ$ nên:

$$\sin C = \cos B = 0,6$$

$$\cos C = \sin B = 0,8$$

$$\tan C = \cot B = \frac{3}{4}$$

$$\cot C = \tan B = \frac{4}{3}$$

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 8. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 1,6\text{cm}$; $AC = 1,2\text{cm}$. Tính các tỉ số lượng giác của góc B , từ đó suy ra tỉ số lượng giác của góc C .

Lời giải



Tam giác ABC vuông tại A nên theo định lí Pythagore ta có:

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 = (1,2)^2 + (1,6)^2 = 4$$

Suy ra $BC = \sqrt{4}$ hay $BC = 2\text{cm}$

Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có:

$$\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{1,2}{2} = \frac{3}{5}$$

$$\cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{1,6}{2} = \frac{4}{5}$$

$$\tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{1,2}{1,6} = \frac{3}{4}$$

$$\cot B = \frac{AB}{AC} = \frac{1,6}{1,2} = \frac{4}{3}$$

Do $\widehat{C} + \widehat{B} = 90^\circ$ nên:

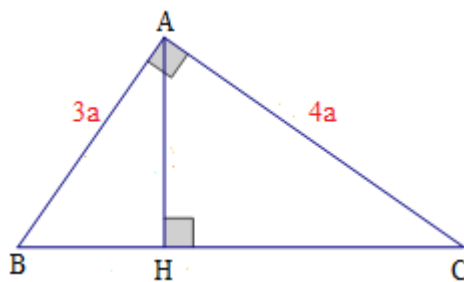
$$\sin C = \cos B = \frac{4}{5}$$

$$\cos C = \sin B = \frac{3}{5}$$

$$\tan C = \cot B = \frac{4}{3}$$

$$\cot C = \tan B = \frac{3}{4}$$

Bài 9. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $AB = 3a, AC = 4a$.



a) Tính $\sin B$ và $\cos C$.

b) Tính $\tan \widehat{BAH}$, $\cot \widehat{BAH}$, $\tan \widehat{CAH}$, $\cot \widehat{CAH}$.

Lời giải

a) Tính $\sin B$ và $\cos C$.

Tam giác ABC vuông tại A nên theo định lí Pythagore ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = (3a)^2 + (4a)^2 = 25a^2$$

Suy ra $BC = \sqrt{25a^2}$ hay $BC = 5a$

Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có:

$$\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{4a}{5a} = \frac{4}{5}$$

$$\cos C = \frac{AC}{BC} = \frac{4a}{5a} = \frac{4}{5}$$

b) Tính $\tan \widehat{BAH}$, $\cot \widehat{BAH}$, $\tan \widehat{CAH}$, $\cot \widehat{CAH}$.

• Tính $\tan \widehat{BAH}$, $\cot \widehat{BAH}$

Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có: $\cot B = \frac{AB}{AC} = \frac{3a}{4a} = \frac{3}{4}$

Xét tam giác ABH vuông tại H , ta có $\widehat{BAH} + \widehat{B} = 90^\circ$ nên $\tan \widehat{BAH} = \cot B = \frac{3}{4}$

$$\cot \widehat{BAH} = \frac{1}{\tan \widehat{BAH}} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3}$$

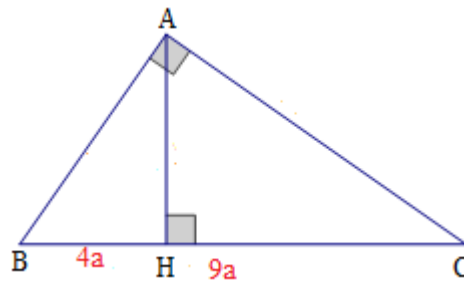
• Tính $\tan \widehat{CAH}$, $\cot \widehat{CAH}$

Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có: $\cot C = \frac{AC}{AB} = \frac{4a}{3a} = \frac{4}{3}$

Xét tam giác ACH vuông tại H , ta có $\widehat{CAH} + \widehat{C} = 90^\circ$ nên $\tan \widehat{CAH} = \cot C = \frac{4}{3}$

$$\cot \widehat{CAH} = \frac{1}{\tan \widehat{CAH}} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4}$$

Bài 10. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $BH = 4a, BC = 9a$.



a) Tính $\sin B$ và $\cos C$.

b) Tính $\tan \widehat{BAH}$ và $\cot \widehat{CAH}$.

Lời giải

a) Tính $\sin B$ và $\cos C$.

- Xét hai tam giác vuông BAC và BHA , ta có:

$$\widehat{BAC} = \widehat{BHA} = 90^\circ \text{ (giả thiết)}$$

\widehat{B} chung

Suy ra $\triangle BAC \sim \triangle BHA$ (góc - góc)

Do đó: $\frac{AB}{BC} = \frac{BH}{AB}$ hay $AB^2 = BH \cdot BC$

Ta có: $AB^2 = BH \cdot BC = 4a \cdot 9a = 36a^2$

Vì vậy $AB = \sqrt{36a^2}$ hay $AB = 6a$

- Tam giác ABH vuông tại H nên theo định lý Pythagore ta có:

$$AH^2 = AB^2 - BH^2 = (6a)^2 - (4a)^2 = 20a^2$$

Suy ra $AH = \sqrt{20a^2}$ hay $AH = 2\sqrt{5}a$

- Xét tam giác ABH vuông tại H , ta có: $\sin B = \frac{AH}{AB} = \frac{2\sqrt{5}a}{6a} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

- Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có $\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ$ nên $\cos C = \sin B = \frac{\sqrt{5}}{3}$

b) Tính $\tan \widehat{BAH}$ và $\cot \widehat{CAH}$.

- Xét tam giác ABH vuông tại H , ta có: $\tan \widehat{BAH} = \frac{BH}{AH} = \frac{4a}{2\sqrt{5}a} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

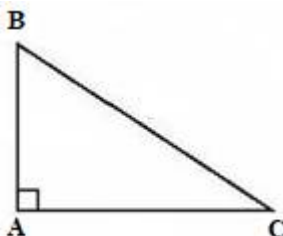
- Tam giác ABC vuông tại A , ta có $\widehat{BAH} + \widehat{CAH} = 90^\circ$ nên $\cot \widehat{CAH} = \tan \widehat{BAH} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

Bài 11. Cho tam giác ABC vuông tại A có $\sin C = \frac{1}{3}$.

a) Tính các tỉ số lượng giác của góc C còn lại.

b) Tính các tỉ số lượng giác của góc B .

Lời giải



a) Tính các tỉ số lượng giác của góc C còn lại.

Tam giác ABC vuông tại A , ta có:

$$\sin C = \frac{AB}{BC}, \text{ suy ra } \sin^2 C = \left(\frac{AB}{BC}\right)^2 = \frac{AB^2}{BC^2}$$

$$\cos C = \frac{AC}{BC}, \text{ suy ra } \cos^2 C = \left(\frac{AC}{BC}\right)^2 = \frac{AC^2}{BC^2}$$

Do đó:

$$\sin^2 C + \cos^2 C = \frac{AB^2}{BC^2} + \frac{AC^2}{BC^2}$$

$$\sin^2 C + \cos^2 C = \frac{AB^2 + AC^2}{BC^2}$$

$$\sin^2 C + \cos^2 C = \frac{BC^2}{BC^2}$$

Suy ra $\sin^2 C + \cos^2 C = 1$

Ta có: $\sin^2 C + \cos^2 C = 1$

$$\frac{1}{9} + \cos^2 C = 1$$

$$\cos^2 C = \frac{8}{9}$$

Suy ra $\cos C = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (loại) và $\cos C = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ (nhận) (vì góc C nhọn nên $0 < \cos C < 1$)

Tam giác ABC vuông tại A , ta có:

$$\tan C = \frac{\sin C}{\cos C} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\cot C = \frac{1}{\tan C} = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{4}} = 2\sqrt{2}$$

b) Tính các tỉ số lượng giác của góc C .

Tam giác ABC vuông tại A , ta có $\widehat{C} + \widehat{B} = 90^\circ$ nên:

$$\cos B = \sin C = \frac{1}{3}$$

$$\sin B = \cos C = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

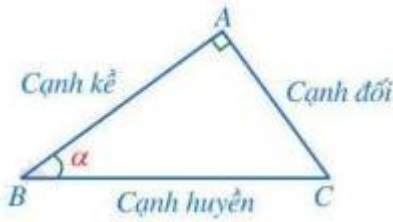
$$\cot B = \tan C = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\tan B = \cot C = 2\sqrt{2}$$

DẠNG 4

TÍNH CẠNH VÀ GÓC NHỌN CỦA TAM GIÁC VUÔNG

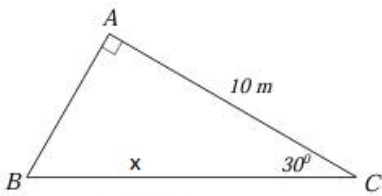
Tỉ số lượng giác của góc nhọn



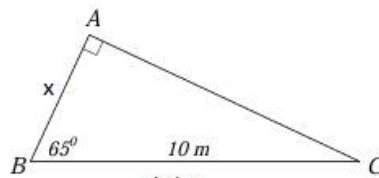
Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có $\widehat{ABC} = \alpha$. Ta có tỉ số lượng giác của góc α như sau:

• $\sin \alpha = \frac{AC}{BC}$ • $\cos \alpha = \frac{AB}{BC}$ • $\tan \alpha = \frac{AC}{AB}$ • $\cot \alpha = \frac{AB}{AC}$

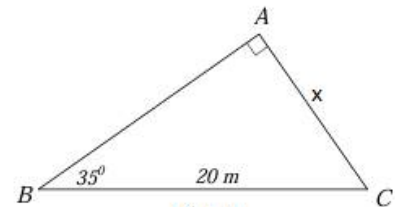
Bài 1. Tìm x trong các hình sau: (kết quả làm tròn đến phần trăm của centimet)



Hình 1



Hình 2



Hình 3

Lời giải

• Hình 1: Theo tỉ số lượng giác trong tam giác vuông, ta có:

$$\cos 30^\circ = \frac{AC}{BC}$$

$$BC = \frac{AC}{\cos 30^\circ}$$

$$x = \frac{10}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$x \approx 11,55 (cm)$$

• Hình 2: Theo tỉ số lượng giác trong tam giác vuông, ta có:

$$\cos 65^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$AB = BC \cdot \cos 65^\circ$$

$$x = 10 \cdot \cos 65^\circ$$

$$x \approx 4,23 (cm)$$

• Hình 3: Theo tỉ số lượng giác trong tam giác vuông, ta có:

$$\sin 35^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$AB = BC \cdot \sin 35^\circ$$

$$x = 10 \cdot \sin 35^\circ$$

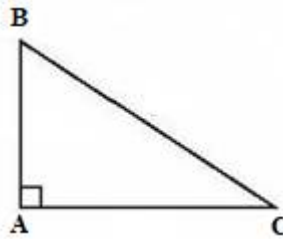
$$x \approx 5,74(\text{cm})$$

Bài 2. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 10(\text{cm})$ và $\sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

a) Tính góc B .

b) Tính cạnh AC và AB .

Lời giải



a) $\sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$ hay $\widehat{B} = 60^\circ$

b) Theo tỉ số lượng giác trong tam giác vuông, ta có:

$$\sin B = \frac{AC}{BC}$$

$$AC = BC \cdot \sin B$$

$$AC = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}(\text{cm})$$

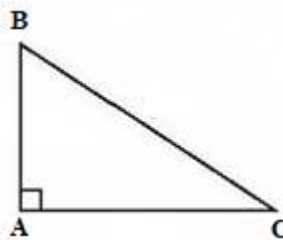
Theo định lý Pythagore ta có: $AB^2 = BC^2 - AC^2 = 10^2 - (5\sqrt{3})^2 = 25$, suy ra $AB = 5(\text{cm})$

Bài 3. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 12(\text{cm})$ và $\cos C = \frac{1}{4}$.

a) Tính góc C (kết quả làm tròn đến phần chục của độ).

b) Tính cạnh BC .

Lời giải



a) $\cos C = \frac{1}{4}$ hay $\widehat{C} \approx 14,5^\circ$

b) Theo tỉ số lượng giác trong tam giác vuông, ta có:

$$\cos C = \frac{AC}{BC}$$

$$BC = \frac{AC}{\cos C}$$

$$BC = \frac{12}{\frac{1}{4}}$$

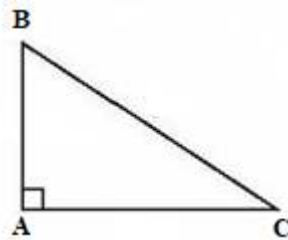
$$BC = 48(cm)$$

Bài 4. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 8(cm)$ và $\tan C = \frac{4}{5}$.

a) Tính góc C (kết quả làm tròn đến phút).

b) Tính cạnh AC .

Lời giải



a) $\tan C = \frac{4}{5}$ hay $\widehat{C} \approx 0^{\circ}40'$

b) Theo tỉ số lượng giác trong tam giác vuông, ta có:

$$\tan C = \frac{AB}{AC}$$

$$AC = \frac{AB}{\tan C}$$

$$AC = \frac{8}{\frac{4}{5}}$$

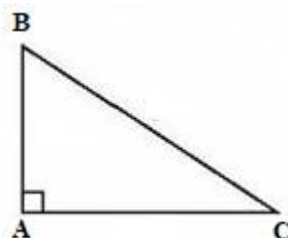
$$AC = 10(cm)$$

Bài 5. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 6(cm)$ và $\cot B = \frac{1}{2}$.

a) Tính góc B (kết quả làm tròn đến phút).

b) Tính cạnh AC .

Lời giải



a) $\cot B = \frac{1}{2}$ hay $\widehat{B} \approx 2^{\circ}9'$

b) Theo tỉ số lượng giác trong tam giác vuông, ta có:

$$\cot B = \frac{AB}{AC}$$

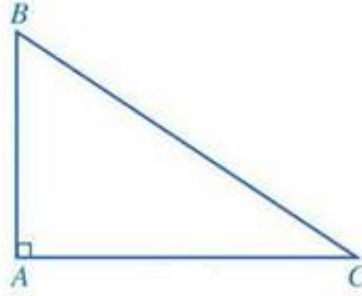
$$AB = AC \cdot \cot B$$

$$AB = 6 \cdot \frac{1}{2}$$

$$AB = 3(\text{cm})$$

BÀI 2**MỘT SỐ HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ GÓC TRONG TAM GIÁC VUÔNG****1. Tính cạnh góc vuông theo cạnh huyền và tỉ số lượng giác của góc nhọn**

Định lí: Trong tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng cạnh huyền nhân với sin của góc đối hoặc nhân với cosin góc kề.

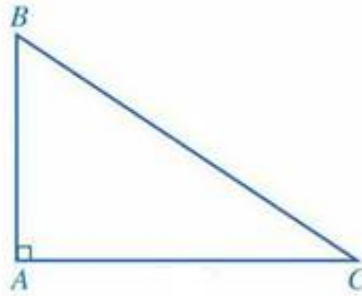


Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , ta có:

- $AC = BC \cdot \sin B = BC \cdot \cos C$
- $AB = BC \cdot \sin C = BC \cdot \cos B$

2. Tính cạnh góc vuông theo cạnh góc vuông còn lại và tỉ số lượng giác của góc nhọn

Định lí: Trong tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng cạnh góc vuông kia nhân với tang của góc đối hoặc nhân cotang với góc kề.



Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , ta có:

- $AC = AB \cdot \tan B = AB \cdot \cot C$
- $AB = AC \cdot \tan C = AC \cdot \cot B$

DẠNG 1

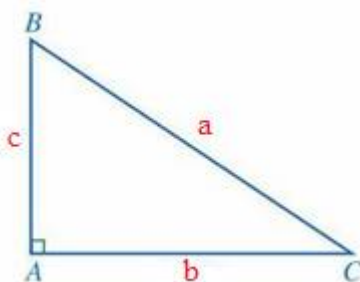
GIẢI TAM GIÁC VUÔNG

TÍNH CẠNH, GÓC VÀ DIỆN TÍCH LIÊN QUAN ĐẾN TAM GIÁC VUÔNG

Giải tam giác vuông là ta đi tìm tất cả các cạnh và các góc của tam giác vuông đó.

Phương pháp: Để giải tam giác vuông ta dùng hệ thức giữa cạnh và các góc trong tam giác vuông.

Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $BC = a, AC = b, AB = c$.



Ta có:

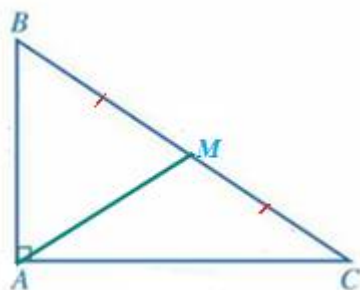
- $b = a \cdot \sin B = a \cdot \cos C$
- $c = a \cdot \sin C = a \cdot \cos B$
- $b = c \cdot \tan B = c \cdot \cot C$
- $c = b \cdot \tan C = b \cdot \cot B$

Chú ý:

• Trong tam giác vuông, nếu cho biết trước độ dài 2 cạnh hoặc độ dài 1 cạnh và số đo 1 góc nhọn thì ta sẽ tìm được tất cả các cạnh và các góc còn lại của tam giác vuông đó.

• Tam giác ABC vuông tại A , ta có diện tích là: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC$.

• Tam giác ABC vuông tại A , có AM là đường trung tuyến, khi đó: $MA = MB = MC = \frac{BC}{2}$.



Bài 1. Cho tam giác ABC vuông tại A , có $BC = a, AC = b, AB = c$. Hãy giải tam giác ABC (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai), biết:

a) $b = 5,4\text{cm}; \widehat{C} = 35^\circ$

b) $c = 10\text{cm}; \widehat{C} = 45^\circ$

c) $b = 12\text{cm}, c = 7\text{cm}$

Bài 2. Cho tam giác ABC vuông tại A , biết $AC = 10(\text{cm}), \widehat{C} = 30^\circ$. Tính góc B và hai cạnh AB, BC (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Bài 3. Cho tam giác ABC vuông tại A , biết $AB = 60(\text{mm}), BC = 10(\text{cm})$.

a) Tính cạnh AC và hai góc B, C (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

b) Tính diện tích tam giác ABC .

Bài 4. Cho tam giác ABC vuông tại A , có AH là đường cao (điểm H thuộc cạnh BC). Biết $AC = 12\text{cm}, \widehat{B} = 60^\circ$.

a) Tính góc BAH và HAC .

b) Tính độ dài cạnh AH .

c) Tính diện tích tam giác AHB (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 5. Cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi $BC = a, AC = b, AB = c$. Giải tam giác ABC (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai), biết:

a) $a = 11(\text{cm}), \widehat{C} = 60^\circ$

b) $c = 3,8(\text{cm}), \widehat{B} = 51^\circ$

c) $a = 15\text{cm}, b = 10\text{cm}$

Bài 6. Cho tam giác ABC vuông tại A . Cho biết $AB = 7\sqrt{2}(\text{cm}), AC = 11(\text{cm})$.

a) Tính cạnh BC và hai góc B, C (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

b) Tính diện tích tam giác ABC (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Bài 7. Cho tam giác ABC có $AB = 12\text{cm}, AC = 12\text{cm}, BC = 20\text{cm}$. Tính góc B và C của tam giác ABC (làm tròn đến độ).

DẠNG 2

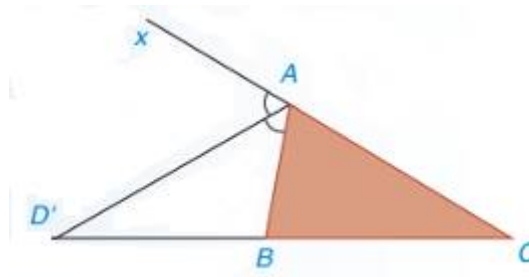
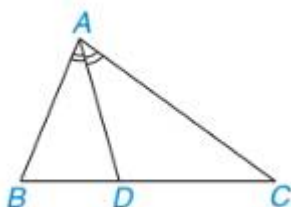
TÍNH CẠNH, GÓC VÀ DIỆN TÍCH TRONG TAM GIÁC THƯỜNG

Phương pháp

Để tính cạnh, góc, diện tích, ... của tam giác thường, ta thường làm xuất hiện tam giác vuông để áp dụng các hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông bằng cách kẻ thêm đường cao hợp lí.

Chú ý:

- Tính chất đường phân giác trong của tam giác: Cho tam giác ABC có AD là tia phân giác của góc BAC ($D \in BC$), khi đó: $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$.
- Tính chất đường phân giác ngoài của tam giác: Cho tam giác ABC có AD' là tia phân giác của góc BAx ($D' \in BC$), khi đó: $\frac{D'B}{D'C} = \frac{AB}{AC}$.



Muốn dùng tính chất đường phân giác ngoài của tam giác thì phải chứng minh mới được dùng vì trong sách giáo khoa không học, chỉ có sách toán 8 KNTTVCS đề cập ở mục “em có biết”, hai bộ sách còn lại không đề cập đến.

- Trong tam giác ABC cân tại A thì đường cao, đường trung tuyến, đường phân giác, đường trung trực hạ từ đỉnh A là cùng một đường.

Bài 1. Cho tam giác ABC cân tại A , có $AB = 10(cm)$, $BC = 8(cm)$. Gọi AH là đường cao của tam giác (điểm H thuộc cạnh BC).

- Tính độ dài cạnh AH (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).
- Tính góc \widehat{B} và \widehat{HAC} (kết quả làm tròn đến độ).

Bài 2. Cho tam giác ABC cân tại A , có AH là đường trung tuyến (điểm H thuộc cạnh BC). Biết $AC = 8a$, $\widehat{B} = 70^\circ$.

- Tính góc \widehat{HAC} .
- Tính diện tích tam giác ABC theo a (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Bài 3. Cho tam giác ABC vuông tại A , biết $AB = 21a$, $\widehat{C} = 40^\circ$. Kẻ đường phân giác CD của \widehat{C} , với D nằm trên cạnh AB

- Tính cạnh CD (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

b) Tính diện tích tam giác BCD (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Bài 4. Cho tam giác MNP có $\widehat{N} = 70^\circ; \widehat{P} = 38^\circ$, đường cao $MI = 8\text{cm}$.

a) Giải tam giác MNP (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

b) Tính diện tích tam giác MNP (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

Bài 5. Cho tam giác ABC , trong đó $BC = 16\text{cm}$, $\widehat{B} = 45^\circ$; $\widehat{C} = 30^\circ$. Gọi N là chân đường vuông góc kẻ từ A đến cạnh BC .

a) Tính độ dài cạnh AB (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

b) Tính độ dài cạnh AN (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

c) Tính độ dài cạnh AC (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

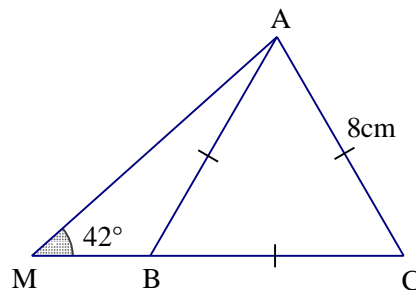
Bài 6. Cho tam giác ABC cân tại A , có AH là đường phân giác góc A (điểm H thuộc cạnh BC).

Biết $BC = 6a$, $\widehat{A} = 50^\circ$.

a) Tính độ dài cạnh AB theo a (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

b) Tính diện tích tam giác ABC theo a (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

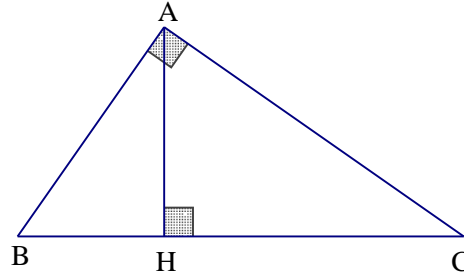
Bài 7. Cho tam giác đều ABC có cạnh 8cm và $\widehat{AMB} = 42^\circ$ (như hình vẽ). Tính AM (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)



Bài 8. Cho $\triangle ABC$ cân tại A có $\widehat{A} = 30^\circ$, đường trung tuyến BM . Tính số đo \widehat{CBM} (làm tròn kết quả đến độ)

DẠNG 3
CHỨNG MINH ĐẲNG THỨC

Hệ thức lượng trong tam giác vuông (kiến thức nâng cao)



Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Khi đó, ta có:

- $AB^2 + AC^2 = BC^2$ (định lí Pythagore đã học lớp 8)
- $AB^2 = BH \cdot BC$ (1)
- $AC^2 = CH \cdot CB$ (2)
- $AH^2 = HB \cdot HC$ (3)
- $AH \cdot BC = AB \cdot AC$ (4)
- $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$ (5)

Công thức (1),(2),(3),(4),(5) khi dùng tự luận phải chứng minh rồi mới được dùng.

Bài 1. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$) có đường cao AH .

- a) $AB = 20\text{cm}$, $\widehat{C} = 30^\circ$. Tính AC, BC .
- b) Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của H trên AB và AC . Chứng minh $AH = EF$.
- c) Chứng minh $\sin^2 B = \frac{CF}{AC}$.

Bài 2. Cho tam giác ABC vuông tại A , ($AB < AC$), đường cao AH .

- a) Biết $BC = 8\text{cm}$, $BH = 2\text{cm}$, hãy tính độ dài đoạn thẳng AB và số đo \widehat{C} (làm tròn đến độ).
- b) Gọi G là một điểm bất kì trên đoạn thẳng AC (G khác A và G khác C). Kẻ AK vuông góc BG tại K . Chứng minh: $BK \cdot BG = BH \cdot BC$.
- c) Chứng minh: $BG = AB \cdot \cos \widehat{ABK} + AK \cdot \tan \widehat{ABK}$.

Bài 3. Cho tam giác ABC vuông tại A , ($AB < AC$), đường cao AH .

- a) Biết $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$, tính số đo \widehat{BAH} và \widehat{CAH} (số đo góc làm tròn đến độ).
- b) Với số liệu câu a, tính độ dài các đoạn thẳng HC, AH .

c) Gọi E, D lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên AB, AC .

Chứng minh $AD.AC - AE.EB = HD^2$.

Bài 4. Cho tam giác ABC vuông tại A và đường cao AH .

a) Cho $BH = 25\text{ cm}; CH = 16\text{ cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng AH và số đo \widehat{C} (số đo góc làm tròn đến phút).

b) Gọi E là hình chiếu của H trên AB . Chứng minh $AE.AB = HB.HC$.

c) Đường thẳng qua B vuông góc với AB cắt tia AH tại F . Gọi M là hình chiếu của H trên BF .

Chứng minh $\frac{HE^2}{HA^2} + \frac{HM^2}{HF^2} = 1$.

Bài 5. Cho tam giác ABC vuông tại A và $\widehat{C} = 30^\circ$. Kẻ từ A các đường thẳng AM, AN lần lượt vuông góc với các đường phân giác trong và ngoài của góc B .

a) Tính AB, AC , biết $BC = 15\text{ cm}$.

b) Chứng minh rằng: $MN = AB$.

c) Chứng minh rằng: $AB^2 = AM.BC$.

Bài 6. Cho hình vuông $ABCD$. Qua A vẽ đường thẳng AG và đường thẳng AF sao cho $AG \perp AF$, tia AF cắt BC tại điểm E .

a) Tính AG, AF , biết $GF = 12\text{ cm}, \widehat{G} = 60^\circ$.

b) Chứng minh rằng: $AE = AG$.

c) Chứng minh rằng: $\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AF^2} + \frac{1}{AG^2}$.

Bài 7. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$), $\widehat{C} = \alpha < 45^\circ$, đường trung tuyến AM , đường cao AH .

a) Chứng minh rằng $\widehat{AMH} = 2\alpha$

b) Chứng minh rằng: $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$

c) Chứng minh rằng: $1 + \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha$

d) Chứng minh rằng: $1 - \cos 2\alpha = 2 \sin^2 \alpha$

Bài 8. Cho tam giác nhọn ABC hai đường cao AD và BE cắt nhau tại H . Chứng minh rằng $\tan B \cdot \cot C = 3$, biết $\frac{HD}{HA} = \frac{1}{2}$.

Bài 9. Cho tam giác ABC với các đỉnh A, B, C và các cạnh đối diện với các đỉnh tương ứng là a, b, c . Chứng minh rằng:

a) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

b) $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}bc \sin A$

Bài 10. Cho tam giác ABC vuông tại A . Chứng minh rằng: $\frac{AC}{AB} = \frac{\sin B}{\sin C}$.

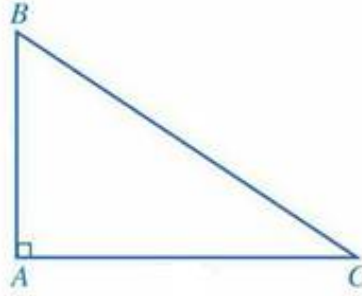
Bài 11. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, $BC = a, AC = b, AB = c$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}.$$

Bài 12. Cho tam giác ABC có $BC = a, AC = b, AB = c$. Chứng minh rằng: $\sin \frac{A}{2} \leq \frac{a}{b+c}$.

BÀI 2**MỘT SỐ HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ GÓC TRONG TAM GIÁC VUÔNG****1. Tính cạnh góc vuông theo cạnh huyền và tỉ số lượng giác của góc nhọn**

Định lí: Trong tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng cạnh huyền nhân với sin của góc đối hoặc nhân với cosin góc kề.

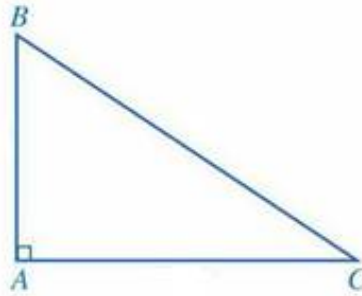


Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , ta có:

- $AC = BC \cdot \sin B = BC \cdot \cos C$
- $AB = BC \cdot \sin C = BC \cdot \cos B$

2. Tính cạnh góc vuông theo cạnh góc vuông còn lại và tỉ số lượng giác của góc nhọn

Định lí: Trong tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng cạnh góc vuông kia nhân với tang của góc đối hoặc nhân cotang với góc kề.



Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , ta có:

- $AC = AB \cdot \tan B = AB \cdot \cot C$
- $AB = AC \cdot \tan C = AC \cdot \cot B$

DẠNG 1

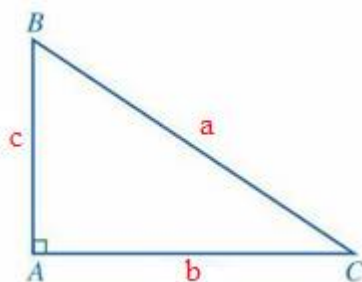
GIẢI TAM GIÁC VUÔNG

TÍNH CẠNH, GÓC VÀ DIỆN TÍCH LIÊN QUAN ĐẾN TAM GIÁC VUÔNG

Giải tam giác vuông là ta đi tìm tất cả các cạnh và các góc của tam giác vuông đó.

Phương pháp: Để giải tam giác vuông ta dùng hệ thức giữa cạnh và các góc trong tam giác vuông.

Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $BC = a, AC = b, AB = c$.



Ta có:

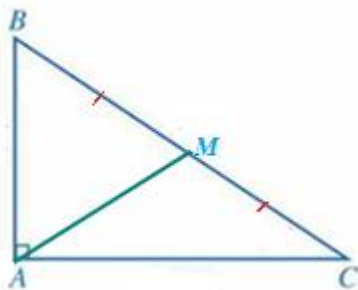
- $b = a \cdot \sin B = a \cdot \cos C$
- $c = a \cdot \sin C = a \cdot \cos B$
- $b = c \cdot \tan B = c \cdot \cot C$
- $c = b \cdot \tan C = b \cdot \cot B$

Chú ý:

• Trong tam giác vuông, nếu cho biết trước độ dài 2 cạnh hoặc độ dài 1 cạnh và số đo 1 góc nhọn thì ta sẽ tìm được tất cả các cạnh và các góc còn lại của tam giác vuông đó.

• Tam giác ABC vuông tại A , ta có diện tích là: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC$.

• Tam giác ABC vuông tại A , có AM là đường trung tuyến, khi đó: $MA = MB = MC = \frac{BC}{2}$.



Bài 1. Cho tam giác ABC vuông tại A , có $BC = a, AC = b, AB = c$. Hãy giải tam giác ABC (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai), biết:

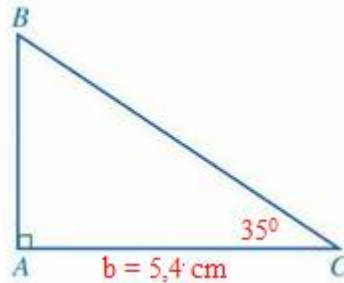
a) $b = 5,4\text{cm}; \hat{C} = 35^\circ$

b) $c = 10\text{cm}; \hat{C} = 45^\circ$

c) $b = 12\text{cm}, c = 7\text{cm}$

Lời giải

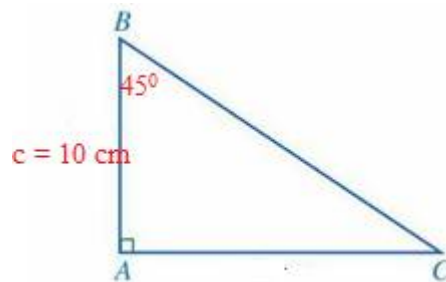
a) $b = 5,4\text{cm}; \hat{C} = 35^\circ$ hay $AC = 5,4\text{cm}; \hat{C} = 35^\circ$



Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có:

- $\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông) suy ra $\hat{B} = 90^\circ - \hat{C} = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$.
- $BC = \frac{AC}{\cos C} = \frac{5,4}{\cos 35^\circ} \approx 6,59(\text{cm})$
- $AB = AC \tan C = 5,4 \tan 35^\circ \approx 3,38(\text{cm})$

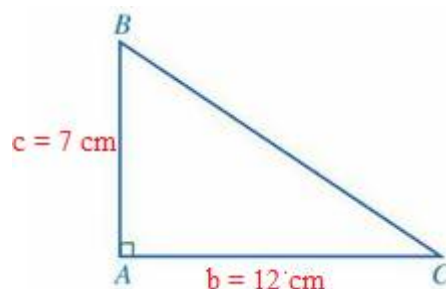
b) $c = 10\text{cm}; \hat{C} = 45^\circ$ hay $AB = 10\text{cm}; \hat{C} = 45^\circ$



Xét tam giác ABC vuông tại A và $\hat{C} = 45^\circ$, do đó tam giác ABC vuông cân tại A , ta có:

- $\hat{B} = \hat{C} = 45^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông)
- $AC = AB = 10(\text{cm})$
- $BC = \frac{AB}{\cos B} = \frac{10}{\cos 45^\circ} \approx 14,14(\text{cm})$

c) $b = 12\text{cm}, c = 7\text{cm}$ hay $AC = 12\text{cm}, AB = 7\text{cm}$



Tam giác ABC vuông tại A nên theo định lí Pythagore ta có:

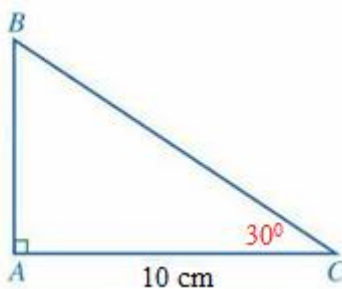
$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 7^2 + 12^2 = 193, \text{ suy ra } BC = \sqrt{193} \approx 13,89(\text{cm})$$

Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có:

- $\tan C = \frac{AB}{AC} = \frac{7}{12}$, suy ra $\widehat{C} \approx 30,26^\circ$
- $\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông) suy ra $\widehat{B} = 90^\circ - \widehat{C} = 90^\circ - 30,26^\circ \approx 59,74^\circ$.

Bài 2. Cho tam giác ABC vuông tại A , biết $AC = 10(\text{cm})$, $\widehat{C} = 30^\circ$. Tính góc B và hai cạnh AB, BC (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Lời giải



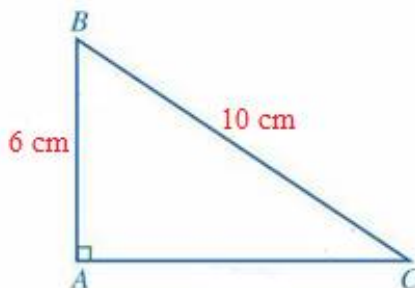
Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có:

- $\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông) suy ra $\widehat{B} = 90^\circ - \widehat{C} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.
- $AB = AC \cdot \tan C = 10 \cdot \tan 30^\circ \approx 5,8(\text{cm})$
- $BC = \frac{AC}{\cos C} = \frac{10}{\cos 30^\circ} \approx 11,5(\text{cm})$

Bài 3. Cho tam giác ABC vuông tại A , biết $AB = 60(\text{mm})$, $BC = 10(\text{cm})$.

- Tính cạnh AC và hai góc B, C (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).
- Tính diện tích tam giác ABC .

Lời giải



a) $AB = 60(\text{mm}) = 6(\text{cm})$

Tam giác ABC vuông tại A nên theo định lí Pythagore ta có:

$$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 10^2 - 6^2 = 64, \text{ suy ra } AC = \sqrt{64} = 8(\text{cm})$$

Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có:

- $\cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{6}{10}$, suy ra $\widehat{B} \approx 53,1^\circ$

- $\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông) suy ra $\widehat{C} = 90^\circ - \widehat{B} = 90^\circ - 53,1^\circ \approx 36,9^\circ$.

b) Tam giác ABC vuông tại A , ta có diện tích là: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB.AC = \frac{1}{2} .6.8 = 24 (cm^2)$

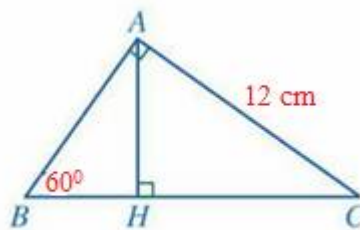
Bài 4. Cho tam giác ABC vuông tại A , có AH là đường cao (điểm H thuộc cạnh BC). Biết $AC = 12cm, \widehat{B} = 60^\circ$.

a) Tính góc BAH và HAC .

b) Tính độ dài cạnh AH .

c) Tính diện tích tam giác AHB (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Lời giải



a) Xét tam giác AHB vuông tại H , ta có: $\widehat{B} + \widehat{BAH} = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông)

suy ra $\widehat{BAH} = 90^\circ - \widehat{B} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

Ta có: $\widehat{HAC} = \widehat{B} = 60^\circ$ (cùng phụ \widehat{BAH})

b) Xét tam giác AHC vuông tại H , ta có: $AH = AC.\cos \widehat{HAC} = 12.\cos 60^\circ = 6 (cm)$

c) Xét tam giác AHB vuông tại H , ta có:

- $BH = \frac{AH}{\tan B} = \frac{6}{\tan 60^\circ} = 2\sqrt{3} (cm)$

- Diện tích tam giác AHB là: $S_{\Delta AHB} = \frac{1}{2} AH.BH = \frac{1}{2} .6.2\sqrt{3} \approx 10,4 (cm^2)$

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Bài 5. Cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi $BC = a, AC = b, AB = c$. Giải tam giác ABC (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai), biết:

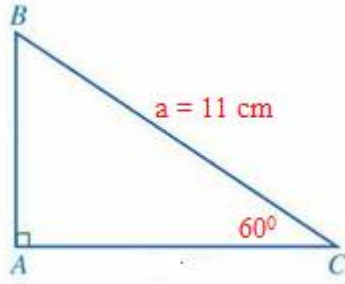
a) $a = 11 (cm), \widehat{C} = 60^\circ$

b) $c = 3,8 (cm), \widehat{B} = 51^\circ$

c) $a = 15cm, b = 10cm$

Lời giải

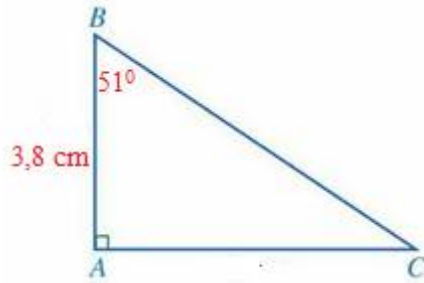
a) $a = 11 (cm), \widehat{C} = 60^\circ$ hay $BC = 11 (cm), \widehat{C} = 60^\circ$



Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có:

- $\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông) suy ra $\widehat{B} = 90^\circ - \widehat{C} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.
- $AB = BC \cdot \sin C = 11 \cdot \sin 60^\circ \approx 9,53(cm)$
- $AC = BC \cos C = 11 \cos 60^\circ = 5,5(cm)$

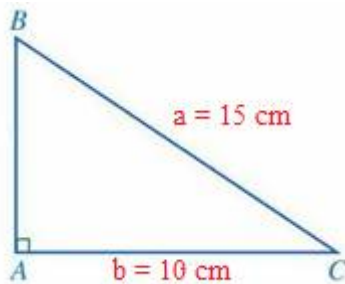
b) $c = 3,8(cm), \widehat{B} = 51^\circ$ hay $AB = 3,8(cm), \widehat{B} = 51^\circ$



Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có:

- $\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông) suy ra $\widehat{C} = 90^\circ - \widehat{B} = 90^\circ - 51^\circ = 39^\circ$.
- $AC = BC \cdot \sin B = 3,8 \cdot \sin 51^\circ \approx 2,95(cm)$
- $AB = BC \cos B = 3,8 \cos 51^\circ \approx 2,39(cm)$

c) $a = 15cm, b = 10cm$ hay $BC = 15cm, AC = 10cm$



Tam giác ABC vuông tại A nên theo định lí Pythagore ta có:

$$AB^2 = BC^2 - AC^2 = 15^2 - 10^2 = 125, \text{ suy ra } AB = \sqrt{125} \approx 11,18(cm)$$

Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có:

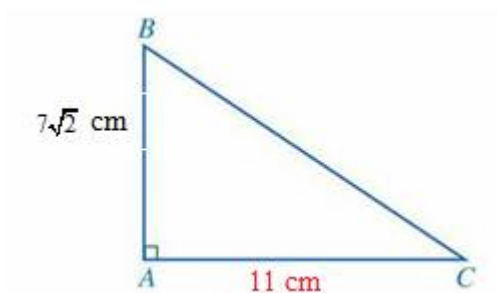
- $\cos C = \frac{AC}{BC} = \frac{10}{15}$, suy ra $\widehat{C} \approx 48,19^\circ$
- $\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông) suy ra $\widehat{B} = 90^\circ - \widehat{C} = 90^\circ - 48,19^\circ \approx 41,81^\circ$.

Bài 6. Cho tam giác ABC vuông tại A . Cho biết $AB = 7\sqrt{2}(cm)$, $AC = 11(cm)$.

a) Tính cạnh BC và hai góc B, C (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

b) Tính diện tích tam giác ABC (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải



a) Tam giác ABC vuông tại A nên theo định lí Pythagore ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = (7\sqrt{2})^2 + 11^2 = 219, \text{ suy ra } BC = \sqrt{219} \approx 14,8(cm)$$

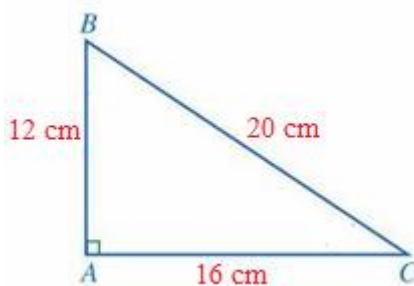
Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có:

- $\tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{11}{7\sqrt{2}}$, suy ra $\hat{B} \approx 48^\circ$
- $\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông) suy ra $\hat{C} = 90^\circ - \hat{B} = 90^\circ - 48^\circ \approx 42^\circ$.

b) Tam giác ABC vuông tại A , ta có diện tích là: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB.AC = \frac{1}{2} .7\sqrt{2}.11 \approx 54,45(cm^2)$

Bài 7. Cho tam giác ABC có $AB = 12cm, AC = 16cm, BC = 20cm$. Tính góc B và C của tam giác ABC (làm tròn đến độ).

Lời giải



- Xét tam giác ABC , ta có :

$$AB^2 + AC^2 = 12^2 + 16^2 = 400$$

$$BC^2 = 20^2 = 400$$

Suy ra $AB^2 + AC^2 = BC^2$

Do đó ΔABC vuông tại A (Định lí đảo Pythagore)

- Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có:

- $\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{16}{20}$, suy ra $\hat{B} \approx 53^\circ$
- $\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông) suy ra $\hat{C} = 90^\circ - \hat{B} = 90^\circ - 53^\circ \approx 37^\circ$.

DẠNG 2

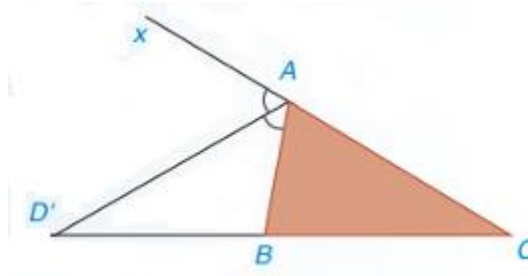
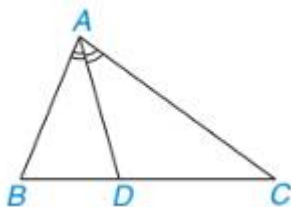
TÍNH CẠNH, GÓC VÀ DIỆN TÍCH TRONG TAM GIÁC THƯỜNG

Phương pháp

Để tính cạnh, góc, diện tích, ... của tam giác thường, ta thường làm xuất hiện tam giác vuông để áp dụng các hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông bằng cách kẻ thêm đường cao hợp lí.

Chú ý:

- Tính chất đường phân giác trong của tam giác: Cho tam giác ABC có AD là tia phân giác của góc BAC ($D \in BC$), khi đó: $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$.
- Tính chất đường phân giác ngoài của tam giác: Cho tam giác ABC có AD' là tia phân giác của góc BAx ($D' \in BC$), khi đó: $\frac{D'B}{D'C} = \frac{AB}{AC}$.



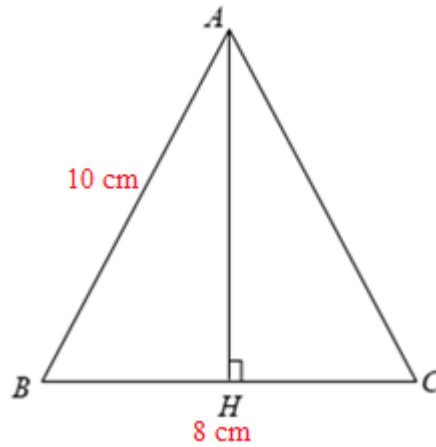
Muốn dùng tính chất đường phân giác ngoài của tam giác thì phải chứng minh mới được dùng vì trong sách giáo khoa không học, chỉ có sách toán 8 KNTTVCS đề cập ở mục “em có biết”, hai bộ sách còn lại không đề cập đến.

- Trong tam giác ABC cân tại A thì đường cao, đường trung tuyến, đường phân giác, đường trung trực hạ từ đỉnh A là cùng một đường.

Bài 1. Cho tam giác ABC cân tại A , có $AB = 10(cm)$, $BC = 8(cm)$. Gọi AH là đường cao của tam giác (điểm H thuộc cạnh BC).

- Tính độ dài cạnh AH (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).
- Tính góc \widehat{B} và \widehat{HAC} (kết quả làm tròn đến độ).

Lời giải



a) Xét hai tam giác vuông ABH và tam giác vuông ACH , ta có:

$$\widehat{B} = \widehat{C} \text{ (vì tam giác } ABC \text{ cân tại } A)$$

$$AB = AC \text{ (vì tam giác } ABC \text{ cân tại } A)$$

Do đó $\Delta ABH = \Delta ACH$ (cạnh huyền – góc nhọn)

$$\text{Suy ra } BH = CH \text{ nên } BH = CH = \frac{BC}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ (cm)}$$

- Xét tam giác AHB vuông tại H nên theo định lí Pythagore ta có:

$$AH^2 = AB^2 - BH^2 = 10^2 - 4^2 = 84, \text{ suy ra } AH = \sqrt{84} \approx 9,2 \text{ (cm)}$$

b) Xét tam giác AHB vuông tại H , ta có: $\cos B = \frac{BH}{AB} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$, suy ra $\widehat{B} \approx 66^\circ$

Ta có: $\widehat{BAH} + \widehat{B} = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông AHB)

$$\text{Suy ra } \widehat{BAH} = 90^\circ - \widehat{B} = 90^\circ - 66^\circ \approx 24^\circ.$$

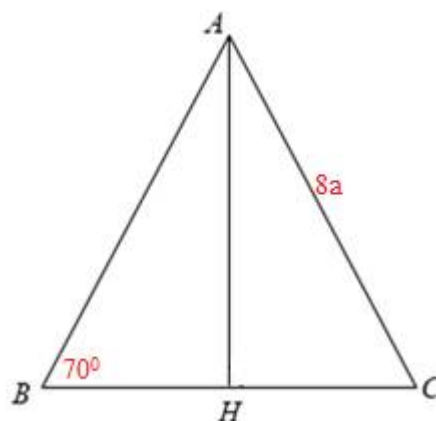
Bài 2. Cho tam giác ABC cân tại A , có AH là đường trung tuyến (điểm H thuộc cạnh BC). Biết

$$AC = 8a, \widehat{B} = 70^\circ.$$

a) Tính góc \widehat{HAC} .

b) Tính diện tích tam giác ABC theo a (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải



a) Xét hai tam giác ABH và tam giác ACH , ta có:

$BH = CH$ (vì AH là đường trung tuyến)

$AB = AC$ (vì tam giác ABC cân tại A)

AH cạnh chung

Do đó $\Delta ABH = \Delta ACH$ (cạnh – cạnh - cạnh)

Suy ra $\widehat{AHB} = \widehat{AHC}$

Mà $\widehat{AHB} + \widehat{AHC} = 180^\circ$

Nên $\widehat{AHB} = \widehat{AHC} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$

Ta có: $\widehat{B} = \widehat{C} = 70^\circ$ (vì tam giác ABC cân tại A)

Mà $\widehat{CAH} + \widehat{C} = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông AHC)

Suy ra $\widehat{CAH} = 90^\circ - \widehat{C} = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$.

b) Xét tam giác AHC vuông tại H , ta có:

- $AH = AC \cdot \cos C = 8a \cdot \cos 70^\circ$
- $CH = AC \cdot \sin C = 8a \cdot \sin 70^\circ$, suy ra $BC = 2CH = 2 \cdot 8a \cdot \sin 70^\circ = 16a \cdot \sin 70^\circ$

Tam giác ABC có $AH \perp BC$ nên có diện tích là:

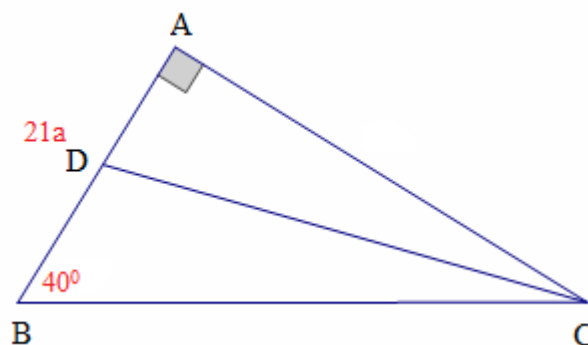
$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 8a \cdot \cos 70^\circ \cdot 16a \cdot \sin 70^\circ \approx 41,14a^2 \text{ (đơn vị diện tích)}$$

Bài 3. Cho tam giác ABC vuông tại A , biết $AB = 21a, \widehat{C} = 40^\circ$. Kẻ đường phân giác CD của \widehat{C} , với D nằm trên cạnh AB

a) Tính cạnh CD (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

b) Tính diện tích tam giác BCD (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải



a) Ta có: $\widehat{B} + \widehat{ACB} = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông ABC)

suy ra $\widehat{ACB} = 90^\circ - \widehat{B} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$.

Mà $\widehat{ACD} = \widehat{BCD}$ (CD là đường phân giác \widehat{C})

Nên $\widehat{ACD} = \widehat{BCD} = \frac{50^\circ}{2} = 25^\circ$

Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có: $AC = AB \cdot \tan B = 2a \cdot \tan 40^\circ$

Xét tam giác ACD vuông tại A , ta có: $CD = \frac{AB}{\cos \widehat{ACD}} = \frac{2a \cdot \tan 40^\circ}{\cos 25^\circ} \approx 1,85a$ (đơn vị độ dài).

b) Xét tam giác ACD vuông tại A , ta có: $AD = AB \cdot \tan \widehat{ACD} = 2a \cdot \tan 40^\circ \cdot \tan 25^\circ$

Suy ra $BD = AB - AD = 21a - 2a \cdot \tan 40^\circ \cdot \tan 25^\circ$

Tam giác BCD vuông có $BD \perp CA$, do đó diện tích là:

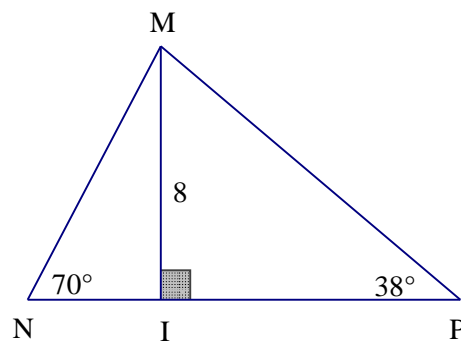
$$S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} BD \cdot AC = (21a - 2a \cdot \tan 40^\circ \cdot \tan 25^\circ) \cdot 2a \cdot \tan 40^\circ \approx 33,93a \text{ (cm}^2\text{)}$$

Bài 4. Cho tam giác MNP có $\widehat{N} = 70^\circ; \widehat{P} = 38^\circ$, đường cao $MI = 8\text{cm}$.

a) Giải tam giác MNP (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

b) Tính diện tích tam giác MNP (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải



a) Xét tam giác MNI vuông tại I , ta có:

- $MN = MI \cdot \sin \widehat{NMI} = 8 \cdot \sin 70^\circ \approx 7,52 \text{ (cm)}$

- $NI = MI \cdot \cot \widehat{N} = 8 \cdot \cot 70^\circ$

Xét tam giác MPI vuông tại I , ta có:

- $MP = MI \cdot \sin \widehat{P} = 8 \cdot \sin 38^\circ \approx 4,93 \text{ (cm)}$

- $PI = MI \cdot \cot \widehat{P} = 8 \cdot \cot 38^\circ$

Ta có: $NP = NI + IP = 8 \cdot \cot 70^\circ + 8 \cdot \cot 38^\circ \approx 13,15 \text{ (cm)}$

Vậy: $MN \approx 7,52 \text{ (cm)}; MP \approx 4,93 \text{ (cm)}; NP \approx 13,15 \text{ (cm)}$

b) Tam giác MPI có $MI \perp NP$ nên diện tích là:

$$S_{\triangle MNP} = \frac{1}{2} MI \cdot NP = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot (8 \cdot \cot 70^\circ + 8 \cdot \cot 38^\circ) \approx 52,61 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Bài 5. Cho tam giác ABC , trong đó $BC = 16\text{cm}$, $\widehat{B} = 45^\circ$; $\widehat{C} = 30^\circ$. Gọi N là chân đường vuông góc kẻ từ A đến cạnh BC .

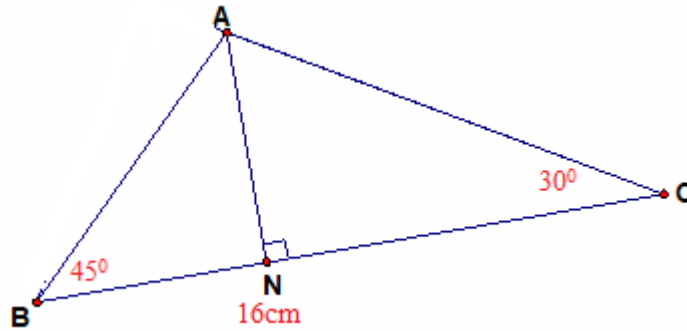
a) Tính độ dài cạnh AB (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

b) Tính độ dài cạnh AN (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

c) Tính độ dài cạnh AC (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải

Cách 1: Tính trực tiếp, không cần kẻ thêm



a) Đặt $BN = x$ suy ra $NC = 16 - x$

Xét tam giác ANB vuông tại N , có $\widehat{B} = 45^\circ$ nên tam giác ANB vuông cân tại N suy ra $AN = BN = x$

Xét tam giác ANC vuông tại N , ta có: $AN = NC \cdot \tan C = (16 - x) \cdot \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}(16 - x)$

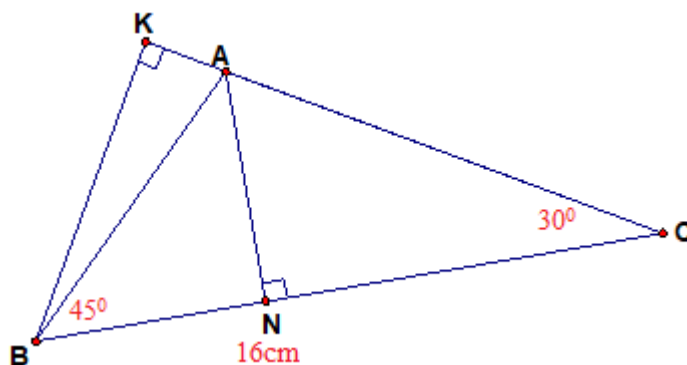
$$\text{Do đó: } \frac{\sqrt{3}}{3}(16 - x) = x \text{ suy ra } x = \frac{16\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{3} + 1} = 8\sqrt{3} - 8$$

$$\text{Vì vậy: } AB = \frac{AN}{\sin B} = \frac{8\sqrt{3} - 8}{\sin 45^\circ} \approx 8,28(\text{cm})$$

b) $AN = BN = x = 8\sqrt{3} - 8 \approx 5,86(\text{cm})$

c) Xét tam giác ANC vuông tại N , ta có: $AC = \frac{AN}{\sin C} = \frac{8\sqrt{3} - 8}{\sin 30^\circ} \approx 11,71(\text{cm})$

Cách 2: Từ B kẻ BK vuông góc với AC tại K được hình vẽ sau:



a) Xét tam giác BKC vuông tại K , ta có:

- $BK = BC \cdot \sin C = 16 \cdot \sin 30^\circ = 8(\text{cm})$

- $\widehat{C} + \widehat{KBC} = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông) suy ra $\widehat{KBC} = 90^\circ - \widehat{C} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.

Ta lại có: $\widehat{KBA} + \widehat{ABC} = 45^\circ$ suy ra $\widehat{KBA} = 60^\circ - \widehat{ABC} = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$

Xét tam giác AKB vuông tại K , ta có: $AB = \frac{BK}{\cos \widehat{KBA}} = \frac{8}{\cos 15^\circ} \approx 8,28(\text{cm})$

b) Xét tam giác ANB vuông tại N , ta có: $AN = AB \cdot \sin \widehat{ABC} = \frac{8}{\cos 15^\circ} \cdot \sin 45^\circ \approx 5,86(\text{cm})$

c) Xét tam giác ANC vuông tại N , ta có: $AC = \frac{AN}{\sin C} = \frac{\frac{8}{\cos 15^\circ} \cdot \sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} \approx 11,71(\text{cm})$

Chú ý: Có thể tính AC theo diện tích tam giác như sau:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BK \cdot AC = \frac{1}{2} AN \cdot BC \text{ suy ra } AC = \frac{AN \cdot BC}{BK} \approx 11,71 \text{ cm}$$

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

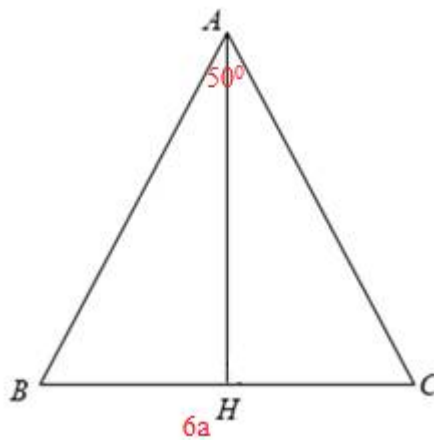
Bài 6. Cho tam giác ABC cân tại A , có AH là đường phân giác góc A (điểm H thuộc cạnh BC).

Biết $BC = 6a$, $\widehat{A} = 50^\circ$.

a) Tính độ dài cạnh AB theo a (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

b) Tính diện tích tam giác ABC theo a (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải



a) Xét hai tam giác ABH và tam giác ACH , ta có:

$$\widehat{B} = \widehat{C} \text{ (vì tam giác } ABC \text{ cân tại } A)$$

$$\widehat{BAH} = \widehat{CAH} \text{ (vì } AH \text{ là đường phân giác)}$$

$$AB = AC \text{ (vì tam giác } ABC \text{ cân tại } A)$$

Do đó $\Delta ABH = \Delta ACH$ (góc - cạnh - góc)

Suy ra $BH = CH$ và $\widehat{AHB} = \widehat{AHC}$

$$\text{Vì } BH = CH \text{ nên } BH = CH = \frac{BC}{2} = \frac{6a}{2} = 3a$$

$$\text{Do } \widehat{AHB} = \widehat{AHC} \text{ nên } \widehat{AHB} = \widehat{AHC} = \frac{50^\circ}{2} = 25^\circ$$

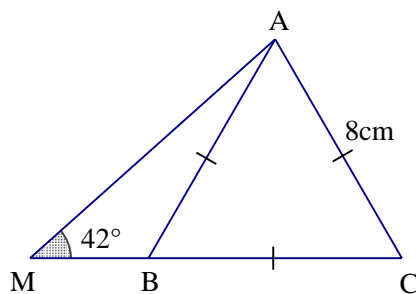
Xét tam giác ABH vuông tại H , ta có: $AB = \frac{BH}{\sin \widehat{BAH}} = \frac{3a}{\sin 25^\circ} \approx 7,1a$ (đơn vị độ dài)

b) Xét tam giác ABH vuông tại H , ta có: $AH = \frac{BH}{\tan \widehat{BAH}} = \frac{3a}{\tan 25^\circ}$, Suy ra $BC = 2AH = \frac{6a}{\tan 25^\circ}$

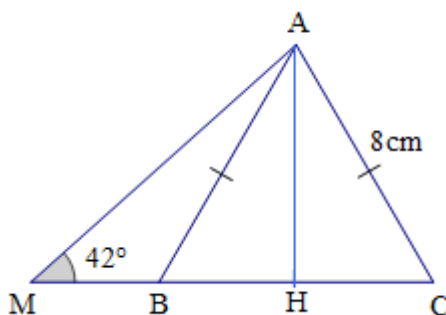
Tam giác ABC có $AH \perp BC$ nên có diện tích là:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{3a}{\sin 25^\circ} \cdot \frac{6a}{\tan 25^\circ} \approx 45,67a^2 \text{ (đơn vị diện tích)}$$

Bài 7. Cho tam giác đều ABC có cạnh 8cm và $\widehat{AMB} = 42^\circ$ (như hình vẽ). Tính AM (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)



Lời giải



Vẽ đường cao AH ($H \in BC$)

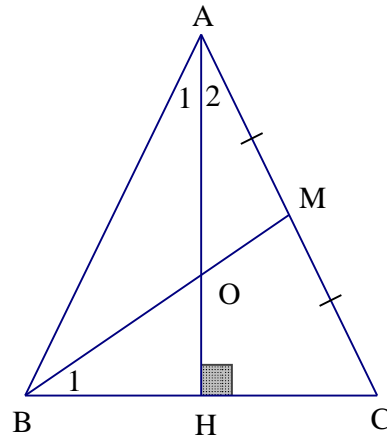
Do ΔABC đều nên AH cũng là đường trung tuyến suy ra $HB = HC = 4\text{cm}$

Từ ΔABH vuông tại H , ta có: $AH^2 = AB^2 - BH^2 = 8^2 - 4^2 = 48$ suy ra $AH = 4\sqrt{3}(\text{cm})$

Từ ΔAHM vuông tại H , ta có: $AM = \frac{AH}{\sin \widehat{M}} = \frac{4\sqrt{3}}{\sin 42^\circ} \approx 10,34(\text{cm})$

Bài 8. Cho ΔABC cân tại A có $\widehat{A} = 30^\circ$, đường trung tuyến BM . Tính số đo \widehat{CBM} (làm tròn kết quả đến độ)

Lời giải



Vẽ đường cao AH của ΔABC cắt BM tại O

Do ΔABC cân tại A nên AH cũng là đường trung tuyến, đường phân giác (Các em chứng minh nhé)

Suy ra O là trọng tâm của ΔABC và $\widehat{A_1} = \widehat{A_2} = 15^\circ$

$$\Delta ABH \text{ vuông tại } H, \text{ ta có } \tan \widehat{A_1} = \frac{BH}{AH} \quad (1)$$

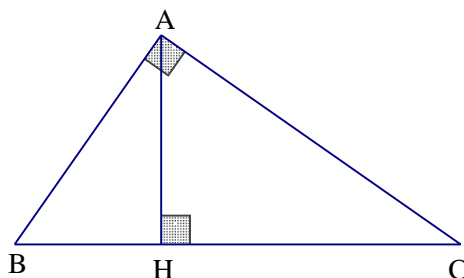
$$\Delta OHB \text{ vuông tại } H, \text{ ta có } \tan \widehat{B_1} = \frac{OH}{BH} \quad (2)$$

Nhân (1) và (2) vế với vế, ta được: $\tan \widehat{A_1} \cdot \tan \widehat{B_1} = \frac{BH}{AH} \cdot \frac{OH}{BH} = \frac{OH}{AH} = \frac{1}{2}$ (O là trọng tâm của ΔABC)

$$\text{Do đó: } \tan \widehat{B_1} = \frac{1}{3 \cdot \tan \widehat{A_1}} = \frac{1}{3 \cdot \tan 15^\circ}, \text{ Suy ra } \widehat{B_1} \approx 51^\circ$$

DẠNG 3
CHỨNG MINH ĐẲNG THỨC

Hệ thức lượng trong tam giác vuông (kiến thức nâng cao)



Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Khi đó, ta có:

- $AB^2 + AC^2 = BC^2$ (định lí Pythagore đã học lớp 8)

- $AB^2 = BH \cdot BC$ (1)

- $AC^2 = CH \cdot CB$ (2)

- $AH^2 = HB \cdot HC$ (3)

- $AH \cdot BC = AB \cdot AC$ (4)

- $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$ (5)

Công thức (1),(2),(3),(4),(5) khi dùng tự luận phải chứng minh rồi mới được dùng.

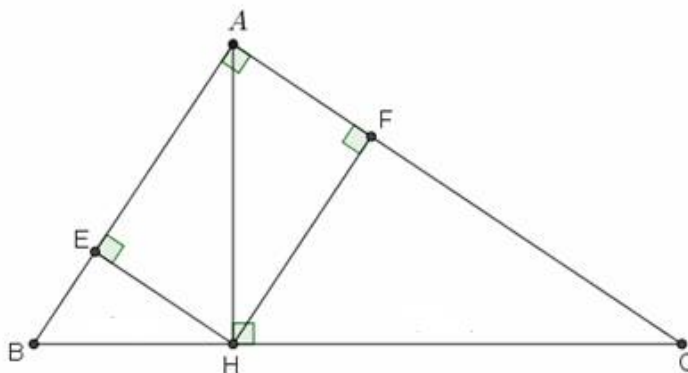
Bài 1. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$) có đường cao AH .

a) $AB = 20\text{cm}$, $\widehat{C} = 30^\circ$. Tính AC, BC .

b) Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của H trên AB và AC . Chứng minh $AH = EF$.

c) Chứng minh $\sin^2 B = \frac{CF}{AC}$.

Lời giải



a) Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có:

$$\bullet AC = AB \tan C = 20 \cdot \tan 30^\circ = \frac{20\sqrt{3}}{3} (cm)$$

$$\bullet BC = \frac{AB}{\sin C} = \frac{20}{\sin 30^\circ} = 40 (cm)$$

b) Xét tứ giác $AEHF$, ta có: $\widehat{EAF} = \widehat{AFH} = \widehat{AEH} = 90^\circ$ (giả thiết) nên $AEHF$ là hình chữ nhật, suy ra $AH = EF$

c) Ta có:

$$\widehat{B} = \widehat{C} \text{ (tổng hai góc nhọn trong tam giác } ABC \text{ vuông tại } A)$$

$$\widehat{C} = \widehat{FHC} \text{ (tổng hai góc nhọn trong tam giác } CHF \text{ vuông tại } F)$$

Suy ra $\widehat{B} = \widehat{FHC}$

$$\text{Xét tam giác } CFH \text{ vuông tại } F, \text{ ta có: } \sin \widehat{FHC} = \frac{CF}{CH} \text{ suy ra } \sin B = \sin \widehat{FHC} = \frac{CF}{CH} \quad (1)$$

Ta lại có: $\widehat{B} = \widehat{CAH}$ (hai góc cùng phụ với \widehat{BAH})

$$\text{Xét tam giác } AHC \text{ vuông tại } H, \text{ ta có: } \sin \widehat{CAH} = \frac{CH}{AC} \text{ suy ra } \sin B = \sin \widehat{CAH} = \frac{CH}{AC} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2), suy ra } \sin^2 B = \frac{CF}{CH} \cdot \frac{CH}{AC} = \frac{CF}{AC}.$$

$$\text{Vậy } \sin^2 B = \frac{CF}{AC}$$

Chú ý: Có thể dùng tỉ số lượng giác để chứng minh $\sin^2 B = \frac{CF}{AC}$.

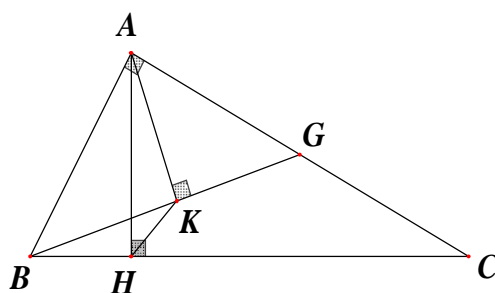
Bài 2. Cho tam giác ABC vuông tại A , ($AB < AC$), đường cao AH .

a) Biết $BC = 8cm, BH = 2cm$, hãy tính độ dài đoạn thẳng AB và số đo \widehat{C} (làm tròn đến độ).

b) Gọi G là một điểm bất kì trên đoạn thẳng AC (G khác A và G khác C). Kẻ BK vuông góc BG tại K . Chứng minh: $BK \cdot BG = BH \cdot BC$.

c) Chứng minh: $BG = AB \cdot \cos \widehat{ABK} + AK \cdot \tan \widehat{ABK}$.

Lời giải



a) Xét hai tam giác vuông ABC và HBA , ta có:

$$\widehat{BAC} = \widehat{BHA} = 90^\circ \text{ (giả thiết)}$$

\widehat{B} chung

Suy ra $\Delta ABC \sim \Delta HBA$ (góc - góc)

Do đó: $\frac{AB}{BH} = \frac{BC}{AB}$ hay $AB^2 = BH \cdot BC$

Ta có: $AB^2 = BH \cdot BC = 8 \cdot 2 = 16$ suy ra $AB = \sqrt{16} = 4 (cm)$

Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có: $\sin C = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$, suy ra $\widehat{C} = 30^\circ$

Chú ý: Có thể dùng tỉ số lượng giác để chứng minh $AB^2 = BH \cdot BC$

b) Ta có: $AB^2 = BH \cdot BC$ (chứng minh trên) (1)

Xét hai tam giác vuông ABG và KBA , ta có:

$\widehat{BAG} = \widehat{BKA} = 90^\circ$ (giả thiết)

\widehat{B} chung

Suy ra $\Delta ABG \sim \Delta KBA$ (góc - góc)

Do đó: $\frac{AB}{BK} = \frac{BG}{AB}$ hay $AB^2 = BK \cdot BG$ (2)

Từ (1) và (2), ta có: $BK \cdot BG = BH \cdot BC$

Chú ý: Có thể dùng tỉ số lượng giác để chứng minh $BK \cdot BG = BH \cdot BC$

c) Ta có: $\widehat{ABK} = \widehat{KAG}$ (cùng phụ \widehat{BAK})

Tam giác AGK vuông tại K , ta có: $KG = AK \cdot \tan \widehat{AKG}$, suy ra $KG = AK \cdot \tan \widehat{ABK}$

Tam giác ABK vuông tại K , ta có: $BK = AB \cdot \cos \widehat{ABK}$

Do đó: $BG = BK + KG = AB \cdot \cos \widehat{ABK} + AK \cdot \tan \widehat{ABK}$

Vậy $BG = AB \cdot \cos \widehat{ABK} + AK \cdot \tan \widehat{ABK}$

Chú ý: Có thể dùng tỉ số lượng giác để chứng minh $BG = AB \cdot \cos \widehat{ABK} + AK \cdot \tan \widehat{ABK}$

Bài 3. Cho tam giác ABC vuông tại A , ($AB < AC$), đường cao AH .

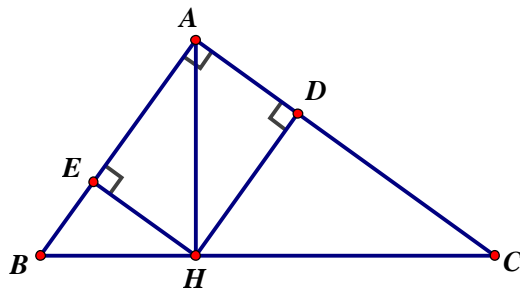
a) Biết $AB = 6cm, AC = 8cm$, tính số đo \widehat{BAH} và \widehat{CAH} (số đo góc làm tròn đến độ).

b) Với số liệu câu a, tính độ dài các đoạn thẳng HC, AH .

c) Gọi E, D lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên AB, AC .

Chứng minh $AD \cdot AC - AE \cdot EB = HD^2$.

Lời giải



a) Tam giác ABC vuông tại A , ta có: $\tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$, suy ra $\widehat{B} \approx 53^\circ$

Mà $\widehat{B} + \widehat{BAH} = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông ABH)

Nên $\widehat{BAH} = 90^\circ - \widehat{B} = 90^\circ - 53^\circ \approx 37^\circ$

Ta lại có: $\widehat{CAH} = \widehat{B} \approx 53^\circ$ (hai góc cùng phụ \widehat{BAH})

b) Tam giác ABC vuông tại A , theo định lí Pythagore ta có:

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10(\text{cm})$$

• Tính HC .

Xét hai tam giác vuông BAC và CHA , ta có:

$$\widehat{BAC} = \widehat{CHA} = 90^\circ \text{ (giả thiết)}$$

\widehat{C} chung

Suy ra $\triangle BAC \sim \triangle CHA$ (góc - góc)

$$\text{Do đó: } \frac{AC}{BC} = \frac{CH}{AC} \text{ hay } CH = \frac{AC^2}{CB} = \frac{8^2}{10} = 6,4(\text{cm})$$

• Tính AH .

Tam giác ABC vuông tại A nên diện tích là: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB.AC$

Tam giác ABC có AH vuông góc với BC nên diện tích là: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AH.BC$

$$\text{Do đó: } \frac{1}{2} AH.BC = \frac{1}{2} AB.AC \text{ hay } AH = \frac{AB.AC}{BC} = \frac{6.8}{10} = 4,8(\text{cm})$$

Chú ý: Có thể dùng tỉ số lượng giác để tính HC và AH .

c) Xét hai tam giác vuông AEH và HEB , ta có:

$$\widehat{AEH} = \widehat{HEB} = 90^\circ \text{ (giả thiết)}$$

$\widehat{EAH} = \widehat{EHB}$ hai góc cùng phụ \widehat{AHE}

Suy ra $\triangle AEH \sim \triangle HEB$ (góc - góc)

$$\text{Do đó: } \frac{EH}{EB} = \frac{EA}{EH} \text{ hay } EH^2 = AE.EB$$

• Xét hai tam giác vuông AHC và ADH , ta có:

$$\widehat{AHC} = \widehat{ADH} = 90^\circ \text{ (giả thiết)}$$

\widehat{CAH} chung

Suy ra $\Delta AHC \sim \Delta ADH$ (góc - góc)

Do đó: $\frac{AH}{AD} = \frac{AC}{AH}$ hay $AH^2 = AD.AC$

• Tam giác AEH vuông tại E , theo định lí Pythagore ta có:

$$AH^2 - EH^2 = AE^2 \text{ hay } AD.AC - AE.EB = AE^2$$

Mà $ADHE$ là hình chữ nhật (vì $\widehat{AED} = \widehat{ADH} = \widehat{AEH} = 90^\circ$), suy ra $AE = HD$

Nên $AD.AC - AE.EB = HD^2$

Chú ý: Có thể dùng tỉ số lượng giác để chứng minh $AD.AC - AE.EB = HD^2$.

Bài 4. Cho tam giác ABC vuông tại A và đường cao AH .

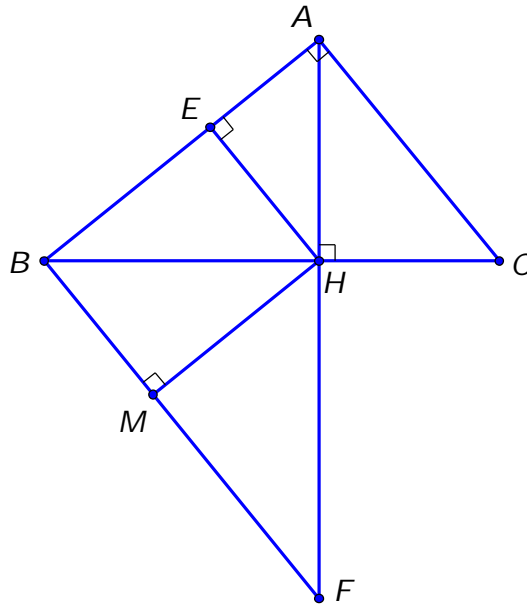
a) Cho $BH = 25\text{ cm}; CH = 16\text{ cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng AH và số đo \widehat{C} (số đo góc làm tròn đến phút).

b) Gọi E là hình chiếu của H trên AB . Chứng minh $AE.AB = HB.HC$.

c) Đường thẳng qua B vuông góc với AB cắt tia AH tại F . Gọi M là hình chiếu của H trên BF .

Chứng minh $\frac{HE^2}{HA^2} + \frac{HM^2}{HF^2} = 1$.

Lời giải



a) Xét hai tam giác vuông AHB và CHA , ta có:

$$\widehat{AHB} = \widehat{CHA} = 90^\circ \text{ (giả thiết)}$$

$$\widehat{BAH} = \widehat{ACH} \text{ (} \widehat{BAH} \text{ và } \widehat{ACH} \text{ cùng phụ } \widehat{HAC} \text{)}$$

Suy ra $\Delta AHB \sim \Delta CHA$ (góc - góc)

Do đó: $\frac{AH}{HC} = \frac{BH}{AH}$ hay $AH^2 = BH.HC = 25.16$, suy ra $AH = \sqrt{25.16} = 20(\text{ cm})$

Tam giác AHC vuông tại H , ta có: $\tan C = \frac{AH}{HC} = \frac{20}{16} = \frac{5}{4}$, suy ra $\widehat{C} \approx 51^\circ 20'$

Chú ý: Có thể dùng tỉ số lượng giác để chứng minh $AH^2 = BH.HC = 25.16$.

b) Ta có: $AH^2 = BH.HC$ (câu a) (1)

Xét hai tam giác vuông AHB và AEH , ta có:

$$\widehat{AHB} = \widehat{AEH} = 90^\circ \text{ (giả thiết)}$$

$$\widehat{BAH} \text{ chung}$$

Suy ra $\triangle AHB \sim \triangle AEH$ (góc - góc)

$$\text{Do đó: } \frac{AH}{AE} = \frac{AB}{AH} \text{ hay } AH^2 = AE.AB \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $AE.AB = HB.HC$.

Chú ý: Có thể dùng tỉ số lượng giác để chứng minh $AE.AB = HB.HC$.

c) Tam giác AEH vuông tại E , ta có: $\sin \widehat{EAH} = \frac{HE}{HA}$, suy ra $\sin^2 \widehat{EAH} = \frac{HE^2}{HA^2}$

Tam giác HMF vuông tại M , ta có: $\cos \widehat{MHF} = \frac{HM}{HF}$, suy ra $\cos^2 \widehat{MHF} = \frac{HM^2}{HF^2}$

$$\text{Mà } \widehat{EAH} = \widehat{MHF} \text{ (đồng vị) nên } \cos^2 \widehat{EAH} = \frac{HM^2}{HF^2}$$

$$\text{Suy ra } \sin^2 \widehat{EAH} + \cos^2 \widehat{EAH} = \frac{HE^2}{HA^2} + \frac{HM^2}{HF^2} \quad (1)$$

• Tam giác AEH vuông tại E , ta có:

$$\sin \widehat{EAH} = \frac{HE}{HA}, \text{ suy ra } \sin^2 \widehat{EAH} = \frac{HE^2}{HA^2}$$

$$\cos \widehat{EAH} = \frac{EA}{HA}, \text{ suy ra } \cos^2 \widehat{EAH} = \frac{EA^2}{HA^2}$$

$$\text{Do đó: } \sin^2 \widehat{EAH} + \cos^2 \widehat{EAH} = \frac{HE^2}{HA^2} + \frac{EA^2}{HA^2} = \frac{HE^2 + EA^2}{HA^2} = \frac{HA^2}{HA^2} = 1 \quad (2) \text{ (} HE^2 + EA^2 = HA^2 \text{ Pythagore)}$$

$$\text{Từ (1) và (2), ta có: } \frac{HE^2}{HA^2} + \frac{HM^2}{HF^2} = 1.$$

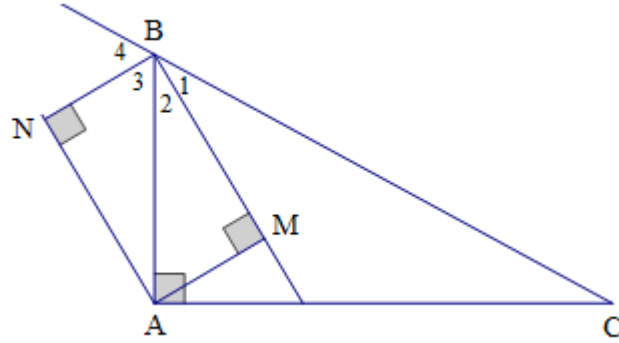
Bài 5. Cho tam giác ABC vuông tại A và $\widehat{C} = 30^\circ$. Kẻ từ A các đường thẳng AM, AN lần lượt vuông góc với các đường phân giác trong và ngoài của góc B .

a) Tính AB, AC , biết $BC = 15\text{cm}$.

b) Chứng minh rằng: $MN = AB$.

c) Chứng minh rằng: $AB^2 = AM.BC$.

Lời giải



a) Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có:

- $AB = BC \sin C = 15 \sin 30^\circ = 7,5 (cm)$
- $AC = BC \cos C = 15 \cos 30^\circ = \frac{15\sqrt{3}}{2} (cm)$

b) Ta có

$$\widehat{B}_1 = \widehat{B}_2 \text{ (vì } BM \text{ là đường phân giác trong của góc } B \text{)}$$

$$\widehat{B}_3 = \widehat{B}_4 \text{ (vì } BM \text{ là đường phân giác ngoài của góc } B \text{)}$$

Mà $\widehat{B}_1 + \widehat{B}_2 + \widehat{B}_3 + \widehat{B}_4 = 180^\circ$ nên $2(\widehat{B}_2 + \widehat{B}_3) = 180^\circ$, suy ra $\widehat{B}_2 + \widehat{B}_3 = 90^\circ$ hay $\widehat{MBN} = 90^\circ$

Xét tứ giác $ABMN$ có:

$$\widehat{MBN} = 90^\circ$$

$$\widehat{M} = 90^\circ \text{ (giả thiết)}$$

$$\widehat{N} = 90^\circ \text{ (giả thiết)}$$

Suy ra tứ giác $ABMN$ là hình chữ nhật nên $MN = AB$

c) Tam giác ABC vuông tại A nên $\widehat{ABC} + \widehat{C} = 90^\circ$ suy ra $\widehat{ABC} = 90^\circ - \widehat{C} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

$$\text{Do đó: } \widehat{B}_1 = \widehat{B}_2 = \frac{\widehat{ABC}}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

Tam giác ABM vuông tại M nên $\widehat{B}_2 + \widehat{BAM} = 90^\circ$ suy ra $\widehat{BAM} = 90^\circ - \widehat{B}_2 = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

Xét hai tam giác vuông MAB và ABC , ta có:

$$\widehat{M} = \widehat{BAC} = 90^\circ \text{ (giả thiết)}$$

$$\widehat{ABC} = \widehat{BAM} = 60^\circ \text{ (chứng minh trên)}$$

Suy ra $\Delta MAB \sim \Delta ABC$ nên $\frac{AB}{BC} = \frac{AM}{AB}$ hay $AB^2 = AM \cdot BC$

Chú ý: Có thể dùng tỉ số lượng giác để chứng minh $AB^2 = AM \cdot BC$.

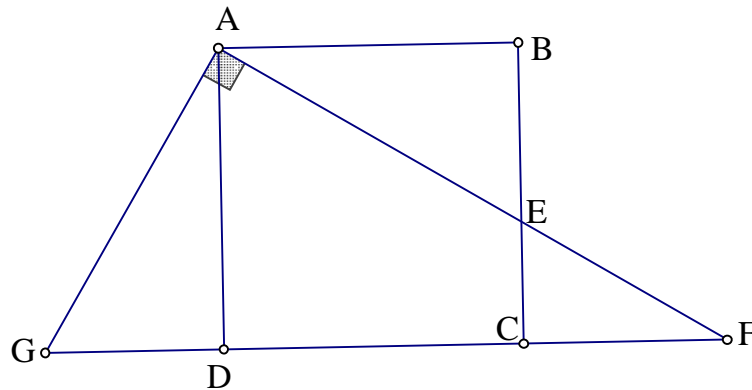
Bài 6. Cho hình vuông $ABCD$. Qua A vẽ đường thẳng AG và đường thẳng AF sao cho $AG \perp AF$, tia AF cắt BC tại điểm E .

a) Tính AG, AF , biết $GF = 12cm, \widehat{G} = 60^\circ$.

b) Chứng minh rằng: $AE = AG$.

c) Chứng minh rằng: $\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AF^2} + \frac{1}{AG^2}$.

Lời giải



a) Xét tam giác AFG vuông tại A , ta có:

- $AG = FG \cdot \cos G = 12 \cdot \cos 60^\circ = 6 \text{ (cm)}$
- $AF = FG \cdot \sin G = 12 \cdot \sin 60^\circ = 6\sqrt{3} \text{ (cm)}$

b) Xét $\triangle ABE$ và $\triangle ADG$ có:

$$\widehat{ABE} = \widehat{ADG} = 90^\circ \text{ (vì } ABCD \text{ là hình vuông)}$$

$$AB = AD \text{ (vì } ABCD \text{ là hình vuông)}$$

$$\widehat{BAE} = \widehat{DAG} \text{ (hai góc cùng phụ với } \widehat{DAE} \text{)}$$

Do đó $\triangle ABE = \triangle ADG$ (g-c-g) nên $AE = AG$.

c) Tam giác AGF vuông tại A nên diện tích là: $S_{\triangle AGF} = \frac{1}{2} AG \cdot AF$

Tam giác AGF có $AD \perp GF$ nên diện tích là: $S_{\triangle AGF} = \frac{1}{2} AD \cdot GF$

Do đó: $\frac{1}{2} AD \cdot GF = \frac{1}{2} AG \cdot AF$ hay $AD \cdot GF = AG \cdot AF$

Suy ra: $AD^2 \cdot GF^2 = AG^2 \cdot AF^2$

$$AD^2 = \frac{AG^2 \cdot AF^2}{GF^2}$$

$$AD^2 = \frac{AG^2 \cdot AF^2}{AG^2 + AF^2}$$

$$\frac{1}{AD^2} = \frac{AG^2 + AF^2}{AG^2 \cdot AF^2}$$

$$\frac{1}{AD^2} = \frac{AG^2}{AG^2 \cdot AF^2} + \frac{AF^2}{AG^2 \cdot AF^2}$$

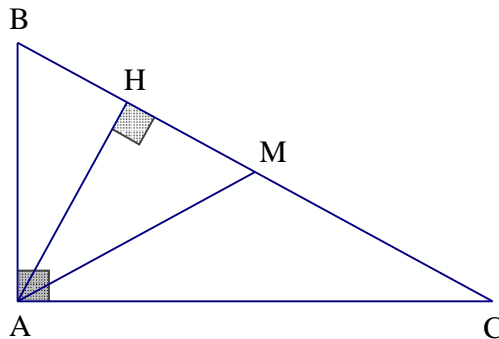
$$\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AF^2} + \frac{1}{AG^2}$$

Vậy $\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AF^2} + \frac{1}{AG^2}$

Bài 7. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$), $\widehat{C} = \alpha < 45^\circ$, đường trung tuyến AM , đường cao AH .

- a) Chứng minh rằng $\widehat{AMH} = 2\alpha$
- b) Chứng minh rằng: $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$
- c) Chứng minh rằng: $1 + \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha$
- d) Chứng minh rằng: $1 - \cos 2\alpha = 2 \sin^2 \alpha$

Lời giải



a) Tam giác ABC vuông tại A và có đường trung tuyến AM nên $MA = MB = MC = \frac{BC}{2}$, suy ra tam

giác AMC cân tại A , do đó $\widehat{CAM} = \widehat{C} = \alpha$

Ta có: $\widehat{AMH} = \widehat{CAM} + \widehat{C} = 2\alpha$ (Cùng bù với \widehat{AMC})

b) Tam giác ABC vuông tại A nên diện tích là: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC$

Tam giác ABC có AH vuông góc với BC nên diện tích là: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC$

Do đó: $\frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} AB \cdot AC$ hay $AH \cdot BC = AB \cdot AC$, suy ra $AH = \frac{AB \cdot AC}{BC}$

Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có :

- $\frac{AB}{BC} = \sin C = \sin \alpha$
- $\frac{AC}{BC} = \cos C = \cos \alpha$

Xét tam giác AHM vuông tại H , ta có :

$$\sin 2\alpha = \frac{AH}{AM} = \frac{2AH}{2AM} = \frac{2AH}{BC} = 2 \cdot \frac{AB \cdot AC}{BC \cdot BC} = 2 \cdot \frac{AB}{BC} \cdot \frac{AC}{BC} = 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

Vậy: $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$

b) Xét tam giác AHM vuông tại H , ta có : $\frac{HM}{AM} = \cos \widehat{AMH} = \cos 2\alpha$

Xét hai tam giác vuông BAC và CHA , ta có:

$$\widehat{BAC} = \widehat{CHA} = 90^\circ \text{ (giả thiết)}$$

\widehat{C} chung

Suy ra $\Delta BAC \sim \Delta CHA$ (góc - góc)

Do đó: $\frac{AC}{BC} = \frac{CH}{AC}$ hay $AC^2 = CH \cdot CB$, suy ra $CH = \frac{AC^2}{CB}$

Ta có: $1 + \cos 2\alpha = 1 + \frac{HM}{AM} = \frac{AM + HM}{AM} = \frac{HC}{AM} = \frac{2HC}{BC} = 2 \cdot \frac{AC^2}{BC^2} = 2 \cdot \cos^2 \alpha$

Vậy: $1 + \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha$

c) Xét tam giác AHM vuông tại H , ta có : $\frac{HM}{AM} = \cos \widehat{AMH} = \cos 2\alpha$

Xét hai tam giác vuông BAC và BHA , ta có:

$$\widehat{BAC} = \widehat{BHA} = 90^\circ \text{ (giả thiết)}$$

\widehat{B} chung

Suy ra $\Delta BAC \sim \Delta BHA$ (góc - góc)

Do đó: $\frac{AB}{BC} = \frac{BH}{AB}$ hay $AB^2 = BH \cdot BC$, suy ra $BH = \frac{AB^2}{BC}$

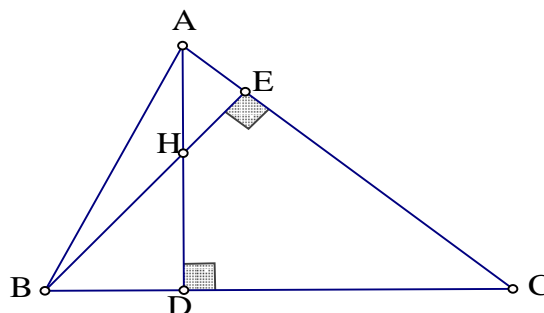
Ta có: $1 - \cos 2\alpha = 1 - \frac{HM}{AM} = \frac{AM - HM}{AM} = \frac{HB}{BC} = 2 \cdot \frac{AB^2}{BC^2} = 2 \cdot \sin^2 \alpha$

Vậy: $1 - \cos 2\alpha = 2 \sin^2 \alpha$

Bài 8. Cho tam giác nhọn ABC hai đường cao AD và BE cắt nhau tại H . Chứng minh rằng

$\tan B \cdot \cot C = 3$, biết $\frac{HD}{HA} = \frac{1}{2}$.

Lời giải



Ta có: $\tan B = \frac{AD}{BD}$; $\tan C = \frac{AD}{CD}$ suy ra: $\tan B \cdot \tan C = \frac{AD^2}{BD \cdot CD}$ (1)

$\widehat{HBD} = \widehat{CAD}$ (cùng phụ với \widehat{ACB}); $\widehat{HDB} = \widehat{ADC} = 90^\circ$.

Do đó $\triangle BDH \sim \triangle ADC$ (g.g), suy ra $\frac{DH}{DC} = \frac{BD}{AD}$, do đó $BD \cdot DC = DH \cdot AD$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $\tan B \cdot \tan C = \frac{AD^2}{DH \cdot AD} = \frac{AD}{DH}$ (3).

Theo giả thiết $\frac{HD}{AH} = \frac{1}{2}$ suy ra $\frac{HD}{AH + HD} = \frac{1}{2+1}$ hay $\frac{HD}{AD} = \frac{1}{3}$, suy ra $AD = 3HD$.

Thay vào (3) ta được: $\tan B \cdot \tan C = \frac{3HD}{DH} = 3$.

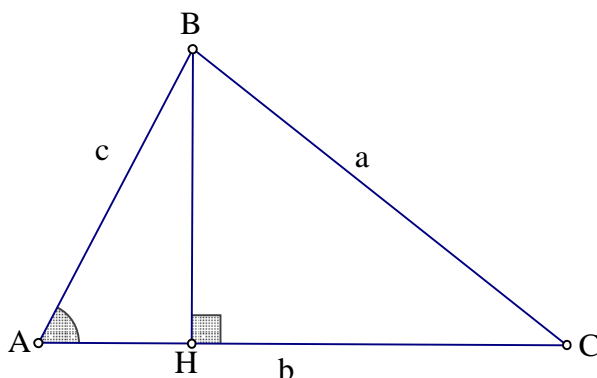
Bài 9. Cho tam giác ABC với các đỉnh A, B, C và các cạnh đối diện với các đỉnh tương ứng là a, b, c . Chứng minh rằng:

a) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

b) $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bc \sin A$

Lời giải

a) Dựng đường cao BH của tam giác ABC ta có hình vẽ:



Cách 1:

Ta có: $AC = AH + HC$.

Tam giác AHB vuông tại H nên theo định lí Pythagore ta có: $AB^2 = AH^2 + HB^2$ (1)

Tam giác BHC vuông tại H nên theo định lí Pythagore ta có: $BC^2 = BH^2 + HC^2$ (2)

Lấy (1) trừ (2), ta có:

$$AB^2 - BC^2 = HA^2 - HC^2$$

$$c^2 - a^2 = (HA + HC)(HA - HC)$$

$$c^2 - a^2 = b \cdot (HA - HC)$$

Suy ra: $HA - HC = \frac{c^2 - a^2}{b}$

Ta lại có: $HA + HC = b$, Suy ra $HA = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2b}$.

Xét tam giác vuông AHB ta có: $\cos A = \frac{AH}{AB} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$, Suy ra $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

Cách 2: Xét tam giác vuông CHB ta có:

$$BC^2 = BH^2 + HC^2 = BH^2 + (AC - AH)^2 = BH^2 + AH^2 + AC^2 - 2AC.AH$$

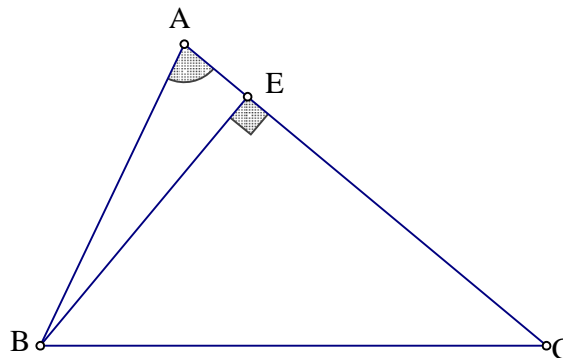
Ta có: $AH = CB \cdot \cos A$

suy ra $BC^2 = BH^2 + AH^2 + AC^2 - 2AC \cdot CB \cdot \cos A$

$$BC^2 = BA^2 + AC^2 - 2AC \cdot CB \cdot \cos A$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

b) Trong tam giác ABC , dựng đường cao BE ta có hình vẽ:



Ta có: $S_{ABC} = \frac{1}{2} BE \cdot AC = \frac{1}{2} BE \cdot b$ (3)

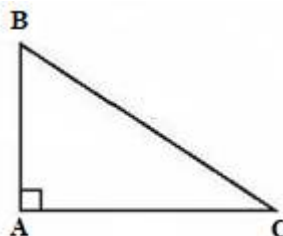
Mặt khác trong tam giác vuông AEB , ta có: $\sin A = \frac{BE}{AB}$ hay $BE = c \cdot \sin A$

Do đó: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} bc \sin A$

Chú ý: Nếu bài toán yêu cầu chứng minh $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} ac \sin B$ hoặc $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} ab \sin C$ thì ta làm tương tự.

Bài 10. Cho tam giác ABC vuông tại A . Chứng minh rằng: $\frac{AC}{AB} = \frac{\sin B}{\sin C}$.

Lời giải



Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có :

- $\sin B = \frac{AC}{BC}$ (1)

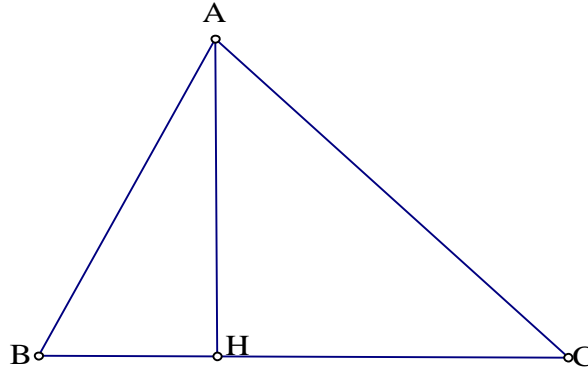
- $\sin C = \frac{AB}{BC}$ (2)

Lấy (1) chia (2) ta được: $\frac{\sin B}{\sin C} = \frac{AC}{BC} \cdot \frac{BC}{AB}$ hay $\frac{AC}{AB} = \frac{\sin B}{\sin C}$.

Bài 11. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, $BC = a, AC = b, AB = c$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}.$$

Lời giải



Vẽ $AH \perp BC, H \in BC$;

Vì trong $\triangle HAB$ có $\widehat{H} = 90^\circ$ nên $\sin B = \frac{AH}{AB}$;

Vì trong $\triangle HAC$ có $\widehat{H} = 90^\circ$ nên $\sin C = \frac{AH}{AC}$.

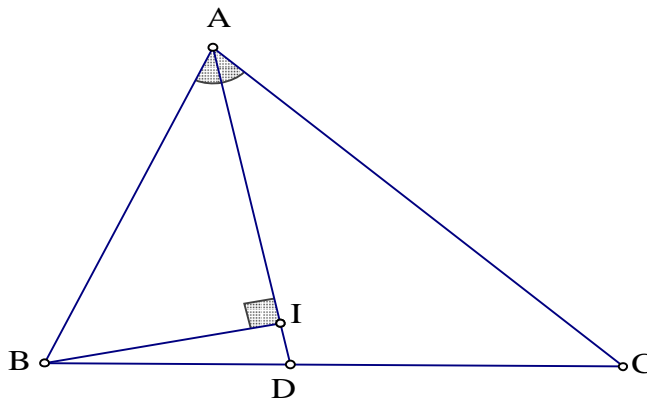
Do đó $\frac{\sin B}{\sin C} = \frac{AC}{AB} = \frac{b}{c}$, Suy ra $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$.

Chứng minh tương tự ta có: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$.

Vậy $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$.

Bài 12. Cho tam giác ABC có $BC = a, AC = b, AB = c$. Chứng minh rằng: $\sin \frac{A}{2} \leq \frac{a}{b+c}$.

Lời giải



Vẽ đường phân giác AD của tam giác ABC .

Theo tính chất đường phân giác của tam giác ta có $\frac{BD}{AB} = \frac{DC}{AC}$

$$\text{Suy ra } \frac{BD}{AB} = \frac{BD+DC}{AB+AC} = \frac{BC}{AB+AC}.$$

$$\text{Do đó } \frac{BD}{AB} = \frac{a}{b+c}.$$

Vẽ $BI \perp AD (I \in AD)$, suy ra $BI \leq BD$.

$$\Delta IAB \text{ có } \widehat{AIB} = 90^\circ, \text{ do đó } \sin \widehat{BAI} = \frac{BI}{AB} \text{ hay } \sin \frac{A}{2} \leq \frac{a}{b+c}.$$

BÀI 3

ỨNG DỤNG THỰC TIỄN CỦA TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỎ

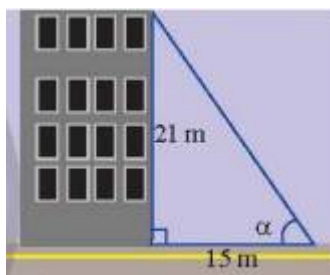
Để giải một bài toán thực tế, các em cần làm các bước sau:

- Chịu khó đọc kỹ đề, cần nắm được giả thiết và yêu cầu bài toán.
- Vẽ hình minh họa bài toán, cần liên hệ thực tế để vẽ hình cho chính xác.
- Vận dụng kiến thức hình học để giải quyết bài toán.

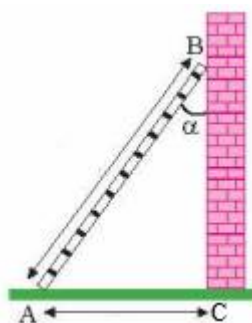
DẠNG 1

ƯỚC LƯỢNG GÓC

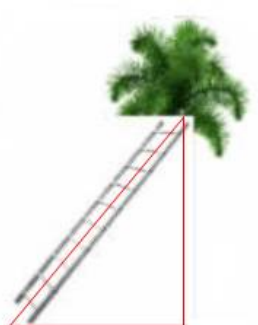
Bài 1. Tia nắng chiếu qua nóc của tòa nhà hợp với mặt đất một góc α . Cho biết tòa nhà cao 21m và bóng của nó trên mặt đất dài 15m (như hình vẽ). Tính góc α (làm tròn đến phút).



Bài 2. Một cái thang dài 6m được đặt dựa vào một bức tường sao cho chân thang cách tường 3m (như hình vẽ). Tính góc α tạo bởi thang với bức tường.



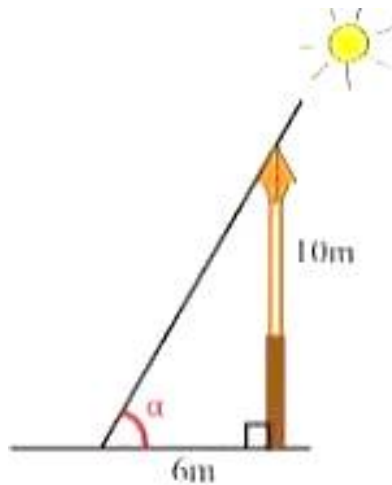
Bài 3. Một cây cau có chiều cao 6m. Để hái một buồng cau xuống, phải đặt thang tre sao cho đầu thang tre đạt độ cao đó (như hình vẽ), khi đó góc của thang tre với mặt đất là bao nhiêu, biết chiếc thang dài 8m (kết quả làm tròn đến phút).



Bài 4. Một máy bay đang bay ở độ cao 12km. Khi bay hạ cánh xuống mặt đất, đường đi của máy bay tạo một góc nghiêng so với mặt đất. Nếu cách sân bay 320km máy bay bắt đầu hạ cánh thì góc nghiêng là bao nhiêu (làm tròn đến phút)?

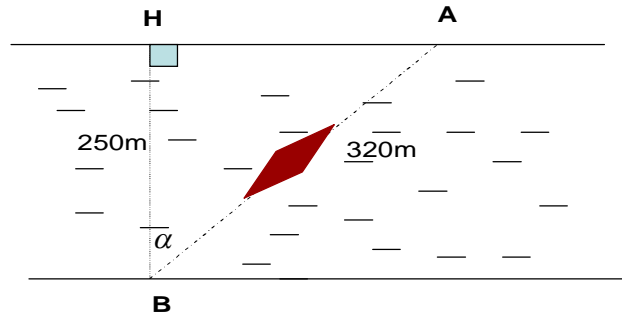


Bài 5. Một cột đèn điện AB cao $10m$ có bóng in trên mặt đất là AC dài $6m$ (như hình vẽ). Hãy tính góc mà tia nắng mặt trời tạo với mặt đất (kết quả làm tròn đến phút).

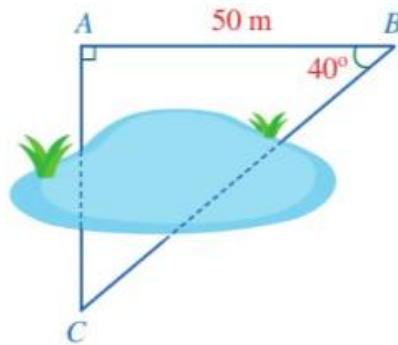


DẠNG 2
ƯỚC LƯỢNG KHOẢNG CÁCH

Bài 1. Một khúc sông rộng khoảng 250m. Một con đò chèo qua sông bị dòng nước đẩy xiên nên phải chèo khoảng 320m mới sang được bờ bên kia. Hỏi dòng nước đã đẩy chiếc đò lệch đi một góc bằng bao nhiêu độ (góc α ở hình vẽ, kết quả làm tròn đến phút).



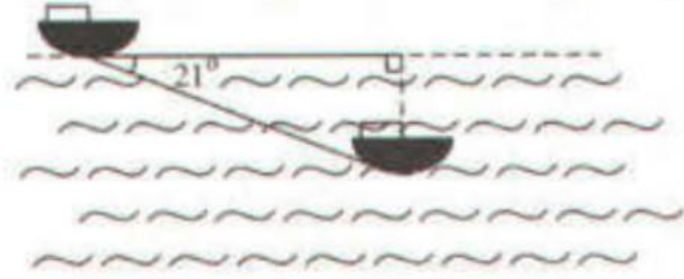
Bài 2. Hình vẽ bên dưới mô tả ba vị trí A, B, C là ba đỉnh của một tam giác vuông và không đo được trực tiếp các khoảng cách từ C đến A và từ C đến B . Biết $AB = 50(m)$, $\widehat{B} = 40^\circ$. Tính các khoảng cách AC và BC (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).



Bài 3. Một con thuyền qua khúc sông với vận tốc $3,5(km/h)$ mất hết 6 phút. Do dòng nước chảy mạnh nên đã đẩy con thuyền đi qua con sông trên đường đi tạo với bờ một góc 25° . Hãy tính chiều rộng của con sông (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



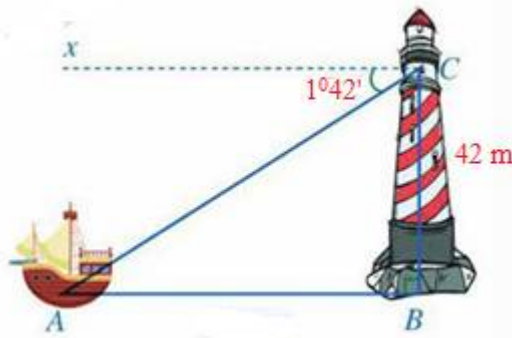
Bài 4. Trong một buổi diễn tập tàu ngầm của quân chủng hải quân Việt Nam, một tàu ngầm ở trên mặt biển bắt đầu lặn xuống và di chuyển theo một đường thẳng tạo với mặt nước một góc 21° .



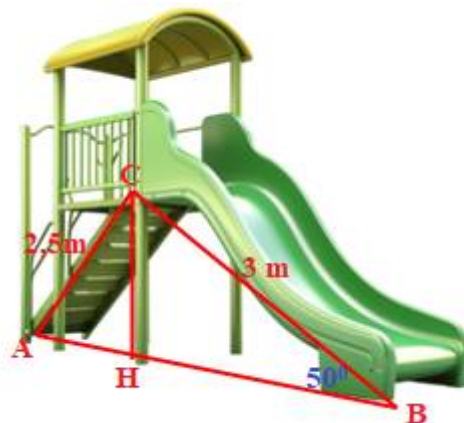
a) Khi tàu chuyển động theo hướng đó và đi được $250(m)$ thì tàu ở độ sâu bao nhiêu so với mặt nước (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

b) Giả sử tốc độ trung bình của tàu ngầm là $9(km/h)$ thì sau bao nhiêu phút (tính từ lúc bắt đầu lặn) thì tàu ở độ sâu $200(m)$ (cách mặt nước biển $200(m)$), làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị).

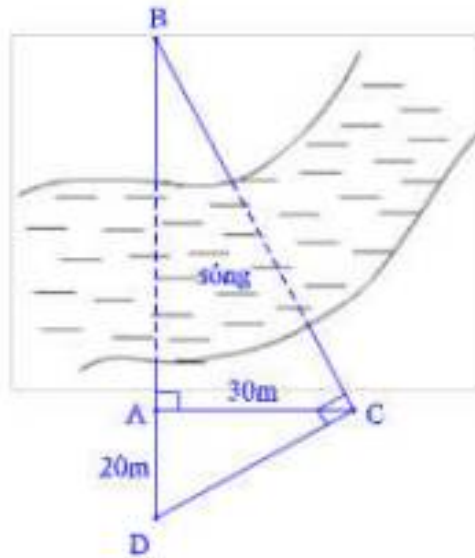
Bài 5. Một người quan sát ở đài hải đăng cao 42 mét so với mặt nước biển nhìn thấy một con tàu ở xa với góc $1^{\circ}42'$ so với phương nằm ngang. Hỏi khoảng cách từ tàu đến chân ngọn hải đăng là bao nhiêu hải lí ? (1 hải lí = 1852 mét) (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba).



Bài 6. Một chiếc cầu trượt bao gồm phần cầu thang (để bước lên) và phần ống trượt (để trượt xuống) nối liền với nhau. Biết rằng khi xây dựng phần ống trượt cần phải đặt phần ống trượt nghiêng với mặt đất một góc 50° . Hãy tính khoảng cách từ chân cầu thang đến chân ống trượt nếu xem phần cầu thang như một đường thẳng dài $2,5m$; ống trượt dài $3m$ đó (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai của mét).



Bài 7. Muốn tính khoảng cách từ điểm A đến điểm B bên kia bờ sông, bạn Minh Hiền vạch một đường vuông góc với AB . Trên đường vuông góc này lấy một đoạn thẳng $AC = 30m.$, rồi vạch CD vuông góc với phương BC cắt AB tại D (xem hình vẽ). Đo $AD = 20m$, từ đó bạn Minh Hiền tính được khoảng cách từ A đến B . Em hãy tính độ dài AB và số đo góc B (làm tròn kết quả đến phút).

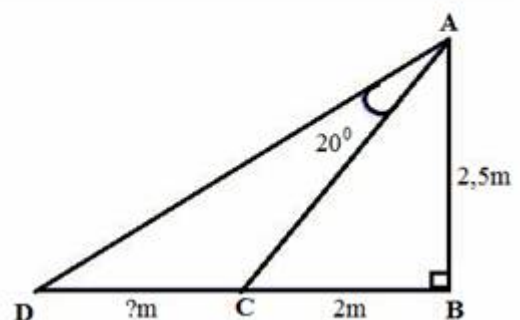
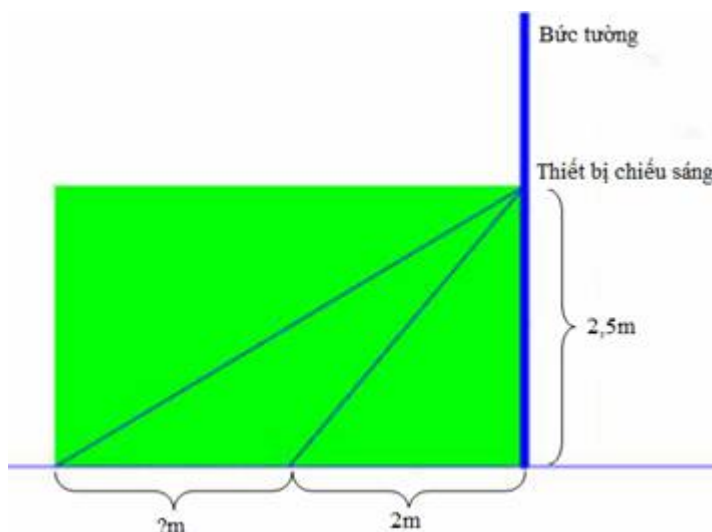


Bài 8. Một máy bay đang bay ở độ cao 12km. Khi bay hạ cánh xuống mặt đất, đường đi của máy bay tạo một góc nghiêng so với mặt đất.

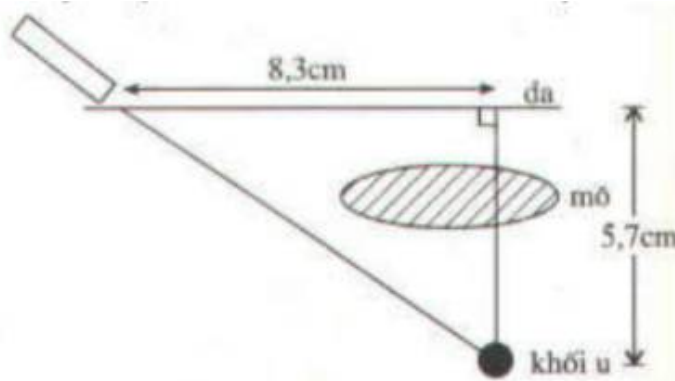


- a) Nếu cách sân bay 320km máy bay bắt đầu hạ cánh thì góc nghiêng là bao nhiêu (làm tròn đến phút)?
- b) Nếu phi công muốn tạo góc nghiêng 5° thì cách sân bay bao nhiêu kilômét phải bắt đầu cho máy bay hạ cánh (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)?

Bài 9. Người ta cần lắp đặt một thiết bị chiếu sáng gắn trên tường cho một phòng triển lãm như hình vẽ. Thiết bị này có góc chiếu sáng là 20° và cần đặt cao hơn mặt đất là 2,5m. Người ta đặt thiết bị chiếu sáng này sát tường và được canh chỉnh sao cho trên mặt đất dải ánh sáng bắt đầu từ vị trí cách tường 2m. Hãy tính độ dài vùng được chiếu sáng trên mặt đất (làm tròn kết quả đến 1 chữ số thập phân).

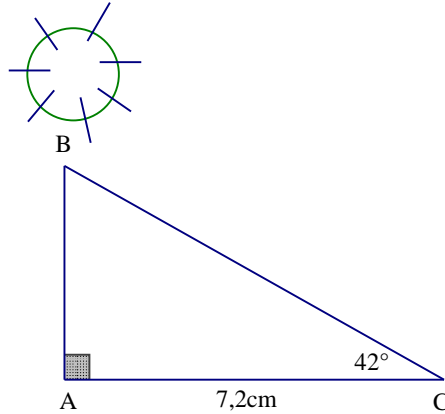


Bài 10. Một khối u của một bệnh nhân cách mặt da 5,7 cm được chiếu bởi một chùm tia gamma. Để tránh làm tổn thương mô, bác sĩ đặt nguồn tia cách khối u (trên mặt da) 8,3 cm (xem hình vẽ). Tính góc tạo bởi chùm tia với mặt da và chùm tia phải đi một đoạn dài bao nhiêu để đến được khối u? (kết quả góc làm tròn đến phút và độ dài làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất của centimet).

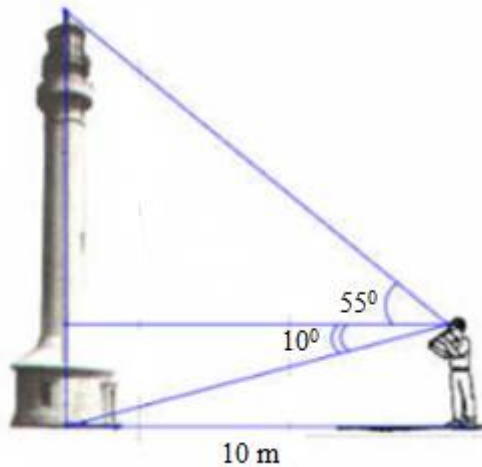


DẠNG 3
ƯỚC LƯỢNG CHIỀU CAO

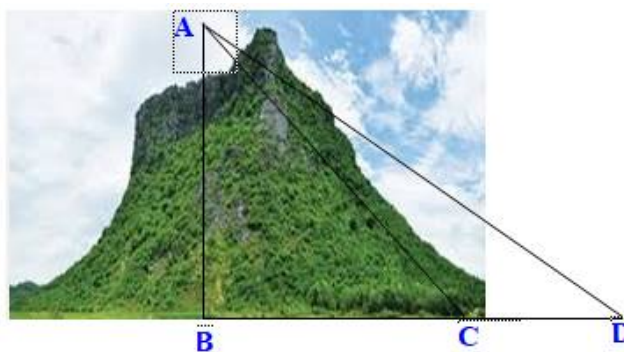
Bài 1. Một cột đèn có bóng trên mặt đất dài 7,2 cm. Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ 42° (như hình vẽ). Tính chiều cao của cột đèn (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của centimet).



Bài 2. Bạn Trúc Linh quan sát đứng cách một cái tháp 10 m, nhìn thẳng đỉnh tháp và chân tháp lần lượt dưới một góc 55° và 10° so với phương ngang của mặt đất (như hình vẽ). Hãy tính chiều cao của tháp (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).



Bài 3. Để đo chiều cao AB của một ngọn núi, ta chọn một điểm C và điểm D cách nhau 50 m sao cho tia DC hướng về “tâm” ngọn núi. Dùng giác kế ta đo được hai góc $\widehat{C} = 22^\circ$ và $\widehat{D} = 20^\circ$. Tính chiều cao bằng mét của quả núi (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).



Bài 4. Tòa nhà Bitexco Financial (hay Tháp Tài chính Bitexco) là một tòa nhà chọc trời được xây dựng tại trung tâm Quận 1, Thành phố Hồ Chí Minh. Tòa nhà có 68 tầng (không tính tầng hầm). Biết rằng, khi tòa nhà có bóng in trên mặt đất dài 47,3 mét, thì cùng thời điểm đó có một cột cờ (được cắm thẳng đứng trên mặt đất) cao 15 mét có bóng in trên mặt đất dài 2,64 mét.



- Tính góc tạo bởi tia nắng mặt trời với mặt đất (đơn vị đo góc được làm tròn đến độ).
- Tính chiều cao của tòa nhà.

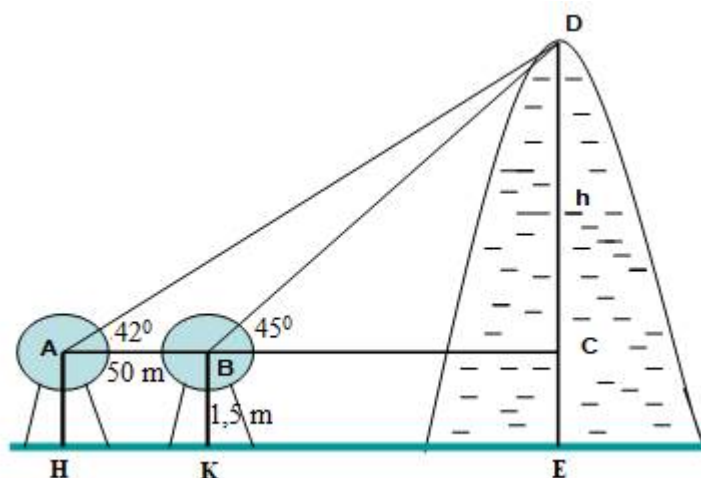
Bài 5. Để đo chiều cao của một đèn giắc nằm trên một quả đồi cao (đỉnh D mà không thể tới gần được) người ta sử dụng một phép đo như sau:

Chọn một điểm A trên mặt đất đặt một giác kế thẳng đứng (giác kế cao 1,5m).

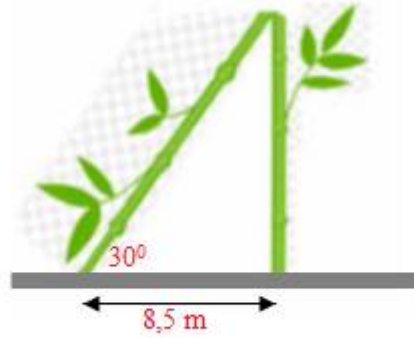
Quay thanh giác kế sao cho khi ngắm theo thanh này ta nhìn thấy đỉnh D quả đồi. Đọc trên giác kế có số đo 42° của góc DAC .

Trên đoạn thẳng AC từ chân đồi tới điểm A ta chọn một điểm B cách A là 50m.

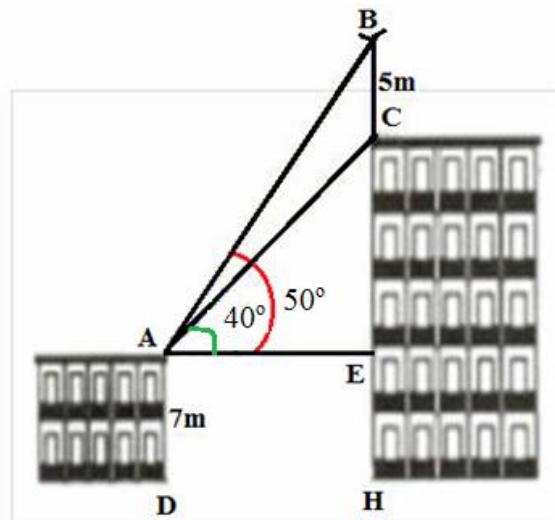
Quay thanh giác kế và khi ngắm theo thanh này ta cũng nhìn thấy đỉnh D của quả đồi. Đọc giác kế ta có số đo là 45° của góc DBC (hình vẽ minh họa bên dưới).. Hãy tính chiều cao của quả đồi (kết quả làm tròn đến chữ số hàng đơn vị)



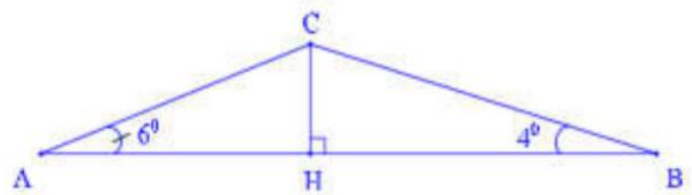
Bài 6. Gió bão thổi mạnh, một cây tre gãy gập xuống làm ngọn cây chạm đất và ngọn cây tạo với mặt đất một góc 30° . Người ta đo được khoảng cách từ chỗ ngọn cây chạm đất đến gốc tre là 8,5m. Giả sử cây tre mọc vuông góc với mặt đất, hãy tính chiều cao của cây tre đó (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



Bài 7. Trên nóc của một tòa nhà có một cột ăng – ten cao 5m. Từ vị trí quan sát A cao 7m so với mặt đất, có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng – ten dưới góc 50° và 40° so với phương nằm ngang. Tính chiều cao của tòa nhà (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất của mét).



Bài 8. Lúc 6h sáng bạn An đi từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) phải leo lên và xuống dốc như hình vẽ dưới. Cho biết đoạn AB dài 762m, góc $\hat{A} = 6^\circ$ và $\hat{B} = 4^\circ$.



- Tính chiều cao con dốc (làm tròn đến chữ số hàng đơn vị của mét).
- Biết rằng tốc độ lên dốc 4km/h và tốc độ xuống dốc 19km/h. Hỏi An đến trường lúc mấy giờ?

BÀI 3

ỨNG DỤNG THỰC TIỄN CỦA TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỎ

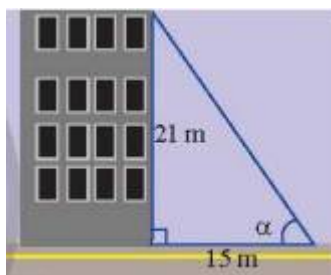
Để giải một bài toán thực tế, các em cần làm các bước sau:

- Chịu khó đọc kỹ đề, cần nắm được giả thiết và yêu cầu bài toán.
- Vẽ hình minh họa bài toán, cần liên hệ thực tế để vẽ hình cho chính xác.
- Vận dụng kiến thức hình học để giải quyết bài toán.

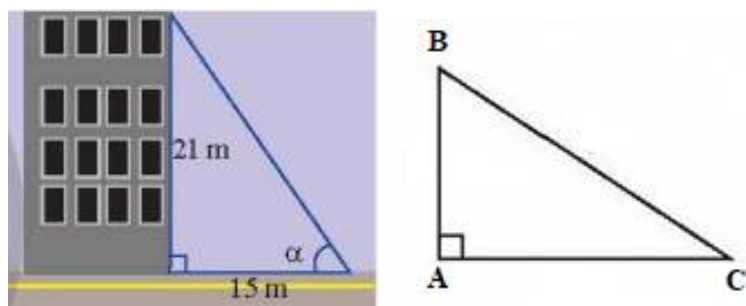
DẠNG 1

ƯỚC LƯỢNG GÓC

Bài 1. Tia nắng chiếu qua nóc của tòa nhà hợp với mặt đất một góc α . Cho biết tòa nhà cao 21m và bóng của nó trên mặt đất dài 15m (như hình vẽ). Tính góc α (làm tròn đến phút).



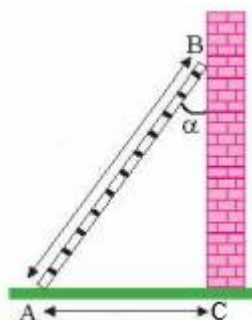
Lời giải



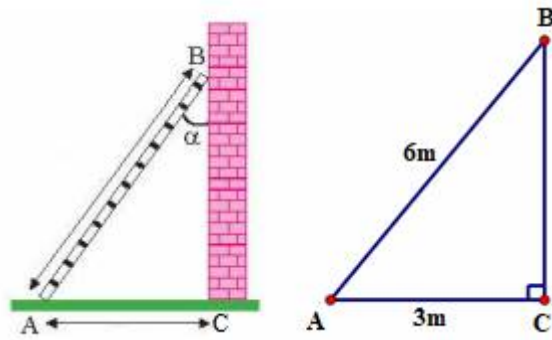
Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có: $\tan \hat{C} = \frac{AB}{AC} = \frac{21}{15}$, suy ra $\hat{C} \approx 54^{\circ}28'$

Vậy góc $\alpha \approx 54^{\circ}28'$.

Bài 2. Một cái thang dài 6m được đặt dựa vào một bức tường sao cho chân thang cách tường 3m (như hình vẽ). Tính góc α tạo bởi thang với bức tường.



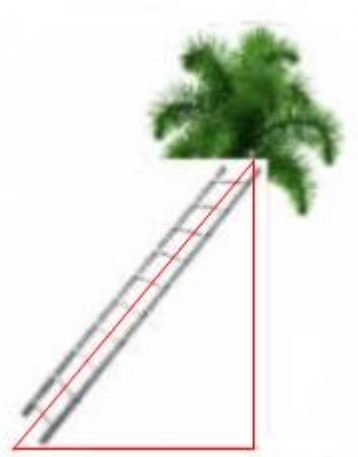
Lời giải



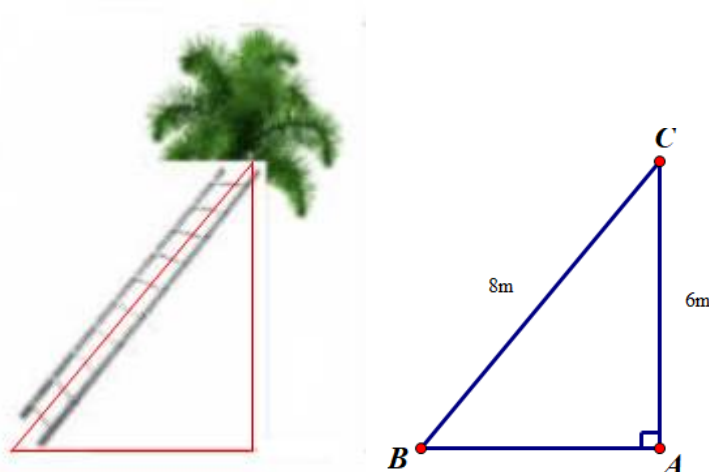
Xét tam giác ABC vuông tại C , ta có: $\sin \widehat{B} = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ suy ra $\widehat{B} = 30^\circ$.

Vậy góc α tạo bởi thang với bức tường là 30° .

Bài 3. Một cây cau có chiều cao $6m$. Để hái một buồng cau xuống, phải đặt thang tre sao cho đầu thang tre đạt độ cao đó (như hình vẽ), khi đó góc của thang tre với mặt đất là bao nhiêu, biết chiếc thang dài $8m$ (kết quả làm tròn đến phút).



Lời giải



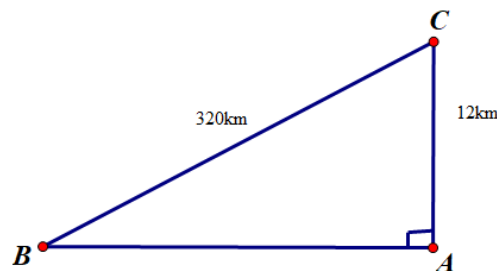
Xét $\triangle ABC$ vuông tại A , ta có: $\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$, suy ra $\widehat{B} \approx 48^\circ 35'$.

Vậy góc giữa thang tre với mặt đất là $48^{\circ}35'$.

Bài 4. Một máy bay đang bay ở độ cao 12km. Khi bay hạ cánh xuống mặt đất, đường đi của máy bay tạo một góc nghiêng so với mặt đất. Nếu cách sân bay 320km máy bay bắt đầu hạ cánh thì góc nghiêng là bao nhiêu (làm tròn đến phút)?



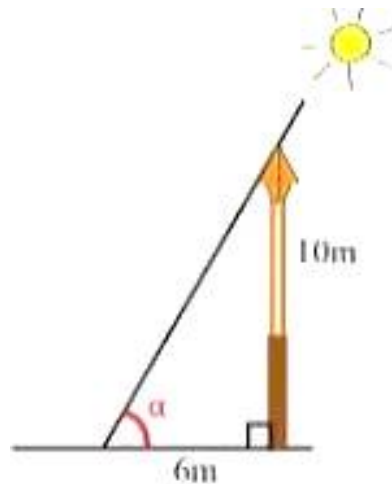
Lời giải



Xét $\triangle ABC$ vuông tại A , ta có: $\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{12}{320} = \frac{3}{80}$, suy ra $\widehat{B} \approx 2^{\circ}9'$.

Vậy đường đi của máy bay tạo một góc nghiêng so với mặt đất là $2^{\circ}9'$.

Bài 5. Một cột đèn điện AB cao 10m có bóng in trên mặt đất là AC dài 6m (như hình vẽ). Hãy tính góc mà tia nắng mặt trời tạo với mặt đất (kết quả làm tròn đến phút).



Lời giải

Gọi α là góc mà tia nắng mặt trời tạo với mặt đất

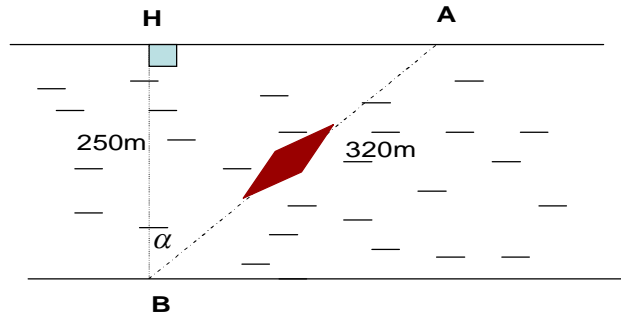
ta có: $\tan \alpha = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$, suy ra $\alpha \approx 1^{\circ}11'$.

Vậy góc mà tia nắng mặt trời tạo với mặt đất là $1^{\circ}11'$.

DẠNG 2

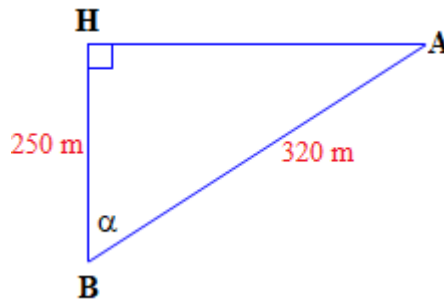
ƯỚC LƯỢNG KHOẢNG CÁCH

Bài 1. Một khúc sông rộng khoảng 250m. Một con đò chèo qua sông bị dòng nước đẩy xiên nên phải chèo khoảng 320m mới sang được bờ bên kia. Hỏi dòng nước đã đẩy chiếc đò lệch đi một góc bằng bao nhiêu độ (góc α ở hình vẽ, kết quả làm tròn đến phút).



Lời giải

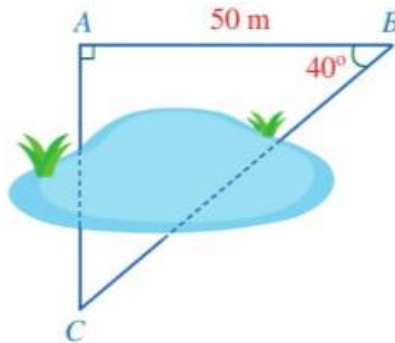
Hình vẽ minh họa bài toán:



Xét tam giác ABH vuông tại H , ta có: $\cos \alpha = \frac{BH}{BA} = \frac{250}{320}$, suy ra $\alpha \approx 38^{\circ}37'$

Vậy dòng nước đã đẩy chiếc đò lệch đi một góc gần bằng $38^{\circ}37'$.

Bài 2. Hình vẽ bên dưới mô tả ba vị trí A, B, C là ba đỉnh của một tam giác vuông và không đo được trực tiếp các khoảng cách từ C đến A và từ C đến B . Biết $AB = 50(m)$, $\widehat{B} = 40^{\circ}$. Tính các khoảng cách AC và BC (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).



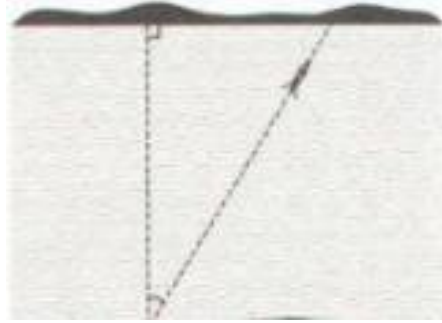
Lời giải

Xét ΔABC vuông tại A , ta có:

- $AC = AB \cdot \tan B = 50 \cdot \tan 40^\circ \approx 42 (m)$

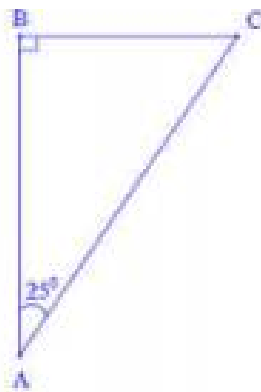
- $BC = \frac{AB}{\cos B} = \frac{50}{\cos 40^\circ} \approx 65 (m)$

Bài 3. Một con thuyền qua khúc sông với vận tốc $3,5 (km/h)$ mất hết 6 phút. Do dòng nước chảy mạnh nên đã đẩy con thuyền đi qua con sông trên đường đi tạo với bờ một góc 25° . Hãy tính chiều rộng của con sông (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

Hình vẽ minh họa bài toán:



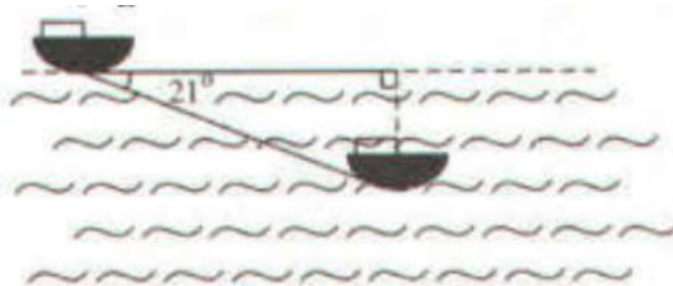
Chuyển đổi: 6 phút = $\frac{1}{10}$ giờ.

Quãng đường con thuyền đi được là: $S_{AC} = v \cdot t = 3,5 \cdot \frac{1}{10} = 0,35 (km) = 350 (m)$

Xét tam giác ABC vuông tại B , ta có: $AB = AC \cos A = 350 \cos 25^\circ \approx 317 (m)$

Vậy chiều rộng của con sông gần bằng $317 (m)$

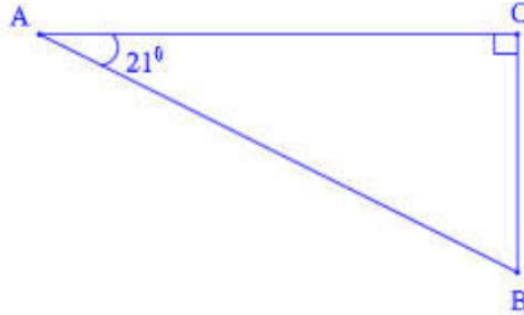
Bài 4. Trong một buổi diễn tập tàu ngầm của quân chủng hải quân Việt Nam, một tàu ngầm ở trên mặt biển bắt đầu lặn xuống và di chuyển theo một đường thẳng tạo với mặt nước một góc 21° .



- a) Khi tàu chuyển động theo hướng đó và đi được $250(m)$ thì tàu ở độ sâu bao nhiêu so với mặt nước (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).
- b) Giả sử tốc độ trung bình của tàu ngầm là $9(km/h)$ thì sau bao nhiêu phút (tính từ lúc bắt đầu lặn) thì tàu ở độ sâu $200(m)$ (cách mặt nước biển $200(m)$), làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị).

Lời giải

Hình vẽ minh họa:



a) Xét $\triangle ABC$ vuông tại C ta có: $CB = AB \cdot \sin A = 250 \cdot \sin 21^\circ \approx 89,6(m)$

Vậy tàu đi được $250m$ thì tàu ở độ sâu $89,6m$.

b) Đổi: $v = 9(km/h) = 2,5(m/s)$

Gọi $t(s)$ là thời gian đi để tàu đạt được độ sâu $200m$.

Quãng đường tàu đi được trong thời gian $t(s)$ là: $AB = S_{AB} = v \cdot t = 2,5t(m)$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại C ta có:

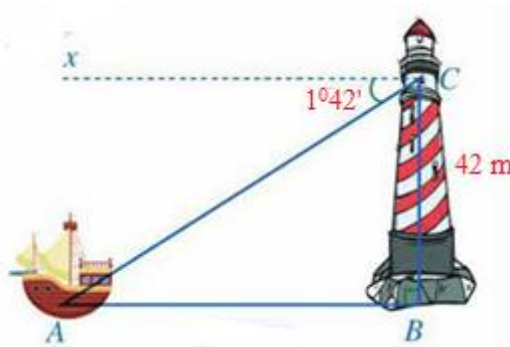
$$\sin A = \frac{CB}{AB}$$

$$\sin 21^\circ = \frac{200}{2,5t}$$

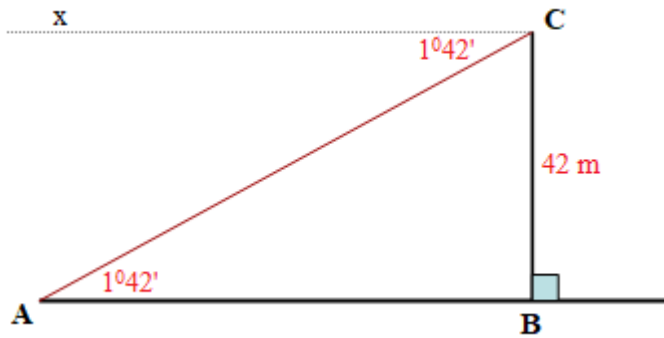
$$t = \frac{200}{2,5 \cdot \sin 21^\circ} \approx 223s \approx 4 \text{ phút}$$

Vậy thời gian tàu đi là 4 phút.

Bài 5. Một người quan sát ở đài hải đăng cao 42 mét so với mặt nước biển nhìn thấy một con tàu ở xa với góc $1^\circ 42'$ so với phương nằm ngang. Hỏi khoảng cách từ tàu đến chân ngọn hải đăng là bao nhiêu hải lí?(1 hải lí = 1852 mét) (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba).



Lời giải

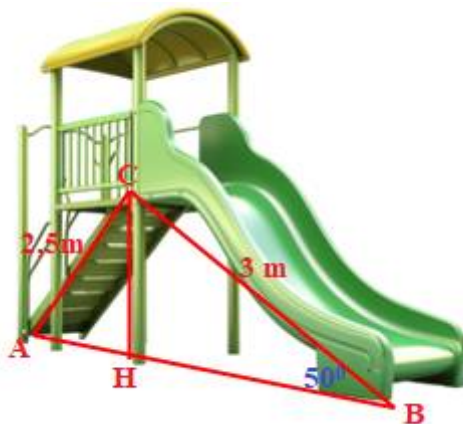


Theo đề bài, ta có: $\widehat{CAB} = \widehat{ACx} = 1^\circ 42'$ (vì $AB \parallel Cx$ và hai góc ở vị trí so le trong)

Xét tam giác ABC vuông tại B , ta có: $AB = \frac{BC}{\tan \widehat{ACB}} = \frac{42}{\tan 1^\circ 42'} \approx 1415,13(m) \approx 0,764$ (hải lí)

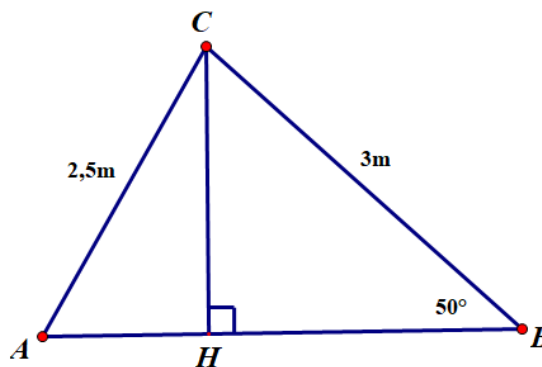
Vậy khoảng cách từ tàu đến chân ngọn hải đăng là 0,764 (hải lí)

Bài 6. Một chiếc cầu trượt bao gồm phần cầu thang (để bước lên) và phần ống trượt (để trượt xuống) nối liền với nhau. Biết rằng khi xây dựng phần ống trượt cần phải đặt phần ống trượt nghiêng với mặt đất một góc 50° . Hãy tính khoảng cách từ chân cầu thang đến chân ống trượt nếu xem phần cầu thang như một đường thẳng dài 2,5m; ống trượt dài 3m đó (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai của mét).



Lời giải

Hình minh họa bài toán :



Tam giác CHB vuông tại H nên:

$$HB = CB \cdot \cos 50^\circ = 3 \cdot \cos 50^\circ$$

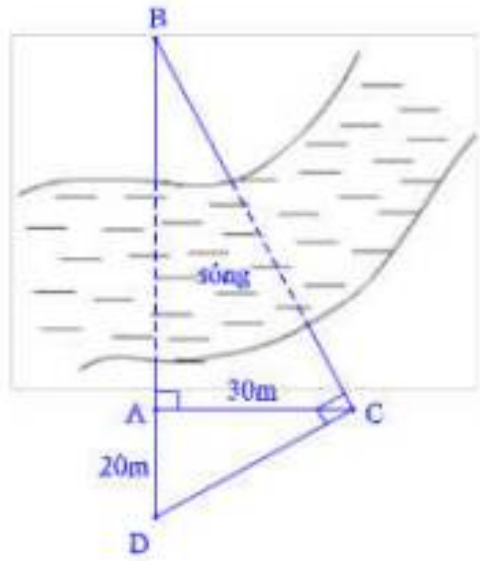
$$HC = CB \cdot \sin 50^\circ = 3 \cdot \sin 50^\circ$$

Áp dụng định lý Pythagore cho tam giác ACH vuông tại H :

$$AH^2 = AC^2 - CH^2 = 2,5^2 - (3 \cdot \sin 50^\circ)^2, \text{ suy ra } AH = \sqrt{(2,5)^2 - (3 \cdot \sin 50^\circ)^2}$$

$$\text{Do đó: } AB = AH + HB = \sqrt{2,5^2 - (3 \cdot \sin 50^\circ)^2} + 3 \cdot \cos 50^\circ \approx 2,91(m)$$

Bài 7. Muốn tính khoảng cách từ điểm A đến điểm B bên kia bờ sông, bạn Minh Hiền vạch một đường vuông góc với AB . Trên đường vuông góc này lấy một đoạn thẳng $AC = 30m$., rồi vạch CD vuông góc với phương BC cắt AB tại D (xem hình vẽ). Đo $AD = 20m$, từ đó bạn Minh Hiền tính được khoảng cách từ A đến B . Em hãy tính độ dài AB và số đo góc B (làm tròn kết quả đến phút).



Lời giải

- Tính độ dài AB

Xét hai tam giác vuông ABC và ACD , ta có:

$$\widehat{BAC} = \widehat{CAD} = 90^\circ \text{ (giả thiết)}$$

$$\widehat{B} = \widehat{ACD} \text{ (hai góc cùng phụ } \widehat{D} \text{)}$$

Suy ra $\Delta ABC \sim \Delta ACD$ (góc - góc)

$$\text{Do đó: } \frac{AB}{AC} = \frac{AC}{AD} \text{ hay } AB = \frac{AC^2}{AD}$$

$$\text{Ta có: } AB = \frac{AC^2}{AD} = \frac{30^2}{20} = 45(m)$$

- Tính số đo góc B .

$$\text{Xét } \Delta ABC \text{ vuông tại } A, \text{ ta có: } \tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{30}{45}, \text{ suy ra } \widehat{B} \approx 33^\circ 41'.$$

$$\text{Vậy } AB = 45(m), \widehat{B} \approx 33^\circ 41'.$$

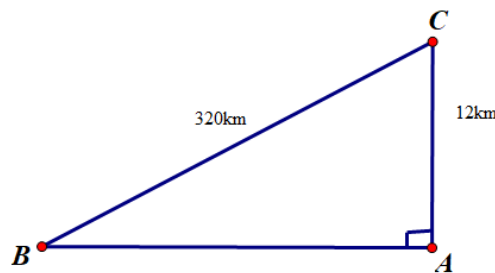
Bài 8. Một máy bay đang bay ở độ cao 12km. Khi bay hạ cánh xuống mặt đất, đường đi của máy bay tạo một góc nghiêng so với mặt đất.



- a) Nếu cách sân bay 320km máy bay bắt đầu hạ cánh thì góc nghiêng là bao nhiêu (làm tròn đến phút)?
- b) Nếu phi công muốn tạo góc nghiêng 5° thì cách sân bay bao nhiêu kilômét phải bắt đầu cho máy bay hạ cánh (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)?

Lời giải:

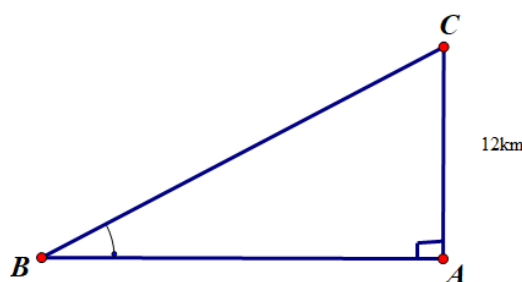
a) Hình vẽ minh họa bài toán



Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có: $\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{12}{320} = \frac{3}{80}$, suy ra $\hat{B} \approx 2^\circ 9'$

Vậy góc nghiêng là $2^\circ 9'$.

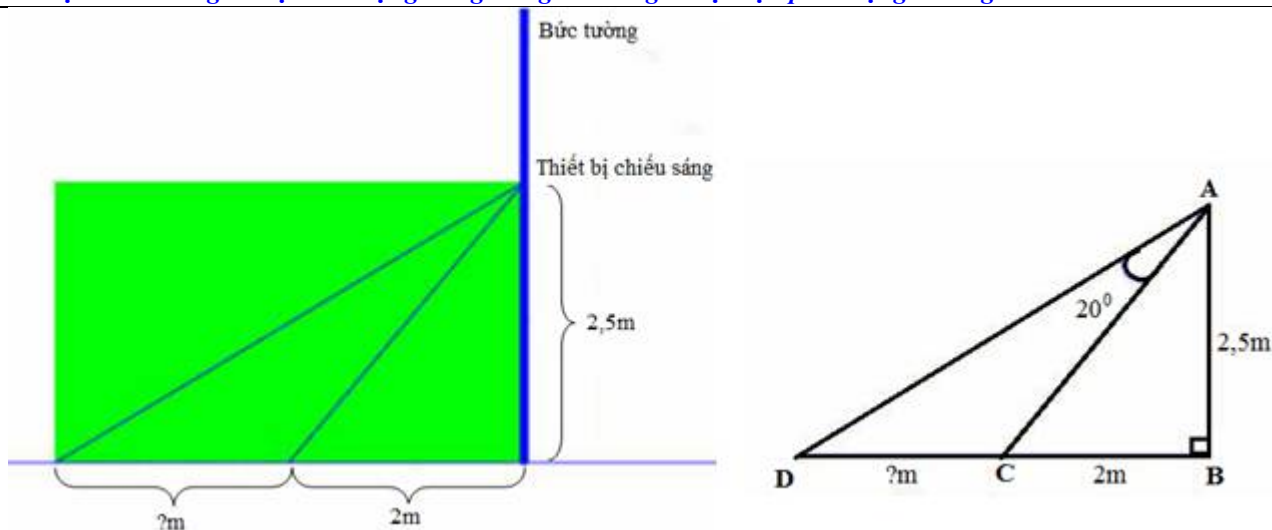
b) Hình vẽ minh họa bài toán



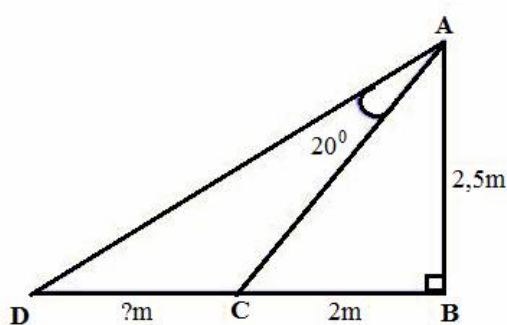
Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có: $BC = \frac{AC}{\sin B} = \frac{12}{\sin 5^\circ} \approx 137,7 \text{ km}$

Vậy phải bắt đầu cho máy bay hạ cánh khi máy bay cách sân bay $137,7 \text{ km}$.

Bài 9. Người ta cần lắp đặt một thiết bị chiếu sáng gắn trên tường cho một phòng triển lãm như hình vẽ. Thiết bị này có góc chiếu sáng là 20° và cần đặt cao hơn mặt đất là 2,5m. Người ta đặt thiết bị chiếu sáng này sát tường và được canh chỉnh sao cho trên mặt đất dải ánh sáng bắt đầu từ vị trí cách tường 2m. Hãy tính độ dài vùng được chiếu sáng trên mặt đất (làm tròn kết quả đến 1 chữ số thập phân).



Lời giải



Xét $\triangle ABC$ vuông tại B , ta có: $\tan \widehat{BAC} = \frac{BC}{AB} = \frac{2}{2,5} = 0,8$, suy ra $\widehat{BAC} \approx 38,7^\circ$

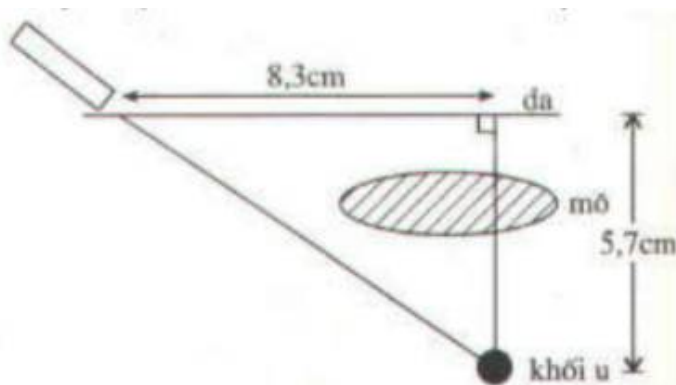
Ta có: $\widehat{BAD} = \widehat{BAC} + \widehat{CAD} \approx 38,7^\circ + 20^\circ \approx 58,7^\circ$

Xét $\triangle ABD$ vuông tại B , ta có: $BD = AB \cdot \tan \widehat{BAD} = 2,5 \cdot \tan 58,7^\circ \approx 4,1(m)$

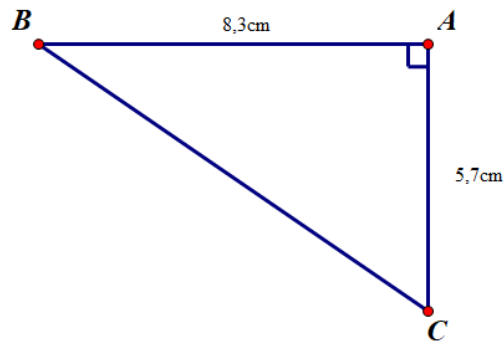
$CD = BD - BC = 4,1 - 2 \approx 2,1(m)$

Vậy độ dài vùng được chiếu sáng trên mặt đất là $2,1(m)$

Bài 10. Một khối u của một bệnh nhân cách mặt da $5,7\text{ cm}$ được chiếu bởi một chùm tia gamma. Để tránh làm tổn thương mô, bác sĩ đặt nguồn tia cách khối u (trên mặt da) $8,3\text{ cm}$ (xem hình vẽ). Tính góc tạo bởi chùm tia với mặt da và chùm tia phải đi một đoạn dài bao nhiêu để đến được khối u? (kết quả góc làm tròn đến phút và độ dài làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất của centimet).



Lời giải



Xét $\triangle ABC$ vuông tại A , ta có:

- $\tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{5,7}{8,3}$, suy ra $\hat{B} \approx 34^\circ 28'$

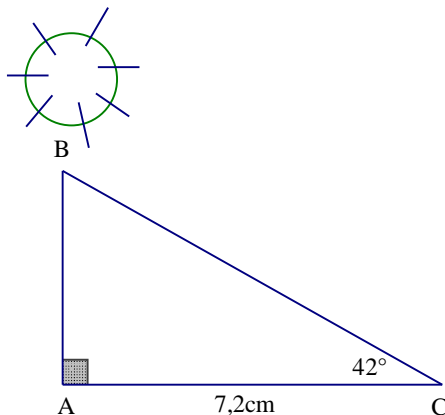
- $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (định lý Pythagore), suy ra $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{(8,3)^2 + (5,7)^2} \approx 10,1(\text{cm})$

Vậy góc tạo bởi chùm tia với mặt da là $34^\circ 28'$ và chùm tia phải đi một đoạn dài khoảng $10,1\text{cm}$ để đến được khối u.

DẠNG 3

ƯỚC LƯỢNG CHIỀU CAO

Bài 1. Một cột đèn có bóng trên mặt đất dài 7,2 cm. Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ 42° (như hình vẽ). Tính chiều cao của cột đèn (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của centimet).

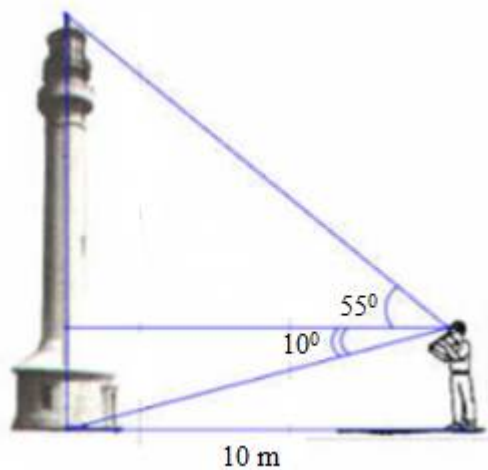


Lời giải

Gọi chiều cao của cột đèn là AB , bóng của cột đèn trên mặt đất là AC

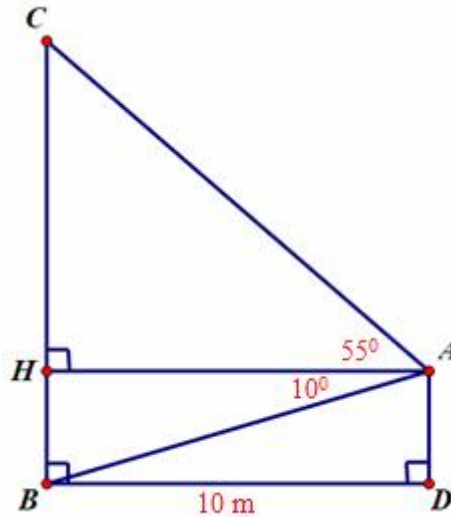
Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có: $AB = AC \cdot \tan 42^\circ = 7,2 \cdot \tan 42^\circ \approx 6,5 (cm)$

Bài 2. Bạn Trúc Linh quan sát đứng cách một cái tháp 10 m, nhìn thẳng đỉnh tháp và chân tháp lần lượt dưới một góc 55° và 10° so với phương ngang của mặt đất (như hình vẽ). Hãy tính chiều cao của tháp (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).



Lời giải

Hình vẽ minh họa bài toán:



Dựa vào hình vẽ minh họa, ta có: $AH = BD = 10m$.

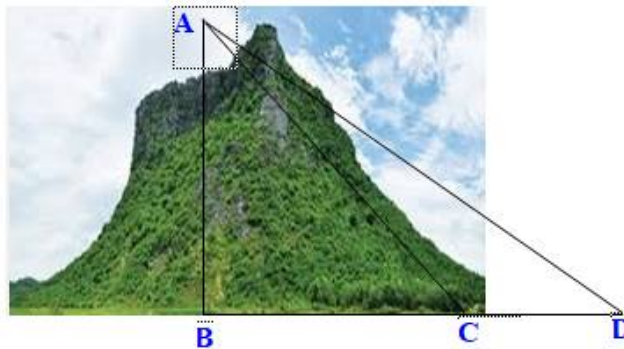
Xét $\triangle AHB$ vuông tại H , ta có: $BH = AH \cdot \tan \widehat{BAH} = 10 \cdot \tan 10^\circ$

Xét $\triangle AHC$ vuông tại H , ta có: $CH = AH \cdot \tan \widehat{CAH} = 10 \cdot \tan 55^\circ$

Ta có: $BC = BH + CH = 10 \cdot \tan 10^\circ + 10 \cdot \tan 55^\circ \approx 16m$

Vậy chiều cao của tháp là $16m$.

Bài 3. Để đo chiều cao AB của một ngọn núi, ta chọn một điểm C và điểm D cách nhau $50m$ sao cho tia DC hướng về “tâm” ngọn núi. Dùng giác kế ta đo được hai góc $\widehat{C} = 22^\circ$ và $\widehat{D} = 20^\circ$. Tính chiều cao bằng mét của quả núi (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).



Lời giải

Xét tam giác ABC vuông B tại , ta có: $BC = AB \cdot \cot C = AB \cdot \cot 22^\circ$.

Xét tam giác ABD vuông B tại , ta có: $BD = AB \cdot \cot D = AB \cdot \cot 20^\circ$.

Ta có :

$$BD - BC = CD$$

$$AB \cdot \cot 20^\circ - AB \cdot \cot 22^\circ = 50$$

$$AB \cdot (\cot 20^\circ - \cot 22^\circ) = 50$$

$$AB = \frac{50}{\cot 20^\circ - \cot 22^\circ} \approx 184(m)$$

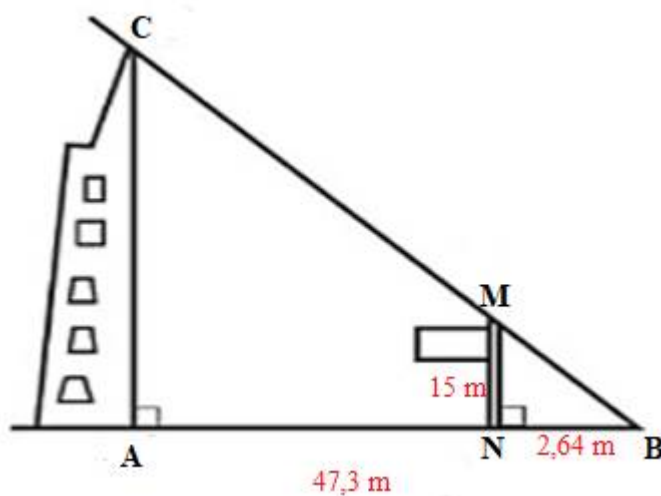
Bài 4. Tòa nhà Bitexco Financial (hay Tháp Tài chính Bitexco) là một tòa nhà chọc trời được xây dựng tại trung tâm Quận 1, Thành phố Hồ Chí Minh. Tòa nhà có 68 tầng (không tính tầng hầm). Biết rằng, khi tòa nhà có bóng in trên mặt đất dài 47,3 mét, thì cùng thời điểm đó có một cột cờ (được cắm thẳng đứng trên mặt đất) cao 15 mét có bóng in trên mặt đất dài 2,64 mét.



- Tính góc tạo bởi tia nắng mặt trời với mặt đất (đơn vị đo góc được làm tròn đến độ).
- Tính chiều cao của tòa nhà.

Lời giải:

Hình vẽ minh họa bài toán



- Tia nắng mặt trời CB tạo với mặt đất AB là góc B

Xét tam giác BMN vuông N tại , ta có: $\tan B = \frac{MN}{NB} = \frac{15}{2,64}$, suy ra $\hat{B} \approx 80^\circ$

Vậy góc tạo bởi tia nắng mặt trời với mặt đất là 80°

- Xét tam giác ABC vuông A tại , ta có: $AC = AB \cdot \tan B = 47,3 \cdot \frac{15}{2,64} = 268,75(m)$

Vậy chiều cao của tòa nhà là $268,75(m)$

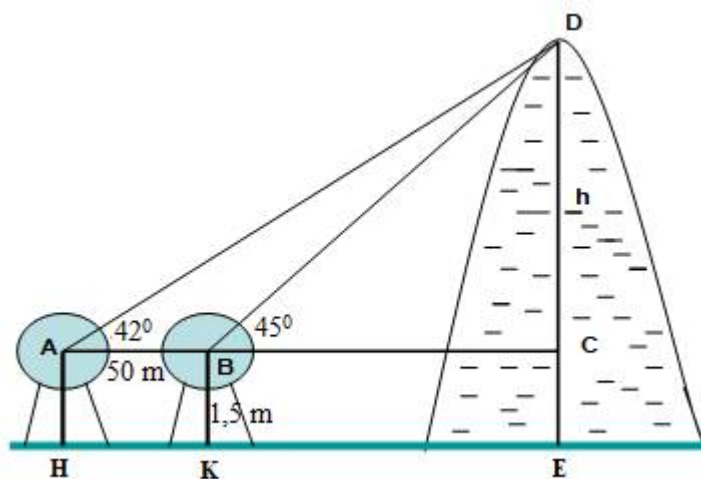
Bài 5. Để đo chiều cao của một đôn giắc nằm trên một quả đồi cao (đỉnh D mà không thể tới gần được) người ta sử dụng một phép đo như sau:

Chọn một điểm A trên mặt đất đặt một giác kế thẳng đứng (giác kế cao 1,5m).

Quay thanh giác kế sao cho khi ngắm theo thanh này ta nhìn thấy đỉnh D quả đồi. Đọc trên giác kế có số đo 42° của góc DAC .

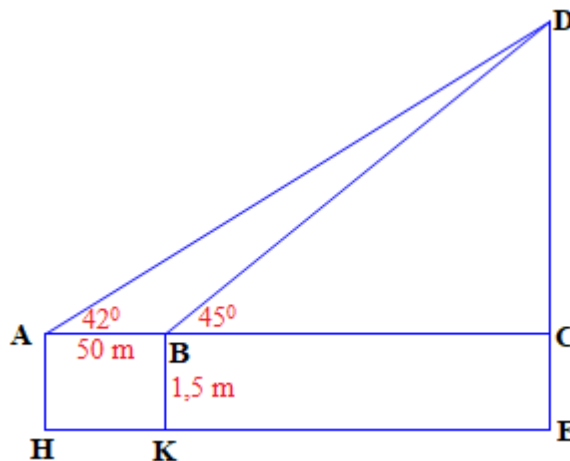
Trên đoạn thẳng AC từ chân đồi tới điểm A ta chọn một điểm B cách A là 50m.

Quay thanh giác kế và khi ngắm theo thanh này ta cũng nhìn thấy đỉnh D của quả đồi. Đọc giác kế ta có số đo là 45° của góc DBC (hình vẽ minh họa bên dưới).. Hãy tính chiều cao của quả đồi (kết quả làm tròn đến chữ số hàng đơn vị)



Lời giải

Hình vẽ minh họa bài toán:



Xét tam giác ACD vuông tại C ta có: $CD = AC \cdot \tan \widehat{CAD} = AC \cdot \tan 42^\circ$ (1)

Xét tam giác BCD vuông tại C ta có: $CD = BC \cdot \tan \widehat{CBD} = BC \cdot \tan 45^\circ$ (2)

Từ (1) và (2) ta được: $AC \cdot \tan 42^\circ = BC \cdot \tan 45^\circ$

Mà $AB + BC = AC$ hay $50 + BC = AC$

Nên : $(50 + BC) \cdot \tan 42^\circ = BC \cdot \tan 45^\circ$

$$BC(\tan 45^\circ - \tan 42^\circ) = 50 \cdot \tan 42^\circ$$

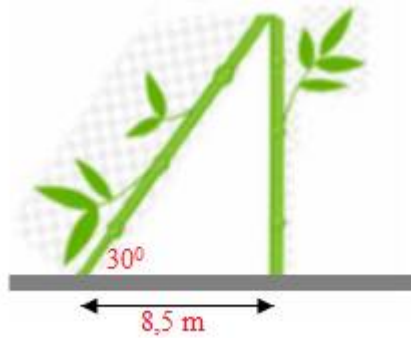
$$BC = \frac{50 \cdot \tan 42^\circ}{\tan 45^\circ - \tan 42^\circ}$$

$$\text{Suy ra } CD = \frac{50 \cdot \tan 42^\circ}{\tan 45^\circ - \tan 42^\circ} \cdot \tan 45^\circ$$

$$\text{Do đó: } DE = CE + CD = 1,5 + \frac{50 \cdot \tan 42^\circ}{\tan 45^\circ - \tan 42^\circ} \cdot \tan 45^\circ \approx 454(m)$$

Vậy chiều cao của quả đồi gần bằng 454(m).

Bài 6. Giông bão thổi mạnh, một cây tre gãy gập xuống làm ngọn cây chạm đất và ngọn cây tạo với mặt đất một góc 30° . Người ta đo được khoảng cách từ chỗ ngọn cây chạm đất đến gốc tre là 8,5m. Giả sử cây tre mọc vuông góc với mặt đất, hãy tính chiều cao của cây tre đó (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



Lời giải

Hình vẽ minh họa bài toán:



Xét $\triangle ADC$ vuông tại C , ta có:

- $AD = AC \cdot \tan \widehat{DCA} = 8,5 \cdot \tan 30^\circ$

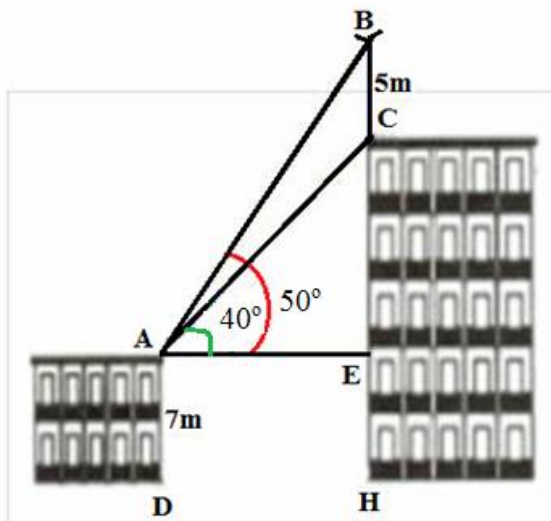
- $DC = \frac{AC}{\cos \widehat{DCA}} = \frac{8,5}{\cos 30^\circ}$

$$\text{Mà } BD = DC = \frac{8,5}{\cos 30^\circ}$$

Do đó: $AB = AD + BD = 8,5 \cdot \tan 30^\circ + \frac{8,5}{\cos 30^\circ} \approx 14,72(m)$

Vậy chiều cao của cây tre gần bằng $14,72(m)$

Bài 7. Trên nóc của một tòa nhà có một cột ăng – ten cao 5m. Từ vị trí quan sát A cao 7m so với mặt đất, có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng – ten dưới góc 50° và 40° so với phương nằm ngang. Tính chiều cao của tòa nhà (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất của mét).



Lời giải

Dựa vào hình vẽ bài toán, ta có: $BC = 5m; AD = EH = 7m; \widehat{BAE} = 50^\circ; \widehat{BEA} = 40^\circ; \widehat{E} = 90^\circ$

Xét $\triangle CAE$ vuông tại E , ta có: $CE = AE \cdot \tan \widehat{CAE} = AE \cdot \tan 40^\circ$

Xét $\triangle BAE$ vuông ở E ta có: $BE = AE \cdot \tan \widehat{BAE} = AE \cdot \tan 50^\circ$

Ta có :

$$BE - CE = BC$$

$$AE \tan 50^\circ - AE \tan 40^\circ = 5$$

$$AE (\tan 50^\circ - \tan 40^\circ) = 5$$

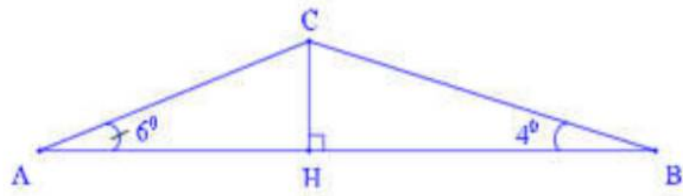
$$AE = \frac{5}{\tan 50^\circ - \tan 40^\circ}$$

Do đó: $BE = AE \cdot \tan 50^\circ = \frac{5}{\tan 50^\circ - \tan 40^\circ} \cdot \tan 50^\circ$

Suy ra: $BH = BE + EH = \frac{5}{\tan 50^\circ - \tan 40^\circ} \cdot \tan 50^\circ + 7 \approx 23,9(m)$

Vậy chiều cao của tòa nhà là $23,9(m)$

Bài 8. Lúc 6h sáng bạn An đi từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) phải leo lên và xuống dốc như hình vẽ dưới. Cho biết đoạn AB dài $762m$, góc $\hat{A} = 6^\circ$ và $\hat{B} = 4^\circ$.



- a) Tính chiều cao con dốc (làm tròn đến chữ số hàng đơn vị của mét).
 b) Biết rằng tốc độ lên dốc 4km/h và tốc độ xuống dốc 19km/h. Hỏi An đến trường lúc mấy giờ?

Lời giải

a) Xét $\triangle AHC$ vuông tại H ta có: $AH = \frac{CH}{\tan A} = \frac{CH}{\tan 6^\circ}$ (1)

Xét $\triangle BHC$ vuông tại H ta có: $BH = \frac{CH}{\tan B} = \frac{CH}{\tan 4^\circ}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra:

$$AH + BH = \frac{CH}{\tan 6^\circ} + \frac{CH}{\tan 4^\circ}$$

$$AB = CH \left(\frac{1}{\tan 6^\circ} + \frac{1}{\tan 4^\circ} \right)$$

$$672 = CH \left(\frac{1}{\tan 6^\circ} + \frac{1}{\tan 4^\circ} \right)$$

$$CH = \frac{672}{\left(\frac{1}{\tan 6^\circ} + \frac{1}{\tan 4^\circ} \right)}$$

$$CH \approx 32(m)$$

Vậy chiều cao của con dốc là 32(m)

b) Xét $\triangle AHC$ vuông tại H ta có: $AC = \frac{CH}{\sin A} = \frac{32}{\sin 6^\circ}$

Xét $\triangle BHC$ vuông tại H ta có: $CB = \frac{CH}{\sin B} = \frac{32}{\sin 4^\circ}$

Đổi đơn vị: $V_{AC} = 4km/h = \frac{10}{9} m/s$; $V_{CB} = 19km/h = \frac{95}{18} m/s$

Thời gian lên dốc AC là: $t_{AC} = \frac{S_{AC}}{V_{AC}} = \frac{AC}{V_{AC}} = \frac{\frac{32}{\sin 6^\circ}}{\frac{10}{9}} (s)$

Thời gian xuống dốc BC là: $t_{CB} = \frac{S_{CB}}{V_{CB}} = \frac{CB}{V_{CB}} = \frac{\frac{32}{\sin 4^\circ}}{\frac{95}{18}} (s)$

$$\text{Thời gian đi từ } A \text{ đến } B \text{ là: } t_{AB} = t_{AC} + t_{CB} = \frac{32}{\frac{10}{9}} + \frac{32}{\frac{95}{18}} \approx 362(s) \approx 6 \text{ (phút)}$$

Vậy An đến trường lúc 6 giờ 6 phút

- A. $M = -1$. B. $M = 1$. C. $M = -\frac{1}{2}$. D. $M = \frac{1}{2}$.

Câu 10. Tính giá trị biểu thức $N = \sin^2 20^\circ - \cos^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ - \cos^2 70^\circ$.

- A. $N = 0$. B. $N = 1$. C. $N = \frac{1}{2}$. D. $N = -1$.

Câu 11. Tính giá trị biểu thức $A = \sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 88^\circ + \sin^2 89^\circ$

- A. $A = 0$. B. $A = 1$. C. $A = 2$. D. $A = 3$.

Câu 12. Tính giá trị biểu thức:

$$B = \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \sin^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ + \sin^2 60^\circ + \sin^2 70^\circ + \sin^2 80^\circ$$

- A. $B = 1$. B. $B = 2$. C. $B = 3$. D. $B = 4$.

Câu 13. Cho $\tan \alpha = 2$. Tính giá trị của biểu thức $G = \frac{2\sin \alpha + \cos \alpha}{\cos \alpha - 3\sin \alpha}$.

- A. $G = 1$. B. $G = -\frac{4}{5}$. C. $G = \frac{6}{5}$. D. $G = -1$.

Câu 14. Cho kết luận đúng về giá trị biểu thức $A = \frac{\cos^2 \alpha - 3\sin^2 \alpha}{3 - \sin^2 \alpha}$ biết $\tan \alpha = 3$.

- A. $A = 1$. B. $0 < A < 1$. C. $2 < A < 3$. D. $A < 0$.

Câu 15. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\sin 20^\circ < \sin 70^\circ$. B. $\sin 20^\circ > \sin 70^\circ$. C. $\sin 20^\circ = \sin 70^\circ$. D. $\sin 20^\circ \geq \sin 70^\circ$.

Câu 16. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\cot 46^\circ = \cot 50^\circ$. B. $\cot 46^\circ > \cot 50^\circ$. C. $\cot 46^\circ < \cot 50^\circ$. D. $\cot 46^\circ \geq \cot 50^\circ$.

Câu 17. Sắp xếp các tỉ số lượng giác $\sin 40^\circ, \cos 67^\circ, \sin 35^\circ, \cos 44^\circ 35', \sin 28^\circ 10'$ theo thứ tự tăng dần.

- A. $\cos 67^\circ < \sin 35^\circ < \sin 28^\circ 10' < \sin 40^\circ < \cos 45^\circ 25'$.
 B. $\cos 67^\circ < \cos 45^\circ 25' < \sin 40^\circ < \sin 28^\circ 10' < \sin 35^\circ$.
 C. $\cos 67^\circ > \sin 28^\circ 10' > \sin 35^\circ > \sin 40^\circ > \cos 45^\circ 25'$.
 D. $\cos 67^\circ < \sin 28^\circ 10' < \sin 35^\circ < \sin 40^\circ < \cos 45^\circ 25'$.

Câu 18. Sắp xếp các tỉ số lượng giác $\tan 43^\circ, \cot 71^\circ, \tan 38^\circ, \cot 69^\circ 15', \tan 28^\circ$ theo thứ tự tăng dần.

- A. $\cot 71^\circ < \cot 69^\circ 15' < \tan 28^\circ < \tan 38^\circ < \tan 43^\circ$.
 B. $\cot 69^\circ 15' < \cot 71^\circ < \tan 28^\circ < \tan 38^\circ < \tan 43^\circ$.
 C. $\tan 28^\circ < \tan 38^\circ < \tan 43^\circ < \cot 69^\circ 15' < \cot 71^\circ$.
 D. $\cot 69^\circ 15' < \tan 28^\circ < \tan 38^\circ < \tan 43^\circ < \cot 71^\circ$.

Câu 19. Cho α là góc nhọn bất kỳ. Khi đó $C = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$ bằng:

- A. $C = 1 - 2\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$. B. $C = 1$.
 C. $C = \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$. D. $C = 1 + 2\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$.

Câu 20. Cho α là góc nhọn bất kỳ. Khi đó $C = \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$ bằng

- A. $C = -1$. B. $C = 1$.
 C. $C = \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$. D. $C = 3\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha - 1$.

Câu 21. Trong một tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng:

- A. Cạnh huyền nhân với tan góc đối hoặc nhân với cotang góc kề.
- B. Cạnh huyền nhân với cotang góc đối hoặc nhân với tan góc kề.
- C. Cạnh huyền nhân với cosin góc đối hoặc nhân với sin góc kề.
- D. Cạnh huyền nhân với sin góc đối hoặc nhân với cosin góc kề**

Câu 22. Trong tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng:

- A. Cạnh góc vuông kia nhân với tan góc đối hoặc nhân với cotang góc kề.**
- B. Cạnh góc vuông kia nhân với cotang góc đối hoặc nhân với tan góc kề.
- C. Cạnh góc vuông kia nhân với cosin góc đối hoặc nhân với sin góc kề.
- D. Cạnh góc vuông kia nhân với sin góc đối hoặc nhân với cosin góc kề

Câu 23. Khẳng định đúng là:

- A. Trong tam giác vuông, độ dài cạnh huyền bằng tổng hai cạnh góc vuông.
- B. Trong tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng cạnh huyền nhân với tan góc đối.
- C. Trong tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng cạnh huyền nhân với cosin góc kề.**
- D. Trong tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng cạnh góc vuông kia nhân với cotang góc đối.

Câu 24. Khẳng định sai là:

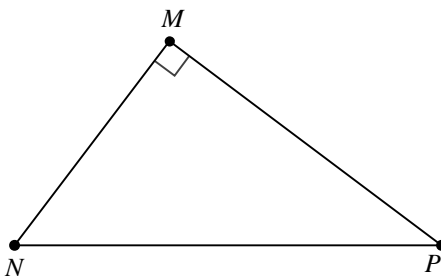
Cho tam giác vuông, có góc nhọn α .

- A. Tỉ số giữa cạnh đối và cạnh kề là $\tan \alpha$.
- B. Tỉ số giữa cạnh kề và cạnh đối là $\cos \alpha$.**
- C. Tỉ số giữa cạnh đối và cạnh huyền là $\sin \alpha$.
- D. Tỉ số giữa cạnh kề và cạnh huyền là $\cos \alpha$.

Câu 25. Cho tam giác MNP vuông tại M . Khi đó $\cos \widehat{MNP}$ bằng

- A. $\frac{MN}{NP}$.**
- B. $\frac{MP}{NP}$.
- C. $\frac{MN}{MP}$.
- D. $\frac{MP}{MN}$.

Câu 26. Cho tam giác MNP vuông tại M . Khi đó $\tan \widehat{MNP}$ bằng:



- A. $\frac{MN}{NP}$.**
- B. $\frac{MP}{NP}$.
- C. $\frac{MP}{MN}$.**
- D. $\frac{MN}{MP}$.

Câu 27. Cho tam giác MNP vuông tại M . Hệ thức nào sau đây là đúng?

- A. $MN = NP \cdot \sin P$.**
- B. $MN = MP \cdot \cos P$.
- C. $MN = MP \cdot \tan P$.
- D. $MN = MP \cdot \cot P$.

Câu 28. Cho tam giác MNP vuông tại M . Hệ thức nào sau đây là đúng?

A. $NP = MN \cdot \cos P$.

B. $NP = MP \cdot \cos P$.

C. $NP = MN \cdot \tan P$.

D. $NP = MP \cdot \cot P$.

Câu 29. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = a, AC = b, AB = c$. Chọn khẳng định **sai**?

A. $b = a \cdot \sin B = a \cdot \cos C$.

B. $a = c \cdot \tan B = c \cdot \cot C$.

C. $a^2 = b^2 + c^2$.

D. $c = a \cdot \sin C = a \cdot \cos B$.

Câu 30. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = a, AC = b, AB = c, \widehat{ABC} = 50^\circ$. Chọn khẳng định đúng?

A. $b = a \cdot \tan 50^\circ$.

B. $b = c \cdot \sin 50^\circ$.

C. $c = b \cdot \cot 50^\circ$.

D. $b = c \cdot \cot 50^\circ$.

Câu 31. Cho tam giác ABC vuông tại C có $AC = 1\text{cm}, BC = 2\text{cm}$. Tính các tỉ số lượng giác $\sin B; \cos B$.

A. $\sin B = \frac{1}{2}; \cos B = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

B. $\sin B = \frac{2\sqrt{5}}{5}; \cos B = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

C. $\sin B = \frac{1}{\sqrt{3}}; \cos B = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

D. $\sin B = \frac{\sqrt{5}}{5}; \cos B = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 32. Cho tam giác ABC vuông tại C có $BC = 1,2\text{cm}, AC = 0,9\text{cm}$. Tính các tỉ số lượng giác $\sin B; \cos B$.

A. $\sin B = 0,8; \cos B = 0,6$.

B. $\sin B = 0,6; \cos B = 0,8$.

C. $\sin B = 0,6; \cos B = 0,4$.

D. $\sin B = 0,4; \cos B = 0,8$.

Câu 33. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 8\text{cm}, AC = 6\text{cm}$. Tính tỉ số lượng giác $\tan C$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

A. $\tan C \approx 0,88$.

B. $\tan C \approx 0,89$.

C. $\tan C \approx 0,87$.

D. $\tan C \approx 0,86$.

Câu 34. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 9\text{cm}, AC = 5\text{cm}$. Tính tỉ số lượng giác $\tan C$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

A. $\tan C \approx 0,5$.

B. $\tan C \approx 1,6$.

C. $\tan C \approx 1,3$.

D. $\tan C \approx 1,5$.

Câu 35. Cho tam giác ABC vuông tại A . Hãy tính $\tan C$ biết rằng $\cot B = 2025$.

A. $\tan C = \frac{1}{2025}$.

B. $\tan C = -\frac{1}{2025}$.

C. $\tan C = 2025$.

D. $\tan C = -2025$.

Câu 36. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 5\text{cm}, \cot C = \frac{7}{8}$. Tính độ dài các đoạn thẳng AC và BC (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)

A. $AC \approx 4,39(\text{cm}); BC \approx 6,66(\text{cm})$.

B. $AC \approx 4,38(\text{cm}); BC \approx 6,65(\text{cm})$.

C. $AC \approx 4,38(\text{cm}); BC \approx 6,64(\text{cm})$.

D. $AC \approx 4,37(\text{cm}); BC \approx 6,67(\text{cm})$.

Câu 37. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 9\text{cm}, \tan C = \frac{5}{4}$. Tính độ dài các đoạn thẳng AC và BC . (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

A. $AC = 5,2; BC \approx 11$.

B. $AC = 7,2; BC \approx 11,53$.

C. $AC = 11,53; BC = 7,2$.

D. $AC = 7; BC \approx 11,53$.

Câu 38. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 10\text{ cm}, \hat{C} = 30^\circ$. Tính $AB; BC$.

A. $AB = \frac{10\sqrt{3}}{3}; BC = \frac{20\sqrt{3}}{3}$.

B. $AB = \frac{10\sqrt{3}}{3}; BC = 20\sqrt{3}$.

C. $AB = \frac{10\sqrt{3}}{3}; BC = \frac{14\sqrt{3}}{3}$.

D. $AB = \frac{5\sqrt{3}}{3}; BC = \frac{20\sqrt{3}}{3}$.

Câu 39. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 20\text{ cm}, \hat{C} = 60^\circ$. Tính $AB; BC$.

A. $AB = 20\sqrt{3}; BC = 40\sqrt{3}$.

B. $AB = 20\sqrt{3}; BC = 40$.

C. $AB = 20; BC = 20\sqrt{3}$.

D. $AB = 20; BC = 40$.

Câu 40. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 12\text{ cm}; \hat{B} = 40^\circ$. Tính AC và \hat{C} (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

A. $AC \approx 7,73; \hat{C} = 50^\circ$.

B. $AC \approx 7,72; \hat{C} = 50^\circ$.

C. $AC \approx 7,71; \hat{C} = 50^\circ$.

D. $AC \approx 7,71; \hat{C} = 40^\circ$.

Câu 41. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 15\text{ cm}, \hat{B} = 55^\circ$. Tính AC và \hat{C} (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

A. $AC \approx 12,2; \hat{C} = 35^\circ$.

B. $AC \approx 12,29; \hat{C} = 35^\circ$.

C. $AC \approx 12,29; \hat{C} = 45^\circ$.

D. $AC \approx 12,29; \hat{C} = 35^\circ$.

Câu 42. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 15\text{ cm}, AB = 12\text{ cm}$. Tính AC và \hat{B} .

A. $AC = 9(\text{cm}); \hat{B} \approx 36^\circ 55'$.

B. $AC = 9(\text{cm}); \hat{B} \approx 36^\circ 52'$.

C. $AC = 9(\text{cm}); \hat{B} \approx 37^\circ 52'$.

D. $AC = 8(\text{cm}); \hat{B} \approx 36^\circ 52'$.

Câu 43. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 26\text{ cm}, AB = 10\text{ cm}$. Tính AC và \hat{B} (làm tròn đến độ).

A. $AC = 24; \hat{C} \approx 68^\circ$.

B. $AC = 24; \hat{C} \approx 67^\circ$.

C. $AC = 24; \hat{C} \approx 66^\circ$.

D. $AC = 22; \hat{C} \approx 67^\circ$.

Câu 44. Cho tam giác ABC có $AB = 12, AC = 15$ và $\hat{B} = 60^\circ$. Tính BC .

A. $BC = 9$.

B. $BC = 6$.

C. $BC = 3\sqrt{3} + 6$.

D. $BC = 3\sqrt{13} + 6$.

Câu 45. Cho tam giác ABC có $\hat{B} = 60^\circ, \hat{C} = 50^\circ, CA = 3,5\text{ cm}$. Diện tích tam giác ABC gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. $3(\text{cm}^2)$.

B. $4(\text{cm}^2)$.

C. $5(\text{cm}^2)$.

D. $6(\text{cm}^2)$.

Câu 46. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH có $CH = 4\text{cm}$, $BH = 3\text{cm}$. Tính $\cos C$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

- A. $\cos C \approx 0,75$. B. $\cos C \approx 0,78$. C. $\cos C \approx 0,76$. D. $\cos C \approx 0,77$.

Câu 47. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH có $AB = 13\text{cm}$, $BH = 0,5\text{dm}$. Tính tỉ số lượng giác $\sin C$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)

- A. $\sin C \approx 0,37$. B. $\sin C \approx 0,35$. C. $\sin C \approx 0,39$. D. $\sin C \approx 0,38$.

Câu 48. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH có $AC = 15\text{cm}$, $CH = 6\text{cm}$. Tính tỉ số lượng giác $\cos B$.

- A. $\sin C = \frac{2}{5}$. B. $\sin C = \frac{3}{5}$. C. $\sin C = \frac{5}{\sqrt{21}}$. D. $\sin C = \frac{\sqrt{21}}{5}$.

Câu 49. Cho tam giác ABC vuông tại C có $\sin A = \frac{5}{13}$, diện tích tam giác ABC bằng 120. Độ dài các cạnh AB, AC, BC lần lượt là:

- A. $AB = 13, AC = 5, BC = \sqrt{134}$. B. $AB = 26, AC = 24, BC = 10$.
C. $AB = 5, AC = 13, BC = \sqrt{134}$. D. $AB = 24, AC = 26, BC = 10$.

Câu 50. Cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi D, E là hai điểm nằm trên cạnh BC sao cho $BD = DE = EC$. Biết độ dài cạnh $AD = \sin x$, $AE = \cos x$ với $0 < x < 90$. Độ dài cạnh BC là:

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$.

Câu 51. Cho hình thang cân $ABCD$ có đáy lớn $AB = 20\text{ cm}$, hai cạnh bên $AD = BC = 5\text{ cm}$, $\widehat{ABC} = 25^\circ$. Độ dài chiều cao và đáy nhỏ CD lần lượt là:

- A. 2,115 cm và 10,94 cm. B. 3,524 cm và 8,24 cm.
C. 3,182 cm và 6,42 cm. D. 3,232 cm và 7,54 cm.

Câu 52. Một cột đèn điện AB cao 6m có bóng in trên mặt đất là AC dài $3,5\text{m}$. Hãy tính góc mà tia sáng mặt trời tạo với mặt đất (làm tròn đến phút).

- A. $58^\circ 45'$. B. $59^\circ 50'$. C. $59^\circ 45'$. D. $59^\circ 4'$.



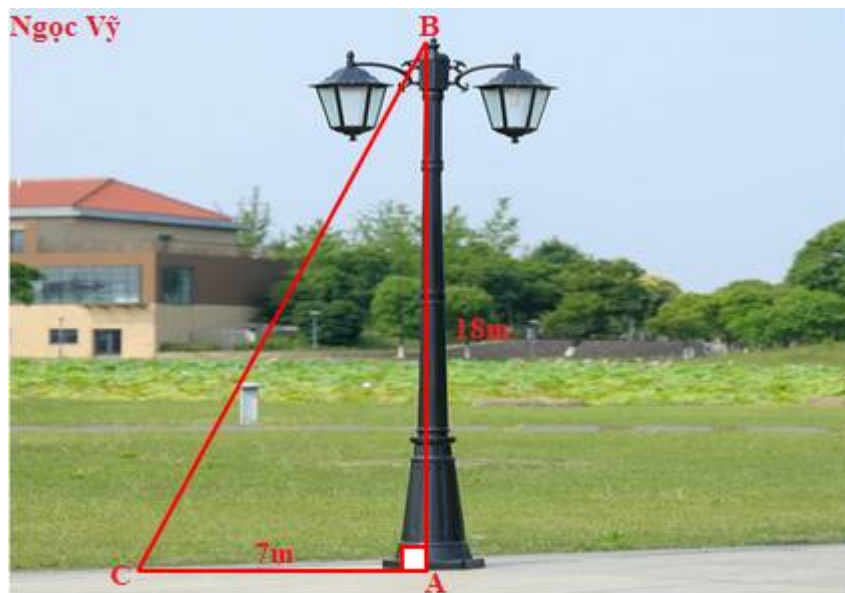
Câu 53. Một cột đèn có bóng trên mặt đất dài $14m$. Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ bằng 38° . Tính chiều cao của cột đèn (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

- A. $10,2(m)$. B. $11,9(m)$. C. $10,7(m)$. D. $10,9(m)$.



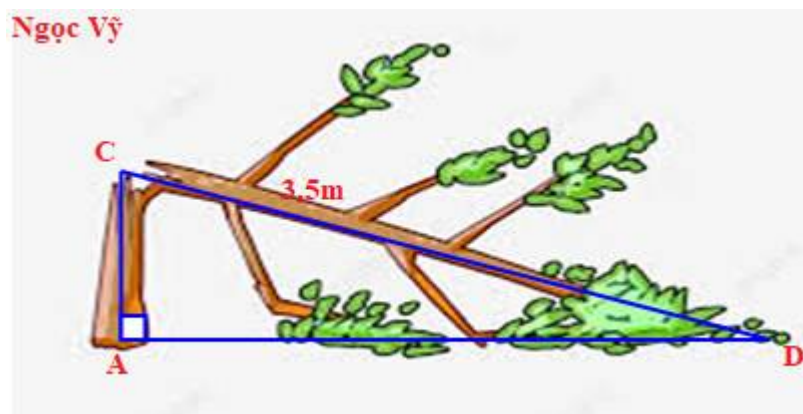
Câu 54. Một cột đèn điện AB cao $18m$ có bóng in trên mặt đất là AC dài $7m$. Hãy tính góc mà tia sáng mặt trời tạo với mặt đất (làm tròn đến phút).

- A. $69^\circ 44'$. B. $59^\circ 45'$. C. $61^\circ 15'$. D. $68^\circ 44'$.



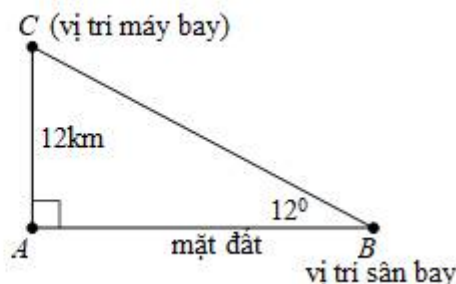
Câu 55. Một thân cây cao $8m$ bị gió bão làm gãy ngang thân, ngọn cây chạm đất cách gốc $3,5m$. Hỏi điểm gãy cách gốc bao nhiêu? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

- A. $3,32m$. B. $3,23m$. C. $4m$. D. $3m$.



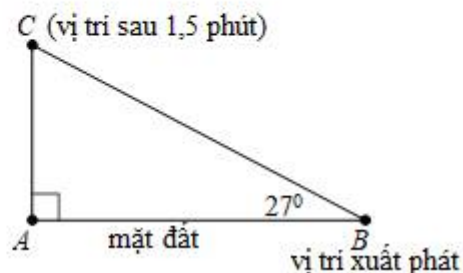
Câu 56. Một máy bay đang bay ở vị trí C với độ cao 12km so với mặt đất, muốn hạ cánh xuống sân bay ở vị trí B . Để đường bay và mặt đất hợp thành một góc an toàn là 12° thì phi công phải bắt đầu hạ cánh từ vị trí cách sân bay bao xa? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất của kilomet)

- A. $55,6\text{km}$. B. $58,6\text{km}$. C. $60,6\text{km}$. D. $56,5\text{km}$.



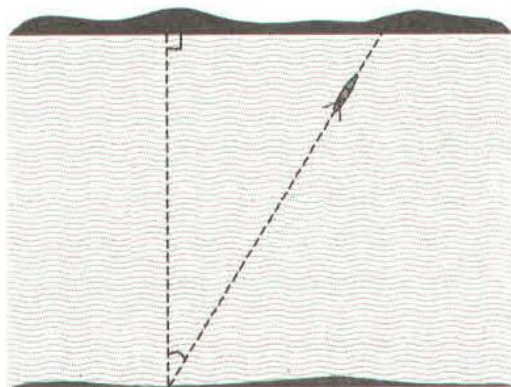
Câu 57. Một chiếc máy bay đang bay lên với vận tốc $600(\text{km}/\text{h})$. Đường bay lên tạo với phương ngang một góc 27° . Hỏi sau $1,5$ phút kể từ lúc cất cánh, máy bay đạt được độ cao là bao nhiêu? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

- A. $7,8(\text{km})$. B. $7,9(\text{km})$. C. $6,8(\text{km})$. D. $6,9(\text{km})$.



Câu 58. Một khúc sông rộng khoảng $130(\text{m})$. Một chiếc thuyền muốn qua sông theo phương ngang nhưng bị dòng nước đẩy theo phương xiên, nên phải đi khoảng $250(\text{m})$ mới sang được bờ bên kia. Hỏi dòng nước đã đẩy thuyền lệch đi một góc bao nhiêu độ? (làm tròn đến phút)

- A. $58^\circ 40'$. B. $56^\circ 40'$. C. $58^\circ 30'$. D. $56^\circ 30'$.



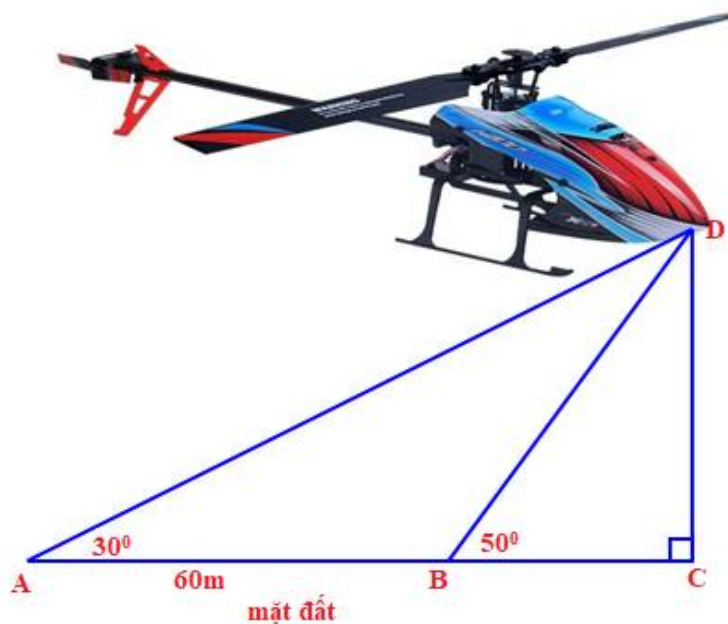
Câu 59. Nhà bạn Minh Hiền có một chiếc thang dài $4m$. Cần đặt chân thang cách chân tường một khoảng cách bằng bao nhiêu để tạo được với mặt đất một góc “an toàn” là 65° (tức là đảm bảo thang không bị đổ khi sử dụng) (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



- A. $1,52m$. B. $1,62m$. C. $1,69m$. D. $1,79m$.

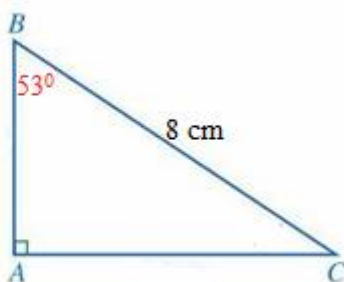
Câu 60. Bạn Anh ở vị trí A và bạn Biên ở vị trí B đang đứng ở mặt đất bằng phẳng, cách nhau $60m$ thì nhìn thấy một máy bay trực thăng điều khiển từ xa (ở vị trí C nằm trên tia AB và $AC > AB$). Biết góc “nâng” để nhìn thấy máy bay ở vị trí của bạn Biên là 50° và góc “nâng” để nhìn thấy máy bay ở vị trí của bạn Anh là 30° . Hãy tính độ cao của máy bay lúc đó so với mặt đất? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

- A. $67,2m$. B. $69,2m$. C. $69,7m$. D. $67,7m$.



sai.

Câu 61. Cho tam giác ABC vuông tại A , biết $BC = 8(cm)$, $\widehat{B} = 53^\circ$.



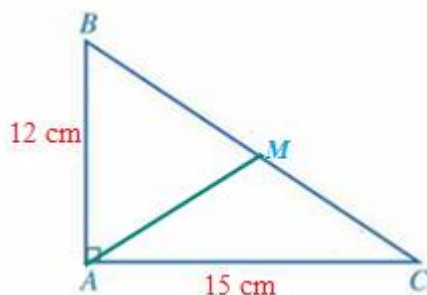
a) $\widehat{C} = 37^\circ$.

b) $AC \approx 4,81(cm)$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

c) $AB \approx 6,39(cm)$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

d) Diện tích tam giác ABC bằng $15,38(cm^2)$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Câu 62. Cho tam giác ABC vuông tại A , biết $AB = 1,2(dm)$, $AC = 15(cm)$. Gọi M là trung điểm BC .



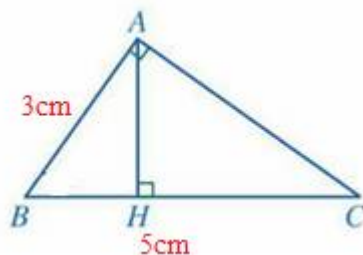
a) $BC \approx 19,2(cm)$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

b) $\widehat{B} \approx 38,66^\circ$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

c) $\widehat{C} \approx 51,34^\circ$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

d) $AM \approx 9,6(cm)$.

Câu 63. Cho tam giác ABC vuông tại A , có AH là đường cao (điểm H thuộc cạnh BC). Biết $AB = 3(cm)$, $BC = 5(cm)$.



a) $AC = 16(cm)$.

b) $\sin B = \frac{4}{5}$.

c) $BH = 1,8(cm)$.

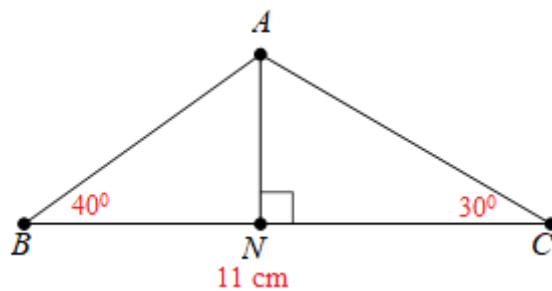
d) $HC = 3,2(cm)$.

Câu 64. Cho tam giác ABC cân tại A , có $AH = 12(cm)$, $BC = 10(cm)$. Gọi AH là đường phân giác góc A của tam giác (điểm H thuộc cạnh BC).

a) Tính độ dài cạnh AB .

b) Tính góc \widehat{C} và \widehat{BAH} (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Câu 65. Cho tam giác ABC có $BC = 11cm$, $\widehat{ABC} = 40^\circ$ và $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Gọi N là chân đường vuông góc hạ từ A xuống cạnh BC .



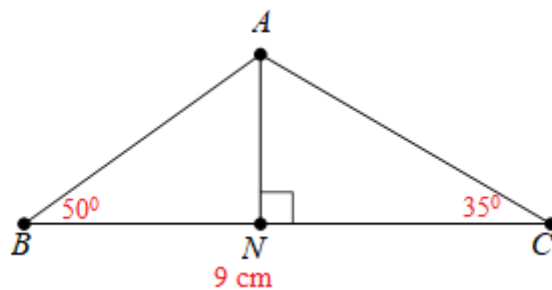
a) $\widehat{BAN} = 50^\circ$

b) $AN \approx 4,48(cm)$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

c) $AC \approx 7,52(cm)$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

d) Diện tích tam giác ABC bằng $41,36(cm^2)$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Câu 66. Cho tam giác ABC có $BC = 9cm$, $\widehat{ABC} = 50^\circ$ và $\widehat{ACB} = 35^\circ$. Gọi N là chân đường vuông góc hạ từ A xuống cạnh BC



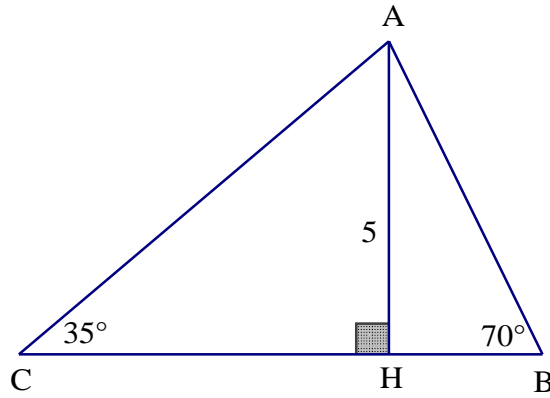
a) $\widehat{BAN} = 40^\circ$

b) $\widehat{CAN} = 55^\circ$

c) $AN \approx 3,1(cm)$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

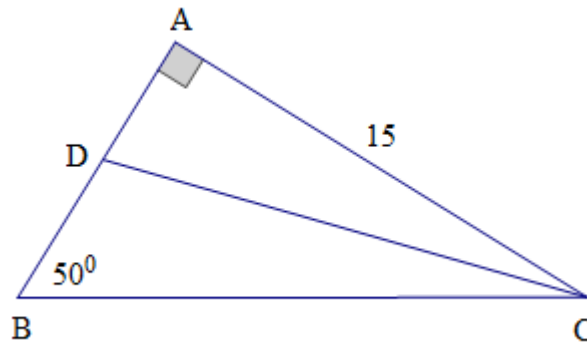
d) $AB \approx 3,45(cm)$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Câu 67. Cho tam giác ABC , đường cao $AH = 5(cm)$, $\widehat{B} = 70^\circ$, $\widehat{C} = 35^\circ$.



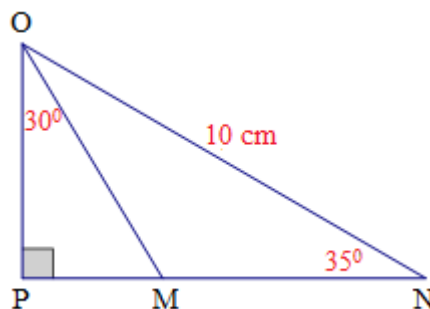
- a) $\widehat{BAH} = 55^\circ$
- b) $AB \approx 5,32(cm)$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).
- c) $AC \approx 8,72(cm)$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).
- d) $BC \approx 8,96(cm)$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Câu 68. Cho tam giác ABC vuông tại A , có $AC = 15cm$, $\widehat{B} = 50^\circ$. Gọi CD là đường phân giác góc C .



- a) $AB \approx 12,6(cm)$ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).
- b) $BC \approx 19,6(cm)$ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).
- c) $\widehat{ACD} = 25^\circ$
- d) $CD \approx 15,96(cm)$ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

Câu 69. Cho hình vẽ bên dưới với $ON = 10cm$; $\widehat{POM} = 30^\circ$; $\widehat{N} = 35^\circ$ và $\widehat{P} = 90^\circ$.



a) $OP \approx 4,50(cm)$ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

b) $NP \approx 7,37(cm)$ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

c) $MP \approx 3,64(cm)$ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

d) Diện tích tam giác OMN bằng $11,34(cm^2)$ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

Câu 70. Cho tam giác ABC vuông tại A , có: $AB = 10cm, AC = 15cm$. Kẻ đường phân giác trong của góc B cắt AC tại I .

a) $\widehat{ABC} \approx 56^\circ$ (làm tròn kết quả đến độ).

b) $AI \approx 14,8(cm)$ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

c) $\frac{AI}{CI} = \frac{\sqrt{13}}{13}$

d) Kẻ AH vuông góc với BI tại H . Khi đó $AH \approx 5,1(cm)$ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Câu 71. Cho tứ giác $ABCD$ có $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ, \widehat{C} = 45^\circ, AB = 6cm, AD = 8cm$.

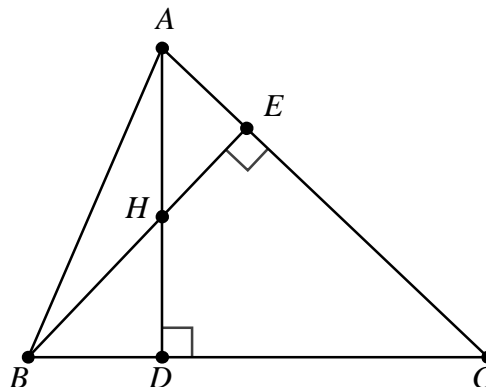
a) $ABCD$ là hình thang vuông.

b) $DC = 12cm$

c) $\widehat{ACD} \approx 34^\circ 50'$ (làm tròn kết quả đến phút)

d) Diện tích tứ giác $ABCD$ bằng $160cm^2$.

Câu 72. Cho tam giác nhọn ABC và hai đường cao AD và BE cắt nhau tại H .



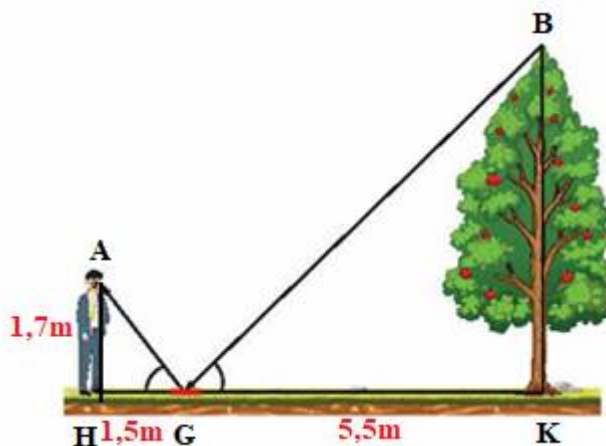
a) $\tan B = \frac{AD}{BD}$

b) $\tan B \cdot \tan C = \frac{AD^2}{BD \cdot CD}$

c) $BD \cdot DC = DH \cdot AD$

d) Nếu $HD : HA = 1 : 2$ thì $\tan B \cdot \tan C = 3$

Câu 73. Bạn Minh Hiền đứng tại vị trí H , cách gương phẳng đặt nằm trên mặt đất tại điểm G là $1,5m$ nhìn thấy hình phản chiếu qua gương G của ngọn cây B , biết cây có gốc tại điểm K cách G là $5,5m$, điểm G nằm giữa A và C . Khoảng cách từ mặt đất đến mắt bạn Minh Hiền là $1,7m$.



a) $\widehat{AGH} = \widehat{BGK}$

b) $\widehat{AGH} \approx 48^{\circ}34'$ (làm tròn kết quả đến phút).

c) Góc tạo bởi tia GB với cây là $48^{\circ}34'$ (làm tròn kết quả đến phút).

d) Chiều cao của cây là $\frac{187}{15}(m)$.

Câu 74. Hai trụ điện AB và CD cùng chiều cao được dựng thẳng đứng, cách nhau $120m$. Từ điểm M trên mặt đất giữa hai trụ điện người ta nhìn thấy hai trụ điện với góc tia nắng lần lượt là 60° và 30° (như hình vẽ).



a) $\widehat{BAM} = 30^{\circ}$

b) $\widehat{AMD} = 60^{\circ}$

c) Chiều cao của trụ điện là $51(m)$ (làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị của mét).

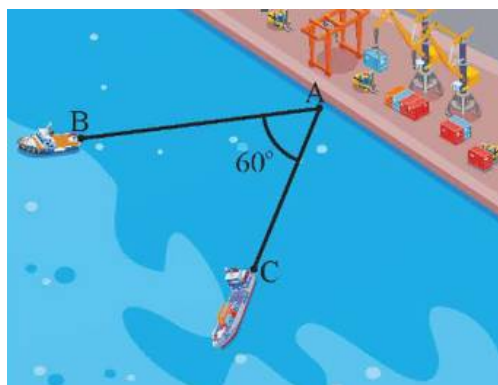
d) Khoảng cách từ điểm M đến trụ điện CD là $90(m)$.

Câu 75. Bạn An và bạn Bình đứng cùng bờ sông nhìn ra một Cồn nổi giữa sông. Bạn An nhìn ra Cồn với một góc 43° so với bờ sông, bạn Bình nhìn ra cồn với một góc 28° so với bờ sông. Hai bạn An và Bình đứng cách nhau $250m$.



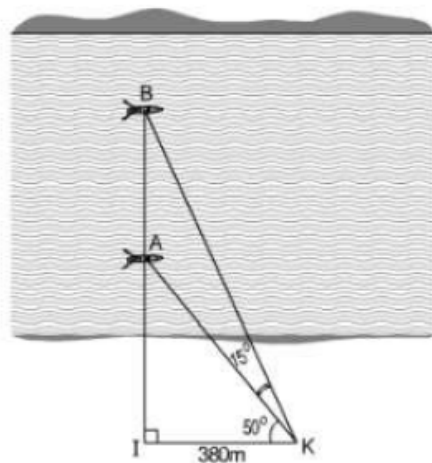
- a) Góc tạo bởi đườn thẳng từ Còn đến bạn An và từ Còn đến bạn Bình bằng 99° .
- b) Còn cách bờ sông hai bạn An và Bình đang đứng là $94,66(m)$ (làm tròn kết quả đến hai chữ số thập phân của mét).
- c) Khoảng cách từ Còn đến bạn An là $124(m)$ (làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị của mét).
- d) Khoảng cách từ Còn đến bạn Bình là $180(m)$ (làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị của mét).

Câu 76. Hai chiếc tàu thủy B và C cùng xuất phát từ một vị trí A , đi thẳng theo hai hướng tạo thành một góc 60° (Hình vẽ). Tàu B chạy với tốc độ 20 hải lí/giờ, tàu C chạy với tốc độ 15 hải lí/giờ.



- a) Sau 1,5 giờ tàu B chạy được quãng đường là: $AB = 20 \cdot 1,5 = 30$ (hải lí)
- b) Sau 1,5 giờ tàu C chạy được quãng đường là: $AC = 15 \cdot 1,5 = 22,5$ (hải lí)
- c) Sau 1,5 giờ tàu B cách tàu C là 27,04 hải lí (làm tròn kết quả đến hai chữ số thập phân của hải lí).
- d) Sau 1,5 giờ, góc tạo bởi đường thẳng từ tàu B đến tàu C với đường đi của tàu B bằng 46° (kết quả làm tròn đến độ)?

Câu 77. Hai chiếc thuyền A và B ở vị trí được minh họa như hình dưới đây, biết $IK = 380m, \widehat{IKA} = 50^\circ, \widehat{AKB} = 15^\circ$.



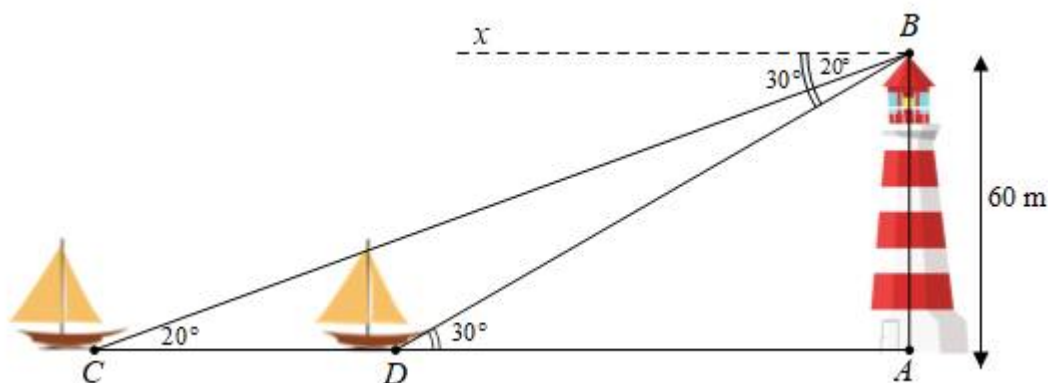
a) $\widehat{BAI} = 130^\circ$

b) Khoảng cách từ thuyền A đến đường thẳng IK là $453(m)$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).

c) Khoảng cách từ thuyền B đến đường thẳng IK là $815(m)$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).

d) Khoảng cách giữa hai chiếc thuyền A và B là $362(m)$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).

Câu 78. Bác Ngân đứng trên tháp của một ngọn hải đăng cao $60(m)$ quan sát hai lần một con thuyền đang hướng về ngọn hải đăng. Lần thứ nhất bác Ngân nhìn thấy thuyền với góc hạ là 20° , lần thứ 2 bác Ngân nhìn thấy thuyền với góc hạ là 30° (như hình vẽ).



a) $\widehat{ABC} = 60^\circ$

b) Khi bác Ngân nhìn thấy con thuyền lần thứ nhất thì khoảng cách từ con thuyền đến chân ngọn hải đăng là $104(m)$ (làm tròn đến hàng đơn vị của mét).

c) Khi bác Ngân nhìn thấy con thuyền lần thứ hai thì khoảng cách từ con thuyền đến chân ngọn hải đăng là $165(m)$ (làm tròn đến hàng đơn vị của mét).

d) Độ dài quãng đường con thuyền đã đi được giữa hai lần quan sát là $60,9(m)$ (làm tròn một chữ số thập phân của mét).

Câu 79. Cầu Cần Thơ là cây cầu bắc qua sông Hậu, nối thành phố Cần Thơ và tỉnh Vĩnh Long. Tại thời điểm hoàn thành (2010), đây là cây cầu dây văng có nhịp chính dài nhất tại khu vực Đông Nam Á. Ban đầu, công trình được dự kiến hoàn thành vào ngày 14 tháng 12 năm 2008, tuy nhiên sau sự kiện Sự cố sập nhịp dẫn cầu Cần Thơ ngày 26 tháng 9 năm 2007, công trình phải dừng thi công để điều tra tai nạn. Vì vậy tiến độ hoàn thành bị chậm trễ hơn 1 năm. Cuối cùng, cầu cũng được khánh thành vào lúc 09h00 sáng ngày 24 tháng 4 năm 2010.

Trụ cầu Cần Thơ so với mặt sông Hậu có chiều cao là AB (trụ cầu vuông góc với với mặt sông hậu). Bạn Nam chọn hai điểm C và D cách nhau $89m$ trên mặt sông (ba điểm A, D, C thẳng hàng như hình vẽ), bạn Nam nhìn thấy đỉnh trụ cầu B với góc nâng lần lượt là 40° và 30° .



a) $\widehat{ABD} = 50^\circ$

b) $\widehat{CBD} = 20^\circ$

c) Chiều cao của trụ cầu Cần Thơ là $164,7m$ (làm tròn kết quả đến một chữ số thập phân của mét).

d) Khoảng cách từ đỉnh của trụ cầu đến điểm C là $320(m)$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).

Câu 80. Một cái cây bị sét đánh trúng thân cây làm thân cây ngã xuống đất, tạo với mặt đất một góc là 35° . Biết rằng khúc cây còn đứng cao $1,5m$ (như hình vẽ).



a) Phần thân cây ngã tạo với thân cây còn đứng một góc 55° .

b) Chiều dài phần thân cây bị ngã là $2,6(m)$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

c) Chiều cao lúc đầu của cây là $5,2(m)$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

d) Khoảng cách từ ngọn cây lúc đầu chưa ngã đến ngọn cây đã ngã là $11,5(m)$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 81. Cho tam giác ABC vuông tại A . Hãy tính $\tan C$ biết rằng $\tan B = 4$.

Trả lời:

Câu 82. Cho tam giác ABC vuông tại A . Biết $AB = 30\text{cm}$, $\tan \hat{B} = \frac{5}{12}$. Độ dài AC bằng bao nhiêu cm ?

Trả lời:

Câu 83. Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 5\text{cm}$, $\cot B = \frac{5}{8}$. Độ dài AC bằng bao nhiêu cm ?

Trả lời:

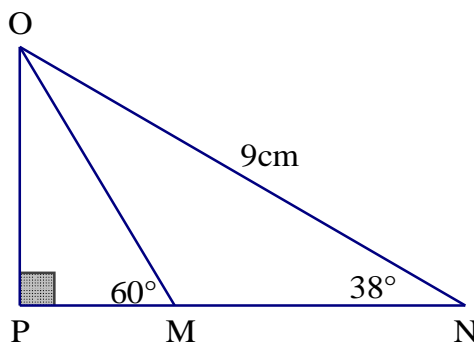
Câu 84. Trong một tam giác vuông, đường cao ứng với cạnh huyền chia tam giác thành hai phần có diện tích bằng 54cm^2 và 96cm^2 . Độ dài cạnh huyền bằng bao nhiêu cm ?

Trả lời:

Câu 85. Cho tam giác ABC có $AB = 16$, $AC = 14$ và $\hat{B} = 60^\circ$. Độ dài cạnh BC bằng bao nhiêu cm ?

Trả lời:

Câu 86. Với hình vẽ đã cho. Tính diện tích tam giác OMN (làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị của centimet vuông)



Trả lời:

Câu 87. Cho hình thang $ABCD$ sao cho $AB = AD = 10\text{cm}$, $BC = 14\text{cm}$, $\hat{A} = 120^\circ$ và BC vuông góc với đường chéo BD . Chu vi của hình thang $ABCD$ bằng bao nhiêu centimet?

Trả lời:

Câu 88. Cho tứ giác $ABCD$, có $\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$, $\hat{C} = 30^\circ$, $AB = 4\text{cm}$, $AD = 3\text{cm}$. Diện tích tứ giác $ABCD$ bằng bao nhiêu centimet vuông? (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất của centimet vuông).

Trả lời:

Câu 89. Cho tứ giác $ABCD$ có $\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$, $\hat{C} = 40^\circ$, $AB = 4\text{cm}$, $AD = 3\text{cm}$. Tính diện tích tứ giác $ABCD$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất của centimet vuông).

Trả lời:

Câu 90. Cho tam giác nhọn ABC hai đường cao AD và BE cắt nhau tại H . Biết $\frac{HD}{HA} = \frac{3}{2}$, khi đó

$$\tan \widehat{ABC} \cdot \tan \widehat{ACB} = \frac{a}{b}, \text{ với } \frac{a}{b} \text{ là phân số tối giản, } a, b \in \mathbb{Z}. \text{ Tính } a + b.$$

Trả lời:

Câu 91. Một cột đèn có bóng trên mặt đất dài $7,5m$. Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ bằng 42° . Tính chiều cao của cột đèn (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai của mét).



Trả lời:

Câu 92. Một cầu trượt trong công viên có độ dốc là 28° và có độ cao là $2,1m$. Tính độ dài của mặt cầu trượt (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai của mét).



Trả lời:

Câu 93. Một máy bay đang bay ở độ cao $10km$ so với mặt đất, muốn hạ cánh xuống sân bay. Để đường bay và mặt đất hợp thành một góc an toàn là 15° thì phi công phải bắt đầu hạ cánh từ vị trí cách sân bay bao xa? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất của kilomet)



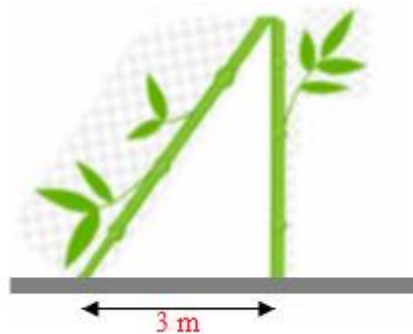
Trả lời:

Câu 94. Một cái cây bị sét đánh trúng thân cây làm thân cây ngã xuống đất, tạo với mặt đất một góc là 40° . Biết rằng khúc cây còn đứng cao 1 m . Tính chiều cao lúc đầu của cây (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai của mét)



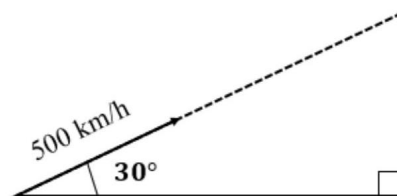
Trả lời:

Câu 95. Một cây tre cao 9 m bị gió bão làm gãy ngang thân, ngọn cây chạm đất cách gốc 3 m . Hỏi điểm gãy cách gốc bao nhiêu mét?



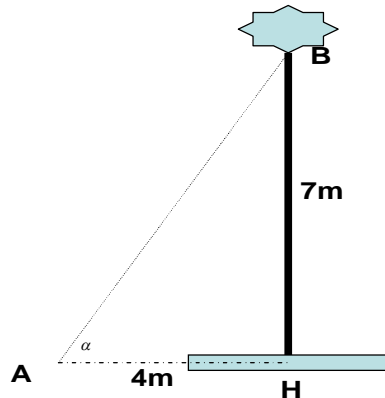
Trả lời:

Câu 96. Một chiếc máy bay đang bay lên với vận tốc $500(\text{km}/\text{h})$. Đường bay lên tạo với phương ngang một góc 30° . Hỏi sau $1,2$ phút kể từ lúc cất cánh, máy bay đạt được độ cao là bao nhiêu kilomet?



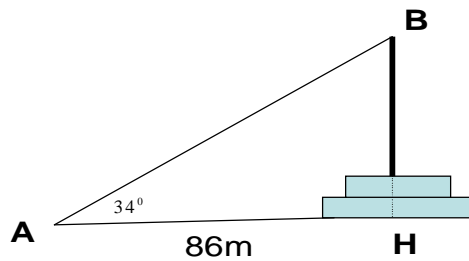
Trả lời:

Câu 97. Một cột cao 7m có bóng trên mặt đất dài 4m. Hỏi góc mà tia sáng Mặt Trời tạo với mặt đất (góc α ở hình vẽ) bằng bao nhiêu độ? (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).



Trả lời:

Câu 98. Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ bằng 34° và bóng của một ngọn tháp trên mặt đất dài 86m. Chiều cao của tháp bằng bao nhiêu mét? (làm tròn đến hàng đơn vị của mét).



Trả lời:

Câu 99. Một xe chở rác khi nâng thùng xe chở rác có kích thước như hình vẽ. Góc nghiêng α của thùng xe so với gầm xe bằng bao nhiêu độ? (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).



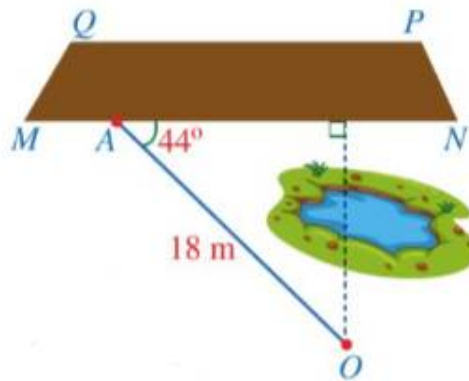
Trả lời:

Câu 100. Một cầu trượt trong công viên có độ dốc là 28° và có độ cao là $2,1(m)$ (hình vẽ). Độ dài của mặt cầu trượt bằng bao nhiêu mét? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất của mét).



Trả lời:

Câu 101. Người ta cần ước lượng khoảng cách từ vị trí O đến khu đất có dạng hình thang $MNPQ$ nhưng không thể đo được trực tiếp bởi bị ngăn một hồ nước, khoảng cách đó được tính bằng khoảng cách từ O đến đường thẳng MN . Người ta chọn vị trí A ở đáy MN và đo được $OA = 18(m)$, $\hat{A} = 44^\circ$ (Hình vẽ). Khoảng cách từ vị trí O đến khu đất bằng bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của mét).



Trả lời:

Câu 102. Hải đăng Kê Gà thuộc xã Tân Thành, huyện Hàm Thuận Nam, Bình Thuận là ngọn hải đăng được trung tâm sách kỷ lục Việt Nam xác nhận là ngọn hải đăng cao nhất và nhiều tuổi nhất. Hải đăng Kê Gà được xây dựng từ năm 1897-1899 và toàn bộ bằng đá (hình vẽ). Tháp đèn có hình bát giác, cao $66m$ so với mực nước biển. Ngọn đèn đặt trong tháp có thể phát sáng xa 22 hải lý (tương đương $40 km$).

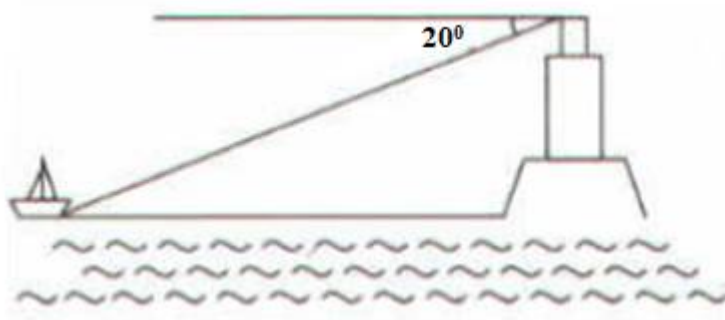


Một người đi thuyền thúng trên biển, muốn đến ngọn hải đăng có độ cao $66m$, người đó đứng trên mũi thuyền và dùng giác kế đo được góc giữa thuyền và tia nắng chiếu từ đỉnh ngọn hải đăng đến thuyền là 25° (hình vẽ). Khoảng cách của thuyền đến ngọn hải đăng bằng bao nhiêu mét? (làm tròn đến hàng đơn vị của mét).



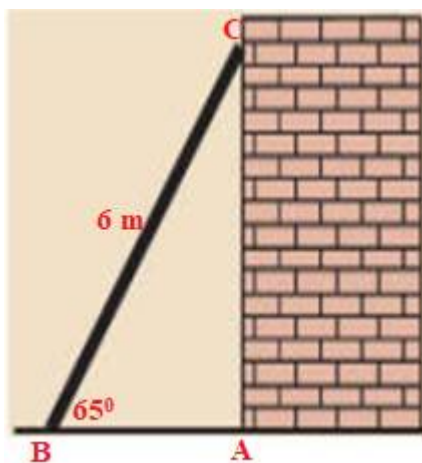
Trả lời:

Câu 103. Từ một đài quan sát cao $350m$ so với mực nước biển, người ta nhìn thấy một chiếc thuyền bị nạn dưới góc 20° so với phương ngang của mực nước biển. Muốn đến cứu con thuyền thì phải đi quãng đường dài bao nhiêu mét? (kết quả làm tròn đến chữ số hàng đơn vị của mét).



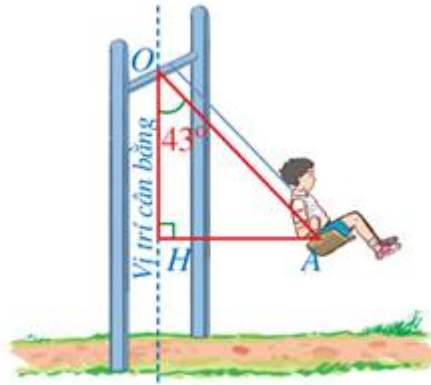
Trả lời:

Câu 104. Trường bạn Trúc Linh có một chiếc thang dài $6m$. Cần đặt chân thang cách chân tường một khoảng cách bằng bao nhiêu mét để nó tạo với mặt đất một góc “an toàn” là 65° (tức là đảm bảo thang không bị đổ khi sử dụng) và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất của mét.



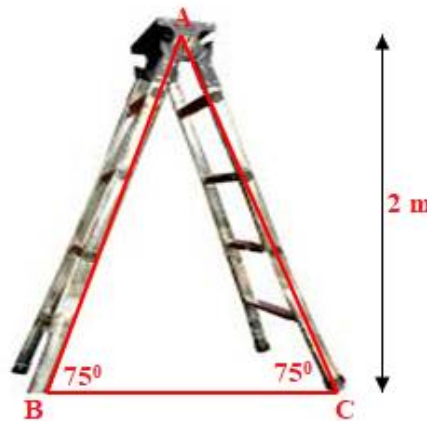
Trả lời:

Câu 105. Trong trò chơi xích đu ở hình vẽ bên dưới, khi dây căng xích đu (không dẫn) $OA = 3m$ tạo với phương thẳng đứng một góc là $\widehat{AOH} = 43^\circ$ thì khoảng cách AH từ em bé đến vị trí cân bằng là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



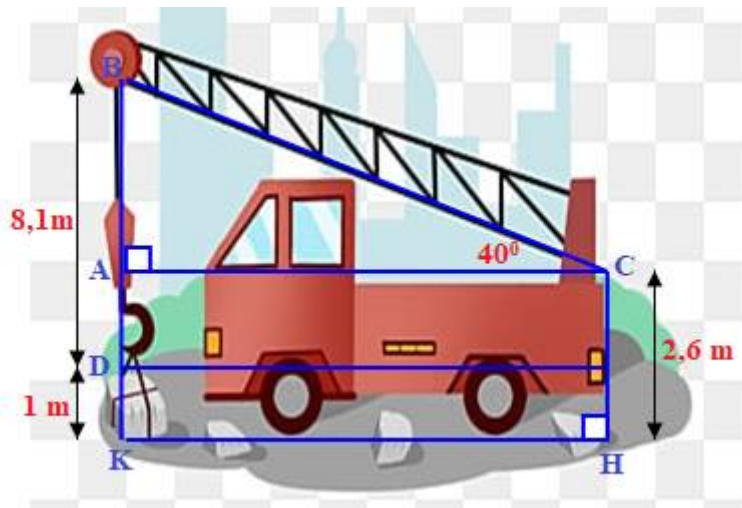
Trả lời:

Câu 106. Thang xếp chữ A gồm hai thang đơn AB và AC tựa vào nhau. Để an toàn, mỗi thang đơn tạo với mặt đất một góc khoảng 75° (hình vẽ). Nếu muốn tạo một thang xếp chữ A cao $2m$ tính từ mặt đất thì mỗi thang đơn phải dài bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm của mét).



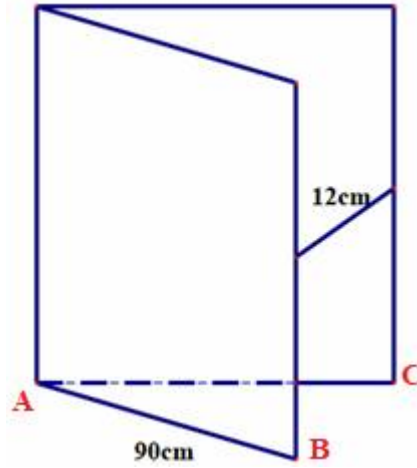
Trả lời:

Câu 107. Một cần cẩu có góc nghiêng so với mặt đất nằm ngang là 40° . Vậy muốn nâng một vật nặng lên cao $8,1$ mét thì cần cẩu phải dài bao nhiêu mét? Biết chiều cao của xe là $2,6$ mét, chiều cao của vật là 1 mét (làm tròn kết quả đến 1 chữ số thập phân).



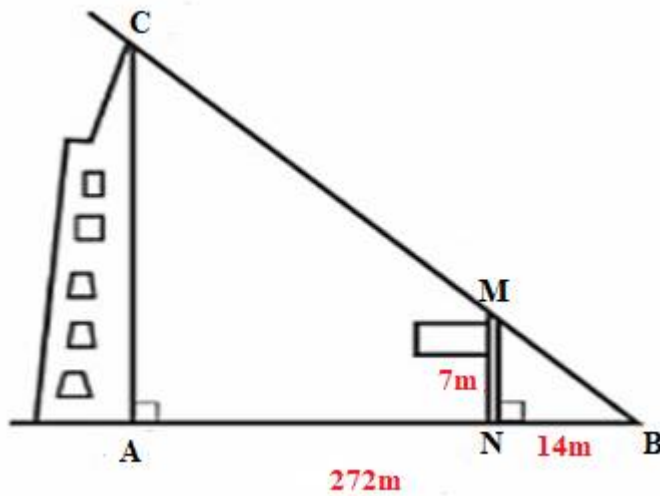
Trả lời:

Câu 108. Trong phòng khách sạn, bên cạnh bộ khóa cửa chính còn có một phụ kiện hữu ích khác chính là door guard (chốt trượt mở an toàn). Thiết bị này phòng trường hợp khi nghe tiếng gõ cửa mà không biết chính xác đó là ai. Door guard là một dạng chốt nối, tạo một khoảng cỡ 12cm đủ để người bên trong nhận diện người bên ngoài và nói chuyện với nhau. Nếu chiều rộng cánh cửa vào khoảng 90cm thì góc mở cánh cửa bằng bao nhiêu độ? (làm tròn kết quả đến một chữ số thập phân của độ).



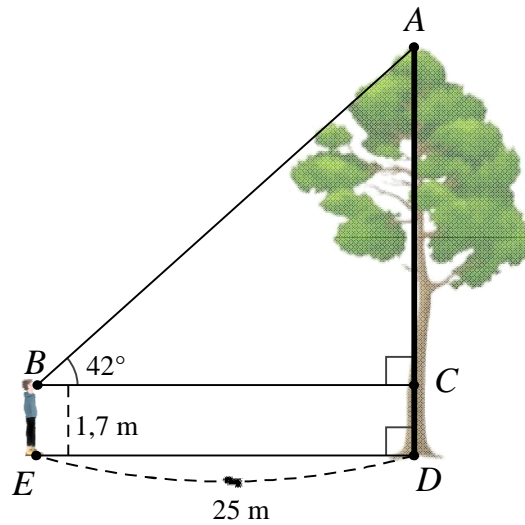
Trả lời:

Câu 109. Một tòa nhà cao tầng có bóng trên mặt đất là 272m, cùng thời điểm đó một cột cờ cao 7m có bóng trên mặt đất dài 14m. Hãy cho biết tòa nhà đó có bao nhiêu tầng, biết rằng mỗi tầng cao 3,4m?



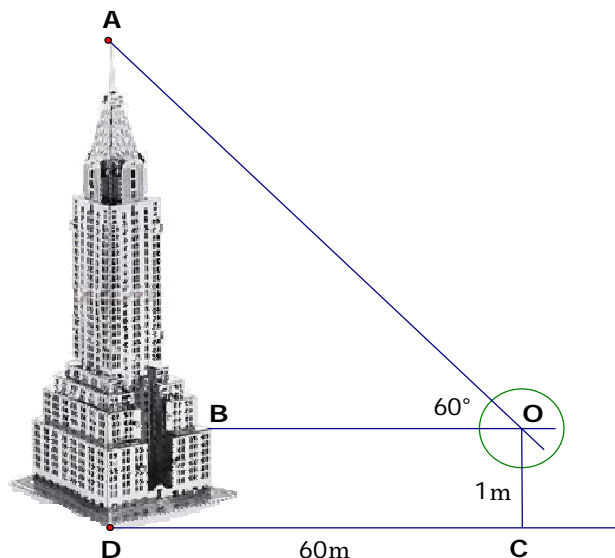
Trả lời:

Câu 110. Bạn Trúc Linh quan sát đứng cách một cái cây 25 m , nhìn thẳng đỉnh cây dưới một góc nâng 42° so với phương ngang của mặt đất (như hình vẽ). Biết khoảng cách từ mắt bạn Trúc Linh đến mặt đất bằng $1,7\text{ m}$. Hãy tính chiều cao của cây (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất của mét).



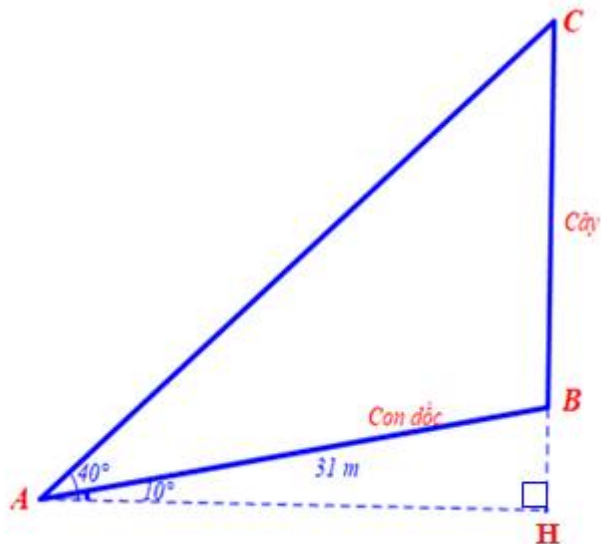
Trả lời:

Câu 111. Để xác định chiều cao của một tháp mà không cần lên đỉnh của tháp. Người ta đặt kế giác thẳng đứng cách chân tháp một khoảng $CD = 60\text{ m}$, giả sử chiều cao của giác kế là $OC = 1\text{ m}$. Quay thanh giác kế sao cho khi ngắm theo thanh ta nhìn thấy đỉnh A của tháp. Đọc trên giác kế số đo của góc $\widehat{AOB} = 60^\circ$. Tìm chiều cao của ngọn tháp (làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị của mét).



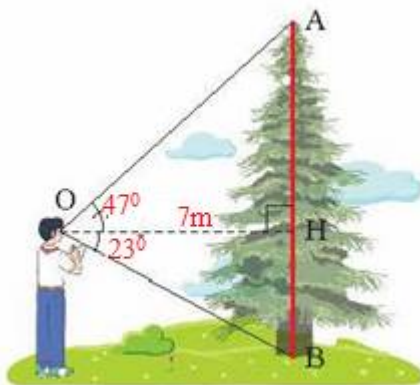
Trả lời:

Câu 112. Một cây bạch đàn mọc thẳng đứng bên lề một con dốc có độ dốc 10° so với phương nằm ngang. Biết rằng từ một điểm dưới chân dốc, cách gốc cây 3 m người ta nhìn đỉnh ngọn cây dưới một góc 40° so với phương nằm ngang (như hình vẽ). Chiều cao của cây bạch đàn bằng bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất của mét).



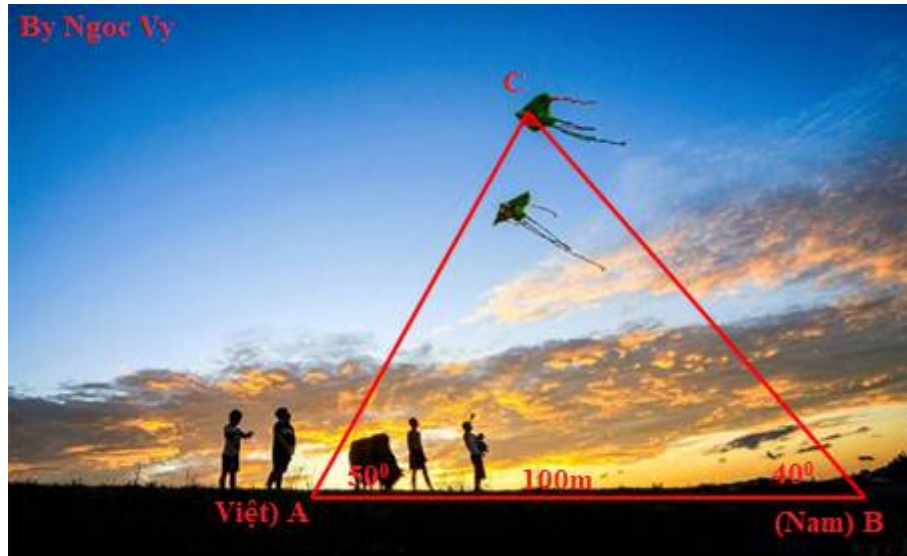
Trả lời:

Câu 113. Trong giờ thực hành đo chiều cao một cây bất kì, bạn Trúc Linh đứng ngắm đo một cây có chiều cao AB . Để ngắm được ngọn cây, bạn Trúc Linh ngắm với góc nghiêng lên (góc nâng) $\widehat{AOH} = 47^\circ$ và để ngắm được gốc cây, bạn Trúc Linh ngắm với góc nghiêng xuống (góc hạ) $\widehat{HOB} = 23^\circ$ (hình vẽ). Biết khoảng cách từ mắt bạn Trúc Linh đến cây bằng $OH = 7m$. Chiều cao của cây bằng bao nhiêu mét? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất của mét).



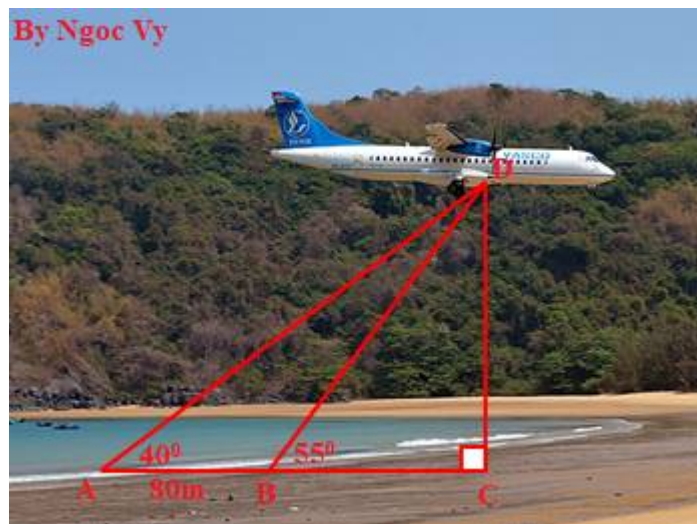
Trả lời:

Câu 114. Hai bạn học sinh Việt và Nam đang đứng ở mặt đất bằng phẳng, cách nhau $100m$ thì nhìn thấy một chiếc điều (ở vị trí C giữa hai bạn). Biết góc “nâng” để nhìn thấy điều ở vị trí của Việt là 50° và góc “nâng” để nhìn thấy điều ở vị trí của Nam là 40° . Độ cao của điều lúc đó bằng bao nhiêu mét so với mặt đất? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất của mét).



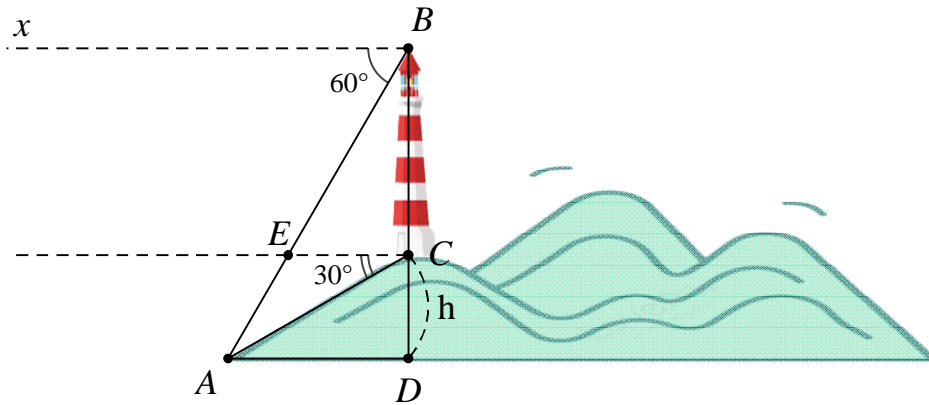
Trả lời:

Câu 115. Hai bạn học sinh A và B đang đứng ở mặt đất bằng phẳng, cách nhau $80m$ thì nhìn thấy một máy bay trực thăng điều khiển từ xa (ở vị trí C nằm trên tia AB và $AC > AB$). Biết góc “nâng” để nhìn thấy máy bay ở vị trí của B là 55° góc “nâng” để nhìn thấy máy bay ở vị trí của A là 40° . Hãy tính độ cao của máy bay lúc đó so với mặt đất? (làm tròn đến chữ số hàng đơn vị của mét).



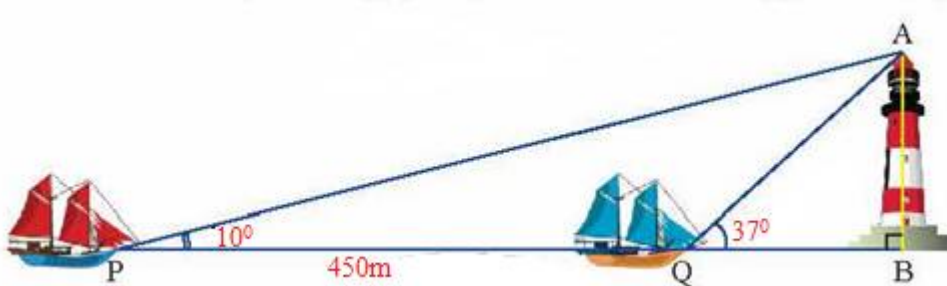
Trả lời:

Câu 116. Trên quả đồi có một cái tháp cao $100m$. Từ đỉnh B và chân C của tháp nhìn điểm A ở chân đồi dưới các góc tương ứng bằng 60° và 30° so với phương nằm ngang như hình vẽ. Chiều cao quả đồi đặt tháp so với chân đồi là đoạn CD . Chiều cao quả đồi bằng bao nhiêu mét?



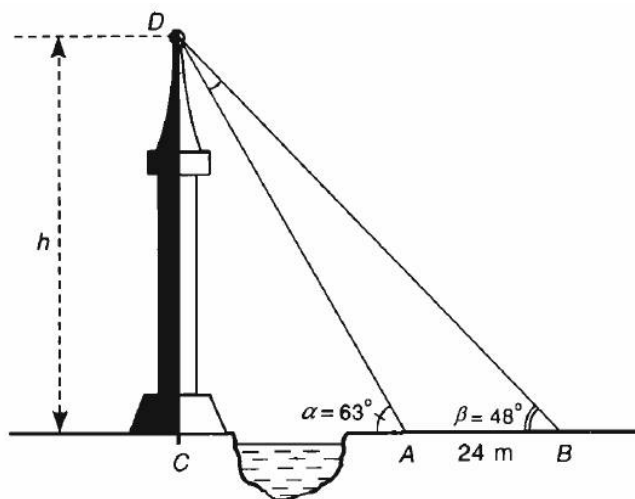
Trả lời:

Câu 117. Hai con thuyền ở vị trí P và Q cách nhau $450m$ và thẳng hàng chân của ngọn tháp hải đăng trên bờ biển (hình vẽ). Từ vị trí P và Q , người ta thấy tháp hải đăng dưới các góc $\widehat{APB} = 10^\circ$ và $\widehat{AQB} = 37^\circ$. Tính chiều cao tháp hải đăng (làm tròn đến chữ số hàng đơn vị của mét).



Trả lời:

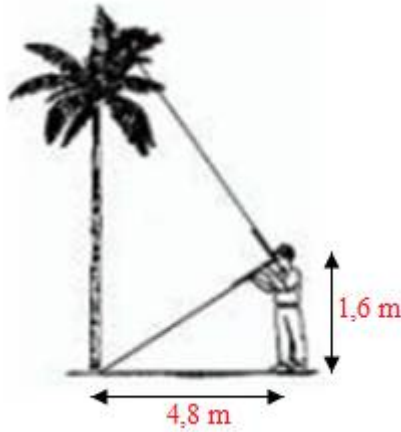
Câu 118. Giả sử $CD = h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B và C thẳng hàng. Ta đo được $AB = 24m, \widehat{CAD} = 63^\circ, \widehat{CBD} = 48^\circ$. Tìm chiều cao h của tháp (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất của mét).



Trả lời:

Câu 119. Bạn Minh Hiền sử dụng thước ngắm có góc vuông để đo chiều cao một cây dừa (như hình vẽ). Khoảng cách từ góc cây đến chân bạn Minh Hiền là $4,8m$ và từ vị trí chân đứng thẳng trên mặt đất đến

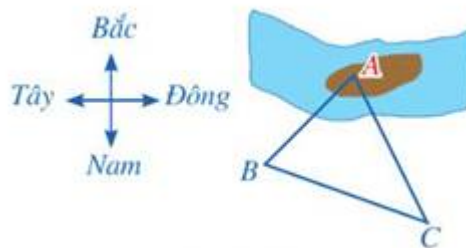
Hình học 9 - Chương 4: Hệ thức lượng trong tam giác vuông – Trắc nghiệm và tự luận 4 phần có lời giải – Cảnh Điều
 mắt của bạn Minh Hiền nhắm là 1,6m. Hỏi với các kích thước trên, bạn Minh Hiền đo được chiều cao của cây đó là bao nhiêu mét?



Trả lời:

Câu 120. Một người đứng ở vị trí B trên bờ sông muốn sử dụng la bàn để ước lượng khoảng cách từ vị trí đó đến một vị trí A ở trên một cù lao giữa dòng sông. Người đó đã làm như sau:

- Sử dụng la bàn, xác định được phương BA lệch với phương Nam – Bắc về hướng Đông 52° .
- Người đó di chuyển đến vị trí C, cách B một khoảng là 187 m. Sử dụng la bàn, xác định được phương CA lệch với phương Nam – Bắc về hướng Tây 27° ; CB lệch với phương Nam – Bắc về hướng Tây 70° (Hình vẽ).



Từ những dữ liệu trên, hỏi khoảng cách AB bằng bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).

Trả lời:

PHẦN IV. Câu tự luận. Mỗi câu hỏi thí sinh trình bày cách giải tự luận.

Câu 121. Tính giá trị của biểu thức sau: $A = \frac{\sin 21^\circ - \sin 58^\circ}{2 \cos 32^\circ - 2 \cos 69^\circ}$

Câu 122. Tính giá trị của biểu thức sau: $B = \frac{\sin 45^\circ \cdot \cos 35^\circ \cdot \tan 76^\circ}{\sin 55^\circ \cdot \cot 14^\circ}$

Câu 123. Tính giá trị của biểu thức sau: $C = \sin^2 20^\circ - \cos^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ - \cos^2 70^\circ$

Câu 124. Tính giá trị của biểu thức sau: $D = 2025 \tan 24^\circ \cdot \tan 66^\circ - \tan^{2026} 78^\circ \tan^{2026} 12^\circ$

Câu 125. Tính giá trị của biểu thức sau: $A = \cot 23^\circ \cdot \cot 33^\circ \cdot \cot 43^\circ \cdot \cot 47^\circ \cdot \cot 57^\circ \cdot \cot 67^\circ$

Câu 126. Tính giá trị của biểu thức sau: $B = \tan^2 21^\circ \cdot \tan^2 31^\circ \cdot \tan^2 41^\circ \cdot \tan^2 49^\circ \cdot \tan^2 59^\circ \cdot \tan^2 69^\circ$

Câu 127. Tính giá trị của biểu thức sau:

$$C = \tan^3 13^\circ \cdot \tan^3 23^\circ \cdot \tan^3 33^\circ \cdot \tan^3 43^\circ \cdot \tan^3 47^\circ \cdot \tan^3 57^\circ \cdot \tan^3 67^\circ \cdot \tan^3 77^\circ$$

Câu 128. Cho $\cot \alpha = 3$, với α là góc nhọn. Tính giá trị của biểu thức sau: $A = \frac{2025 \sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha}$

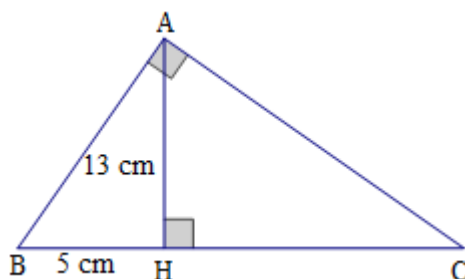
Câu 129. Cho $\cot \alpha = 3$, với α là góc nhọn. Tính giá trị của biểu thức sau: $B = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$

Câu 130. Cho $\cot \alpha = 3$, với α là góc nhọn. Tính giá trị của biểu thức sau:

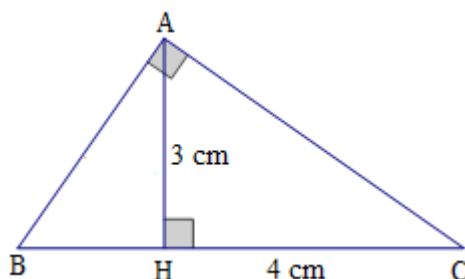
$$C = \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha - \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \cos^2 \alpha}$$

Câu 131. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 60\text{mm}$; $AC = 8\text{cm}$. Tính các tỉ số lượng giác của góc B , từ đó suy ra tỉ số lượng giác của góc C .

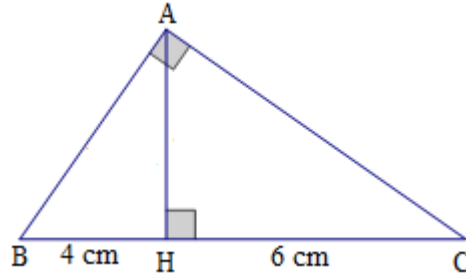
Câu 132. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH , biết $AB = 13\text{cm}$, $BH = 5\text{cm}$. Tính $\sin B$, $\sin C$



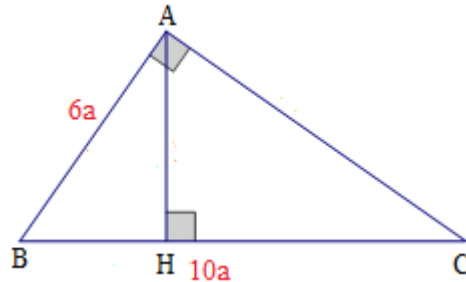
Câu 133. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH , biết $AH = 3\text{cm}$, $HC = 4\text{cm}$. Tính $\cos C$, $\cos B$



Câu 134. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH , biết $BH = 3\text{cm}$, $CH = 4\text{cm}$. Tính $\tan B$, $\cot B$, $\tan C$, $\cot C$



Câu 135. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $AB = 6a$, $BC = 10a$.



a) Tính $\sin \widehat{BAH}$.

b) Tính $\cot \widehat{CAH}$.

Câu 136. Cho tam giác ABC vuông tại A có $\tan B = 2\sqrt{2}$.

a) Tính các tỉ số lượng giác của góc B còn lại.

b) Tính các tỉ số lượng giác của góc C .

Câu 137. Cho tam giác ABC vuông tại B . Cho biết $BC = 15\text{cm}$, $\widehat{B} = 52^\circ$.

a) Tính góc C và hai cạnh AB, AC (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

b) Tính diện tích tam giác ABC (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Câu 138. Cho tam giác ABC vuông tại A , có AH là đường cao (điểm H thuộc cạnh BC). Biết $AB = 14(\text{cm})$, $\widehat{C} = 30^\circ$.

a) Tính góc B và hai cạnh AC, BC (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

b) Tính diện tích tam giác AHC (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Câu 139. Cho tam giác ABC có $AB = 12a$, $AC = 14a$ và $\widehat{B} = 60^\circ$.

a) Tính độ dài cạnh BC

b) Tính diện tích tam giác ABC .

Câu 140. Cho tam giác ABC , biết $\widehat{B} = 42^\circ$, $AB = 12\text{cm}$, $BC = 22\text{cm}$.

a) Tính các cạnh và các góc của tam giác ABC (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

b) Tính diện tích tam giác ABC (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Câu 141. Cho hình bình hành $ABCD$, có $\widehat{A} = 45^\circ$, $AB = BD = 18(\text{cm})$.

a) Tính AD .

b) Tính diện tích tứ giác $ABCD$.

Câu 142. Cho tam giác $\triangle ABC$ có $BC = 11\text{cm}$, $\widehat{B} = 38^\circ$, $\widehat{C} = 30^\circ$. Gọi N là chân đường vuông góc hạ từ A xuống cạnh BC .

- Tính độ dài đoạn thẳng AN (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).
- Tính độ dài cạnh AC (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).
- Tính diện tích tam giác ABC (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Câu 143. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$) có đường cao AH .

- Cho $HB = 9\text{cm}$, $HC = 16\text{cm}$. Tính AH , AB .
- Chứng minh $AH^2 = AB \cdot AC \cdot \sin B \cdot \sin C$.
- Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của H trên AB và AC . Chứng minh $AE \cdot AB = AF \cdot AC$.

Câu 144. Cho tam giác ABC vuông tại A .

- Viết tỉ số lượng giác của góc B .
- Kẻ đường cao AH (H thuộc BC). Biết $AH = 6\text{cm}$, $BH = 4\text{cm}$. Tính HC , AC ?
- Kẻ HE vuông góc AB , HF vuông góc AC (E thuộc AB , F thuộc AC).

i) Chứng minh $\frac{HB^2}{HC^2} = \frac{BE}{FC} \cdot \frac{AB}{AC}$

ii) Chứng minh $\frac{EB}{FC} = \left(\frac{AB}{AC}\right)^3$.

Câu 145. Cho tam giác ABC vuông tại A , ($AB < AC$), đường cao AH .

- Biết $AB = 4\text{cm}$, $AC = 4\sqrt{3}\text{cm}$, hãy số đo góc C và tính độ dài đoạn thẳng AH .
- Gọi G là một điểm bất kì trên đoạn thẳng AC (G khác A và G khác C). Kẻ AK vuông góc BG tại K . Chứng minh: $\triangle BHK \sim \triangle BGC$.
- Với giả thiết câu b, chứng minh: $\sin \widehat{BGA} \cdot \cos \widehat{ABC} = \frac{HK}{GC}$.

Câu 146. Cho tam giác tam giác ABC vuông tại A , ($AB < AC$) có đường cao AK chia cạnh huyền BC thành hai đoạn $KB = 2\text{cm}$ và $KC = 6\text{m}$.

- Tính độ dài các đoạn thẳng: AK , AB .
- Tính số đo \widehat{C} ; \widehat{KAC} .
- Tia phân giác của góc B cắt AC tại D . Chứng minh rằng: $\tan \widehat{ABD} = \frac{AC}{AB + BC}$.

Câu 147. Cho tam giác tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH có $AB = 15\text{cm}$, $AC = 20\text{cm}$.

- Biết $AB = 15\text{cm}$, $AC = 20\text{cm}$. Tính góc \widehat{C} (làm tròn đến phút) và độ dài đoạn thẳng BH .
- Gọi D, E lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ H đến AB ; AC . Chứng minh $DE \cdot BC = BH \cdot HC$.
- Chứng minh $DE^2 = AD \cdot DB + AE \cdot EC$.

Câu 148. Cho tam giác vuông tại A , đường cao AH .

- Cho $AB = 9\text{cm}$, $AC = 12\text{cm}$. Tính số đo \widehat{ACH} ; \widehat{HAC} (số đo góc làm tròn đến độ).
- Với số liệu câu a, Tính độ dài các đoạn thẳng BH , AH .
- Gọi E, D lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên AB, AC . Chứng minh $AE = AD \cdot \tan B$.

Câu 149. Cho tam giác ABC cân tại A đường cao AH , kẻ $HE \perp AB$. Biết $AC = 4\text{ cm}$, $BC = 4,8\text{ cm}$.

- Tính BE .
- Chứng minh $EH \cdot AC = AH \cdot HC$.
- Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BE, HE . Chứng minh rằng $NA \perp HM$.

Câu 150. Cho tam giác ABC nhọn, các đường phân giác AD , đường cao BH , đường trung tuyến CE đồng quy tại O . Vẽ EF vuông góc với BH tại F .

- Chứng minh: $\frac{CH}{EF} = \frac{AC}{AE}$
- Chứng minh: $AC \cdot \cos \widehat{BAC} = BC \cdot \cos \widehat{ACB}$.

CHƯƠNG 4

**HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG
TRẮC NGHIỆM VÀ TỰ LUẬN TỔNG HỢP GỒM BỐN PHẦN**

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Với mọi góc nhọn α , ta có:

A. $\cot(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$.

B. $\tan(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$.

C. $\cot(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$.

D. $\tan^2(90^\circ - \alpha) = \cot^2 \alpha$.

Lời giải

Chọn D.

Với mọi góc nhọn α , ta có: $\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$ suy ra $\tan^2(90^\circ - \alpha) = \cot^2 \alpha$

Câu 2. Khẳng định nào sau đây là đúng? Cho hai góc phụ nhau thì

A. sin góc này bằng cos góc kia.

B. sin hai góc bằng nhau.

C. tan góc này bằng cot góc kia.

D. Cả A, C đều đúng.

Lời giải

Chọn D.

Với hai góc phụ nhau thì sin góc nọ bằng cos góc kia và tan góc nọ bằng cot góc kia.

Câu 3. Cho góc nhọn α . Chọn khẳng định sai.

A. $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$.

B. $\tan^2 \alpha \cdot \cot^2 \alpha = 1$.

C. $0 < \sin \alpha < 1$.

D. $0 < \cot \alpha < 1$.

Lời giải

Chọn D.

Với mọi góc nhọn α , ta có:

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$$

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \text{ suy ra } (\tan \alpha \cdot \cot \alpha)^2 = 1 \text{ hay } \tan^2 \alpha \cdot \cot^2 \alpha = 1$$

$$0 < \sin \alpha < 1; 0 < \cos \alpha < 1 \text{ suy ra đáp án D sai}$$

Câu 4. Cho α và β là hai góc nhọn bất kỳ thoả mãn $\alpha + \beta = 90^\circ$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\tan \alpha = \sin \beta$.

B. $\tan \alpha = \cot \beta$.

C. $\tan \alpha = \cos \beta$.

D. $\tan \alpha = \tan \beta$.

Lời giải

Chọn B.

Với hai góc α, β mà $\alpha + \beta = 90^\circ$

Ta có: $\sin \alpha = \cos \beta; \cos \alpha = \sin \beta; \tan \alpha = \cot \beta; \cot \alpha = \tan \beta$.

Câu 5. Cho α là góc nhọn bất kỳ. Chọn các khẳng định sau:

- $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$.
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$.
- $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$.
- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.

Có bao nhiêu khẳng định đúng?

A. 1.

B. 2.

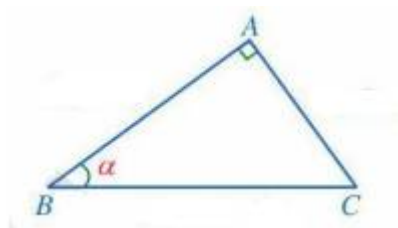
C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn D.

Cho tam giác ABC vuông tại A , với $\widehat{B} = \alpha$.



- Chứng minh $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có:

$$\sin \alpha = \frac{AC}{BC} \text{ hay } AC = BC \cdot \sin \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{AB}{BC} \text{ hay } AB = BC \cdot \cos \alpha$$

$$\tan \alpha = \frac{AC}{AB}$$

$$\text{Suy ra: } \tan \alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{BC \cdot \sin \alpha}{BC \cdot \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\text{Vậy: } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

- Chứng minh $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$

$$\text{Xét tam giác } ABC \text{ vuông tại } A, \text{ ta có: } \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\text{Vậy: } \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

- Chứng minh $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Tam giác ABC vuông tại A , ta có:

$$\sin \alpha = \frac{AC}{BC}, \text{ suy ra } \sin^2 \alpha = \left(\frac{AC}{BC}\right)^2 = \frac{AC^2}{BC^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{AB}{BC}, \text{ suy ra } \cos^2 \alpha = \left(\frac{AB}{BC}\right)^2 = \frac{AB^2}{BC^2}$$

Do đó:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{AC^2}{BC^2} + \frac{AB^2}{BC^2}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{AC^2 + AB^2}{BC^2}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{BC^2}{BC^2}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Vậy: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Câu 6. Tính giá trị biểu thức $B = \cot 16^\circ \cdot \cot 23^\circ \cdot \cot 67^\circ \cdot \cot 74^\circ$.

- A. $B = 0$. B. $B = 1$. C. $B = \frac{1}{2}$. D. $B = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{aligned} B &= \cot 16^\circ \cdot \cot 23^\circ \cdot \cot 67^\circ \cdot \cot 74^\circ = (\cot 16^\circ \cdot \cot 74^\circ) \cdot (\cot 23^\circ \cdot \cot 67^\circ) \\ &= (\cot 16^\circ \cdot \tan 16^\circ) \cdot (\cot 23^\circ \cdot \tan 23^\circ) = 1 \cdot 1 = 1 \end{aligned}$$

Câu 7. Tính giá trị biểu thức $B = \tan^{2025} 13^\circ \cdot \tan^{2025} 24^\circ \cdot \tan^{2025} 35^\circ \cdot \tan^{2025} 55^\circ \cdot \tan^{2025} 66^\circ \cdot \tan^{2025} 77^\circ$.

- A. $B = 0$. B. $B = 1$. C. $B = -1$. D. $B = 2$.

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{aligned} B &= \tan^{2025} 13^\circ \cdot \tan^{2025} 24^\circ \cdot \tan^{2025} 35^\circ \cdot \tan^{2025} 55^\circ \cdot \tan^{2025} 66^\circ \cdot \tan^{2025} 77^\circ \\ &= (\tan^{2025} 13^\circ \cdot \tan^{2025} 77^\circ) \cdot (\tan^{2025} 24^\circ \cdot \tan^{2025} 66^\circ) \cdot (\tan^{2025} 35^\circ \cdot \tan^{2025} 55^\circ) \\ &= (\tan 13^\circ \cdot \tan 77^\circ)^{2025} \cdot (\tan 24^\circ \cdot \tan 66^\circ)^{2025} \cdot (\tan 35^\circ \cdot \tan 55^\circ)^{2025} \\ &= (\tan 13^\circ \cdot \cot 13^\circ)^{2025} \cdot (\tan 24^\circ \cdot \cot 24^\circ)^{2025} \cdot (\tan 35^\circ \cdot \cot 35^\circ)^{2025} \\ &= 1^{2025} \cdot 1^{2025} \cdot 1^{2025} = 1 \end{aligned}$$

Câu 8. Tính giá trị biểu thức $B = \tan 10^\circ \cdot \tan 20^\circ \cdot \tan 30^\circ \cdot \tan 40^\circ \cdot \tan 50^\circ \cdot \tan 60^\circ \cdot \tan 70^\circ \cdot \tan 80^\circ$.

- A. $B = -1$. B. $B = 1$. C. $B = 2$. D. $B = -2$.

Lời giải

Chọn B.

$$B = \tan 10^\circ \cdot \tan 20^\circ \cdot \tan 30^\circ \cdot \tan 40^\circ \cdot \tan 50^\circ \cdot \tan 60^\circ \cdot \tan 70^\circ \cdot \tan 80^\circ$$

$$\begin{aligned}
 &= (\tan 10^\circ \cdot \tan 80^\circ) \cdot (\tan 20^\circ \cdot \tan 70^\circ) \cdot (\tan 30^\circ \cdot \tan 60^\circ) \cdot (\tan 40^\circ \cdot \tan 50^\circ) \\
 &= (\tan 10^\circ \cdot \cot 10^\circ) \cdot (\tan 20^\circ \cdot \cot 20^\circ) \cdot (\tan 30^\circ \cdot \cot 30^\circ) \cdot (\tan 40^\circ \cdot \cot 40^\circ) \\
 &= 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1
 \end{aligned}$$

Câu 9. Tính giá trị biểu thức $M = \frac{\sin 21^\circ - \sin 58^\circ}{2 \cos 32^\circ - 2 \cos 69^\circ}$.

- A. $M = -1$. B. $M = 1$. C. $M = -\frac{1}{2}$. D. $M = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\begin{aligned}
 M &= \frac{\sin 21^\circ - \sin 58^\circ}{2 \cos 32^\circ - 2 \cos 69^\circ} = \frac{\sin 21^\circ - \cos(90^\circ - 58^\circ)}{2 \cos 32^\circ - 2 \sin(90^\circ - 69^\circ)} \\
 &= \frac{\sin 21^\circ - \cos 32^\circ}{2 \cos 32^\circ - 2 \sin 21^\circ} = \frac{\sin 21^\circ - \cos 32^\circ}{-2(\sin 21^\circ - \cos 32^\circ)} = -\frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

Câu 10. Tính giá trị biểu thức $N = \sin^2 20^\circ - \cos^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ - \cos^2 70^\circ$.

- A. $N = 0$. B. $N = 1$. C. $N = \frac{1}{2}$. D. $N = -1$.

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{aligned}
 N &= \sin^2 20^\circ - \cos^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ - \cos^2 70^\circ = \sin^2 20^\circ - \cos^2 70^\circ + \sin^2 50^\circ - \cos^2 40^\circ \\
 &= \sin^2 20^\circ - \sin^2(90^\circ - 70^\circ) + \sin^2 50^\circ - \sin^2(90^\circ - 40^\circ) \\
 &= \sin^2 20^\circ - \sin^2 20^\circ + \sin^2 50^\circ - \sin^2 50^\circ \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

Câu 11. Tính giá trị biểu thức $A = \sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 88^\circ + \sin^2 89^\circ$

- A. $A = 0$. B. $A = 1$. C. $A = 2$. D. $A = 3$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$$\begin{aligned}
 A &= \sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 88^\circ + \sin^2 89^\circ \\
 &= (\sin^2 1^\circ + \sin^2 89^\circ) + (\sin^2 2^\circ + \sin^2 88^\circ) \\
 &= (\sin^2 1^\circ + \cos^2 1^\circ) + (\sin^2 2^\circ + \cos^2 2^\circ) \\
 &= 1 + 1 = 2
 \end{aligned}$$

Câu 12. Tính giá trị biểu thức:

$$B = \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \sin^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ + \sin^2 60^\circ + \sin^2 70^\circ + \sin^2 80^\circ$$

- A. $B = 1$. B. $B = 2$. C. $B = 3$. D. $B = 4$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$$\begin{aligned} B &= \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \sin^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ + \sin^2 60^\circ + \sin^2 70^\circ + \sin^2 80^\circ \\ &= \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \sin^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ + \sin^2 60^\circ + \sin^2 70^\circ + \sin^2 80^\circ \\ &= \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \sin^2 40^\circ + \cos^2 40^\circ + \cos^2 30^\circ + \cos^2 20^\circ + \cos^2 10^\circ \\ &= (\sin^2 10^\circ + \cos^2 10^\circ) + (\sin^2 20^\circ + \cos^2 20^\circ) + (\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ) + (\sin^2 40^\circ + \cos^2 40^\circ) \\ &= 1 + 1 + 1 + 1 = 4 \end{aligned}$$

Câu 13. Cho $\tan \alpha = 2$. Tính giá trị của biểu thức $G = \frac{2\sin \alpha + \cos \alpha}{\cos \alpha - 3\sin \alpha}$.

- A. $G = 1$. B. $G = -\frac{4}{5}$. C. $G = \frac{6}{5}$. D. $G = -1$.

Lời giải

Chọn D.

Vì $\tan \alpha = 2$ nên $\cos \alpha \neq 0$

$$\text{Ta có } G = \frac{2\sin \alpha + \cos \alpha}{\cos \alpha - 3\sin \alpha} = \frac{2 \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha} - 3 \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{2 \cdot \tan \alpha + 1}{1 - 3 \tan \alpha}$$

$$\text{Thay } \tan \alpha = 2 \text{ ta được } G = \frac{2 \cdot 2 + 1}{1 - 3 \cdot 2} = -\frac{5}{5} = -1.$$

Vậy $G = -1$.

Câu 14. Cho kết luận đúng về giá trị biểu thức $A = \frac{\cos^2 \alpha - 3\sin^2 \alpha}{3 - \sin^2 \alpha}$ biết $\tan \alpha = 3$.

- A. $A = 1$. B. $0 < A < 1$. C. $2 < A < 3$. D. $A < 0$.

Lời giải

Chọn D.

Vì $\tan \alpha = 3 \neq 0$ nên $\cos \alpha \neq 0$. Chia cả tử và mẫu của A cho $\cos^2 \alpha$ ta được:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - 3 \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}}{\frac{3}{\cos^2 \alpha} - \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}} = \frac{1 - 3 \tan^2 \alpha}{3 \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \tan^2 \alpha} = \frac{1 - 3 \tan^2 \alpha}{3(1 + \tan^2 \alpha) - \tan^2 \alpha} \\ &= \frac{1 - 3 \tan^2 \alpha}{3 + 2 \tan^2 \alpha} = \frac{1 - 3 \cdot 9}{3 + 2 \cdot 9} = -\frac{26}{21} \end{aligned}$$

$$\text{Hay } A = -\frac{26}{21} < 0.$$

Câu 15. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\sin 20^\circ < \sin 70^\circ$. B. $\sin 20^\circ > \sin 70^\circ$. C. $\sin 20^\circ = \sin 70^\circ$. D. $\sin 20^\circ \geq \sin 70^\circ$.

Lời giải

Chọn A.

Vì $20^\circ < 70^\circ$ suy ra $\sin 20^\circ < \sin 70^\circ$.

Câu 16. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\cot 46^\circ = \cot 50^\circ$. B. $\cot 46^\circ > \cot 50^\circ$. C. $\cot 46^\circ < \cot 50^\circ$. D. $\cot 46^\circ \geq \cot 50^\circ$.

Lời giải

Chọn B.

Vì $46^\circ < 50^\circ$ nên $\cot 46^\circ > \cot 50^\circ$.

Câu 17. Sắp xếp các tỉ số lượng giác $\sin 40^\circ, \cos 67^\circ, \sin 35^\circ, \cos 44^\circ 35', \sin 28^\circ 10'$ theo thứ tự tăng dần.

- A. $\cos 67^\circ < \sin 35^\circ < \sin 28^\circ 10' < \sin 40^\circ < \cos 45^\circ 25'$.
B. $\cos 67^\circ < \cos 45^\circ 25' < \sin 40^\circ < \sin 28^\circ 10' < \sin 35^\circ$.
C. $\cos 67^\circ > \sin 28^\circ 10' > \sin 35^\circ > \sin 40^\circ > \cos 45^\circ 25'$.
D. $\cos 67^\circ < \sin 28^\circ 10' < \sin 35^\circ < \sin 40^\circ < \cos 45^\circ 25'$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có:

$$\cos 67^\circ = \sin 23^\circ \text{ vì } 67^\circ + 23^\circ = 90^\circ$$

$$\cos 44^\circ 35' = \sin 45^\circ 25' \text{ vì } 44^\circ 35' + 45^\circ 25' = 90^\circ$$

Mà $23^\circ < 28^\circ 10' < 35^\circ < 40^\circ < 45^\circ 25'$

Nên $\sin 23^\circ < \sin 28^\circ 10' < \sin 35^\circ < \sin 40^\circ < \sin 45^\circ 25'$

Vậy $\cos 67^\circ < \sin 28^\circ 10' < \sin 35^\circ < \sin 40^\circ < \cos 45^\circ 25'$.

Câu 18. Sắp xếp các tỉ số lượng giác $\tan 43^\circ, \cot 71^\circ, \tan 38^\circ, \cot 69^\circ 15', \tan 28^\circ$ theo thứ tự tăng dần.

- A. $\cot 71^\circ < \cot 69^\circ 15' < \tan 28^\circ < \tan 38^\circ < \tan 43^\circ$.
B. $\cot 69^\circ 15' < \cot 71^\circ < \tan 28^\circ < \tan 38^\circ < \tan 43^\circ$.
C. $\tan 28^\circ < \tan 38^\circ < \tan 43^\circ < \cot 69^\circ 15' < \cot 71^\circ$.
D. $\cot 69^\circ 15' < \tan 28^\circ < \tan 38^\circ < \tan 43^\circ < \cot 71^\circ$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có

$$\cot 71^\circ = \tan 19^\circ \text{ vì } 71^\circ + 19^\circ = 90^\circ$$

$$\cot 69^\circ 15' = \tan 20^\circ 45' \text{ vì } 69^\circ 15' + 20^\circ 45' = 90^\circ$$

Mà $19^\circ < 20^\circ 45' < 28^\circ < 38^\circ < 43^\circ$

Nên $\tan 19^\circ < \tan 20^\circ 45' < \tan 28^\circ < \tan 38^\circ < \tan 43^\circ$

Vậy $\cot 71^\circ < \cot 69^\circ 15' < \tan 28^\circ < \tan 38^\circ < \tan 43^\circ$.

Câu 19. Cho α là góc nhọn bất kỳ. Khi đó $C = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$ bằng:

- A. $C = 1 - 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$. B. $C = 1$.
C. $C = \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$. D. $C = 1 + 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$$C = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + 2\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha - 2\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$$

$$= (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha \quad (\text{vì } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1)$$

Vậy $C = 1 - 2\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$.

Câu 20. Cho α là góc nhọn bất kỳ. Khi đó $C = \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$ bằng

- A. $C = -1$. B. $C = 1$.
 C. $C = \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$. D. $C = 3\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha - 1$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$$C = \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + 3\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha = \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + 3\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha \cdot 1$$

$$= \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + 3\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha \cdot (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) \quad (\text{vì } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1)$$

$$= (\sin^2 \alpha)^3 + 3(\sin^2 \alpha)^2 \cdot \cos^2 \alpha + 3\sin^2 \alpha \cdot (\cos^2 \alpha)^2 + (\cos^2 \alpha)^3$$

$$= (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^3 = 1 \quad (\text{vì } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1)$$

Câu 21. Trong một tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng:

- A. Cạnh huyền nhân với tan góc đối hoặc nhân với cotang góc kề.
 B. Cạnh huyền nhân với cotang góc đối hoặc nhân với tan góc kề.
 C. Cạnh huyền nhân với cosin góc đối hoặc nhân với sin góc kề.
D. Cạnh huyền nhân với sin góc đối hoặc nhân với cosin góc kề

Lời giải

Chọn D.

Lý thuyết

Câu 22. Trong tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng:

- A. Cạnh góc vuông kia nhân với tan góc đối hoặc nhân với cotang góc kề.**
 B. Cạnh góc vuông kia nhân với cotang góc đối hoặc nhân với tan góc kề.
 C. Cạnh góc vuông kia nhân với cosin góc đối hoặc nhân với sin góc kề.
 D. Cạnh góc vuông kia nhân với sin góc đối hoặc nhân với cosin góc kề

Lời giải

Chọn A.

Lý thuyết

Câu 23. Khẳng định đúng là:

- A. Trong tam giác vuông, độ dài cạnh huyền bằng tổng hai cạnh góc vuông.
 B. Trong tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng cạnh huyền nhân với tan góc đối.
C. Trong tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng cạnh huyền nhân với cosin góc kề.
 D. Trong tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng cạnh góc vuông kia nhân với cotang góc đối.

Lời giải

Chọn C.

Lý thuyết

Câu 24. Khẳng định sai là:

Cho tam giác vuông, có góc nhọn α .

- A. Tỉ số giữa cạnh đối và cạnh kề là $\tan \alpha$.
- B. Tỉ số giữa cạnh kề và cạnh đối là $\cos \alpha$.**
- C. Tỉ số giữa cạnh đối và cạnh huyền là $\sin \alpha$.
- D. Tỉ số giữa cạnh kề và cạnh huyền là $\cos \alpha$.

Lời giải

Chọn B.

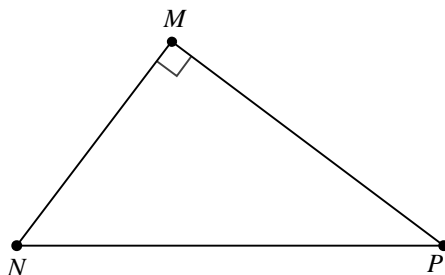
Lý thuyết

Câu 25. Cho tam giác MNP vuông tại M . Khi đó $\cos \widehat{MNP}$ bằng

- A. $\frac{MN}{NP}$.**
- B. $\frac{MP}{NP}$.
- C. $\frac{MN}{MP}$.
- D. $\frac{MP}{MN}$.

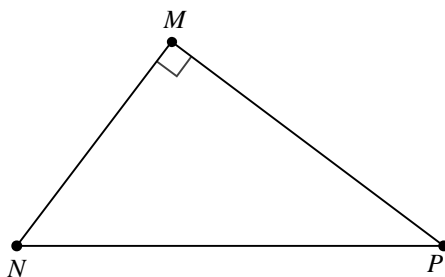
Lời giải

Chọn A.



Tam giác MNP vuông tại M , ta có: $\cos N = \frac{MN}{NP}$

Câu 26. Cho tam giác MNP vuông tại M . Khi đó $\tan \widehat{MNP}$ bằng:



- A. $\frac{MN}{NP}$.**
- B. $\frac{MP}{NP}$.
- C. $\frac{MP}{MN}$.**
- D. $\frac{MN}{MP}$.

Lời giải

Chọn C.

Tam giác MNP vuông tại M , ta có: $\tan N = \frac{MP}{MN}$.

+ Theo định lý Pythagore ta có $a^2 = b^2 + c^2$ nên C đúng.

+ Theo hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông ta có:

$$b = a \cdot \sin B = a \cdot \cos C$$

$$c = a \cdot \sin C = a \cdot \cos B$$

$$b = c \cdot \tan B = c \cdot \cot C$$

$$c = b \cdot \tan C = b \cdot \cot B$$

Nên A, D đúng.

Đáp án cần chọn là B.

Câu 30. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = a, AC = b, AB = c, \widehat{ABC} = 50^\circ$. Chọn khẳng định đúng?

A. $b = a \cdot \tan 50^\circ$.

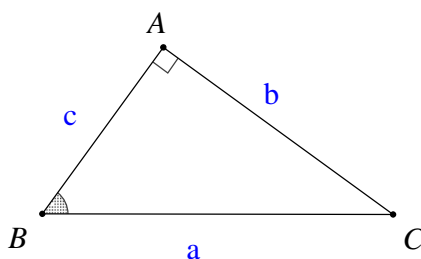
B. $b = c \cdot \sin 50^\circ$.

C. $c = b \cdot \cot 50^\circ$.

D. $b = c \cdot \cot 50^\circ$.

Lời giải

Chọn C.



Tam giác ABC vuông tại A , ta có

$$b = a \cdot \sin B = a \cdot \sin 50^\circ$$

$$c = a \cdot \cos B = a \cdot \cos 50^\circ$$

$$b = c \cdot \tan 50^\circ$$

$$c = b \cdot \cot 50^\circ$$

Câu 31. Cho tam giác ABC vuông tại C có $AC = 1\text{cm}, BC = 2\text{cm}$. Tính các tỉ số lượng giác $\sin B; \cos B$.

A. $\sin B = \frac{1}{2}; \cos B = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

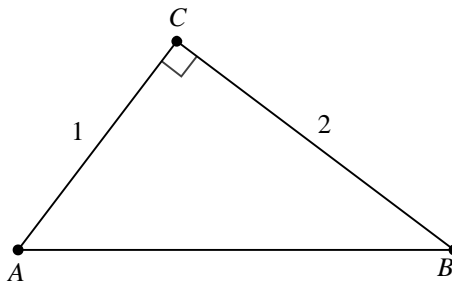
B. $\sin B = \frac{2\sqrt{5}}{5}; \cos B = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

C. $\sin B = \frac{1}{\sqrt{3}}; \cos B = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

D. $\sin B = \frac{\sqrt{5}}{5}; \cos B = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn D.



Tam giác ABC vuông tại C nên Theo định lý Pythagore ta có:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 \text{ suy ra } AB = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

Tam giác ABC vuông tại C , ta có:

$$\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 32. Cho tam giác ABC vuông tại C có $BC = 1,2\text{cm}$, $AC = 0,9\text{cm}$. Tính các tỉ số lượng giác $\sin B$; $\cos B$.

A. $\sin B = 0,8$; $\cos B = 0,6$.

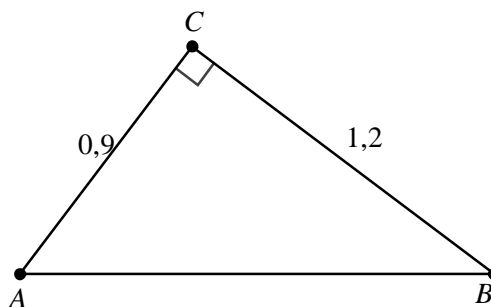
B. $\sin B = 0,6$; $\cos B = 0,8$.

C. $\sin B = 0,6$; $\cos B = 0,4$.

D. $\sin B = 0,4$; $\cos B = 0,8$.

Lời giải

Chọn A.



Theo định lý Pythagore ta có: $AB^2 = AC^2 + BC^2$ suy ra $AB = \sqrt{0,9^2 + 1,2^2} = 1,5$

Xét tam giác ABC vuông tại C có :

$$\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{0,9}{1,5} = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{1,2}{1,5} = \frac{4}{5} = 0,8.$$

Câu 33. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 8\text{cm}$, $AC = 6\text{cm}$. Tính tỉ số lượng giác $\tan C$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

A. $\tan C \approx 0,88$.

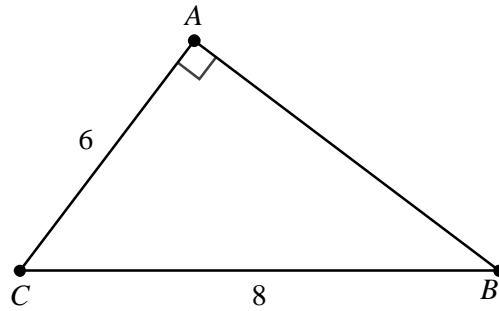
B. $\tan C \approx 0,89$.

C. $\tan C \approx 0,87$.

D. $\tan C \approx 0,86$.

Lời giải

Chọn A.



Theo định lý Pythagore ta có: $BC^2 = AC^2 + AB^2$ suy ra $AB = \sqrt{8^2 - 6^2} \approx 5,29$.

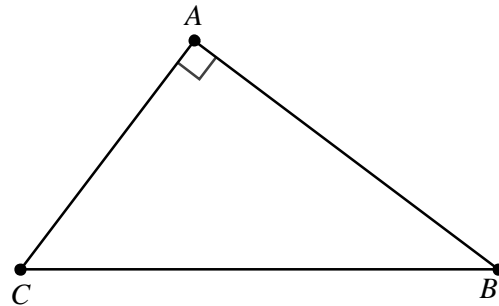
Xét tam giác ABC vuông tại A có: $\tan C = \frac{AB}{AC} \approx \frac{5,29}{6} \approx 0,88$.

Câu 34. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 9\text{cm}$, $AC = 5\text{cm}$. Tính tỉ số lượng giác $\tan C$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

- A. $\tan C \approx 0,5$. B. $\tan C \approx 1,6$. C. $\tan C \approx 1,3$. D. $\tan C \approx 1,5$.

Lời giải

Chọn D.



Theo định lý Pythagore ta có: $BC^2 = AC^2 + AB^2$ suy ra $AB = \sqrt{9^2 - 5^2} = 2\sqrt{14}$.

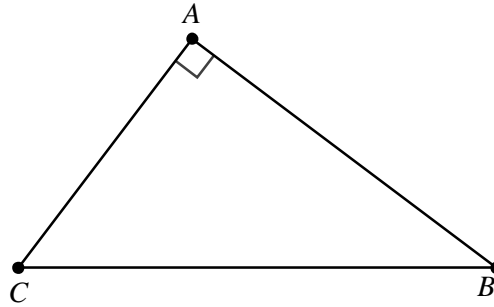
Xét tam giác ABC vuông tại A có: $\tan C = \frac{AB}{AC} = \frac{2\sqrt{14}}{5} \approx 1,5$.

Câu 35. Cho tam giác ABC vuông tại A . Hãy tính $\tan C$ biết rằng $\cot B = 2025$.

- A. $\tan C = \frac{1}{2025}$. B. $\tan C = -\frac{1}{2025}$. C. $\tan C = 2025$. D. $\tan C = -2025$.

Lời giải

Chọn C.



Vì tam giác ABC vuông tại A nên $\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ$ nên $\tan C = \cot B = 2025$

Câu 36. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 5\text{cm}$, $\cot C = \frac{7}{8}$. Tính độ dài các đoạn thẳng AC và

BC (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)

A. $AC \approx 4,39(\text{cm}); BC \approx 6,66(\text{cm})$.

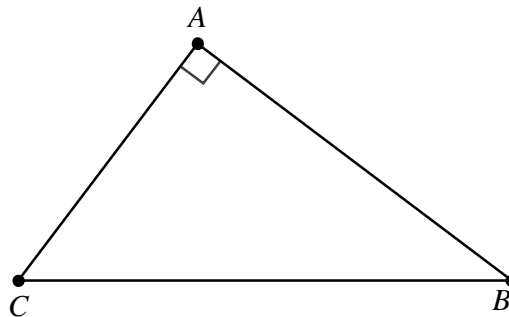
B. $AC \approx 4,38(\text{cm}); BC \approx 6,65(\text{cm})$.

C. $AC \approx 4,38(\text{cm}); BC \approx 6,64(\text{cm})$.

D. $AC \approx 4,37(\text{cm}); BC \approx 6,67(\text{cm})$.

Lời giải

Chọn B.



Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có: $AC = AB \cdot \cot C = 5 \cdot \frac{7}{8} = \frac{35}{8} \approx 4,38\text{cm}$.

Theo định lý Pythagore ta có $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 5^2 + 4,38^2$, suy ra $BC \approx 6,65$.

Câu 37. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 9\text{cm}$, $\tan C = \frac{5}{4}$. Tính độ dài các đoạn thẳng AC và

BC . (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

A. $AC = 5,2; BC \approx 11$.

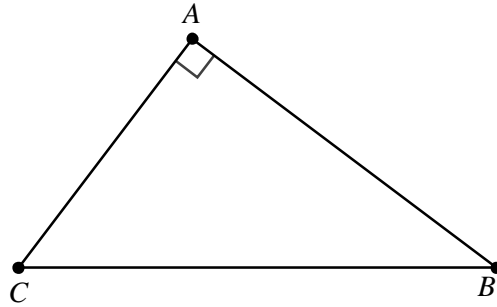
B. $AC = 7,2; BC \approx 11,53$.

C. $AC = 11,53; BC = 7,2$.

D. $AC = 7; BC \approx 11,53$.

Lời giải

Chọn B.



Xét tam giác ABC vuông tại A có: $AC = \frac{AB}{\tan C} = \frac{9}{\frac{5}{4}} = 7,2 \text{ cm}$

Theo định lý Pythagore ta có $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 9^2 + (7,2)^2 = \frac{3321}{25}$ suy ra $BC = \frac{9\sqrt{41}}{5} \approx 11,53$.

Câu 38. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 10 \text{ cm}$, $\widehat{C} = 30^\circ$. Tính AB ; BC .

A. $AB = \frac{10\sqrt{3}}{3}$; $BC = \frac{20\sqrt{3}}{3}$.

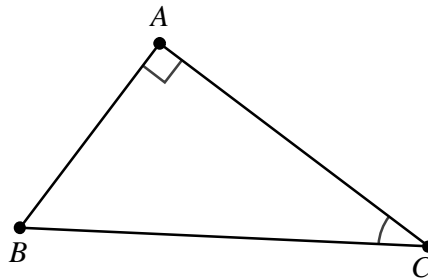
B. $AB = \frac{10\sqrt{3}}{3}$; $BC = 20\sqrt{3}$.

C. $AB = \frac{10\sqrt{3}}{3}$; $BC = \frac{14\sqrt{3}}{3}$.

D. $AB = \frac{5\sqrt{3}}{3}$; $BC = \frac{20\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A.



Xét tam giác ABC vuông tại A có:

$$AB = AC \cdot \tan C = 10 \cdot \tan 30^\circ = \frac{10\sqrt{3}}{3}$$

$$BC = \frac{AC}{\cos C} = \frac{10}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{20\sqrt{3}}{3}$$

Vậy $AB = \frac{10\sqrt{3}}{3}$; $BC = \frac{20\sqrt{3}}{3}$.

Câu 39. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 20 \text{ cm}$, $\widehat{C} = 60^\circ$. Tính AB ; BC .

A. $AB = 20\sqrt{3}$; $BC = 40\sqrt{3}$.

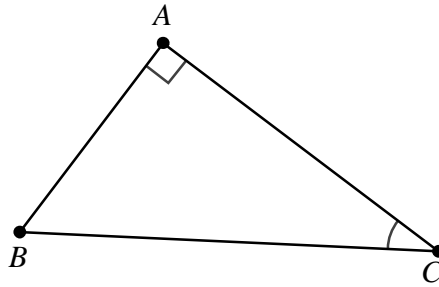
B. $AB = 20\sqrt{3}$; $BC = 40$.

C. $AB = 20$; $BC = 20\sqrt{3}$.

D. $AB = 20$; $BC = 40$.

Lời giải

Chọn B.



Xét tam giác ABC vuông tại A có:

$$AB = AC \cdot \tan C = 20 \cdot \tan 30^\circ = 20\sqrt{3}$$

$$BC = \frac{AC}{\cos C} = \frac{20}{\frac{1}{2}} = 40.$$

Vậy $AB = 20\sqrt{3}; BC = 40$.

Câu 40. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 12 \text{ cm}; \hat{B} = 40^\circ$. Tính AC và \hat{C} (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

A. $AC \approx 7,73; \hat{C} = 50^\circ$.

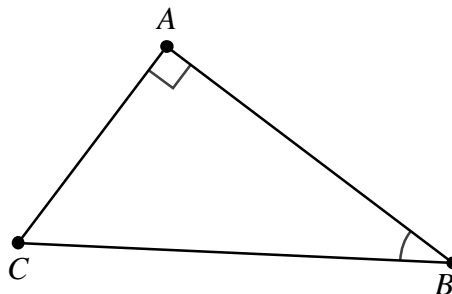
B. $AC \approx 7,72; \hat{C} = 50^\circ$.

C. $AC \approx 7,71; \hat{C} = 50^\circ$.

D. $AC \approx 7,71; \hat{C} = 40^\circ$.

Lời giải

Chọn C.



Xét tam giác ABC vuông tại A có

$$+ AC = BC \cdot \sin B = 12 \cdot \sin 40^\circ \approx 7,71.$$

$$+ \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \text{ nên } \hat{C} = 180^\circ - 40^\circ - 90^\circ = 50^\circ.$$

Vậy $AC \approx 7,71; \hat{C} = 50^\circ$.

Câu 41. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 15 \text{ cm}, \hat{B} = 55^\circ$. Tính AC và \hat{C} (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

A. $AC \approx 12,2; \hat{C} = 35^\circ$.

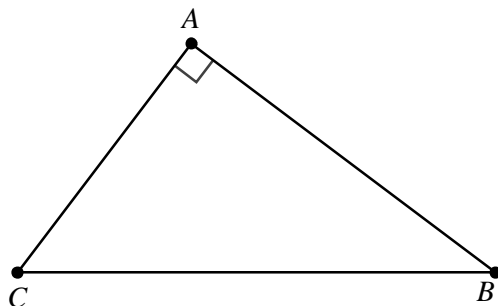
B. $AC \approx 12,29; \hat{C} = 35^\circ$.

C. $AC \approx 12,29; \hat{C} = 45^\circ$.

D. $AC \approx 12,29; \hat{C} = 35^\circ$.

Lời giải

Chọn D.



Xét tam giác ABC vuông tại A có: $AC = BC \cdot \sin B = 15 \cdot \sin 55^\circ \approx 12,29$.

Ta lại có: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$ suy ra $\hat{C} = 180^\circ - 55^\circ - 90^\circ = 35^\circ$.

Câu 42. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 15\text{ cm}$, $AB = 12\text{ cm}$. Tính AC và \hat{B} .

A. $AC = 9(\text{cm}); \hat{B} \approx 36^\circ 55'$.

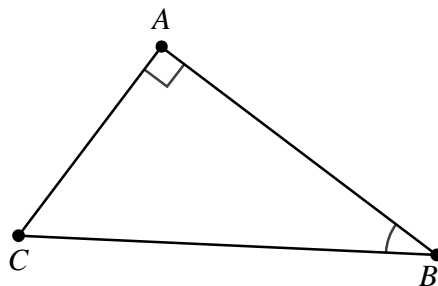
B. $AC = 9(\text{cm}); \hat{B} \approx 36^\circ 52'$.

C. $AC = 9(\text{cm}); \hat{B} \approx 37^\circ 52'$.

D. $AC = 8(\text{cm}); \hat{B} \approx 36^\circ 52'$.

Lời giải

Chọn B.



Xét tam giác ABC vuông tại A có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \text{ nên } AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9(\text{cm}).$$

$$\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} \text{ suy ra } \hat{B} \approx 36^\circ 52'.$$

Câu 43. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 26\text{ cm}$, $AB = 10\text{ cm}$. Tính AC và \hat{B} (làm tròn đến độ).

A. $AC = 24; \hat{C} \approx 68^\circ$.

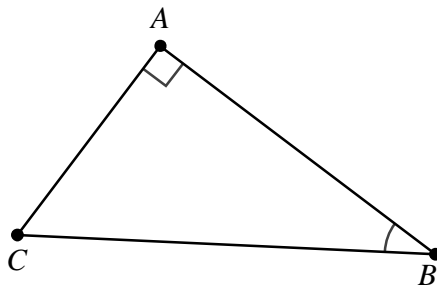
B. $AC = 24; \hat{C} \approx 67^\circ$.

C. $AC = 24; \hat{C} \approx 66^\circ$.

D. $AC = 22; \hat{C} \approx 67^\circ$.

Lời giải

Chọn B.



Xét tam giác ABC vuông tại A có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \text{ suy ra } AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24(\text{cm}).$$

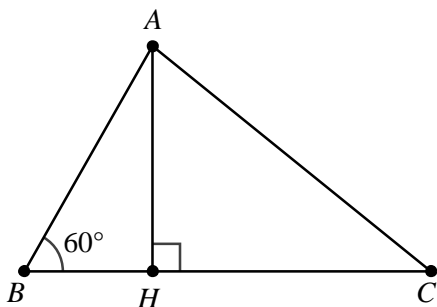
$$\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{24}{26} = \frac{12}{13} \text{ suy ra } \hat{B} \approx 67^\circ.$$

Câu 44. Cho tam giác ABC có $AB = 12, AC = 15$ và $\hat{B} = 60^\circ$. Tính BC .

- A. $BC = 9$. B. $BC = 6$. C. $BC = 3\sqrt{3} + 6$. D. $BC = 3\sqrt{13} + 6$.

Lời giải

Chọn D.



Kẻ đường cao AH .

Xét tam giác vuông ABH , ta có:

$$BH = AB \cdot \cos B = AB \cdot \cos 60^\circ = 12 \cdot \frac{1}{2} = 6$$

$$AH = AB \cdot \sin B = AB \cdot \sin 60^\circ = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}.$$

Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác vuông AHC ta có:

$$HC^2 = AC^2 - AH^2 = 15^2 - (6\sqrt{3})^2 = 117, \text{ suy ra } HC = 3\sqrt{13}.$$

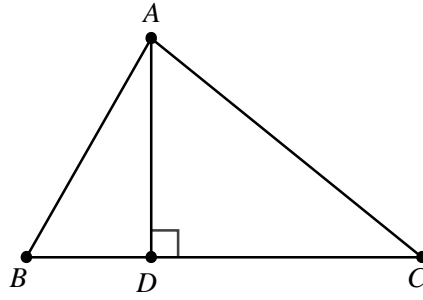
Do đó: $BC = CH + HB = 3\sqrt{13} + 6$.

Câu 45. Cho tam giác ABC có $\hat{B} = 60^\circ, \hat{C} = 50^\circ, CA = 3,5 \text{ cm}$. Diện tích tam giác ABC gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. $3(\text{cm}^2)$. B. $4(\text{cm}^2)$. C. $5(\text{cm}^2)$. D. $6(\text{cm}^2)$.

Lời giải

Chọn C.



Kẻ đường cao AD .

Xét tam giác vuông ACD , ta có:

$$AD = AC \cdot \sin C = 3,5 \cdot \sin 50^\circ \approx 2,68 \text{ cm}$$

$$CD = AC \cdot \cos C = 3,5 \cdot \cos 50^\circ \approx 2,25 \text{ cm}.$$

Xét tam giác ABD , có $BD = AD \cdot \cot B \approx 2,68 \cdot \cot 60^\circ \approx 1,55 \text{ cm}$.

Suy ra $BC = BD + CD = 3,8$.

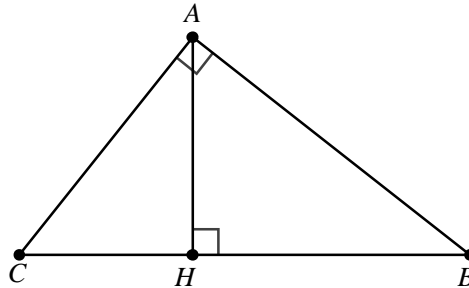
$$\text{Do đó } S_{ABC} = \frac{AD \cdot BC}{2} \approx 5,09 (\text{cm}^2).$$

Câu 46. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH có $CH = 4 \text{ cm}$, $BH = 3 \text{ cm}$. Tính $\cos C$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

- A. $\cos C \approx 0,75$. B. $\cos C \approx 0,78$. C. $\cos C \approx 0,76$. D. $\cos C \approx 0,77$.

Lời giải

Chọn C.



Xét tam giác ABC vuông tại A có $BC = BH + CH = 7 \text{ cm}$

$\triangle ABC \sim \triangle HAC$ (g - g) nên $AC^2 = CH \cdot BC$ suy ra $AC^2 = 4 \cdot 7$ hay $AC \approx 5,29 \text{ cm}$

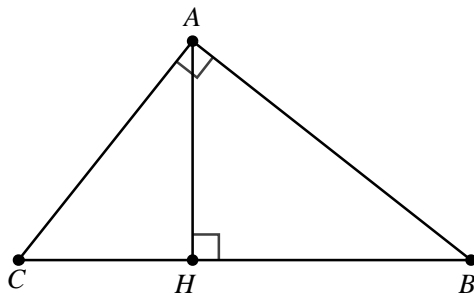
$$\text{Vậy } \cos C = \frac{AC}{BC} = \frac{5,29}{7} \approx 0,76.$$

Câu 47. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH có $AB = 13 \text{ cm}$, $BH = 0,5 \text{ dm}$. Tính tỉ số lượng giác $\sin C$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)

- A. $\sin C \approx 0,37$. B. $\sin C \approx 0,35$. C. $\sin C \approx 0,39$. D. $\sin C \approx 0,38$.

Lời giải

Chọn D.



Đổi $0,5dm = 5cm$

$\triangle ABC$ đồng dạng $\triangle HBA$ (g.g) suy ra $AB^2 = BH \cdot BC$ nên $BC = \frac{AB^2}{BH} = \frac{13^2}{5} = 33,8cm$

Suy ra $\sin C = \frac{AB}{BC} = \frac{13}{33,8} \approx 0,38$

Câu 48. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH có $AC = 15cm, CH = 6cm$. Tính tỉ số lượng giác $\cos B$.

A. $\sin C = \frac{2}{5}$.

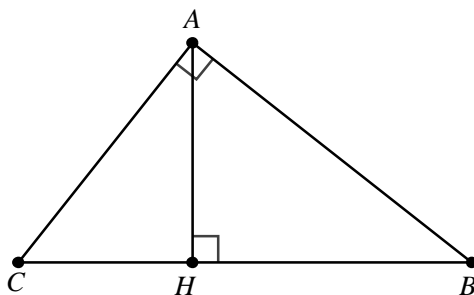
B. $\sin C = \frac{3}{5}$.

C. $\sin C = \frac{5}{\sqrt{21}}$.

D. $\sin C = \frac{\sqrt{21}}{5}$.

Lời giải

Chọn D.



Xét tam giác AHC vuông tại H , ta có:

Theo định lý Pythagore ta có: $AH^2 = AC^2 - CH^2 = 15^2 - 6^2 = 189$ suy ra $AH = 3\sqrt{21}$.

$$\sin C = \frac{AH}{AC} = \frac{3\sqrt{21}}{15} = \frac{\sqrt{21}}{5}$$

Mà tam giác ABC vuông tại A nên \widehat{B}, \widehat{C} là hai góc phụ nhau.

Do đó $\cos B = \sin C = \frac{\sqrt{21}}{5}$.

Câu 49. Cho tam giác ABC vuông tại C có $\sin A = \frac{5}{13}$, diện tích tam giác ABC bằng 120. Độ dài các

cạnh AB, AC, BC lần lượt là:

A. $AB = 13, AC = 5, BC = \sqrt{134}$.

B. $AB = 26, AC = 24, BC = 10$.

C. $AB = 5, AC = 13, BC = \sqrt{134}$.

D. $AB = 24, AC = 26, BC = 10$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 50. Cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi D, E là hai điểm nằm trên cạnh BC sao cho $BD = DE = EC$. Biết độ dài cạnh $AD = \sin x, AE = \cos x$ với $0 < x < 90$. Độ dài cạnh BC là:

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 51. Cho hình thang cân $ABCD$ có đáy lớn $AB = 20 \text{ cm}$, hai cạnh bên $AD = BC = 5 \text{ cm}$, $\widehat{ABC} = 25^\circ$. Độ dài chiều cao và đáy nhỏ CD lần lượt là:

- A. 2,115 cm và 10,94 cm. B. 3,524 cm và 8,24 cm.
C. 3,182 cm và 6,42 cm. D. 3,232 cm và 7,54 cm.

Lời giải

Chọn A.

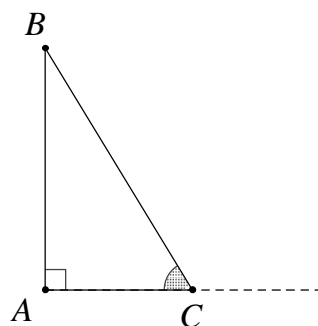
Câu 52. Một cột đèn điện AB cao 6 m có bóng in trên mặt đất là AC dài $3,5 \text{ m}$. Hãy tính góc mà tia sáng mặt trời tạo với mặt đất (làm tròn đến phút).

- A. $58^\circ 45'$. B. $59^\circ 50'$. C. $59^\circ 45'$. D. $59^\circ 4'$.



Lời giải

Chọn C.



Góc mà tia sáng mặt trời tạo với mặt đất là \widehat{C}

Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có: $\tan C = \frac{AB}{AC} = \frac{6}{3,5} = \frac{12}{7}$ suy ra $\widehat{C} \approx 59^\circ 45'$.

Câu 53. Một cột đèn có bóng trên mặt đất dài $14m$. Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ bằng 38° . Tính chiều cao của cột đèn (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

A. $10,2(m)$.

B. $11,9(m)$.

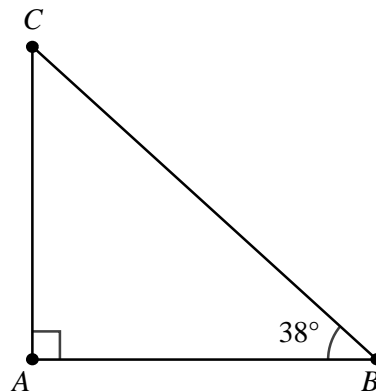
C. $10,7(m)$.

D. $10,9(m)$.



Lời giải

Chọn D.



Ta có chiều cao cột đèn là AC và $AB = 14m$, $\widehat{B} = 38^\circ$

Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có: $AC = AB \cdot \tan B = 14 \cdot \tan 38^\circ \approx 10,9(m)$.

Vậy cột đèn cao $10,9(m)$.

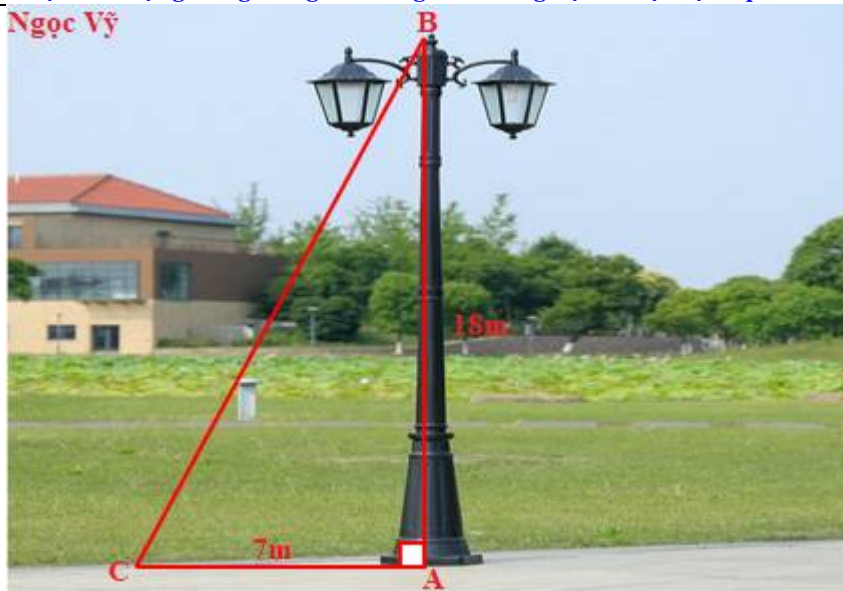
Câu 54. Một cột đèn điện AB cao $18m$ có bóng in trên mặt đất là AC dài $7m$. Hãy tính góc mà tia sáng mặt trời tạo với mặt đất (làm tròn đến phút).

A. $69^\circ 44'$.

B. $59^\circ 45'$.

C. $61^\circ 15'$.

D. $68^\circ 44'$.



Lời giải

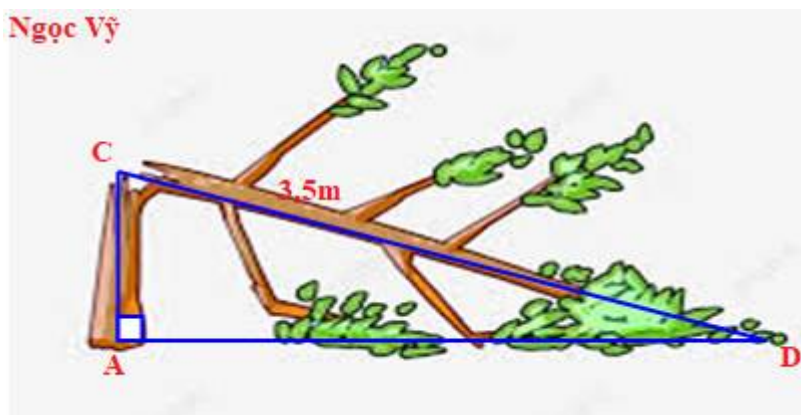
Chọn D.

Góc mà tia sáng mặt trời tạo với mặt đất là \widehat{C}

Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có: $\tan C = \frac{AB}{AC} = \frac{18}{7}$ suy ra $\widehat{C} \approx 68^\circ 44'$.

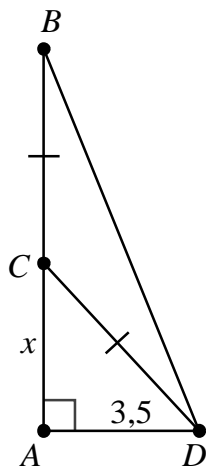
Câu 55. Một thân cây cao $8m$ bị gió bão làm gãy ngang thân, ngọn cây chạm đất cách gốc $3,5m$. Hỏi điểm gãy cách gốc bao nhiêu? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

- A. $3,32m$. B. $3,23m$. C. $4m$. D. $3m$.



Lời giải

Chọn B.



Giả sử AB là độ cao của cây tre, C là điểm gãy.

Đặt $AC = x (0 < x < 8)$ suy ra $CB = CD = 8 - x$.

Vì $\triangle ACD$ vuông tại A , theo Pythagore, ta có:

$$AC^2 + AD^2 = CD^2$$

$$x^2 + (3,5)^2 = (8 - x)^2$$

$$16x = \frac{207}{4}$$

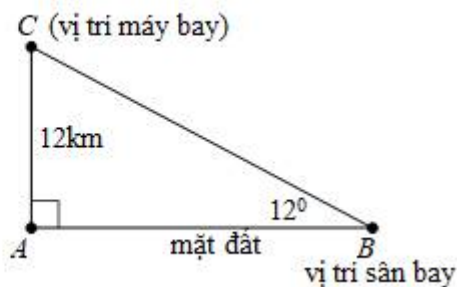
$$x = \frac{207}{64}$$

$$x \approx 3,23m$$

Vậy điểm gãy cách gốc cây $3,23(m)$.

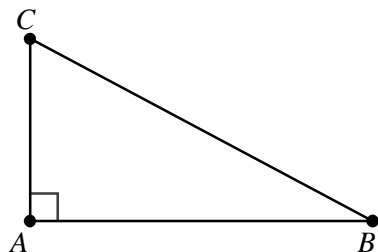
Câu 56. Một máy bay đang bay ở vị trí C với độ cao $12km$ so với mặt đất, muốn hạ cánh xuống sân bay ở vị trí B . Để đường bay và mặt đất hợp thành một góc an toàn là 12° thì phi công phải bắt đầu hạ cánh từ vị trí cách sân bay bao xa? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất của kilomet)

- A. $55,6km$. B. $58,6km$. C. $60,6km$. D. $56,5km$.



Lời giải

Chọn D.

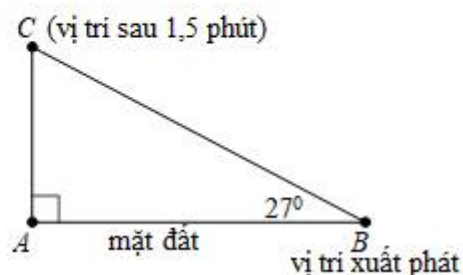


Từ giả thiết suy ra $AC = 12 \text{ km}; \widehat{B} = 12^\circ$

Xét tam giác ΔABC vuông tại A có: $AB = AC \cdot \cot B = 12 \cdot \cot 12^\circ \approx 56,5 \text{ km}$.

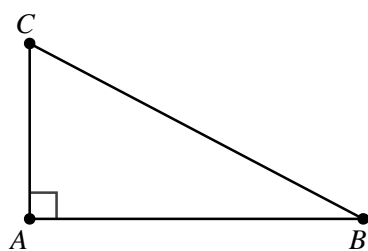
Câu 57. Một chiếc máy bay đang bay lên với vận tốc $600(\text{km}/\text{h})$. Đường bay lên tạo với phương ngang một góc 27° . Hỏi sau 1,5 phút kể từ lúc cất cánh, máy bay đạt được độ cao là bao nhiêu? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

- A. 7,8 (km). B. 7,9 (km). C. 6,8 (km). D. 6,9 (km).



Lời giải

Chọn C.



Đổi $1,5' = \frac{1}{40} h$.

Sau 1,5 phút máy bay ở C .

Quãng đường bay được là $BC = 600 \cdot \frac{1}{40} = 15 \text{ km}$ và $\widehat{B} = 27^\circ$

Xét tam giác ΔABC vuông tại A có: $AC = BC \cdot \sin B = 15 \cdot \sin 27^\circ \approx 6,8 (\text{km})$.

Vậy máy bay đạt được độ cao là $6,8 (\text{km})$ sau 1,5 phút.

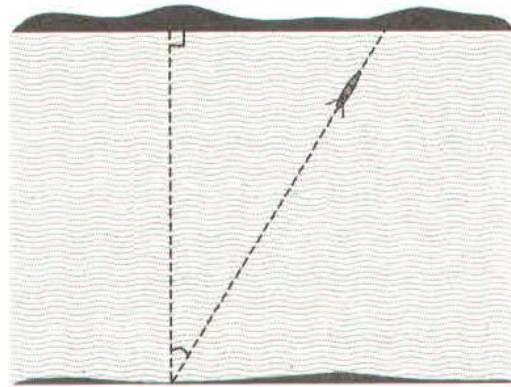
Câu 58. Một khúc sông rộng khoảng $130(m)$. Một chiếc thuyền muốn qua sông theo phương ngang nhưng bị dòng nước đẩy theo phương xiên, nên phải đi khoảng $250(m)$ mới sang được bờ bên kia. Hỏi dòng nước đã đẩy thuyền lệch đi một góc bao nhiêu độ? (làm tròn đến phút)

A. $58^{\circ}40'$.

B. $56^{\circ}40'$.

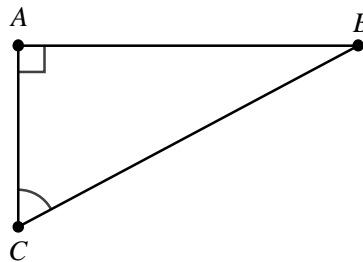
C. $58^{\circ}30'$.

D. $56^{\circ}30'$.



Lời giải

Chọn A.



Ta có khúc sông $AC = 130m$, quãng đường thuyền đi là $BC = 250m$, góc lệch là \widehat{C} .

Xét tam giác $\triangle ABC$ vuông tại A có: $\cos C = \frac{AC}{BC} = \frac{130}{250}$, suy ra $\widehat{C} \approx 58^{\circ}40'$

Vậy góc lệch là $58^{\circ}40'$.

Câu 59. Nhà bạn Minh Hiền có một chiếc thang dài $4m$. Cần đặt chân thang cách chân tường một khoảng cách bằng bao nhiêu để tạo được với mặt đất một góc “an toàn” là 65° (tức là đảm bảo thang không bị đổ khi sử dụng) (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



A. $1,52m$.

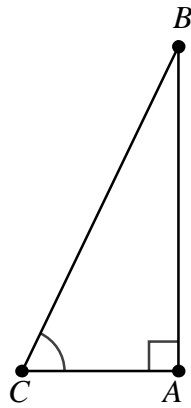
B. $1,62m$.

C. $1,69m$.

D. $1,79m$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có: $BC = 4m$; $\widehat{C} = 65^\circ$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A , ta có: $AC = BC \cdot \cos C = 4 \cdot \cos 65^\circ \approx 1,69m$.

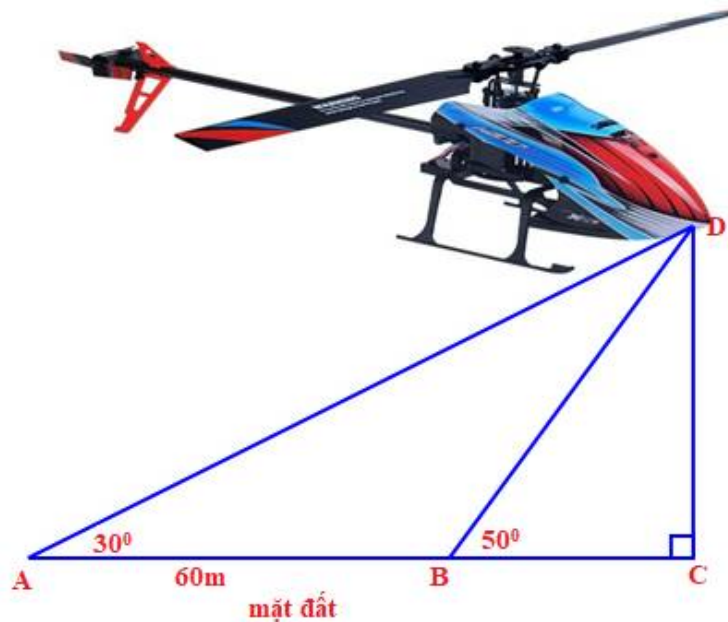
Câu 60. Bạn Anh ở vị trí A và bạn Biên ở vị trí B đang đứng ở mặt đất bằng phẳng, cách nhau $60m$ thì nhìn thấy một máy bay trực thăng điều khiển từ xa (ở vị trí C nằm trên tia AB và $AC > AB$). Biết góc “nâng” để nhìn thấy máy bay ở vị trí của bạn Biên là 50° và góc “nâng” để nhìn thấy máy bay ở vị trí của bạn Anh là 30° . Hãy tính độ cao của máy bay lúc đó so với mặt đất? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

A. $67,2m$.

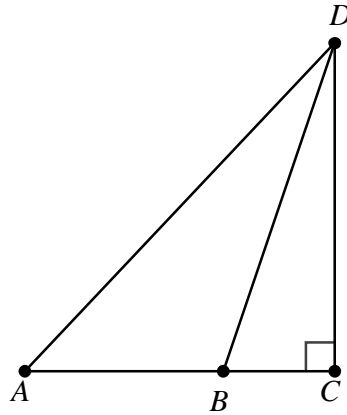
B. $69,2m$.

C. $69,7m$.

D. $67,7m$.



Lời giải



Chọn A.

Độ cao của máy bay là CD , độ dài $AB = 80m$ và $\widehat{DAC} = 30^\circ; \widehat{DBC} = 50^\circ$

Gọi $BC = x$, suy ra $AC = 60 + x$

Xét tam giác BCD vuông tại C ta có $CD = BC \cdot \tan \widehat{DBC} = x \cdot \tan 50^\circ$

Xét tam giác ADC vuông tại C ta có $CD = AC \cdot \tan \widehat{DAC} = (60 + x) \cdot \tan 30^\circ$

Do đó, ta có

$$x \cdot \tan 50^\circ = (60 + x) \cdot \tan 30^\circ$$

$$x(\tan 50^\circ - \tan 30^\circ) = 60 \cdot \tan 30^\circ$$

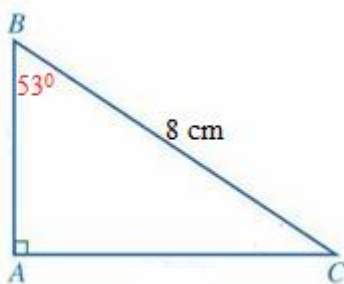
$$x = \frac{60 \cdot \tan 30^\circ}{\tan 50^\circ - \tan 30^\circ}$$

$$\Rightarrow CD = x \cdot \tan 50^\circ = \frac{60 \cdot \tan 30^\circ}{\tan 50^\circ - \tan 30^\circ} \cdot \tan 50^\circ \approx 67,2m.$$

Vậy độ cao của máy bay lúc đó so với mặt đất là $67,2m$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 61. Cho tam giác ABC vuông tại A , biết $BC = 8(cm)$, $\widehat{B} = 53^\circ$.



- a) $\widehat{C} = 37^\circ$.
 b) $AC \approx 4,81(cm)$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).
 c) $AB \approx 6,39(cm)$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).
 d) Diện tích tam giác ABC bằng $15,38(cm^2)$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	SAI	ĐÚNG

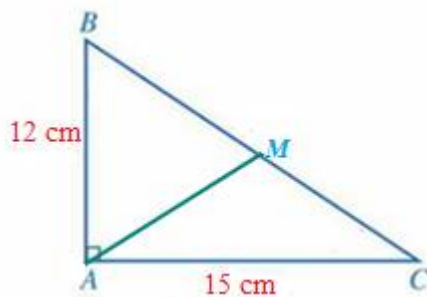
Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có:

- $\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông) suy ra $\widehat{C} = 90^\circ - \widehat{B} = 90^\circ - 53^\circ = 37^\circ$.
- $AC = BC \cdot \sin B = 8 \cdot \sin 53^\circ \approx 6,39(cm)$
- $AB = BC \cdot \cos C = 8 \cdot \cos 53^\circ \approx 4,81(cm)$

Tam giác ABC vuông tại A , ta có diện tích là:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \sin 53^\circ \cdot 8 \cdot \cos 53^\circ \approx 15,38(cm^2)$$

Câu 62. Cho tam giác ABC vuông tại A , biết $AB = 1,2(dm)$, $AC = 15(cm)$. Gọi M là trung điểm BC .



- a) $BC \approx 19,2(cm)$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).
 b) $\widehat{B} \approx 38,66^\circ$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).
 c) $\widehat{C} \approx 51,34^\circ$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

d) $AM \approx 9,6(cm)$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	SAI	ĐÚNG

$$AB = 1,2(dm) = 12(cm)$$

Tam giác ABC vuông tại A nên theo định lí Pythagore ta có:

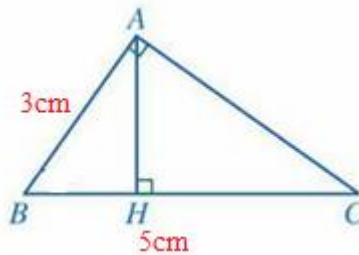
$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 12^2 + 15^2 = 369, \text{ suy ra } BC = \sqrt{369} \approx 19,209(cm)$$

Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có:

- $\tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{15}{12}$, suy ra $\hat{B} \approx 51,34^\circ$
- $\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông) suy ra $\hat{C} = 90^\circ - \hat{B} = 90^\circ - 51,34^\circ \approx 38,66^\circ$.

Tam giác ABC vuông tại A , có AM là đường trung tuyến nên $AM = \frac{BC}{2} = \frac{\sqrt{369}}{2} \approx 9,6(cm)$.

Câu 63. Cho tam giác ABC vuông tại A , có AH là đường cao (điểm H thuộc cạnh BC). Biết $AB = 3(cm)$, $BC = 5(cm)$.



a) $AC = 16(cm)$.

b) $\sin B = \frac{4}{5}$.

c) $BH = 1,8(cm)$.

d) $HC = 3,2(cm)$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG

Tam giác ABC vuông tại A nên theo định lí Pythagore ta có:

$$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 5^2 - 3^2 = 16, \text{ suy ra } AC = \sqrt{16} = 4(cm)$$

Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có:

- $\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5}$

- $\cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5}$

Xét tam giác AHB vuông tại H , ta có: $BH = AB \cdot \cos B = 3 \cdot \frac{3}{5} = 1,8 (cm)$

Ta có: $\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông ABC) suy ra $\cos C = \sin B = \frac{4}{5}$.

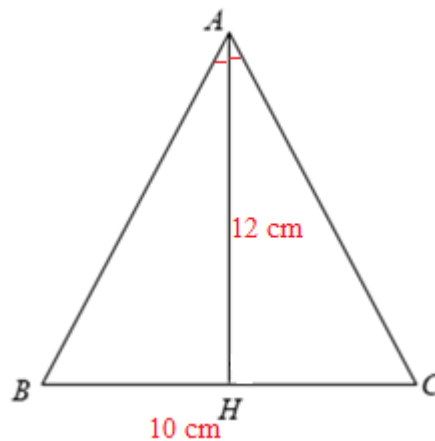
Xét tam giác AHC vuông tại H , ta có: $HC = AC \cdot \cos C = 4 \cdot \frac{4}{5} = 3,2 (cm)$

Câu 64. Cho tam giác ABC cân tại A , có $AH = 12 (cm)$, $BC = 10 (cm)$. Gọi AH là đường phân giác góc A của tam giác (điểm H thuộc cạnh BC).

a) Tính độ dài cạnh AB .

b) Tính góc \widehat{C} và \widehat{BAH} (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Lời giải



a) $BH = CH$ và $\widehat{AHB} = \widehat{AHC}$.

b) $AB = 14 (cm)$.

c) $\widehat{C} \approx 67,4^\circ$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

d) $\widehat{CAH} \approx 22,6^\circ$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG

a) Xét hai tam giác ABH và tam giác ACH , ta có:

$$\widehat{B} = \widehat{C} \text{ (vì tam giác } ABC \text{ cân tại } A \text{)}$$

$$\widehat{BAH} = \widehat{CAH} \text{ (vì } AH \text{ là đường phân giác)}$$

$$AB = AC \text{ (vì tam giác } ABC \text{ cân tại } A \text{)}$$

Do đó $\triangle ABH = \triangle ACH$ (góc – cạnh - góc)

Suy ra $BH = CH$ và $\widehat{AHB} = \widehat{AHC}$

Vì $BH = CH$ nên $BH = CH = \frac{BC}{2} = \frac{10}{2} = 5 (cm)$

Ta có: $\widehat{AHB} = \widehat{AHC}$ và $\widehat{AHB} + \widehat{AHC} = 180^\circ$ nên $\widehat{AHB} = \widehat{AHC} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$

Xét tam giác AHB vuông tại H nên theo định lí Pythagore ta có:

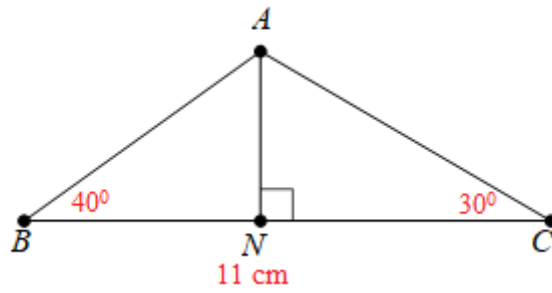
$$AB^2 = AH^2 + BH^2 = 12^2 + 5^2 = 169, \text{ suy ra } AB = \sqrt{169} = 13 (cm)$$

Xét tam giác AHC vuông tại H , ta có: $\tan C = \frac{AH}{CH} = \frac{12}{5}$, suy ra $\widehat{C} \approx 67,4^\circ$

Ta có: $\widehat{CAH} + \widehat{C} = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông AHC)

Suy ra $\widehat{CAH} = 90^\circ - \widehat{C} = 90^\circ - 67,4^\circ \approx 22,6^\circ$.

Câu 65. Cho tam giác ABC có $BC = 11cm$, $\widehat{ABC} = 40^\circ$ và $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Gọi N là chân đường vuông góc hạ từ A xuống cạnh BC .



a) $\widehat{BAN} = 50^\circ$

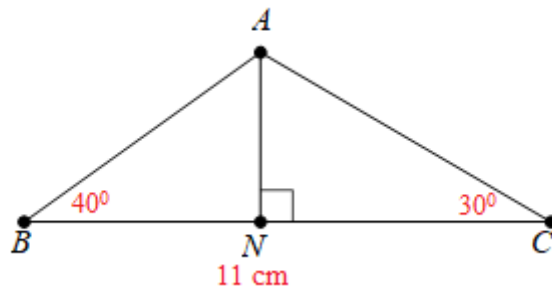
b) $AN \approx 4,48 (cm)$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

c) $AC \approx 7,52 (cm)$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

d) Diện tích tam giác ABC bằng $41,36 (cm^2)$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	SAI



a) Xét tam giác ABN vuông tại N , ta có: $\widehat{B} + \widehat{BAN} = 90^\circ$ suy ra $\widehat{BAN} = 90^\circ - \widehat{B} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$

b) Đặt $BN = x (0 < x < 11)$ suy ra $NC = 11 - x$.

Xét tam giác ABN vuông tại N , ta có: $AN = BN \cdot \tan B = x \cdot \tan 40^\circ$

Xét tam giác ACN vuông tại N , ta có: $AN = CN \cdot \tan C = (11 - x) \cdot \tan 30^\circ$

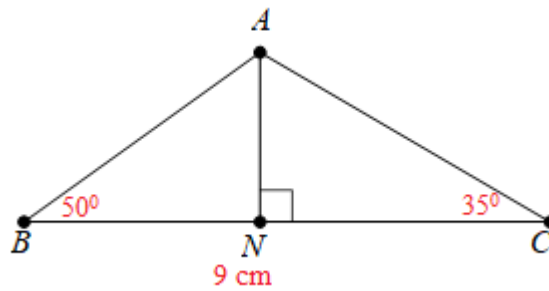
Do đó: $x \tan 40^\circ = (11 - x) \cdot \tan 30^\circ$ suy ra $x = \frac{11 \cdot \tan 30^\circ}{\tan 40^\circ + \tan 30^\circ}$

Khi đó $AN = BN \cdot \tan B = \frac{11 \cdot \tan 30^\circ}{\tan 40^\circ + \tan 30^\circ} \cdot \tan 40^\circ \approx 3,76 (cm)$.

c) Xét tam giác ACN vuông tại N , ta có: $AC = \frac{AN}{\sin C} = \frac{AN}{\sin 30^\circ} \approx 7,52 (cm)$.

d) Tam giác ABC vuông tại N , ta có: nên $S_{ABC} = \frac{AN \cdot BC}{2} \approx 20,68 (cm^2)$.

Câu 66. Cho tam giác ABC có $BC = 9cm$, $\widehat{ABC} = 50^\circ$ và $\widehat{ACB} = 35^\circ$. Gọi N là chân đường vuông góc hạ từ A xuống cạnh BC



a) $\widehat{BAN} = 40^\circ$

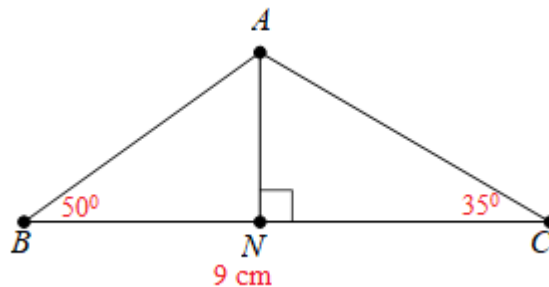
b) $\widehat{CAN} = 55^\circ$

c) $AN \approx 3,1 (cm)$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

d) $AB \approx 3,45 (cm)$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	SAI



a) Xét tam giác ABN vuông tại N , ta có: $\widehat{B} + \widehat{BAN} = 90^\circ$ suy ra $\widehat{BAN} = 90^\circ - \widehat{B} = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$

b) Xét tam giác ACN vuông tại N , ta có: $\widehat{C} + \widehat{CAN} = 90^\circ$ suy ra $\widehat{CAN} = 90^\circ - \widehat{C} = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$

c) Đặt $BN = x (0 < x < 9)$ suy ra $NC = 9 - x$.

Xét tam giác ABN vuông tại N , ta có: $AN = BN \cdot \tan B = x \cdot \tan 50^\circ$

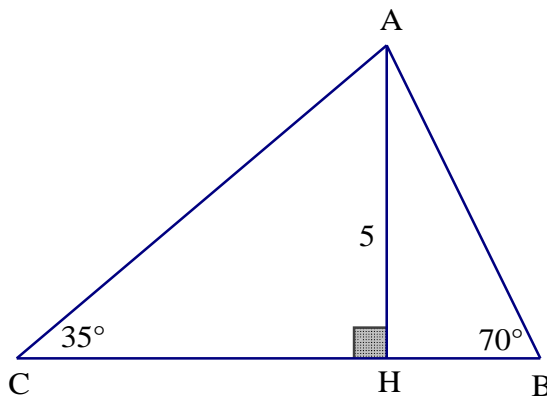
Xét tam giác ACN vuông tại N , ta có: $AN = CN \cdot \tan C = (9 - x) \cdot \tan 35^\circ$

Nên $x \tan 50^\circ = (9 - x) \cdot \tan 35^\circ$ suy ra $x = \frac{9 \cdot \tan 35^\circ}{\tan 50^\circ + \tan 35^\circ}$

Khi đó $AN = BN \cdot \tan B = \frac{9 \cdot \tan 35^\circ}{\tan 50^\circ + \tan 35^\circ} \cdot \tan 35^\circ \approx 2,8 (cm)$.

d) Xét tam giác ABN vuông tại N , ta có: $AB = \frac{AN}{\sin B} = \frac{9 \cdot \tan 35^\circ}{\tan 50^\circ + \tan 35^\circ} \cdot \frac{\tan 35^\circ}{\sin 50^\circ} \approx 3,66 (cm)$

Câu 67. Cho tam giác ABC , đường cao $AH = 5 (cm)$, $\widehat{B} = 70^\circ$, $\widehat{C} = 35^\circ$.



a) $\widehat{BAH} = 55^\circ$

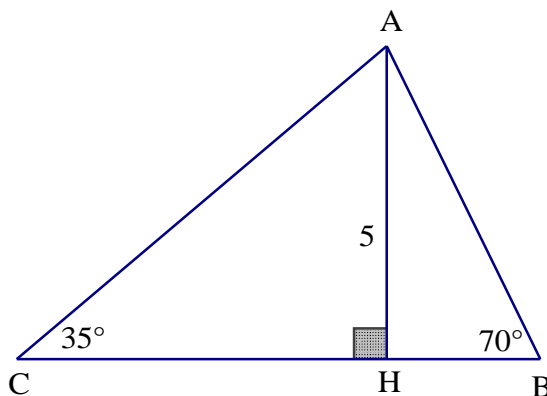
b) $AB \approx 5,32 (cm)$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

c) $AC \approx 8,72 (cm)$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

d) $BC \approx 8,96 (cm)$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG



a) Xét tam giác ABH vuông tại H , ta có: $\widehat{B} + \widehat{BAH} = 90^\circ$ suy ra $\widehat{BAH} = 90^\circ - \widehat{B} = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$

b) Xét tam giác AHB vuông tại H , ta có: $AB = \frac{AH}{\sin \widehat{B}} = \frac{5}{\sin 70^\circ} \approx 5,32 (cm)$

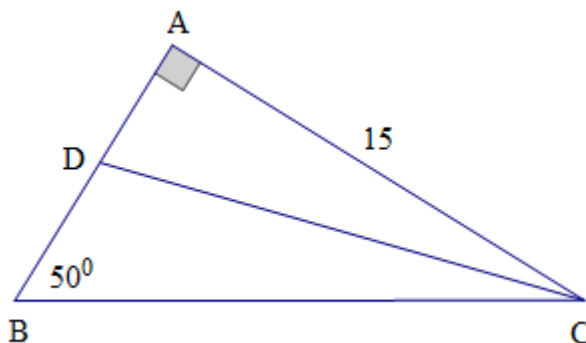
c) Xét tam giác AHC vuông tại H , ta có: $AC = \frac{AH}{\sin \widehat{C}} = \frac{5}{\sin 35^\circ} \approx 8,72(cm)$

d) Xét tam giác AHB vuông tại H , ta có: $BH = AH \cdot \cot \widehat{B} = 5 \cdot \cot 70^\circ$

Xét tam giác AHC vuông tại H , ta có: $CH = AH \cdot \cot \widehat{C} = 5 \cdot \cot 35^\circ$

Vậy $BC = BH + HC = 5 \cdot \cot 70^\circ + 5 \cdot \cot 35^\circ \approx 8,96(cm)$

Câu 68. Cho tam giác ABC vuông tại A , có $AC = 15cm, \widehat{B} = 50^\circ$. Gọi CD là đường phân giác góc C .



a) $AB \approx 12,6(cm)$ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

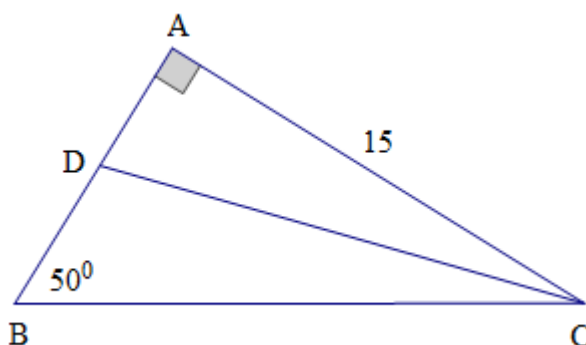
b) $BC \approx 19,6(cm)$ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

c) $\widehat{ACD} = 25^\circ$

d) $CD \approx 15,96(cm)$ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG



a) Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có: $AB = AC \cdot \cot B = 15 \cdot \cot 50^\circ \approx 12,6(cm)$

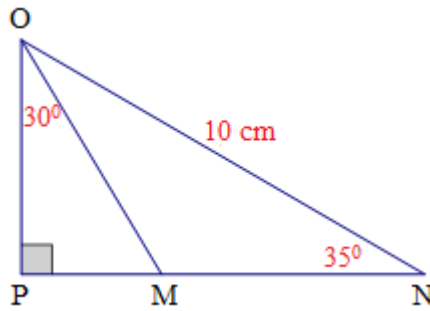
b) Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có: $BC = \frac{AC}{\sin B} = \frac{15}{\sin 50^\circ} \approx 19,6(cm)$

c) Tam giác ABC vuông ở A nên: $\widehat{B} + \widehat{ACB} = 90^\circ$ suy ra $\widehat{ACB} = 90^\circ - \widehat{B} = 40^\circ$

CD là tia phân giác của \widehat{ACB} , ta có: $\widehat{ACD} = \frac{1}{2} \widehat{ACB} = \frac{1}{2} \cdot 40^\circ = 20^\circ$

d) Trong tam giác ACD vuông tại A , ta có: $CD = \frac{AC}{\cos \widehat{ACD}} = \frac{15}{\cos 20^\circ} \approx 15,96(cm)$.

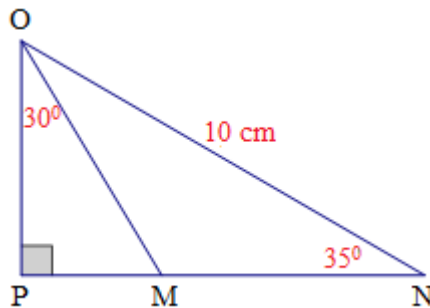
Câu 69. Cho hình vẽ bên dưới với $ON = 10cm$; $\widehat{POM} = 30^\circ$; $\widehat{N} = 35^\circ$ và $\widehat{P} = 90^\circ$.



- a) $OP \approx 4,50(cm)$ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).
- b) $NP \approx 7,37(cm)$ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).
- c) $MP \approx 3,64(cm)$ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).
- d) Diện tích tam giác OMN bằng $11,34(cm^2)$ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG



- a) Xét tam giác OPN vuông tại P , ta có: $OP = ON \cdot \sin N = 9 \cdot \sin 35^\circ \approx 5,16(cm)$
- b) Xét tam giác OPN vuông tại P , ta có: $NP = ON \cdot \cos N = 9 \cdot \cos 35^\circ \approx 7,37(cm)$
- c) Xét tam giác OPM vuông tại P , ta có: $MP = OP \cdot \tan \widehat{POM} = 9 \cdot \sin 35^\circ \cdot \tan 30^\circ \approx 3,64(cm)$
- d) Ta có: $MN = NP - MP = 9 \cdot \cos 35^\circ - 9 \cdot \sin 35^\circ \cdot \tan 30^\circ$

Do đó $S_{\triangle OMN} = \frac{1}{2} OP \cdot MN = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot \sin 35^\circ \cdot (9 \cdot \cos 35^\circ - 9 \cdot \sin 35^\circ \cdot \tan 30^\circ) \approx 11,34(cm^2)$

Câu 70. Cho tam giác ABC vuông tại A , có: $AB = 10cm, AC = 15cm$. Kẻ đường phân giác trong của góc B cắt AC tại I .

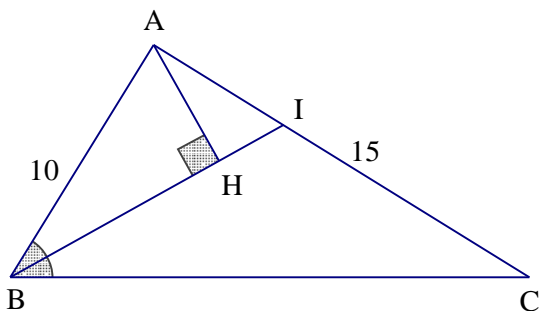
- a) $\widehat{ABC} \approx 56^\circ$ (làm tròn kết quả đến độ).
- b) $AI \approx 14,8(cm)$ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

c) $\frac{AI}{CI} = \frac{\sqrt{13}}{13}$

d) Kẻ AH vuông góc với BI tại H . Khi đó $AH \approx 5,1(cm)$ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	SAI	SAI



a) Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có: $\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$, suy ra $\widehat{ABC} \approx 56^\circ$

b) Vì AI là đường phân giác góc \widehat{ABC} nên $\widehat{ABI} = \frac{\widehat{ABC}}{2} = \frac{56^\circ}{2} \approx 28^\circ$

Xét tam giác ABI vuông tại A , ta có: $AI = AB \cdot \tan \widehat{ABI} \approx 10 \cdot \tan 28^\circ \approx 5,3(cm)$

c) Tam giác ABC vuông tại A , theo định lí Pythagore ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 10^2 + 15^2 = 325 \text{ suy ra } BC = \sqrt{325} = 5\sqrt{13}$$

Vì AI là đường phân giác góc \widehat{ABC} nên $\frac{AI}{CI} = \frac{BA}{BC} = \frac{10}{5\sqrt{13}} = \frac{2\sqrt{13}}{13}$

d) Xét tam giác ABI vuông tại A , ta có: $AH = AB \cdot \sin \widehat{ABH} = 10 \cdot \sin 28^\circ \approx 4,7(cm)$

Câu 71. Cho tứ giác $ABCD$ có $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ, \widehat{C} = 45^\circ, AB = 6cm, AD = 8cm$.

a) $ABCD$ là hình thang vuông.

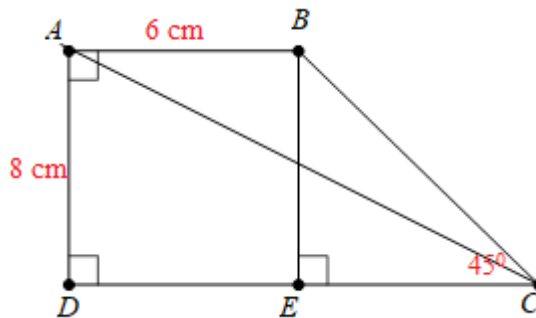
b) $DC = 12cm$

c) $\widehat{ACD} \approx 34^\circ 50'$ (làm tròn kết quả đến phút)

d) Diện tích tứ giác $ABCD$ bằng $160cm^2$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	SAI



a) Vì $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$ suy ra $AD \parallel BC$ hay $ABCD$ là hình thang vuông tại A, D .

b) Kẻ $BE \perp DC$ tại E .

Tứ giác $ABED$ có ba góc vuông $\widehat{A} = \widehat{D} = \widehat{E} = 90^\circ$ nên $ABED$ là hình chữ nhật.

Suy ra $DE = AB = 6\text{ cm}; BE = AD = 8\text{ cm}$.

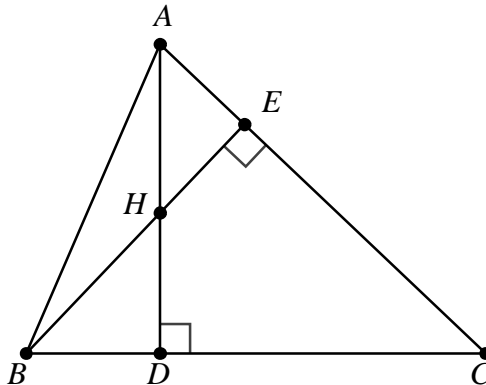
Xét tam giác BEC vuông tại E có $\widehat{BCE} = 45^\circ$ nên BEC vuông cân tại E , suy ra $EC = BE = 8\text{ cm}$

Ta có: $DC = DE + EC = 6 + 8 = 14\text{ cm}$

c) Xét tam giác ADC vuông tại D , ta có: $\sin \widehat{ACD} = \frac{AD}{CD} = \frac{8}{14} = \frac{4}{7}$, suy ra $\widehat{ACD} \approx 34^\circ 50'$

d) $S_{ABCD} = \frac{(AB + CD) \cdot AD}{2} = \frac{(6 + 14) \cdot 8}{2} = 80\text{ cm}^2$.

Câu 72. Cho tam giác nhọn ABC và hai đường cao AD và BE cắt nhau tại H .



a) $\tan B = \frac{AD}{BD}$

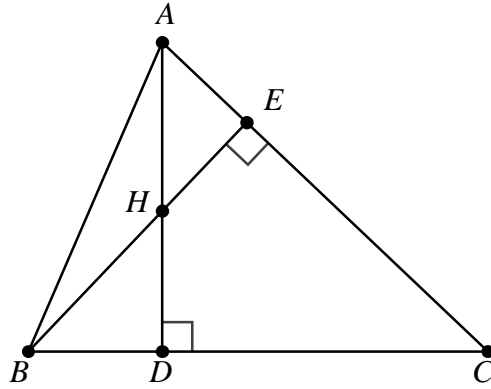
b) $\tan B \cdot \tan C = \frac{AD^2}{BD \cdot CD}$

c) $BD \cdot DC = DH \cdot AD$

d) Nếu $HD : HA = 1 : 2$ thì $\tan B \cdot \tan C = 3$

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG



a) Xét tam giác vuông ABD tại D , ta có: $\tan B = \frac{AD}{BD}$.

b) Xét tam giác vuông ADC tại D , ta có: $\tan C = \frac{AD}{CD}$.

Suy ra: $\tan B \cdot \tan C = \frac{AD^2}{BD \cdot CD}$

c) Xét tam giác vuông BDH và tam giác vuông ADC , ta có:

$$\widehat{HBD} = \widehat{CAD} \text{ (cùng phụ với } \widehat{ACB} \text{)}$$

$$\widehat{HDB} = \widehat{ADC} = 90^\circ.$$

Do đó $\triangle BDH \sim \triangle ADC$ (g - g) suy ra $\frac{DH}{DC} = \frac{BD}{AD}$, do đó $BD \cdot DC = DH \cdot AD$

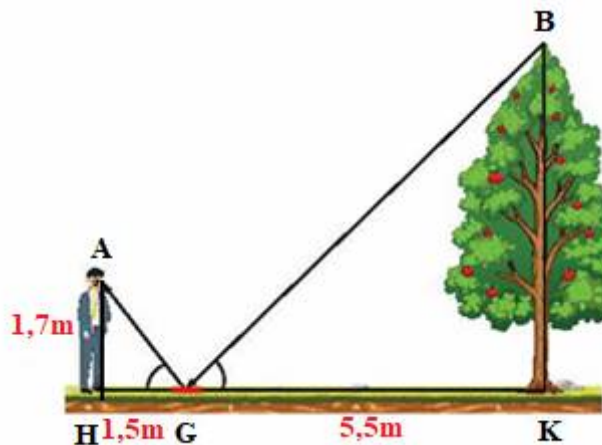
d) Ta có: $\tan B \cdot \tan C = \frac{AD^2}{BD \cdot CD}$ và $BD \cdot DC = DH \cdot AD$

suy ra $\tan B \cdot \tan C = \frac{AD^2}{DH \cdot AD} = \frac{AD}{DH}$ (1)

Theo giả thiết $\frac{HD}{AH} = \frac{1}{2}$ suy ra $\frac{HD}{AH + HD} = \frac{1}{2+1}$ hay $\frac{HD}{AD} = \frac{1}{3}$, suy ra $AD = 3HD$ (2)

Thay (2) vào (1) ta được: $\tan B \cdot \tan C = \frac{3HD}{DH} = 3$.

Câu 73. Bạn Minh Hiền đứng tại vị trí H , cách gương phẳng đặt nằm trên mặt đất tại điểm G là $1,5m$ nhìn thấy hình phản chiếu qua gương G của ngọn cây B , biết cây có gốc tại điểm K cách G là $5,5m$, điểm G nằm giữa A và C . Khoảng cách từ mặt đất đến mắt bạn Minh Hiền là $1,7m$.



- a) $\widehat{AGH} = \widehat{BGK}$
 b) $\widehat{AGH} \approx 48^\circ 34'$ (làm tròn kết quả đến phút).
 c) Góc tạo bởi tia GB với cây là $48^\circ 34'$ (làm tròn kết quả đến phút).
 d) Chiều cao của cây là $\frac{187}{15}(m)$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	SAI

a) Theo tính chất góc tia tới và góc tia phản xạ bằng nhau trong vật lí nên ta có $\widehat{AGH} = \widehat{BGK}$

b) Xét tam giác AHG vuông tại H , ta có: $\tan \widehat{AGH} = \frac{AH}{GH} = \frac{1,7}{1,5}$ suy ra $\widehat{AGH} \approx 48^\circ 34'$

c) Góc tạo bởi tia GB với cây là \widehat{KBG}

Ta có $\widehat{BGK} = \widehat{AGH} \approx 48^\circ 34'$

Xét tam giác BKG vuông tại K , ta có: $\widehat{KBG} + \widehat{BGK} = 90^\circ$

suy ra $\widehat{KBG} = 90^\circ - \widehat{BGK} = 90^\circ - 48^\circ 34' \approx 41^\circ 26'$

d) Chiều cao của cây là đoạn BK

Ta có $\widehat{BGK} = \widehat{AGH}$ nên $\tan \widehat{BGK} = \tan \widehat{AGH} = \frac{1,7}{1,5}$

Xét tam giác BKG vuông tại K , ta có: $BK = GK \cdot \tan \widehat{BGK} = 5,5 \cdot \frac{1,7}{1,5} = \frac{187}{30}(m)$

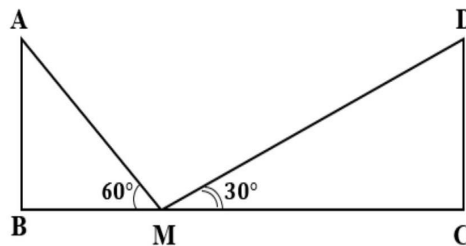
Câu 74. Hai trụ điện AB và CD cùng chiều cao được dựng thẳng đứng, cách nhau $120m$. Từ điểm M trên mặt đất giữa hai trụ điện người ta nhìn thấy hai trụ điện với góc tia nắng lần lượt là 60° và 30° (như hình vẽ).



- a) $\widehat{BAM} = 30^\circ$
 b) $\widehat{AMD} = 60^\circ$
 c) Chiều cao của trụ điện là $51(m)$ (làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị của mét).
 d) Khoảng cách từ điểm M đến trụ điện CD là $90(m)$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	SAI	ĐÚNG



a) Xét tam giác ABM vuông tại B , ta có:

$$\widehat{BAM} + \widehat{AMB} = 90^\circ \text{ suy ra } \widehat{BAM} = 90^\circ - \widehat{AMB} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

b) Ta có: $\widehat{AMB} + \widehat{AMD} + \widehat{CMD} = 180^\circ$ suy ra $\widehat{AMD} = 180^\circ - (\widehat{AMB} + \widehat{CMD}) = 180^\circ - (60^\circ + 30^\circ) = 90^\circ$

c) Đặt $BM = x (0 < x < 120)$ suy ra $MC = 120 - x$.

Xét tam giác ABM vuông tại B , ta có: $AB = BM \cdot \tan \widehat{AMB} = x \cdot \tan 60^\circ$

Xét tam giác CDM vuông tại C , ta có: $CD = CM \cdot \tan \widehat{CMD} = (120 - x) \cdot \tan 30^\circ$

$$\text{Mà } AB = CD \text{ nên } x \cdot \tan 60^\circ = (120 - x) \cdot \tan 30^\circ \text{ hay } x = \frac{120 \cdot \tan 30^\circ}{\tan 60^\circ + \tan 30^\circ}$$

$$\text{Do đó chiều cao của trụ điện là : } AB = \frac{120 \cdot \tan 30^\circ}{\tan 60^\circ + \tan 30^\circ} \cdot \tan 60^\circ \approx 52(m)$$

d) Khoảng cách từ điểm M đến trụ điện CD là đoạn MC

$$\text{Ta có: } MC = 120 - x = 120 - \frac{120 \cdot \tan 30^\circ}{\tan 60^\circ + \tan 30^\circ} = 90(m)$$

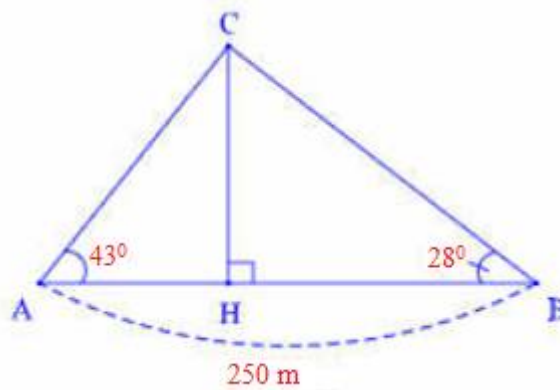
Câu 75. Bạn An và bạn Bình đứng cùng bờ sông nhìn ra một Cồn nổi giữa sông. Bạn An nhìn ra Cồn với một góc 43° so với bờ sông, bạn Bình nhìn ra cồn với một góc 28° so với bờ sông. Hai bạn An và Bình đứng cách nhau $250m$.



- a) Góc tạo bởi đường thẳng từ Cồn đến bạn An và từ Cồn đến bạn Bình bằng 99° .
- b) Cồn cách bờ sông hai bạn An và Bình đang đứng là $94,66(m)$ (làm tròn kết quả đến hai chữ số thập phân của mét).
- c) Khoảng cách từ Cồn đến bạn An là $124(m)$ (làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị của mét).
- d) Khoảng cách từ Cồn đến bạn Bình là $180(m)$ (làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị của mét).

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG



b) Trong tam giác ABC , ta có : $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$ (tổng 3 góc của tam giác)

suy ra $\hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 180^\circ - (43^\circ + 28^\circ) = 109^\circ$

b) Trong tam giác ABC , kẻ $CH \perp AB (H \in AB)$

Xét tam giác AHC vuông tại H , ta có : $AH = \frac{CH}{\tan A} = \frac{CH}{\tan 43^\circ}$ (1)

Xét tam giác BHC vuông tại H , ta có : $BH = \frac{CH}{\tan B} = \frac{CH}{\tan 28^\circ}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có :

$$AB = AH + HB$$

$$250 = CH \left(\frac{1}{\tan 43^\circ} + \frac{1}{\tan 28^\circ} \right)$$

$$CH = \frac{250}{\frac{1}{\tan 43^\circ} + \frac{1}{\tan 28^\circ}}$$

$$CH \approx 84,66(m)$$

Vậy còn cách bờ sông hai người đang đứng là $84,66(m)$

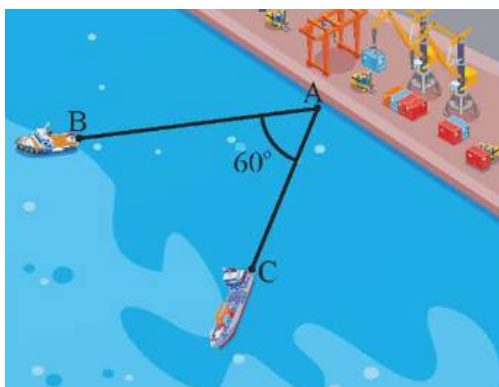
c) Xét tam giác CHA vuông tại H , ta có : $AC = \frac{CH}{\sin A} = \frac{250}{\frac{1}{\tan 43^\circ} + \frac{1}{\tan 28^\circ}} \approx 124(m)$

Khoảng cách từ Còn đến bạn An là $124(m)$

d) Xét tam giác CHB vuông tại H , ta có : $BC = \frac{CH}{\sin B} = \frac{250}{\frac{1}{\tan 43^\circ} + \frac{1}{\tan 28^\circ}} \approx 180(m)$

Khoảng cách từ Còn đến bạn Bình là $180(m)$

Câu 76. Hai chiếc tàu thủy B và C cùng xuất phát từ một vị trí A , đi thẳng theo hai hướng tạo thành một góc 60° (Hình vẽ). Tàu B chạy với tốc độ 20 hải lí/giờ, tàu C chạy với tốc độ 15 hải lí/giờ.



a) Sau 1,5 giờ tàu B chạy được quãng đường là: $AB = 20 \cdot 1,5 = 30$ (hải lí)

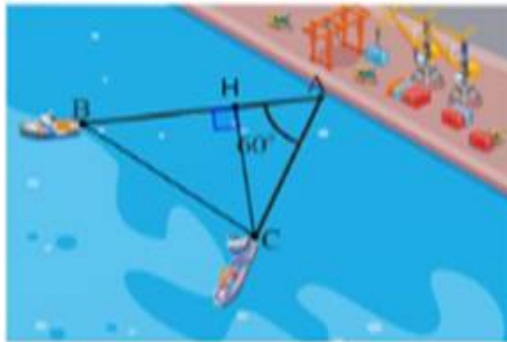
b) Sau 1,5 giờ tàu C chạy được quãng đường là: $AC = 15 \cdot 1,5 = 22,5$ (hải lí)

c) Sau 1,5 giờ tàu B cách tàu C là 27,04 hải lí (làm tròn kết quả đến hai chữ số thập phân của hải lí).

d) Sau 1,5 giờ, góc tạo bởi đường thẳng từ tàu B đến tàu C với đường đi của tàu B bằng 46° (kết quả làm tròn đến độ)?

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG



a) Sau 1,5 giờ tàu B chạy được quãng đường là: $AB = 20.1,5 = 30$ (hải lí)

b) Sau 1,5 giờ tàu C chạy được quãng đường là: $AC = 15.1,5 = 22,5$ (hải lí)

c) Nối B và C ta được tam giác ABC. Kẻ $CH \perp AB (H \in AB)$

Xét tam giác AHC vuông tại H, ta có:

- $HC = AC \cdot \sin A = 22,5 \cdot \sin 60^\circ = \frac{45\sqrt{3}}{4}$ (hải lí)

- $AH = AC \cdot \cos A = 22,5 \cdot \cos 60^\circ = 11,25$ (hải lí)

Do đó $BH = AB - AH = 30 - 11,25 = 18,75$ (hải lí)

Xét tam giác BHC vuông tại H nên theo định lí Pythagore ta có:

$$BC^2 = BH^2 + CH^2 = (18,75)^2 + \left(\frac{45\sqrt{3}}{4}\right)^2 = \frac{2925}{4}, \text{ suy ra } BC = \sqrt{\frac{2925}{4}} \approx 27,04 \text{ (hải lí)}$$

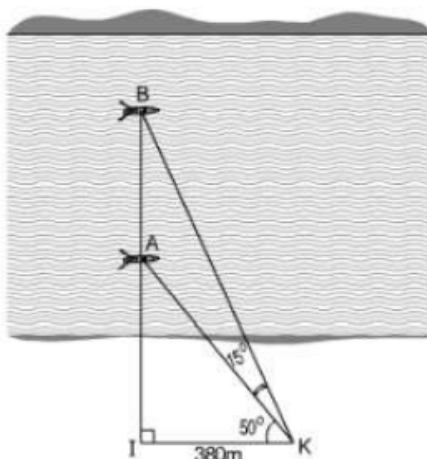
Vậy sau 1,5 giờ tàu B cách tàu C là 27,04 hải lí.

d) $HC = \frac{45\sqrt{3}}{4}$ (hải lí) và $BH = 18,75$ (hải lí)

Xét tam giác BHC vuông tại H, ta có: $\tan B = \frac{HC}{HB} = \frac{\frac{45\sqrt{3}}{4}}{18,75} = \frac{3\sqrt{3}}{5}$, suy ra $\hat{B} \approx 46^\circ$

Vậy sau 1,5 giờ, góc tạo bởi đường thẳng từ tàu B đến tàu C với đường đi của tàu B bằng 46°

Câu 77. Hai chiếc thuyền A và B ở vị trí được minh họa như hình dưới đây, biết $IK = 380m, \widehat{IKA} = 50^\circ, \widehat{AKB} = 15^\circ$.



a) $\widehat{BAI} = 130^\circ$

b) Khoảng cách từ thuyền A đến đường thẳng IK là 453(m) (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).

c) Khoảng cách từ thuyền B đến đường thẳng IK là 815(m) (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).

d) Khoảng cách giữa hai chiếc thuyền A và B là 362(m) (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG

b) Xét tam giác AIK vuông tại I ta có: $\widehat{IAK} + \widehat{AKI} = 90^\circ$, suy ra $\widehat{IAK} = 90^\circ - \widehat{AKI} = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$

Ta có: $\widehat{IAK} + \widehat{BAI} = 180^\circ$ (hai góc bù nhau), suy ra $\widehat{BAI} = 180^\circ - \widehat{IAK} = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$

b) Xét tam giác AIK vuông tại I ta có: $AI = IK \cdot \tan \widehat{AKI} = 380 \cdot \tan 50^\circ \approx 453(m)$

Vậy khoảng cách từ thuyền A đến đường thẳng IK là 453(m)

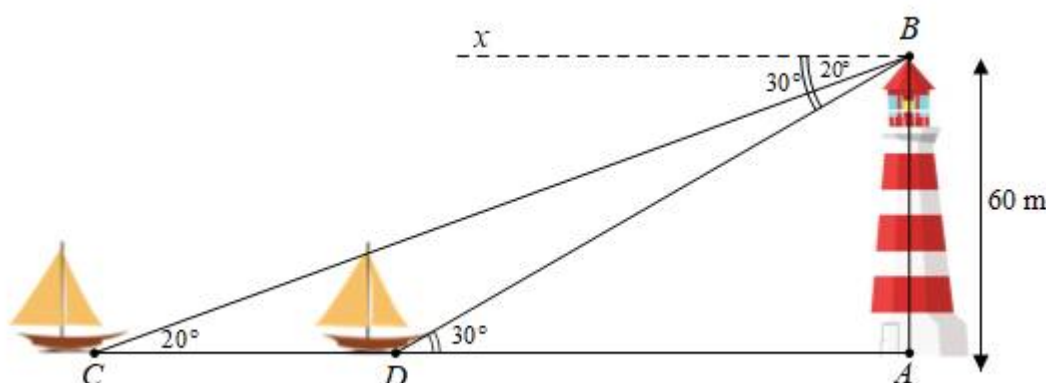
c) Xét tam giác BIK vuông tại I ta có:

Vậy khoảng cách từ thuyền B đến đường thẳng IK là 815(m)

d) Ta có $AB + AI = BI$, suy ra $AB = BI - AI = 380 \cdot \tan(15^\circ + 50^\circ) - 380 \cdot \tan 50^\circ \approx 362(m)$

Vậy khoảng cách giữa chúng là 362(m)

Câu 78. Bác Ngân đứng trên tháp của một ngọn hải đăng cao 60(m) quan sát hai lần một con thuyền đang hướng về ngọn hải đăng. Lần thứ nhất bác Ngân nhìn thấy thuyền với góc hạ là 20° , lần thứ 2 bác Ngân nhìn thấy thuyền với góc hạ là 30° (như hình vẽ).



a) $\widehat{ABC} = 60^\circ$

b) Khi bác Ngân nhìn thấy con thuyền lần thứ nhất thì khoảng cách từ con thuyền đến chân ngọn hải đăng là 104(m) (làm tròn đến hàng đơn vị của mét).

c) Khi bác Ngân nhìn thấy con thuyền lần thứ hai thì khoảng cách từ con thuyền đến chân ngọn hải đăng là $165(m)$ (làm tròn đến hàng đơn vị của mét).

d) Độ dài quãng đường con thuyền đã đi được giữa hai lần quan sát là $60,9(m)$ (làm tròn một chữ số thập phân của mét).

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	SAI	SAI	ĐÚNG

a) Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có: $\widehat{ABC} + \widehat{C} = 90^\circ$, suy ra $\widehat{ABC} = 90^\circ - \widehat{C} = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$

b) Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có: $AC = \frac{AB}{\tan C} = \frac{60}{\tan 20^\circ} \approx 165(m)$

Vậy khi bác Ngân nhìn thấy con thuyền lần thứ nhất thì khoảng cách từ con thuyền đến chân ngọn hải đăng là $165(m)$

c) Xét tam giác ABD vuông tại A , ta có: $AD = \frac{AB}{\tan \widehat{ADB}} = \frac{60}{\tan 30^\circ} = 60\sqrt{3} \approx 104(m)$

Vậy khi bác Ngân nhìn thấy con thuyền lần thứ hai thì khoảng cách từ con thuyền đến chân ngọn hải đăng là $104(m)$

d) Độ dài quãng đường con thuyền đã đi được giữa hai lần quan sát của bác Ngân là đoạn CD .

Ta có: $CD = AC - AD = \frac{60}{\tan 20^\circ} - 60\sqrt{3} \approx 60,9(m)$

Vậy độ dài quãng đường con thuyền đã đi được giữa hai lần quan sát là $60,9(m)$

Câu 79. Cầu Cần Thơ là cây cầu bắc qua sông Hậu, nối thành phố Cần Thơ và tỉnh Vĩnh Long. Tại thời điểm hoàn thành (2010), đây là cây cầu dây văng có nhịp chính dài nhất tại khu vực Đông Nam Á. Ban đầu, công trình được dự kiến hoàn thành vào ngày 14 tháng 12 năm 2008, tuy nhiên sau sự kiện Sự cố sập nhịp dẫn cầu Cần Thơ ngày 26 tháng 9 năm 2007, công trình phải dừng thi công để điều tra tai nạn. Vì vậy tiến độ hoàn thành bị chậm trễ hơn 1 năm. Cuối cùng, cầu cũng được khánh thành vào lúc 09h00 sáng ngày 24 tháng 4 năm 2010.

Trụ cầu Cần Thơ so với mặt sông Hậu có chiều cao là AB (trụ cầu vuông góc với với mặt sông Hậu). Bạn Nam chọn hai điểm C và D cách nhau $89m$ trên mặt sông (ba điểm A, D, C thẳng hàng như hình vẽ), bạn Nam nhìn thấy đỉnh trụ cầu B với góc nâng lần lượt là 40° và 30° .



a) $\widehat{ABD} = 50^\circ$

b) $\widehat{CBD} = 20^\circ$

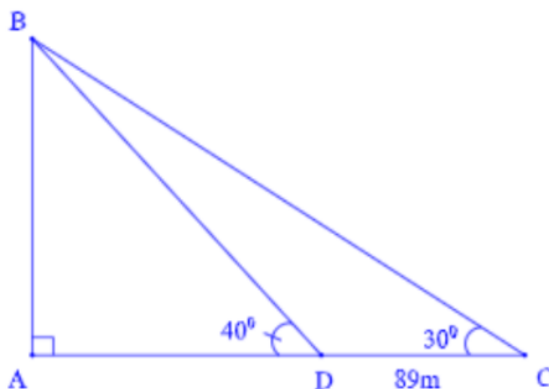
c) Chiều cao của trụ cầu Cần Thơ là 164,7 m (làm tròn kết quả đến một chữ số thập phân của mét).

d) Khoảng cách từ đỉnh của trụ cầu đến điểm C là 320(m) (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	SAI

Hình vẽ minh họa bài toán:



a) Xét $\triangle ABD$ vuông tại A, ta có: $\widehat{ABD} + \widehat{ADB} = 90^\circ$ suy ra $\widehat{ABD} = 90^\circ - \widehat{ADB} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$

b) Ta có: $\widehat{CBD} + \widehat{C} = \widehat{BDA}$ (vì $\widehat{CBD} + \widehat{C}$ và \widehat{BDA} cùng bù với \widehat{BDC})

suy ra $\widehat{CBD} = \widehat{BDA} - \widehat{C} = 40^\circ - 30^\circ = 10^\circ$

c) Xét $\triangle ABD$ vuông tại A, ta có: $AD = \frac{AB}{\tan \widehat{ADB}} = \frac{AB}{\tan 40^\circ}$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A, ta có: $AC = \frac{AB}{\tan C} = \frac{AB}{\tan 30^\circ}$

Ta có:

$$AD + DC = AC$$

$$\frac{AB}{\tan 40^\circ} + 89 = \frac{AB}{\tan 30^\circ}$$

$$\frac{AB}{\tan 30^\circ} - \frac{AB}{\tan 40^\circ} = 89$$

$$AB \left(\frac{1}{\tan 30^\circ} - \frac{1}{\tan 40^\circ} \right) = 89$$

$$AB = \frac{89}{\frac{1}{\tan 30^\circ} - \frac{1}{\tan 40^\circ}}$$

$$AB \approx 164,7 \text{ m}$$

c) Xét $\triangle ABC$ vuông tại A , ta có: $BC = \frac{AB}{\sin C} = \frac{89}{\frac{\tan 30^\circ \tan 40^\circ}{\sin 30^\circ}} \approx 329 \text{ (m)}$

Câu 80. Một cái cây bị sét đánh trúng thân cây làm thân cây ngã xuống đất, tạo với mặt đất một góc là 35° . Biết rằng khúc cây còn đứng cao $1,5 \text{ m}$ (như hình vẽ).



a) Phần thân cây ngã tạo với thân cây còn đứng một góc 55° .

b) Chiều dài phần thân cây bị ngã là $2,6 \text{ (m)}$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

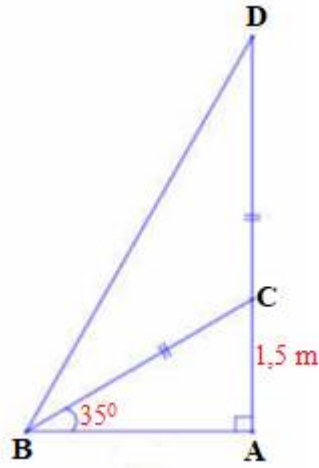
c) Chiều cao lúc đầu của cây là $5,2 \text{ (m)}$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

d) Khoảng cách từ ngọn cây lúc đầu chưa ngã đến ngọn cây đã ngã là $11,5 \text{ (m)}$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	SAI

Chọn C.



Từ giả thiết ta có chiều dài ban đầu của cây là AD

sau khi bị sét đánh thì cây còn lại $AC = 1,5\text{ m}$ và ta có $\widehat{CBA} = 45^\circ$, $CD = CB$.

a) Phần thân cây ngã tạo với thân cây còn đứng một góc \widehat{BCA}

Xét tam giác $\triangle ABC$ vuông tại A , ta có: $\widehat{BCA} + \widehat{ABC} = 90^\circ$, suy ra $\widehat{BCA} = 90^\circ - \widehat{ABC} = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$

b) Chiều dài phần thân cây bị ngã là đoạn BC

Xét tam giác $\triangle ABC$ vuông tại A , ta có: $BC = \frac{AC}{\sin \widehat{ABC}} = \frac{1,5}{\sin 35^\circ} \approx 2,6(m)$

c) Chiều cao lúc đầu của cây là đoạn AD

Ta có $CD = BC = \frac{1,5}{\sin 35^\circ}$

Do đó $AD = AC + CD = 1,5 + \frac{1,5}{\sin 35^\circ} \approx 4,1(m)$.

d) Khoảng cách từ ngọn cây lúc đầu chưa ngã đến ngọn cây đã ngã là đoạn BD .

Xét tam giác $\triangle ABC$ vuông tại A , ta có: $AB = \frac{AC}{\tan \widehat{ABC}} = \frac{1,5}{\tan 35^\circ}$

Tam giác $\triangle ABD$ vuông tại A , theo định lý Pythagore ta có :

$$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{\left(\frac{1,5}{\tan 35^\circ}\right)^2 + \left(1,5 + \frac{1,5}{\sin 35^\circ}\right)^2} \approx 12,5(m)$$

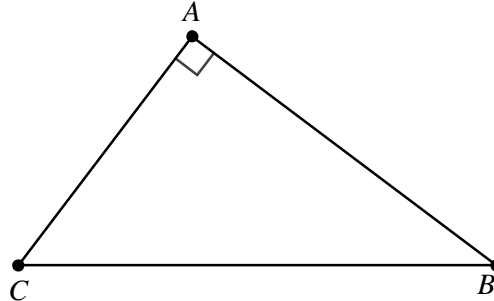
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 81. Cho tam giác ABC vuông tại A . Hãy tính $\tan C$ biết rằng $\tan B = 4$.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 0,25



Vì tam giác ABC vuông tại A nên $\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ$ nên $\cot C = \tan B = 4$

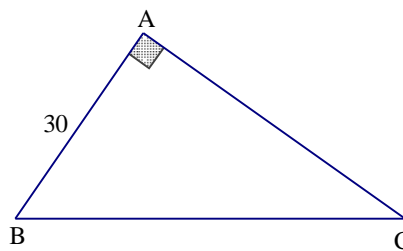
Mà $\cot C \cdot \tan C = 1$ suy ra $\tan C = \frac{1}{4} = 0,25$.

Câu 82. Cho tam giác ABC vuông tại A . Biết $AB = 30\text{cm}$, $\tan \widehat{B} = \frac{5}{12}$. Độ dài AC bằng bao nhiêu cm ?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 12,5



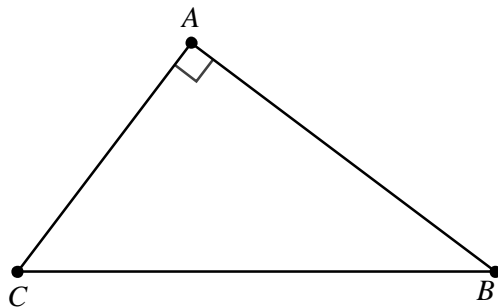
Vì tam giác ABC vuông tại A nên: $\tan \alpha = \frac{AC}{AB}$ hay $\frac{5}{12} = \frac{AC}{30}$ suy ra $AC = \frac{150}{12} = 12,5(\text{cm})$

Câu 83. Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 5\text{cm}$, $\cot B = \frac{5}{8}$. Độ dài AC bằng bao nhiêu cm ?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 8



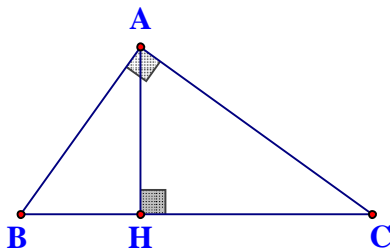
Vì tam giác ABC vuông tại A nên: $\cot B = \frac{AB}{AC}$ hay $\frac{5}{8} = \frac{5}{AC}$ suy ra $AC = \frac{5 \cdot 8}{5} = 8(\text{cm})$

Câu 84. Trong một tam giác vuông, đường cao ứng với cạnh huyền chia tam giác thành hai phần có diện tích bằng 54 cm^2 và 96 cm^2 . Độ dài cạnh huyền bằng bao nhiêu cm ?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 25



Ta có

$$S_{ABH} \cdot S_{ACH} = 54 \cdot 96$$

$$\frac{1}{4} \cdot AH^2 \cdot BH \cdot CH = 54 \cdot 96$$

$$AH^4 = 4 \cdot 54 \cdot 96$$

$$AH^4 = 12^4$$

$$AH = 12$$

Ta lại có:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC$$

$$BC = \frac{2 \cdot S_{ABC}}{AH}$$

$$BC = \frac{2(54 + 96)}{12}$$

$$BC = 25 (\text{cm})$$

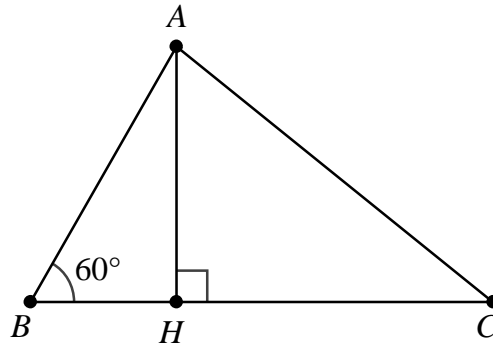
Chú ý: khi làm tự luận thì phải chứng minh $AH^2 = BH \cdot CH$

Câu 85. Cho tam giác ABC có $AB = 16, AC = 14$ và $\widehat{B} = 60^\circ$. Độ dài cạnh BC bằng bao nhiêu cm ?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 10



Kẻ đường cao AH .

Xét tam giác vuông ABH , ta có: $BH = AB \cdot \cos B = 16 \cdot \cos 60^\circ = 8 \text{ (cm)}$

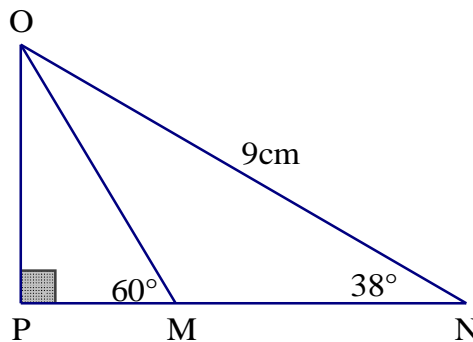
$$AH = AB \cdot \sin B = 16 \cdot \sin 60^\circ = 8\sqrt{3} \text{ (cm)}.$$

Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác vuông AHC ta có:

$$HC^2 = AC^2 - AH^2 = 14^2 - (8\sqrt{3})^2 = 196 - 192 = 4, \text{ suy ra } HC = \sqrt{4} = 2 \text{ (cm)}.$$

Vậy $BC = CH + HB = 2 + 8 = 10 \text{ (cm)}$.

Câu 86. Với hình vẽ đã cho. Tính diện tích tam giác OMN (làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị của centimet vuông)



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 11

$\triangle OPN$ vuông tại P nên ta có:

$$OP = ON \cdot \sin N = 9 \cdot \sin 38^\circ$$

$$NP = ON \cdot \cos N = 9 \cdot \cos 38^\circ$$

$$\triangle OPM \text{ vuông tại } P \text{ nên ta có: } MP = \frac{OP}{\tan \widehat{OMP}} = \frac{9 \cdot \sin 38^\circ}{\tan 60^\circ}$$

$$\text{Ta có: } MN = NP - MP = 9 \cdot \cos 38^\circ - \frac{9 \cdot \sin 38^\circ}{\tan 60^\circ}$$

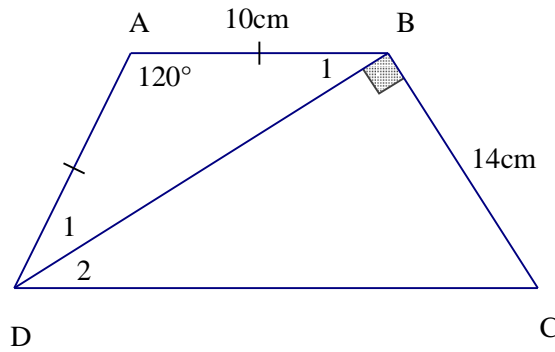
Do đó $S_{OMN} = \frac{1}{2}OP.MN = \frac{1}{2}.9.\sin 38^\circ \cdot \left(9.\cos 38^\circ - \frac{9.\sin 38^\circ}{\tan 60^\circ}\right) \approx 11(\text{cm}^2)$

Câu 87. Cho hình thang $ABCD$ sao cho $AB = AD = 10\text{cm}$, $BC = 14\text{cm}$, $\widehat{A} = 120^\circ$ và BC vuông góc với đường chéo BD . Chu vi của hình thang $ABCD$ bằng bao nhiêu centimet?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 62



Ta có: $\triangle ABD$ cân tại A ($AB = AD = 10\text{cm}$) suy ra $\widehat{B}_1 = \widehat{D}_1 = \frac{180^\circ - \widehat{A}_1}{2} = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$

Ta lại có: $\widehat{D}_2 = \widehat{B}_1 = 30^\circ$ (so le trong)

$\triangle BCD$ vuông tại B , có: $CD = \frac{BC}{\sin \widehat{D}_2} = \frac{14}{0,5} = 28(\text{cm})$

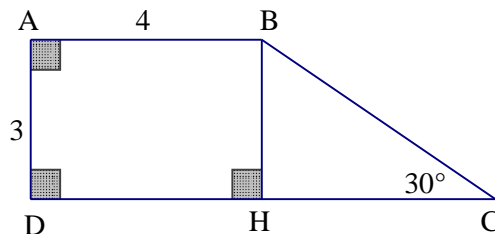
Do đó chu vi của hình thang là: $P_{ABCD} = AB + BC + CD + DA = 62(\text{cm})$

Câu 88. Cho tứ giác $ABCD$, có $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$, $\widehat{C} = 30^\circ$, $AB = 4\text{cm}$, $AD = 3\text{cm}$. Diện tích tứ giác $ABCD$ bằng bao nhiêu centimet vuông ? (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất của centimet vuông).

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 14,6



Kẻ $BH \perp CD$ ($H \in CD$), ta có tứ giác $ABHD$ là hình chữ nhật (tứ giác có 3 góc vuông), do đó $BH = 3\text{cm}$, $DH = 4\text{cm}$

Xét tam giác BHC vuông tại H , ta có: $HC = \frac{HB}{\tan C} = \frac{3}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}(\text{cm})$

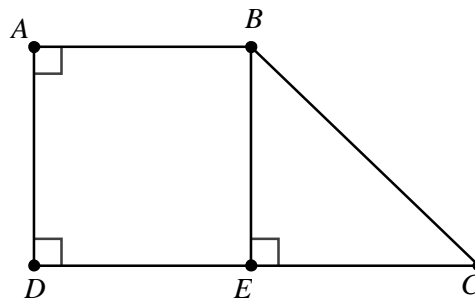
Diện tích tứ giác $ABCD$ là: $S_{ABCD} = \frac{(AB + CD) \cdot AD}{2} = \frac{(AB + DH + HC) \cdot AD}{2} = \frac{(4 + 4 + \sqrt{3}) \cdot 3}{2} \approx 14,6(\text{cm}^2)$

Câu 89. Cho tứ giác $ABCD$ có $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ, \widehat{C} = 40^\circ, AB = 4\text{ cm}, AD = 3\text{ cm}$. Tính diện tích tứ giác $ABCD$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất của centimet vuông).

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 17,3



Vì $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$ suy ra $AD \parallel BC$ hay $ABCD$ là hình thang vuông tại A, D .

Kẻ $BE \perp DC$ tại E .

Tứ giác $ABED$ có ba góc vuông $\widehat{A} = \widehat{D} = \widehat{E} = 90^\circ$ nên $ABED$ là hình chữ nhật.

Suy ra $DE = AB = 4\text{ cm}; BE = AD = 3\text{ cm}$.

Xét tam giác BEC vuông tại E , ta có: $EC = BE \cdot \cot 40^\circ = 3 \cdot \cot 40^\circ$

Do đó $DC = DE + EC = 4 + 3 \cdot \cot 40^\circ$.

Do đó $S_{ABCD} = \frac{(AB + CD) \cdot AD}{2} = \frac{(4 + 4 + 3 \cdot \cot 40^\circ) \cdot 3}{2} \approx 17,3(\text{ cm}^2)$.

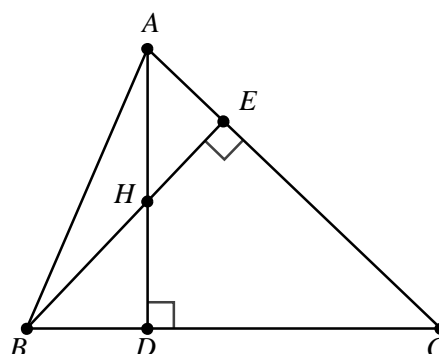
Câu 90. Cho tam giác nhọn ABC hai đường cao AD và BE cắt nhau tại H . Biết $\frac{HD}{HA} = \frac{3}{2}$, khi đó

$\tan \widehat{ABC} \cdot \tan \widehat{ACB} = \frac{a}{b}$, với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $a + b$.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 8



Xét tam giác vuông ABD và ADC , ta có $\tan B = \frac{AD}{BD}$; $\tan C = \frac{AD}{CD}$.

Suy ra $\tan B \cdot \tan C = \frac{AD^2}{BD \cdot CD}$ (1)

Lại có $\widehat{HBD} = \widehat{CAD}$ (cùng phụ với \widehat{ACB}) và $\widehat{HDB} = \widehat{ADC} = 90^\circ$.

Do đó $\triangle BDH$ đồng dạng $\triangle ADC$ (g.g) suy ra $\frac{DH}{DC} = \frac{BD}{AD}$, do đó $BD \cdot DC = DH \cdot AD$ (2).

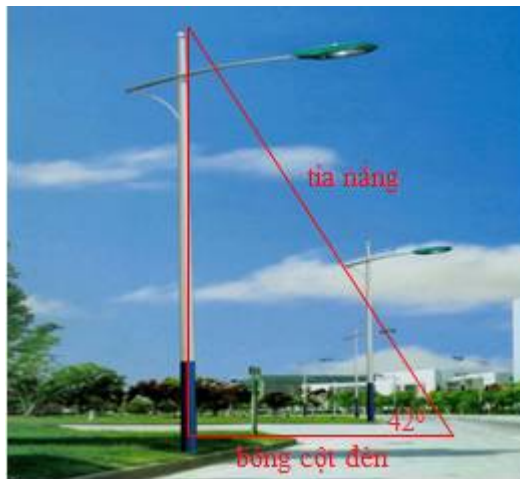
Từ (1) và (2) suy ra $\tan B \cdot \tan C = \frac{AD^2}{DH \cdot AD} = \frac{AD}{DH}$ (3).

Theo giả thiết $\frac{HD}{HA} = \frac{3}{2}$ suy ra $\frac{HD}{AH + HD} = \frac{3}{2+3}$ suy ra $AD = \frac{5}{3}HD$.

Thay vào (3) ta được: $\tan B \cdot \tan C = \frac{\frac{5}{3}HD}{DH} = \frac{5}{3}$.

Do đó $a = 5, b = 3$ suy ra $a + b = 8$

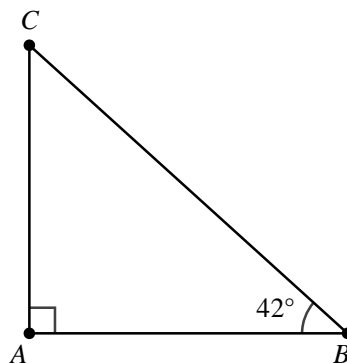
Câu 91. Một cột đèn có bóng trên mặt đất dài $7,5m$. Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ bằng 42° . Tính chiều cao của cột đèn (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai của mét).



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 6,75

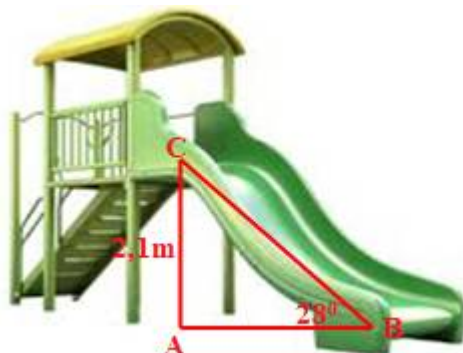


Ta có chiều cao cột đèn là AC và $AB = 7,5m, \widehat{ABC} = 42^\circ$

Xét tam giác ACB vuông tại A có: $AC = AB \cdot \tan B = 7,5 \cdot \tan 42^\circ \approx 6,75(m)$.

Vậy cột đèn cao $6,75(m)$.

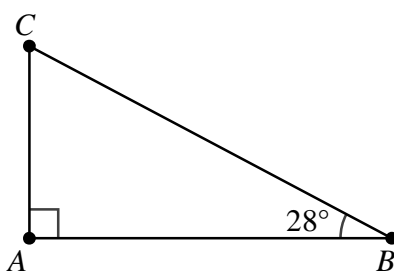
Câu 92. Một cầu trượt trong công viên có độ dốc là 28° và có độ cao là $2,1m$. Tính độ dài của mặt cầu trượt (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai của mét).



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 4,47



Ta có chiều cao của mặt cầu trượt là $AC = 2,1m$ và $\widehat{ABC} = 28^\circ$

Xét tam giác ACB vuông tại A có: $\sin B = \frac{AC}{BC}$ suy ra $BC = \frac{AC}{\sin B} = \frac{2,1}{\sin 28^\circ} \approx 4,47(m)$.

Vậy độ dài của mặt cầu trượt là $4,47(m)$.

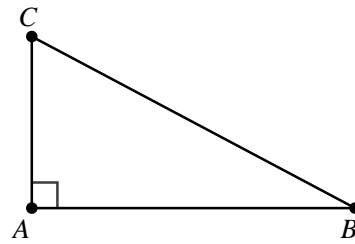
Câu 93. Một máy bay đang bay ở độ cao $10km$ so với mặt đất, muốn hạ cánh xuống sân bay. Để đường bay và mặt đất hợp thành một góc an toàn là 15° thì phi công phải bắt đầu hạ cánh từ vị trí cách sân bay bao xa? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất của kilomet)



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 37,3



Từ giả thiết suy ra $AC = 10 \text{ km}; \widehat{B} = 15^\circ$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A , ta có: $AB = AC \cdot \cot B = 10 \cdot \cot 15^\circ \approx 37,3 (\text{km})$.

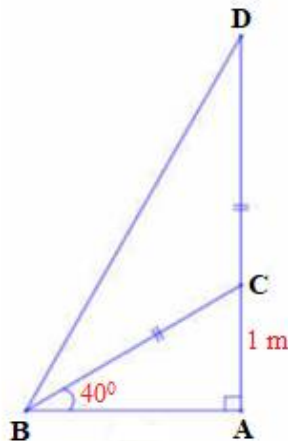
Câu 94. Một cái cây bị sét đánh trúng thân cây làm thân cây ngã xuống đất, tạo với mặt đất một góc là 40° . Biết rằng khúc cây còn đứng cao 1 m . Tính chiều cao lúc đầu của cây (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai của mét)



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 2,56



Từ giả thiết ta có chiều dài ban đầu của cây là AD

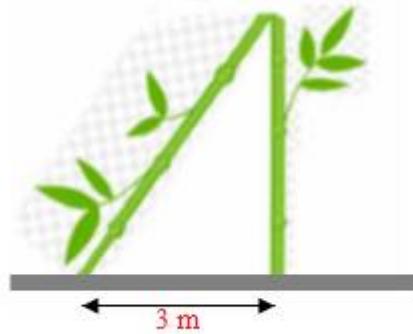
Sau khi bị sét đánh thì cây còn lại $AC = 1 \text{ m}$ và $\widehat{CBA} = 40^\circ, CD = CB$.

Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có: $BC = \frac{AC}{\sin 40^\circ} = \frac{1}{\sin 40^\circ}$ nên $CD = BC = \frac{1}{\sin 40^\circ}$

Suy ra $AD = AC + CD = 1 + \frac{1}{\sin 40^\circ} \approx 2,56 (\text{m})$.

Vậy chiều cao của cây là $2,56(m)$.

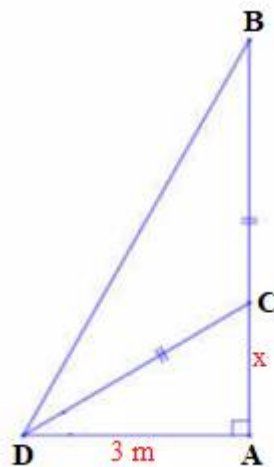
Câu 95. Một cây tre cao $9m$ bị gió bão làm gãy ngang thân, ngọn cây chạm đất cách gốc $3m$. Hỏi điểm gãy cách gốc bao nhiêu mét?



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 4



Giả sử AB là độ cao của cây tre, C là điểm gãy.

Đặt $AC = x (0 < x < 9)$ suy ra $CB = CD = 9 - x$.

Vì $\triangle ACD$ vuông tại A nên theo định lí Pythagore, ta có: $AC^2 + AD^2 = CD^2$ hay $x^2 + 3^2 = (9 - x)^2$.

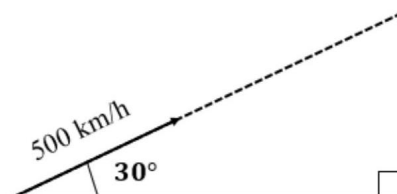
Giải: $x^2 + 3^2 = (9 - x)^2$

$$x^2 + 3^2 = 81 - 18x + x^2$$

$$x = 4$$

Vậy điểm gãy cách gốc cây $4m$.

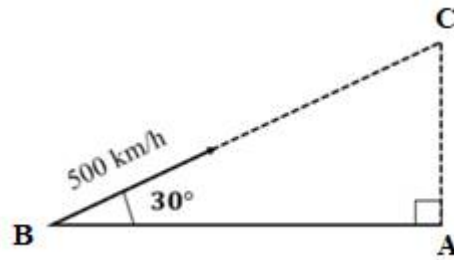
Câu 96. Một chiếc máy bay đang bay lên với vận tốc $500(km/h)$. Đường bay lên tạo với phương ngang một góc 30° . Hỏi sau $1,2$ phút kể từ lúc cất cánh, máy bay đạt được độ cao là bao nhiêu kilomet?



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 5



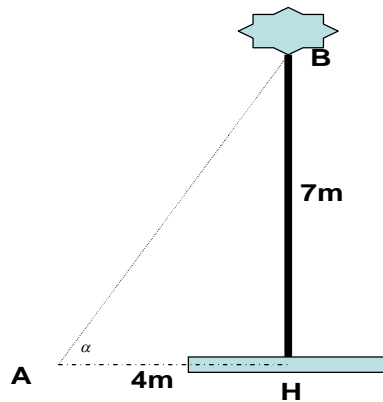
Đổi $1,2' = \frac{1}{50} h$. Sau 1,2 phút máy bay ở C.

Quãng đường bay được là $BC = 500 \cdot \frac{1}{50} = 10 km$ và $\widehat{B} = 30^\circ$

Xét tam giác ABC vuông tại A, ta có : $AC = BC \cdot \sin 30^\circ = 5 km$.

Vậy máy bay đạt được độ cao là 5 km sau 1,2 phút.

Câu 97. Một cột cao 7m có bóng trên mặt đất dài 4m. Hỏi góc mà tia sáng Mặt Trời tạo với mặt đất (góc α ở hình vẽ) bằng bao nhiêu độ? (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).



Trả lời:

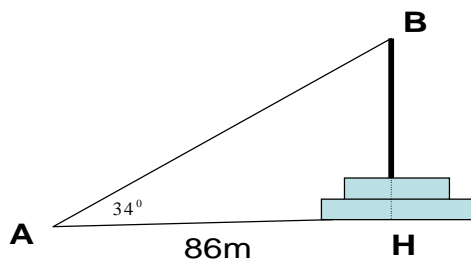
Lời giải

Đáp án: 60

Xét tam giác ABH vuông tại H, ta có: $\tan \alpha = \frac{HB}{HA} = \frac{7}{4}$, suy ra $\alpha \approx 60^\circ$

Vậy góc mà tia sáng Mặt Trời tạo với mặt đất bằng 60°

Câu 98. Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ bằng 34° và bóng của một ngọn tháp trên mặt đất dài 86m. Chiều cao của tháp bằng bao nhiêu mét? (làm tròn đến hàng đơn vị của mét).



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 58

Xét tam giác ABH vuông H tại , ta có: $BH = AH \cdot \tan A = 86 \cdot \tan 34^\circ \approx 58(m)$

Vậy chiều cao của tháp là $58(m)$.

Câu 99. Một xe chở rác khi nâng thùng xe chở rác có kích thước như hình vẽ. Góc nghiêng α của thùng xe so với gầm xe bằng bao nhiêu độ? (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

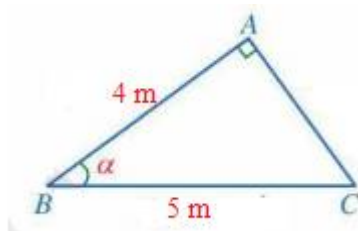


Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 37

Hình vẽ minh họa:



Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có: $\cos \alpha = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{5}$, suy ra: $\alpha \approx 37^\circ$

Câu 100. Một cầu trượt trong công viên có độ dốc là 28° và có độ cao là $2,1(m)$ (hình vẽ). Độ dài của mặt cầu trượt bằng bao nhiêu mét? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất của mét).

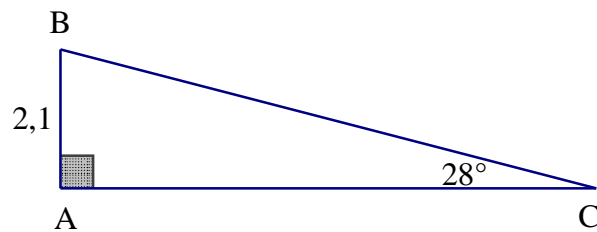


Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 4,5

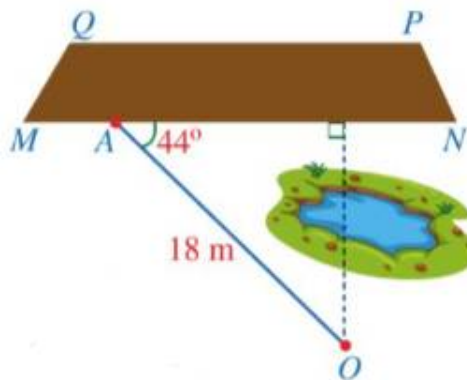
Hình vẽ minh họa:



Gọi AB là chiều cao và BC là chiều dài của cầu trượt

Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có: $BC = \frac{AB}{\sin C} = \frac{2,1}{\sin 28^\circ} \approx 4,5m$

Câu 101. Người ta cần ước lượng khoảng cách từ vị trí O đến khu đất có dạng hình thang $MNPQ$ nhưng không thể đo được trực tiếp bởi bị ngăn một hồ nước, khoảng cách đó được tính bằng khoảng cách từ O đến đường thẳng MN . Người ta chọn vị trí A ở đáy MN và đo được $OA = 18(m)$, $\hat{A} = 44^\circ$ (Hình vẽ). Khoảng cách từ vị trí O đến khu đất bằng bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của mét).

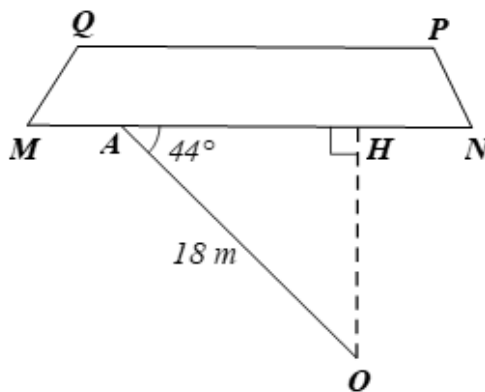


Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 12,5

Hình vẽ minh họa:



Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ O đến MN .

Xét tam giác OAH vuông tại H , ta có: $OH \cdot \sin A = 18 \cdot \sin 44^\circ \approx 12,5(m)$

Vậy khoảng cách từ vị trí O đến khu đất khoảng $12,5(m)$.

Câu 102. Hải đăng Kê Gà thuộc xã Tân Thành, huyện Hàm Thuận Nam, Bình Thuận là ngọn hải đăng được trung tâm sách kỷ luật Việt Nam xác nhận là ngọn hải đăng cao nhất và nhiều tuổi nhất. Hải đăng Kê Gà được xây dựng từ năm 1897-1899 và toàn bộ bằng đá (hình vẽ). Tháp đèn có hình bát giác, cao $66m$ so với mực nước biển. Ngọn đèn đặt trong tháp có thể phát sáng xa 22 hải lý (tương đương $40km$).



Một người đi thuyền thúng trên biển, muốn đến ngọn hải đăng có độ cao $66m$, người đó đứng trên mũi thuyền và dùng giác kế đo được góc giữa thuyền và tia nắng chiếu từ đỉnh ngọn hải đăng đến thuyền là 25° (hình vẽ). Khoảng cách của thuyền đến ngọn hải đăng bằng bao nhiêu mét? (làm tròn đến hàng đơn vị của mét).

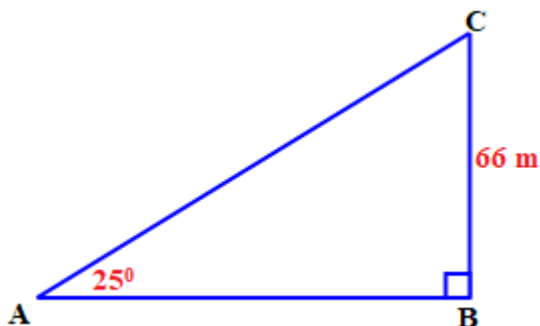


Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 156

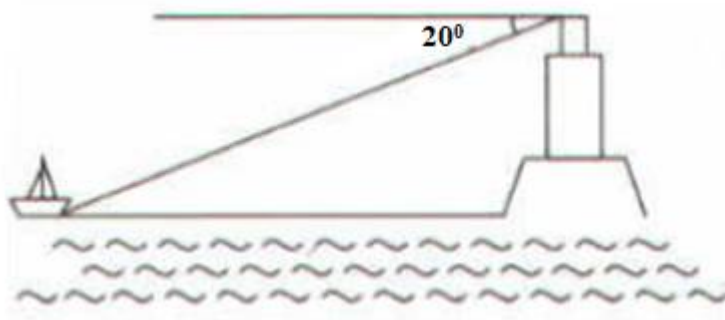
Hình vẽ minh họa bài toán:



Xét tam giác ABC vuông tại B , ta có: $AC = \frac{BC}{\sin A} = \frac{66}{\sin 25^\circ} \approx 156(m)$

Vậy khoảng cách của thuyền đến ngọn hải đăng là $156(m)$

Câu 103. Từ một đài quan sát cao 350m so với mực nước biển, người ta nhìn thấy một chiếc thuyền bị nạn dưới góc 20° so với phương ngang của mực nước biển. Muốn đến cứu con thuyền thì phải đi quãng đường dài bao nhiêu mét? (kết quả làm tròn đến chữ số hàng đơn vị của mét).

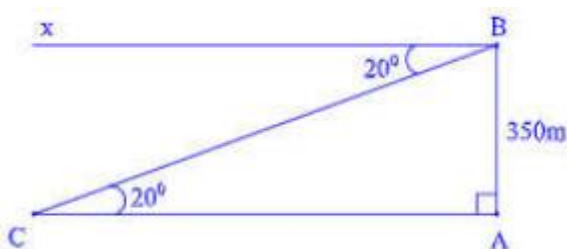


Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 962

Hình vẽ minh họa bài toán:

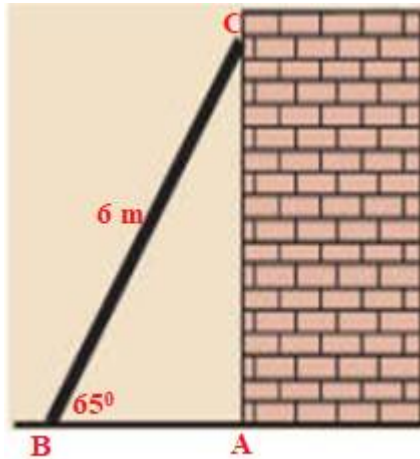


Theo đề bài, ta có: $\widehat{BCA} = \widehat{CBx} = 20^\circ$ (vì $AC \parallel Bx$ và hai góc ở vị trí so le trong)

Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có: $AC = \frac{AB}{\tan \widehat{ACB}} = \frac{350}{\tan 20^\circ} \approx 962(m)$

Vậy muốn đến cứu con thuyền thì phải đi quãng đường dài khoảng $962(m)$.

Câu 104. Trường bạn Trúc Linh có một chiếc thang dài 6m. Cần đặt chân thang cách chân tường một khoảng cách bằng bao nhiêu mét để nó tạo với mặt đất một góc “an toàn” là 65° (tức là đảm bảo thang không bị đổ khi sử dụng) và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất của mét.

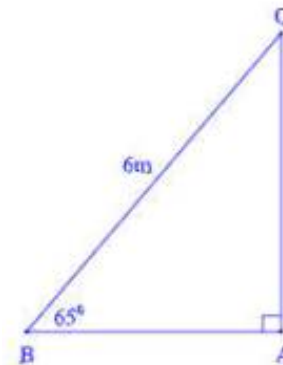


Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 2,5

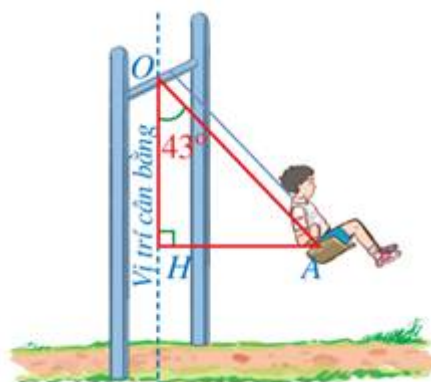
Hình vẽ minh họa bài toán:



Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có: $AB = BC \cdot \cos B = 6 \cdot \cos 65^\circ \approx 2,5(m)$

Vậy cần đặt chân thang cách chân tường một khoảng 2,5m.

Câu 105. Trong trò chơi xích đu ở hình vẽ bên dưới, khi dây căng xích đu (không dẫn) $OA = 3m$ tạo với phương thẳng đứng một góc là $\widehat{AOH} = 43^\circ$ thì khoảng cách AH từ em bé đến vị trí cân bằng là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Trả lời:

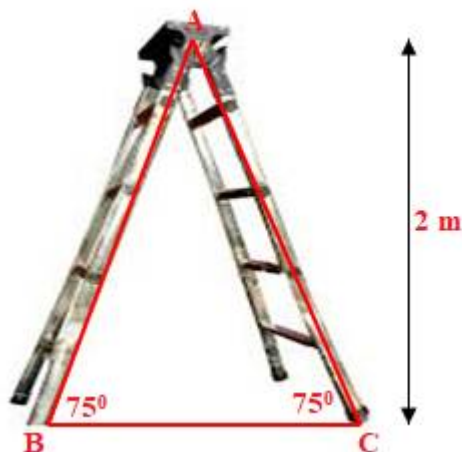
Lời giải

Đáp án: 2

Xét $\triangle OAH$ vuông tại H , ta có: $AH = OA \cdot \sin \widehat{AOH} = 3 \cdot \sin 43^\circ \approx 2m$

Vậy khoảng cách từ em bé đến vị trí cân bằng khoảng $2m$.

Câu 106. Thang xếp chữ A gồm hai thang đơn AB và AC tựa vào nhau. Để an toàn, mỗi thang đơn tạo với mặt đất một góc khoảng 75° (hình vẽ). Nếu muốn tạo một thang xếp chữ A cao $2m$ tính từ mặt đất thì mỗi thang đơn phải dài bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm của mét).

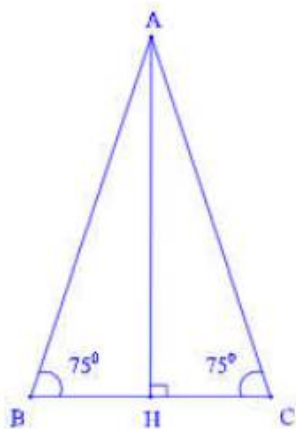


Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 2,07

Hình vẽ minh họa bài toán: Hai thang đơn tựa vào nhau tạo thành tam giác ABC . Kẻ $AH \perp BC$, suy ra AH là chiều cao của thang.



Xét hai tam giác vuông ABH và tam giác vuông ACH , ta có:

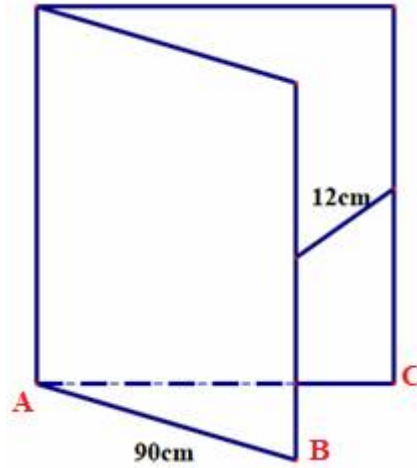
$$\widehat{B} = \widehat{C} = 75^\circ \text{ (giả thiết)}$$

AH cạnh chung

Do đó $\triangle ABH = \triangle ACH$ (cạnh huyền – góc nhọn)

Suy ra $AB = AC$

Câu 108. Trong phòng khách sạn, bên cạnh bộ khóa cửa chính còn có một phụ kiện hữu ích khác chính là door guard (chốt trượt mở an toàn). Thiết bị này phòng trường hợp khi nghe tiếng gõ cửa mà không biết chính xác đó là ai. Door guard là một dạng chốt nổi, tạo một khoảng cỡ 12cm đủ để người bên trong nhận diện người bên ngoài và nói chuyện với nhau. Nếu chiều rộng cánh cửa vào khoảng 90cm thì góc mở cánh cửa bằng bao nhiêu độ? (làm tròn kết quả đến một chữ số thập phân của độ).

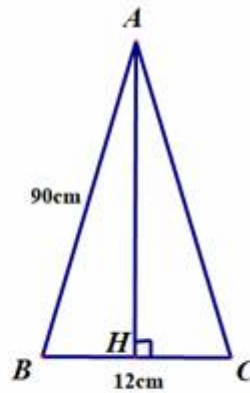
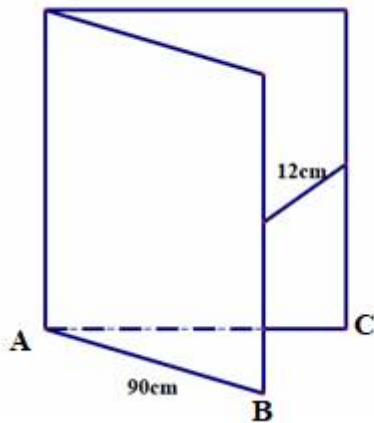


Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 7,6

Hình vẽ minh họa bài toán:



Ta có: $AB = AC$ nên $\triangle ABC$ là tam giác cân tại A .

Gọi H là trung điểm BC .

Xét hai tam giác vuông ABH và tam giác vuông ACH , ta có:

$$\widehat{B} = \widehat{C} \text{ (vì tam giác } ABC \text{ cân tại } A \text{)}$$

$$AB = AC \text{ (vì tam giác } ABC \text{ cân tại } A \text{)}$$

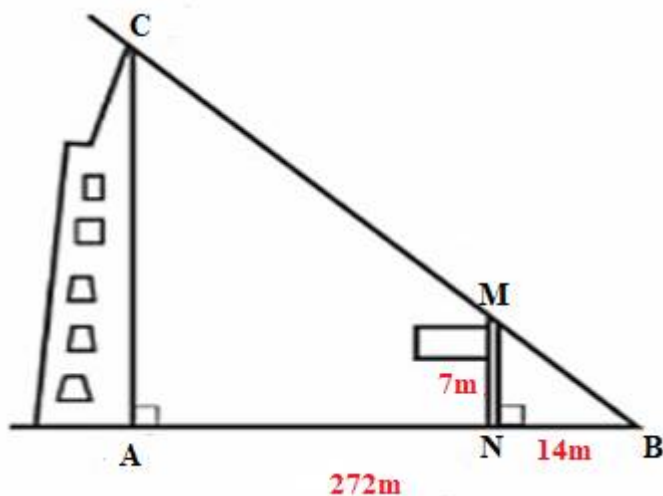
Do đó $\triangle ABH = \triangle ACH$ (cạnh huyền – góc nhọn)

$$\text{Suy ra } BH = CH \text{ nên } BH = CH = \frac{BC}{2} = \frac{12}{2} = 6(\text{cm})$$

$$\text{Xét tam giác } AHB \text{ vuông tại } H, \text{ ta có: } \sin \widehat{BAH} = \frac{AH}{AB} = \frac{6}{90}, \text{ suy ra } \widehat{BAH} \approx 3,8^\circ$$

Do đó: $\widehat{BAC} = 2\widehat{BAH} \approx 7,6^\circ$

Câu 109. Một tòa nhà cao tầng có bóng trên mặt đất là 272m, cùng thời điểm đó một cột cờ cao 7m có bóng trên mặt đất dài 14m. Hãy cho biết tòa nhà đó có bao nhiêu tầng, biết rằng mỗi tầng cao 3,4m?



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 40

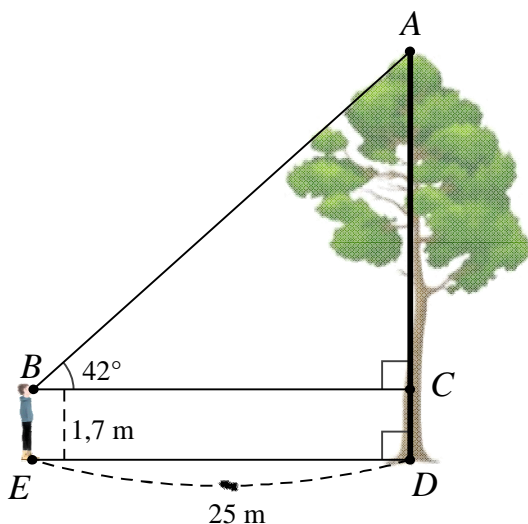
Xét tam giác BMN vuông tại N , ta có: $\tan B = \frac{MN}{BN} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$

Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có: $\tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{AC}{272}$

Suy ra $\frac{AC}{272} = \frac{1}{2}$ hay $AC = 136$

Vậy tòa nhà có: $\frac{136}{3,4} = 40$ (tầng)

Câu 110. Bạn Trúc Linh quan sát đứng cách một cái cây 25m, nhìn thẳng đỉnh cây dưới một góc nâng 42° so với phương ngang của mặt đất (như hình vẽ). Biết khoảng cách từ mắt bạn Trúc Linh đến mặt đất bằng 1,7m. Hãy tính chiều cao của cây (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất của mét).



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 24,2

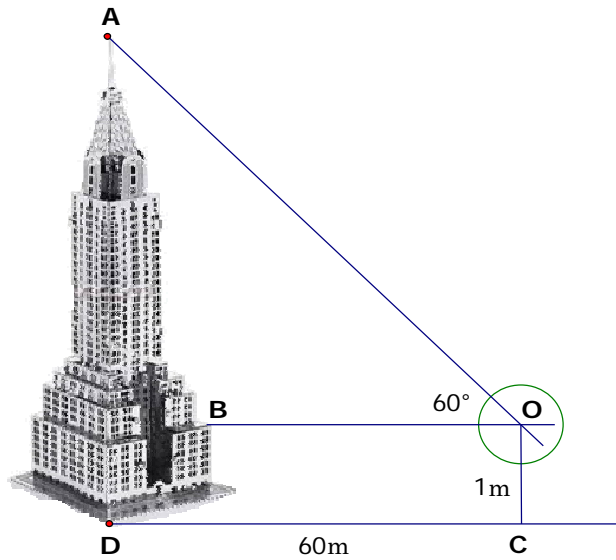
Xét tam giác ABC vuông tại C , ta có: $AC = BC \cdot \tan \widehat{ABC}$

Mà $BC = ED$ nên $AC = ED \cdot \tan ABC = 25 \cdot \tan 42^\circ$

Suy ra $AD = AC + CD = 25 \cdot \tan 42^\circ + 1,7 \approx 24,2(m)$

Vậy chiều cao của cây 24,2(m)

Câu 111. Để xác định chiều cao của một tháp mà không cần lên đỉnh của tháp. Người ta đặt kế giác thẳng đứng cách chân tháp một khoảng $CD = 60m$, giả sử chiều cao của giác kế là $OC = 1m$. Quay thanh giác kế sao cho khi ngắm theo thanh ta nhìn thấy đỉnh A của tháp. Đọc trên giác kế số đo của góc $\widehat{AOB} = 60^\circ$. Tìm chiều cao của ngọn tháp (làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị của mét).



Trả lời:

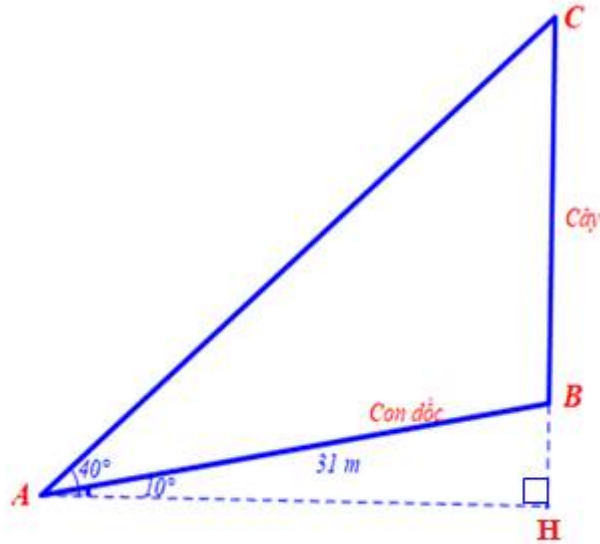
Lời giải

Đáp án: 148

Tam giác OAB vuông tại B , ta có: $AB = \tan 60^\circ \cdot OB = 60\sqrt{3}(m)$

Vậy chiều cao của ngọn tháp là: $h = AB + OC = 60\sqrt{3} + 1 \approx 148(m)$

Câu 112. Một cây bạch đàn mọc thẳng đứng bên lề một con dốc có độ dốc 10° so với phương nằm ngang. Biết rằng từ một điểm dưới chân dốc, cách gốc cây 31m người ta nhìn đỉnh ngọn cây dưới một góc 40° so với phương nằm ngang (như hình vẽ). Chiều cao của cây bạch đàn bằng bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất của mét).



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 20,2

Xét tam giác ABH vuông tại H ta có:

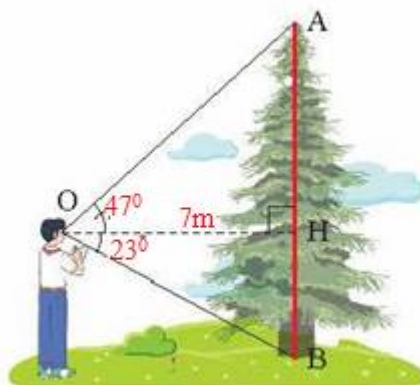
$$AH = AB \cdot \cos 10^\circ = 31 \cdot \cos 10^\circ$$

$$BH = AB \cdot \sin 10^\circ = 31 \cdot \sin 10^\circ$$

Xét tam giác ACH vuông tại H ta có: $CH = AH \cdot \tan 40^\circ = 31 \cdot \cos 10^\circ \cdot \tan 40^\circ$

Ta có: $BC = CH - BH = 31 \cdot \cos 10^\circ \cdot \tan 40^\circ - 31 \cdot \sin 10^\circ \approx 20,2(m)$

Câu 113. Trong giờ thực hành đo chiều cao một cây bất kì, bạn Trúc Linh đứng ngắm đo một cây có chiều cao AB. Để ngắm được ngọn cây, bạn Trúc Linh ngắm với góc nghiêng lên (góc nâng) $\widehat{AOH} = 47^\circ$ và để ngắm được gốc cây, bạn Trúc Linh ngắm với góc nghiêng xuống (góc hạ) $\widehat{HOB} = 23^\circ$ (hình vẽ). Biết khoảng cách từ mắt bạn Trúc Linh đến cây bằng $OH = 7m$. Chiều cao của cây bằng bao nhiêu mét? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất của mét).



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 10,5

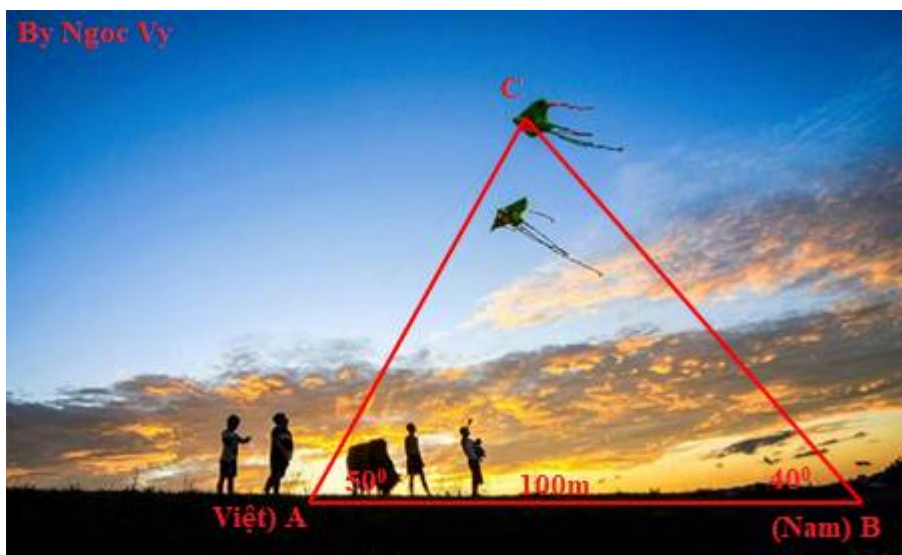
Xét $\triangle AOH$ vuông tại H, ta có: $AH = OH \cdot \tan \widehat{AOH} = 7 \cdot \tan 47^\circ$

Xét $\triangle BOH$ vuông tại H , ta có: $BH = OH \cdot \tan \widehat{BOH} = 7 \cdot \tan 23^\circ$

Ta có: $AB = AH + BH = 7 \cdot \tan 47^\circ + 7 \cdot \tan 23^\circ \approx 10,5(m)$

Vậy chiều cao của cây gần bằng $10,5(m)$

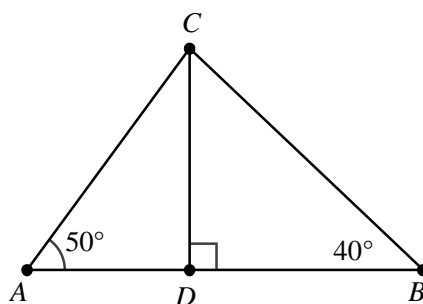
Câu 114. Hai bạn học sinh Việt và Nam đang đứng ở mặt đất bằng phẳng, cách nhau $100m$ thì nhìn thấy một chiếc điều (ở vị trí C giữa hai bạn). Biết góc “nâng” để nhìn thấy điều ở vị trí của Việt là 50° và góc “nâng” để nhìn thấy điều ở vị trí của Nam là 40° . Độ cao của điều lúc đó bằng bao nhiêu mét so với mặt đất? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất của mét).



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 49,2



Độ cao của điều là CD , độ dài $AB = 100m$. Bạn Việt đứng ở A , bạn Nam đứng ở B .

Gọi $AD = x (0 < x < 100)$ suy ra $BD = 100 - x$

Xét $\triangle ACD$ vuông tại D ta có $CD = AD \cdot \tan A = x \cdot \tan 50^\circ$ (1)

Xét $\triangle CBD$ vuông tại D ta có $CD = BD \cdot \tan B = (100 - x) \cdot \tan 40^\circ$ (2)

Từ (1) và (2), ta có:

$$x \cdot \tan 50^\circ = (100 - x) \cdot \tan 40^\circ$$

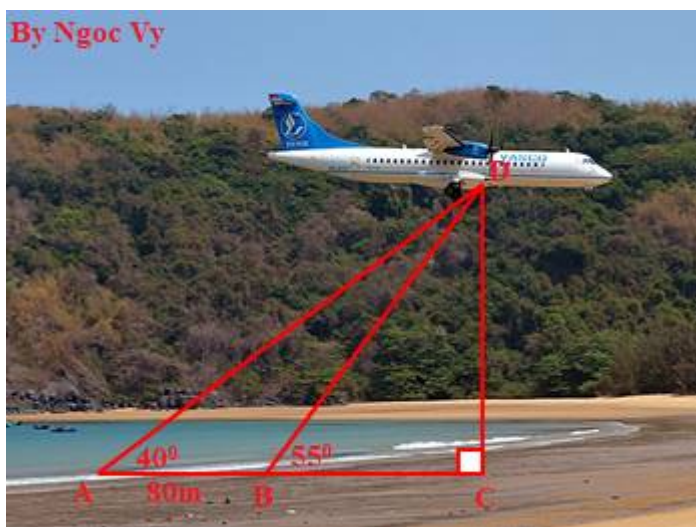
$$x \cdot (\tan 50^\circ - \tan 40^\circ) = 100 \cdot \tan 40^\circ$$

$$x = \frac{100 \cdot \tan 40^\circ}{\tan 50^\circ - \tan 40^\circ}$$

Suy ra: $CD = x \cdot \tan 50^\circ = \frac{100 \cdot \tan 40^\circ}{\tan 50^\circ - \tan 40^\circ} \cdot \tan 50^\circ \approx 49,2(m)$.

Vậy độ cao của điều lúc đó so với mặt đất là $49,2(m)$.

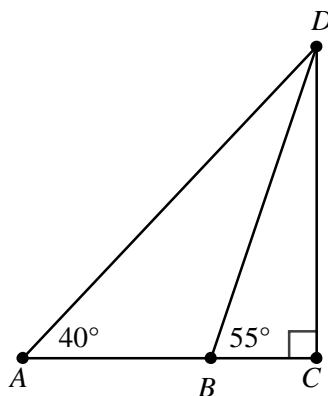
Câu 115. Hai bạn học sinh A và B đang đứng ở mặt đất bằng phẳng, cách nhau 80m thì nhìn thấy một máy bay trực thăng điều khiển từ xa (ở vị trí C nằm trên tia AB và $AC > AB$). Biết góc “nâng” để nhìn thấy máy bay ở vị trí của B là 55° góc “nâng” để nhìn thấy máy bay ở vị trí của A là 40° . Hãy tính độ cao của máy bay lúc đó so với mặt đất? (làm tròn đến chữ số hàng đơn vị của mét).



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 163



Độ cao của máy bay là CD , độ dài $AB = 80m$.

Gọi $BC = x (x > 0)$ suy ra $AC = 80 + x$

Xét tam giác BCD vuông tại C ta có $CD = x \cdot \tan 55^\circ$ (1)

Xét tam giác ADC vuông tại C ta có $CD = (80 + x) \cdot \tan 40^\circ$ (2)

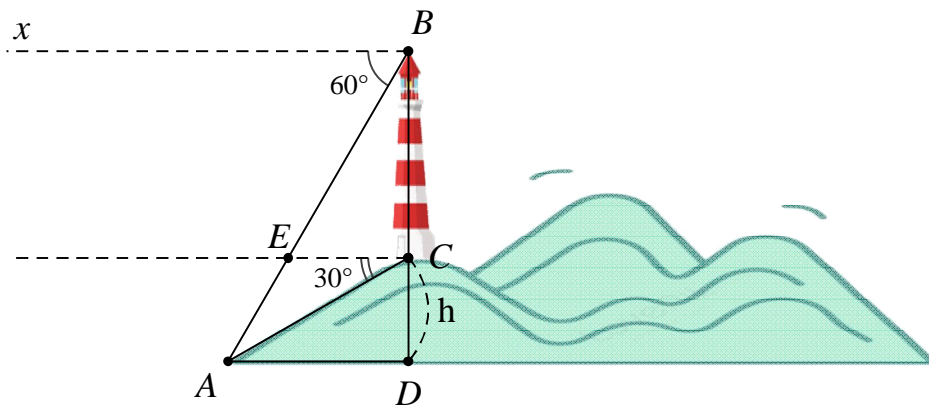
Từ (1) và (2), ta có:

$$\begin{aligned} x \cdot \tan 55^\circ &= (80 + x) \cdot \tan 40^\circ \\ x \cdot (\tan 55^\circ - \tan 40^\circ) &= 80 \cdot \tan 40^\circ \\ x &= \frac{80 \cdot \tan 40^\circ}{\tan 55^\circ - \tan 40^\circ} \end{aligned}$$

Do đó: $CD = x \cdot \tan 55^\circ = \frac{80 \cdot \tan 40^\circ}{\tan 55^\circ - \tan 40^\circ} \cdot \tan 55^\circ \approx 163 (m)$.

Vậy độ cao của máy bay lúc đó so với mặt đất là $163 (m)$.

Câu 116. Trên quả đồi có một cái tháp cao $100m$. Từ đỉnh B và chân C của tháp nhìn điểm A ở chân đồi dưới các góc tương ứng bằng 60° và 30° so với phương nằm ngang như hình vẽ. Chiều cao quả đồi đặt tháp so với chân đồi là đoạn CD . Chiều cao quả đồi bằng bao nhiêu mét?



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 50

Đặt $CD = h$

Xét tam giác ABD vuông tại D , ta có: $\tan \widehat{ABD} = \frac{AD}{BD}$

Vì $\widehat{ABD} = 90^\circ - \widehat{ABx} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$; $BD = BC + CD = 100 + h$

Nên $\tan 30^\circ = \frac{AD}{100 + h}$ hay $\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{AD}{100 + h}$

Suy ra: $AD = \frac{\sqrt{3}(100 + h)}{3}$ (1)

Xét tam giác ACD vuông tại D , ta có: $\tan \widehat{CAD} = \frac{CD}{AD}$

Vì $\widehat{CAD} = \widehat{ACE} = 30^\circ$ (2 góc so le trong); $CD = h$

Nên $\tan 30^\circ = \frac{h}{AD}$ hay $\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{h}{AD}$

Suy ra: $AD = \frac{3h}{\sqrt{3}}$ (2)

Từ (1) và (2), ta có:

$$\frac{3h}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(100+h)}{3}$$

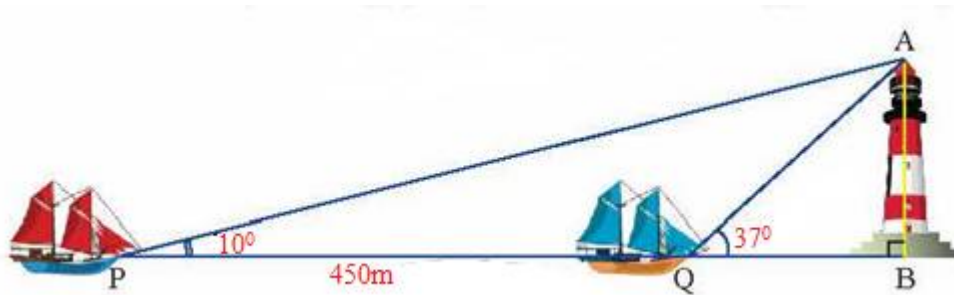
$$3.3h = \sqrt{3}(100+h) \cdot \sqrt{3}$$

$$9h - 3h = 3 \cdot 100$$

$$6h = 300$$

$$h = 50(m)$$

Câu 117. Hai con thuyền ở vị trí P và Q cách nhau $450m$ và thẳng hàng chân của ngọn tháp hải đăng trên bờ biển (hình vẽ). Từ vị trí P và Q , người ta thấy tháp hải đăng dưới các góc $\widehat{APB} = 10^\circ$ và $\widehat{AQB} = 37^\circ$. Tính chiều cao tháp hải đăng (làm tròn đến chữ số hàng đơn vị của mét).



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 104

Xét $\triangle ABQ$ vuông tại B , ta có: $QB = \frac{AB}{\tan \widehat{AQB}} = \frac{AB}{\tan 37^\circ}$

Xét $\triangle ABP$ vuông tại B , ta có: $PB = \frac{AB}{\tan \widehat{APB}} = \frac{AB}{\tan 10^\circ}$

Ta có:

$$PB - QB = 450$$

$$\frac{AB}{\tan 10^\circ} - \frac{AB}{\tan 37^\circ} = 450$$

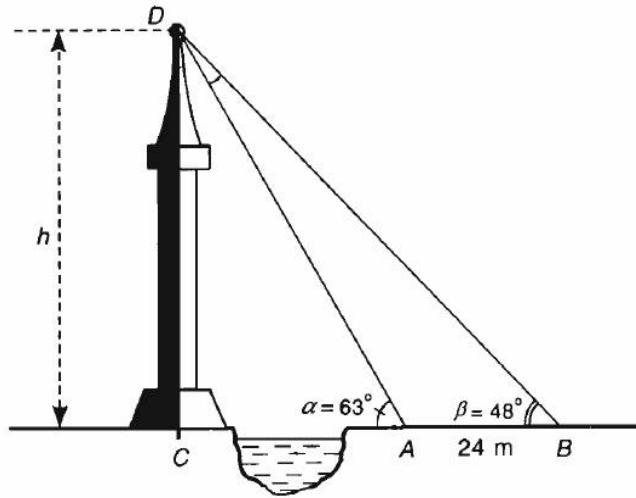
$$AB \left(\frac{1}{\tan 10^\circ} - \frac{1}{\tan 37^\circ} \right) = 450$$

$$AB = \frac{450}{\frac{1}{\tan 10^\circ} - \frac{1}{\tan 37^\circ}}$$

$$AB \approx 104(m)$$

Vậy chiều cao tháp hải đăng gần bằng $104(m)$

Câu 118. Giả sử $CD = h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B và C thẳng hàng. Ta đo được $AB = 24m, \widehat{CAD} = 63^\circ, \widehat{CBD} = 48^\circ$. Tìm chiều cao h của tháp (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất của mét).



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 61,4

Xét tam giác ACD vuông tại C ta có: $AC = \frac{CD}{\tan \widehat{CAD}} = \frac{h}{\tan 63^\circ}$

Xét tam giác BCD vuông tại C ta có: $BC = \frac{CD}{\tan \widehat{CBD}} = \frac{h}{\tan 48^\circ}$

$$BC - AC = AB$$

$$\frac{h}{\tan 48^\circ} - \frac{h}{\tan 63^\circ} = 24$$

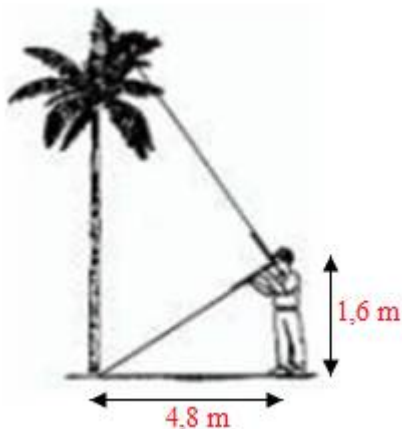
Ta có: $h \left(\frac{1}{\tan 48^\circ} - \frac{1}{\tan 63^\circ} \right) = 24$

$$h = \frac{24}{\frac{1}{\tan 48^\circ} - \frac{1}{\tan 63^\circ}}$$

$$h \approx 61,6(m)$$

Vậy chiều cao h của tháp $61,4(m)$

Câu 119. Bạn Minh Hiền sử dụng thước ngắm có góc vuông để đo chiều cao một cây dừa (như hình vẽ). Khoảng cách từ góc cây đến chân bạn Minh Hiền là $4,8m$ và từ vị trí chân đứng thẳng trên mặt đất đến mắt của bạn Minh Hiền nhăm là $1,6m$. Hỏi với các kích thước trên, bạn Minh Hiền đo được chiều cao của cây đó là bao nhiêu mét?

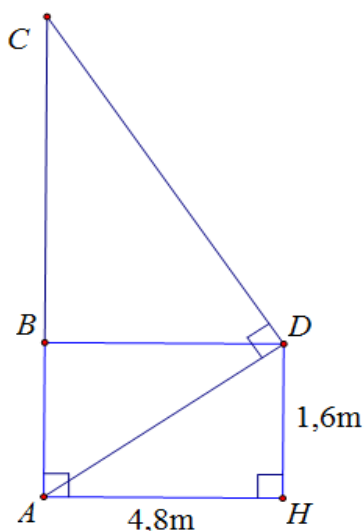


Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 16

Hình vẽ minh họa bài toán:



Ta có tứ giác $ABDH$ là hình chữ nhật, suy ra $BA = DH = 1,6m$; $BD = AH = 4,8m$

Xét hai tam giác vuông BCD và BDA , ta có:

$$\widehat{CBD} = \widehat{ABD} = 90^\circ \text{ (giả thiết)}$$

$$\widehat{BCD} = \widehat{BDA} \text{ (hai góc cùng phụ } \widehat{BDC} \text{)}$$

Suy ra $\triangle BCD \sim \triangle BDA$ (góc - góc)

$$\text{Do đó: } \frac{BD}{BA} = \frac{BC}{BD} \text{ hay } BC = \frac{BD^2}{BA} = \frac{(4,8)^2}{1,6} = 14,4(m)$$

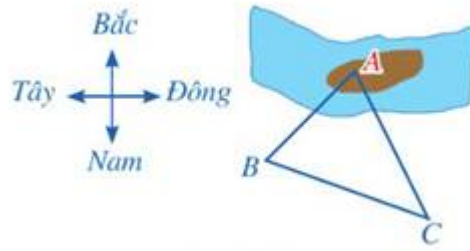
Ta lại có: $AC = AB + BC = 1,6 + 14,4 = 16(m)$.

Vậy chiều cao của cây dừa là $16(m)$.

Câu 120. Một người đứng ở vị trí B trên bờ sông muốn sử dụng la bàn để ước lượng khoảng cách từ vị trí đó đến một vị trí A ở trên một cù lao giữa dòng sông. Người đó đã làm như sau:

– Sử dụng la bàn, xác định được phương BA lệch với phương Nam – Bắc về hướng Đông 52° .

– Người đi chuyên đến vị trí C, cách B một khoảng là 187 m. Sử dụng la bàn, xác định được phương CA lệch với phương Nam – Bắc về hướng Tây 27° ; CB lệch với phương Nam – Bắc về hướng Tây 70° (Hình vẽ).

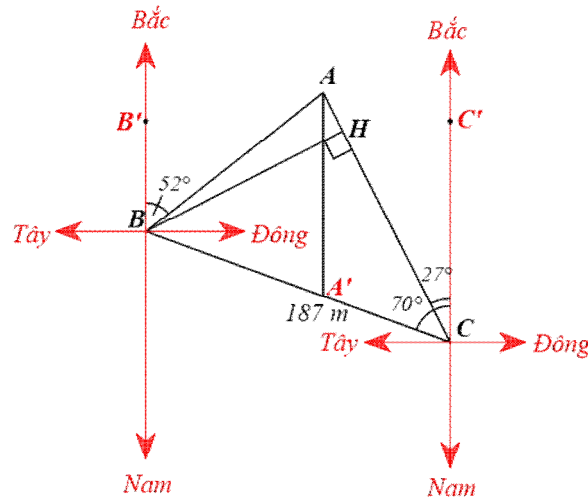


Từ những dữ liệu trên, hỏi khoảng cách AB bằng bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 130



Kẻ AA' ($A' \in BC$) theo phương Bắc – Nam và kẻ BB', CC' theo phương Nam – Bắc (hình vẽ).

Khi đó $AA' \parallel BB' \parallel CC'$.

Phương BA lệch với phương Nam – Bắc về hướng Đông 52° nên $\widehat{B'BA} = 52^\circ$

Phương CA lệch với phương Nam – Bắc về hướng Tây 27° nên $\widehat{ACC'} = 27^\circ$

Phương CB lệch với phương Nam – Bắc về hướng Tây 70° nên $\widehat{BCC'} = 70^\circ$

Do đó $\widehat{BCA} = \widehat{BCC'} - \widehat{ACC'} = 70^\circ - 27^\circ = 43^\circ$

Kẻ $BH \perp AC$ ($H \in AC$)

Xét $\triangle BCH$ vuông tại H , ta có: $BH = BC \cdot \sin \widehat{BCH} = 187 \cdot \sin 43^\circ$ (m)

Vì $AA' \parallel BB'$ nên $\widehat{B'BA} = \widehat{BAA'} = 52^\circ$ (hai góc so le trong).

Vì $AA' \parallel CC'$ nên $\widehat{A'AB} = \widehat{ACC'} = 27^\circ$ (hai góc so le trong).

Do đó $\widehat{BCA} = \widehat{BAA'} - \widehat{A'AC} = 52^\circ + 27^\circ = 79^\circ$

Xét $\triangle ABH$ vuông tại H , ta có:

$$BH = AB \cdot \sin \widehat{BAH} \text{ suy ra } AB = \frac{BH}{\sin \widehat{BAH}} = \frac{187 \cdot \sin 43^\circ}{\sin 79^\circ} \approx 130 (m)$$

Vậy khoảng cách AB khoảng 130 mét.

PHẦN IV. Câu tự luận. Mỗi câu hỏi thí sinh trình bày cách giải tự luận.

Câu 121. Tính giá trị của biểu thức sau: $A = \frac{\sin 21^\circ - \sin 58^\circ}{2 \cos 32^\circ - 2 \cos 69^\circ}$

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{\sin 21^\circ - \sin 58^\circ}{2 \cos 32^\circ - 2 \cos 69^\circ} = \frac{\sin 21^\circ - \cos(90^\circ - 58^\circ)}{2 \cos 32^\circ - 2 \sin(90^\circ - 69^\circ)} \\ &= \frac{\sin 21^\circ - \cos 32^\circ}{2 \cos 32^\circ - 2 \sin 21^\circ} = \frac{\sin 21^\circ - \cos 32^\circ}{-2(\sin 21^\circ - \cos 32^\circ)} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Câu 122. Tính giá trị của biểu thức sau: $B = \frac{\sin 45^\circ \cdot \cos 35^\circ \cdot \tan 76^\circ}{\sin 55^\circ \cdot \cot 14^\circ}$

Lời giải

$$B = \frac{\sin 45^\circ \cdot \cos 35^\circ \cdot \tan 76^\circ}{\sin 55^\circ \cdot \cot 14^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin(90^\circ - 35^\circ) \cdot \cot(90^\circ - 76^\circ)}{\sin 55^\circ \cdot \cot 14^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin 55^\circ \cdot \cot 14^\circ}{\sin 55^\circ \cdot \cot 14^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Câu 123. Tính giá trị của biểu thức sau: $C = \sin^2 20^\circ - \cos^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ - \cos^2 70^\circ$

Lời giải

$$\begin{aligned} C &= \sin^2 20^\circ - \cos^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ - \cos^2 70^\circ = \sin^2 20^\circ - \cos^2 70^\circ + \sin^2 50^\circ - \cos^2 40^\circ \\ &= \sin^2 20^\circ - \sin^2(90^\circ - 70^\circ) + \sin^2 50^\circ - \sin^2(90^\circ - 40^\circ) = \sin^2 20^\circ - \sin^2 20^\circ + \sin^2 50^\circ - \sin^2 50^\circ = 0 \end{aligned}$$

Câu 124. Tính giá trị của biểu thức sau: $D = 2025 \tan 24^\circ \cdot \tan 66^\circ - \tan^{2026} 78^\circ \tan^{2026} 12^\circ$

Lời giải

$$\begin{aligned} D &= 2025 \tan 24^\circ \cdot \tan 66^\circ - \tan^{2026} 78^\circ \tan^{2026} 12^\circ = 2025 \tan 24^\circ \cdot \tan 66^\circ - (\tan 78^\circ \cdot \tan 12^\circ)^{2026} \\ &= 2025 \tan 24^\circ \cdot \cot(90^\circ - 66^\circ) - [\tan 78^\circ \cdot \cot(90^\circ - 12^\circ)]^{2026} \\ &= 2025 \tan 24^\circ \cdot \cot 24^\circ - [\tan 78^\circ \cdot \cot 78^\circ]^{2026} = 2025 \cdot 1 - 1^{2026} = 2024 \end{aligned}$$

Câu 125. Tính giá trị của biểu thức sau: $A = \cot 23^\circ \cdot \cot 33^\circ \cdot \cot 43^\circ \cdot \cot 47^\circ \cdot \cot 57^\circ \cdot \cot 67^\circ$

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \cot 23^\circ \cdot \cot 33^\circ \cdot \cot 43^\circ \cdot \cot 47^\circ \cdot \cot 57^\circ \cdot \cot 67^\circ \\ &= (\cot 23^\circ \cdot \cot 67^\circ) \cdot (\cot 33^\circ \cdot \cot 57^\circ) \cdot (\cot 43^\circ \cdot \cot 47^\circ) \\ &= (\cot 23^\circ \cdot \tan 23^\circ) \cdot (\cot 33^\circ \cdot \tan 33^\circ) \cdot (\cot 43^\circ \cdot \tan 43^\circ) = 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1 \end{aligned}$$

Câu 126. Tính giá trị của biểu thức sau: $B = \tan^2 21^\circ \cdot \tan^2 31^\circ \cdot \tan^2 41^\circ \cdot \tan^2 49^\circ \cdot \tan^2 59^\circ \cdot \tan^2 69^\circ$

Lời giải

$$\begin{aligned} B &= \tan^2 21^\circ \cdot \tan^2 31^\circ \cdot \tan^2 41^\circ \cdot \tan^2 49^\circ \cdot \tan^2 59^\circ \cdot \tan^2 69^\circ \\ &= (\tan^2 21^\circ \cdot \tan^2 69^\circ) \cdot (\tan^2 31^\circ \cdot \tan^2 59^\circ) \cdot (\tan^2 41^\circ \cdot \tan^2 49^\circ) \\ &= (\tan 21^\circ \cdot \tan 69^\circ)^2 \cdot (\tan 31^\circ \cdot \tan 59^\circ)^2 \cdot (\tan 41^\circ \cdot \tan 49^\circ)^2 \end{aligned}$$

$$= (\tan 21^\circ \cdot \cot 21^\circ)^2 \cdot (\tan 31^\circ \cdot \cot 31^\circ)^2 \cdot (\tan 41^\circ \cdot \cot 41^\circ)^2 = 1^2 \cdot 1^2 \cdot 1^2 = 1$$

Câu 127. Tính giá trị của biểu thức sau:

$$C = \tan^3 13^\circ \cdot \tan^3 23^\circ \cdot \tan^3 33^\circ \cdot \tan^3 43^\circ \cdot \tan^3 47^\circ \cdot \tan^3 57^\circ \cdot \tan^3 67^\circ \cdot \tan^3 77^\circ$$

Lời giải

$$\begin{aligned} C &= \tan^3 13^\circ \cdot \tan^3 23^\circ \cdot \tan^3 33^\circ \cdot \tan^3 43^\circ \cdot \tan^3 47^\circ \cdot \tan^3 57^\circ \cdot \tan^3 67^\circ \cdot \tan^3 77^\circ \\ &= (\tan^3 13^\circ \cdot \tan^3 77^\circ) \cdot (\tan^3 23^\circ \cdot \tan^3 67^\circ) \cdot (\tan^3 33^\circ \cdot \tan^3 57^\circ) \cdot (\tan^3 43^\circ \cdot \tan^3 47^\circ) \\ &= (\tan 13^\circ \cdot \tan 77^\circ)^3 \cdot (\tan 23^\circ \cdot \tan 67^\circ)^3 \cdot (\tan 33^\circ \cdot \tan 57^\circ)^3 \cdot (\tan 43^\circ \cdot \tan 47^\circ)^3 \\ &= (\tan 13^\circ \cdot \cot 13^\circ)^3 \cdot (\tan 23^\circ \cdot \cot 23^\circ)^3 \cdot (\tan 33^\circ \cdot \cot 33^\circ)^3 \cdot (\tan 43^\circ \cdot \cot 43^\circ)^3 = 1^3 \cdot 1^3 \cdot 1^3 \cdot 1^3 = 1 \end{aligned}$$

Câu 128. Cho $\cot \alpha = 3$, với α là góc nhọn. Tính giá trị của biểu thức sau: $A = \frac{2025 \sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha}$

Lời giải

Ta phải chứng minh công thức: $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ (các em tự chứng minh)

Vì $\tan \alpha = 3 \neq 0$ nên $\cos \alpha \neq 0$.

$$A = \frac{2025 \sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin \alpha \left(2025 - \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \right)}{\sin \alpha} = 2025 - \cot \alpha = 2025 - 3 = 2022$$

Câu 129. Cho $\cot \alpha = 3$, với α là góc nhọn. Tính giá trị của biểu thức sau: $B = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$

Lời giải

Ta phải chứng minh công thức: $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ (các em tự chứng minh)

Vì $\tan \alpha = 3 \neq 0$ nên $\cos \alpha \neq 0$.

$$B = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}}{\sin \alpha \left(1 + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \right)} = \frac{\cot \alpha}{1 + \cot \alpha} = \frac{1}{1 + 3} = \frac{1}{4}$$

Câu 130. Cho $\cot \alpha = 3$, với α là góc nhọn. Tính giá trị của biểu thức sau:

$$C = \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha - \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \cos^2 \alpha}$$

Lời giải

Ta phải chứng minh công thức: $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ (các em tự chứng minh)

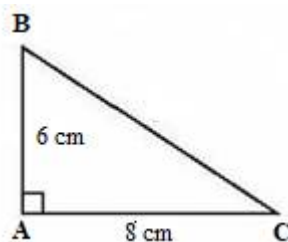
Vì $\tan \alpha = 3 \neq 0$ nên $\cos \alpha \neq 0$.

$$C = \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha - \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \cos^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha \left(\frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} - \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} \right)}{\sin^2 \alpha \left(1 - \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} + \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} \right)} = \frac{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} - \left(\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \right)^2}{1 - \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + \left(\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \right)^2}$$

$$= \frac{\cot \alpha - (\cot \alpha)^2}{1 - \cot \alpha + (\cot \alpha)^2} = \frac{3 - 3^2}{1 - 3 + 3^2} = -\frac{6}{7}$$

Câu 131. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 60mm$; $AC = 8cm$. Tính các tỉ số lượng giác của góc B , từ đó suy ra tỉ số lượng giác của góc C .

Lời giải



$$AB = 60mm = 6cm$$

Tam giác ABC vuông tại A nên theo định lí Pythagore ta có:

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 = 8^2 + 6^2 = 100$$

$$\text{Suy ra } BC = \sqrt{100} \text{ hay } BC = 10cm$$

Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có:

$$\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$\cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$\cot B = \frac{AB}{AC} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

Do $\widehat{C} + \widehat{B} = 90^\circ$ nên:

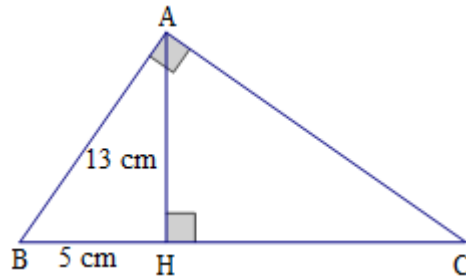
$$\sin C = \cos B = \frac{3}{5}$$

$$\cos C = \sin B = \frac{4}{5}$$

$$\tan C = \cot B = \frac{3}{4}$$

$$\cot C = \tan B = \frac{4}{3}$$

Câu 132. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH , biết $AB = 13cm$, $BH = 5cm$. Tính $\sin B$, $\sin C$



Lời giải

- Tính $\sin B$

Tam giác ABH vuông tại H nên theo định lí Pythagore ta có:

$$AH^2 = AB^2 - BH^2 = 13^2 + 5^2 = 144$$

Suy ra $AH = \sqrt{144}$ hay $AH = 12\text{cm}$

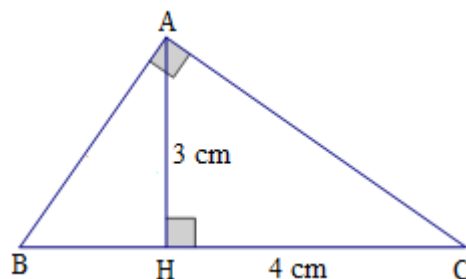
Xét tam giác ABH vuông tại H , ta có: $\sin B = \frac{AH}{AB} = \frac{12}{13}$

- Tính $\sin C$

Xét tam giác ABH vuông tại H , ta có: $\cos B = \frac{BH}{AB} = \frac{5}{13}$

Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có $\widehat{C} + \widehat{B} = 90^\circ$ nên $\sin C = \cos B = \frac{5}{13}$

Câu 133. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH , biết $AH = 3\text{cm}, HC = 4\text{cm}$. Tính $\cos C, \cos B$



Lời giải

- Tính $\cos C$

Tam giác AHC vuông tại H nên theo định lí Pythagore ta có:

$$AC^2 = AH^2 + HC^2 = 3^2 + 4^2 = 25$$

Suy ra $AC = \sqrt{25}$ hay $AC = 5\text{cm}$

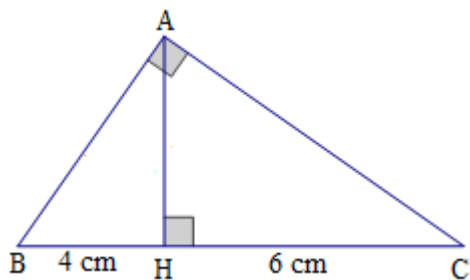
Xét tam giác AHC vuông tại H , ta có: $\cos C = \frac{CH}{CA} = \frac{4}{5}$

- Tính $\cos B$

Xét tam giác AHC vuông tại H , ta có: $\sin B = \frac{AH}{AC} = \frac{3}{5}$

Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có $\widehat{C} + \widehat{B} = 90^\circ$ nên $\cos B = \sin C = \frac{3}{5}$

Câu 134. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH , biết $BH = 3\text{cm}$, $CH = 4\text{cm}$. Tính $\tan B$, $\cot B$, $\tan C$, $\cot C$



Lời giải

Xét hai tam giác vuông AHB và CHA , ta có:

$$\widehat{AHB} = \widehat{CHA} = 90^\circ \text{ (giả thiết)}$$

$$\widehat{BAH} = \widehat{ACH} \text{ (}\widehat{BAH} \text{ và } \widehat{ACH} \text{ cùng phụ } \widehat{HAC}\text{)}$$

Suy ra $\triangle AHB \sim \triangle CHA$ (góc - góc)

Do đó:
$$\frac{AH}{HC} = \frac{BH}{AH}$$

hay:
$$AH^2 = BH \cdot HC = 4 \cdot 6 = 24$$

suy ra
$$AH = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}\text{cm}$$

• Tính $\tan B$, $\cot B$

Xét tam giác AHB vuông tại H , ta có:
$$\tan B = \frac{AH}{BH} = \frac{2\sqrt{6}}{4} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

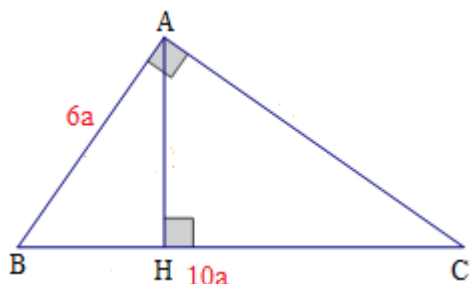
$$\cot B = \frac{1}{\tan B} = \frac{1}{\frac{\sqrt{6}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

• Tính $\tan C$, $\cot C$

Xét tam giác AHC vuông tại H , ta có:
$$\tan C = \frac{AH}{CH} = \frac{2\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\cot C = \frac{1}{\tan C} = \frac{1}{\frac{\sqrt{6}}{3}} = \frac{3}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

Câu 135. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $AB = 6a$, $BC = 10a$.



a) Tính $\sin \widehat{BAH}$.

b) Tính $\cot \widehat{CAH}$.

Lời giải

a) Tính $\sin \widehat{BAH}$.

- Xét hai tam giác vuông BAC và BHA , ta có:

$$\widehat{BAC} = \widehat{BHA} = 90^\circ \text{ (giả thiết)}$$

\widehat{B} chung

Suy ra $\triangle BAC \sim \triangle BHA$ (góc - góc)

Do đó: $\frac{AB}{BC} = \frac{BH}{AB}$ hay $AB^2 = BH \cdot BC$

Ta có: $AB^2 = BH \cdot BC$ hay $BH = \frac{AB^2}{BC} = \frac{(6a)^2}{10a} = \frac{18}{5}$

- Xét tam giác ABH vuông tại H , ta có: $\sin \widehat{BAH} = \frac{BH}{AB} = \frac{\frac{18}{5}}{6a} = \frac{3}{5}$

b) Tính $\cot \widehat{CAH}$.

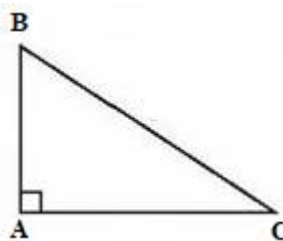
- Tam giác ABC vuông tại A , ta có $\widehat{BAH} + \widehat{CAH} = 90^\circ$ nên $\cot \widehat{CAH} = \tan \widehat{BAH} = \frac{3}{5}$

Câu 136. Cho tam giác ABC vuông tại A có $\tan B = 2\sqrt{2}$.

a) Tính các tỉ số lượng giác của góc B còn lại.

b) Tính các tỉ số lượng giác của góc C .

Lời giải



a) Tính các tỉ số lượng giác của góc B còn lại.

Tam giác ABC vuông tại A , ta có: $\cot B = \frac{1}{\tan B} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

• Tính $\sin B, \cos B$

- Tam giác ABC vuông tại A , ta có:

$$\sin B = \frac{AC}{BC}, \text{ suy ra } \sin^2 B = \left(\frac{AC}{BC}\right)^2 = \frac{AC^2}{BC^2}$$

$$\cos B = \frac{AB}{BC}, \text{ suy ra } \cos^2 B = \left(\frac{AB}{BC}\right)^2 = \frac{AB^2}{BC^2}$$

Do đó:

$$\sin^2 B + \cos^2 B = \frac{AC^2}{BC^2} + \frac{AB^2}{BC^2}$$

$$\sin^2 B + \cos^2 B = \frac{AC^2 + AB^2}{BC^2}$$

$$\sin^2 B + \cos^2 B = \frac{BC^2}{BC^2}$$

Suy ra $\sin^2 B + \cos^2 B = 1$

- Mặt khác, trong tam giác ABC vuông tại A , ta lại có:

$$\sin B = \frac{AC}{BC} \text{ hay } AC = BC \cdot \sin B$$

$$\cos B = \frac{AB}{BC} \text{ hay } AB = BC \cdot \cos B$$

$$\tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{BC \cdot \sin B}{BC \cdot \cos B} = \frac{\sin B}{\cos B}, \text{ Suy ra } \sin B = \cos B \cdot \tan B$$

Ta có: $\sin^2 B + \cos^2 B = 1$

$$(\cos B \cdot \tan B)^2 + \cos^2 B = 1$$

$$8\cos^2 B + \cos^2 B = 1$$

$$\cos^2 B = \frac{1}{9}$$

Suy ra $\cos B = -\frac{1}{3}$ (loại) và $\cos B = \frac{1}{3}$ (nhận) (vì góc B nhọn nên $0 < \cos B < 1$)

$$\sin B = \cos B \cdot \tan B = \frac{1}{3} \cdot 2\sqrt{2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

b) Tính các tỉ số lượng giác của góc C .

Tam giác ABC vuông tại A , ta có $\widehat{C} + \widehat{B} = 90^\circ$ nên:

$$\sin C = \cos B = \frac{1}{3}$$

$$\cos C = \sin B = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\tan C = \cot B = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

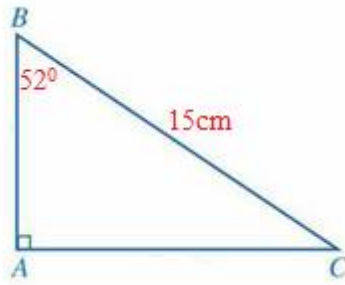
$$\cot C = \tan B = 2\sqrt{2}$$

Câu 137. Cho tam giác ABC vuông tại B . Cho biết $BC = 15\text{cm}$, $\widehat{B} = 52^\circ$.

a) Tính góc C và hai cạnh AB, AC (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

b) Tính diện tích tam giác ABC (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Lời giải



a) Xét tam giác ABC vuông tại B , ta có:

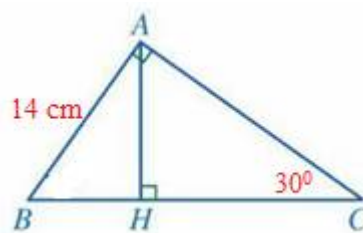
- $\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông) suy ra $\widehat{C} = 90^\circ - \widehat{B} = 90^\circ - 52^\circ = 38^\circ$.
- $AB = BC \cdot \sin \widehat{C} = 15 \cdot \sin 38^\circ \approx 9,2 \text{ cm}$
- $AC = BC \cdot \sin \widehat{B} = 15 \cdot \sin 52^\circ \approx 11,8 \text{ cm}$

b) Tam giác ABC vuông tại B , ta có diện tích là: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot \sin 38^\circ \cdot 15 \cdot \sin 52^\circ \approx 54,6 (\text{cm}^2)$

Câu 138. Cho tam giác ABC vuông tại A , có AH là đường cao (điểm H thuộc cạnh BC). Biết $AB = 14 (\text{cm})$, $\widehat{C} = 30^\circ$.

- Tính góc B và hai cạnh AC, BC (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).
- Tính diện tích tam giác AHC (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải



a) Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có:

- $\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông) suy ra $\widehat{B} = 90^\circ - \widehat{C} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.
- $AC = AB \cdot \tan B = 14 \cdot \tan 60^\circ \approx 24,25 (\text{cm})$
- $BC = \frac{AB}{\cos B} = \frac{14}{0,5} = 28 (\text{cm})$

b) Xét tam giác AHC vuông tại H , ta có:

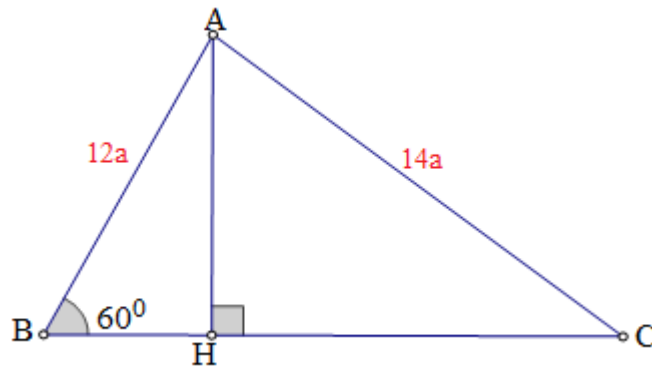
- $AH = AC \cdot \sin C = 14 \cdot \tan 60^\circ \cdot \sin 30^\circ = 7\sqrt{3} (\text{cm})$
- $CH = AC \cdot \cos C = 14 \cdot \tan 60^\circ \cdot \cos 30^\circ = 21 (\text{cm})$

Tam giác AHC vuông tại H , ta có diện tích là: $S_{\Delta AHC} = \frac{1}{2} AH \cdot CH = \frac{1}{2} \cdot 7\sqrt{3} \cdot 21 \approx 127,31 (\text{cm}^2)$

Câu 139. Cho tam giác ABC có $AB = 12a, AC = 14a$ và $\widehat{B} = 60^\circ$.

- Tính độ dài cạnh BC
- Tính diện tích tam giác ABC .

Lời giải



a) Trong tam giác ABC , kẻ đường cao AH .

Xét tam giác ABH vuông tại H , ta có:

- $BH = AB \cdot \cos B = 12a \cdot \cos 60^\circ = 12a \cdot \frac{1}{2} = 6a$
- $AH = AB \cdot \sin B = 12a \cdot \sin 60^\circ = 12a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6a\sqrt{3}$

Tam giác AHC vuông tại H nên theo định lí Pythagore ta có:

$$HC^2 = AC^2 - AH^2 = (14a)^2 - (6a\sqrt{3})^2 = 88a^2, \text{ suy ra } HC = \sqrt{88a^2} = 2a\sqrt{22}$$

Suy ra $BC = CH + HB = 6a + 2a\sqrt{22} = 2a(3 + \sqrt{22})$ (đơn vị độ dài).

b) Tam giác MPI có $MI \perp NP$ nên diện tích là:

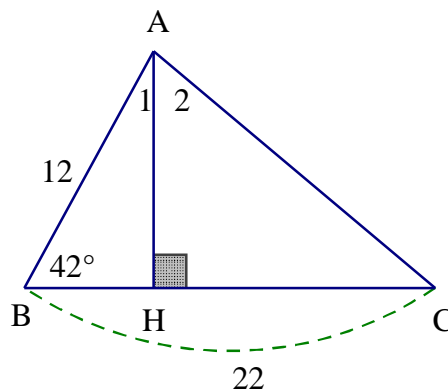
$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 6a\sqrt{3} \cdot 2a(3 + \sqrt{22}) = 6a^2(3\sqrt{3} + \sqrt{66}) \text{ (đơn vị diện tích)}$$

Câu 140. Cho tam giác ABC , biết $\widehat{B} = 42^\circ$, $AB = 12\text{cm}$, $BC = 22\text{cm}$.

a) Tính các cạnh và các góc của tam giác ABC (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

b) Tính diện tích tam giác ABC (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Lời giải



a) Trong tam giác ABC , kẻ đường cao AH ($H \in BC$).

Xét tam giác ABH vuông tại H , ta có:

- $\widehat{B} + \widehat{A}_1 = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông) suy ra $\widehat{A}_1 = 90^\circ - \widehat{B} = 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$.

- $BH = AB \cdot \cos \widehat{B} = 12 \cdot \cos 42^\circ$

- $AH = AB \cdot \sin \widehat{B} = 12 \cdot \sin 42^\circ$

Do đó: $CH = BC - BH = 22 - 12 \cdot \cos 42^\circ \approx 13,1(cm)$

Xét tam giác ACH vuông tại H , ta có:

- $\tan \widehat{C} = \frac{AH}{HC} = \frac{12 \cdot \sin 42^\circ}{22 - 12 \cdot \cos 42^\circ} \approx 31,5^\circ$

- $\widehat{C} + \widehat{A}_2 = 90^\circ$ (tổng hai góc nhọn trong tam giác vuông) suy ra $\widehat{A}_2 = 90^\circ - \widehat{C} = 90^\circ - 31,5^\circ \approx 58,5^\circ$.

- $AC = \frac{AH}{\sin \widehat{C}} = \frac{12 \cdot \sin 42^\circ}{\sin 31,5^\circ} \approx 15,4(cm)$

Ta lại có: $\widehat{A} = \widehat{A}_1 + \widehat{A}_2 = 48^\circ + 58,5^\circ \approx 106,5^\circ$

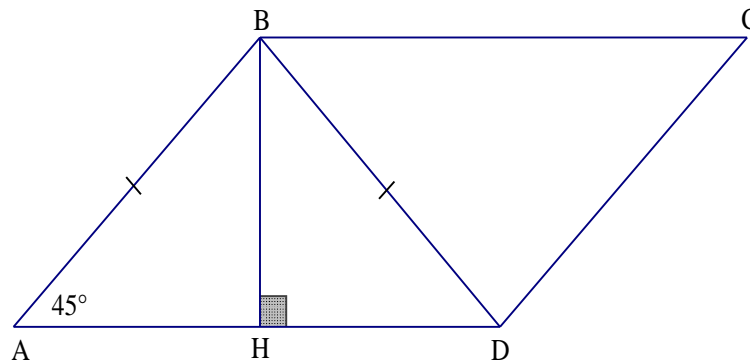
b) Tam giác ABC có $AH \perp BC$ nên diện tích là: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot \sin 42^\circ \cdot 22 \approx 88,3(cm^2)$

Câu 141. Cho hình bình hành $ABCD$, có $\widehat{A} = 45^\circ$, $AB = BD = 18(cm)$.

a) Tính AD .

b) Tính diện tích tứ giác $ABCD$.

Lời giải



a) Xét tam giác ABD , có $AB = AD$ nên tam giác ABD cân tại B

Kẻ $BH \perp AD$ suy ra H là trung điểm của AD (Các em chứng minh nhé)

Xét tam giác AHB vuông tại H , ta có :

- $BH = AB \cdot \sin \widehat{A} = 18 \cdot \sin 45^\circ = 9\sqrt{2}(cm)$

- $AH = AB \cdot \cos \widehat{A} = 18 \cdot \cos 45^\circ = 9\sqrt{2}(cm)$

suy ra $AD = 2AH = 18\sqrt{2}(cm)$

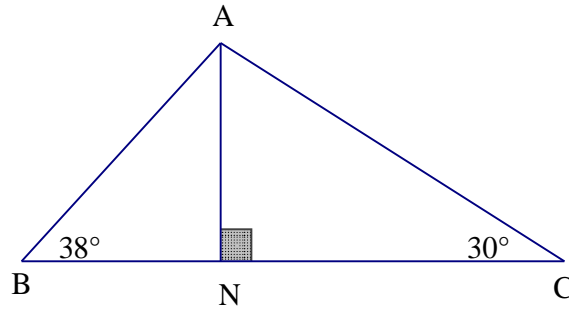
b) Diện tích tứ giác $ABCD$ là: $S_{ABCD} = 2 \cdot S_{\triangle ABD} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot AD \cdot BH = 342(cm^2)$

Câu 142. Cho tam giác $\triangle ABC$ có $BC = 11\text{cm}$, $\widehat{B} = 38^\circ$, $\widehat{C} = 30^\circ$. Gọi N là chân đường vuông góc hạ từ A xuống cạnh BC .

- Tính độ dài đoạn thẳng AN (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).
- Tính độ dài cạnh AC (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).
- Tính diện tích tam giác ABC (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Lời giải

Cách 1



a) Đặt $BN = x$ suy ra $NC = 11 - x$

Xét tam giác ANB vuông tại N , ta có: $AN = BN \cdot \tan B = x \cdot \tan 38^\circ$

Xét tam giác ANC vuông tại N , ta có: $AN = NC \cdot \tan C = (11 - x) \cdot \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}(11 - x)$

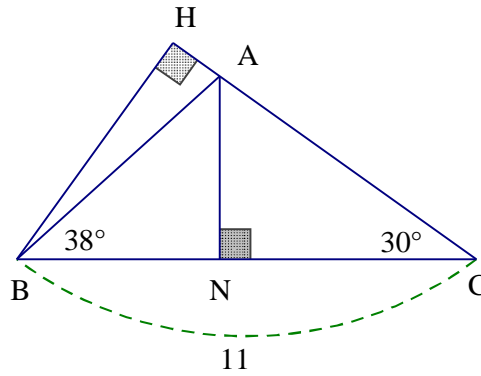
$$\text{Do đó: } x \cdot \tan 38^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}(11 - x) \text{ hay } x \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{3} + \tan 38^\circ \right) = \frac{11\sqrt{3}}{3} \text{ suy ra } x = \frac{\frac{11\sqrt{3}}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{3} + \tan 38^\circ}$$

$$\text{Vì vậy: } AN = \frac{\frac{11\sqrt{3}}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{3} + \tan 38^\circ} \cdot \tan 38^\circ \approx 3,65(\text{cm})$$

b) Xét tam giác ANC vuông tại N , ta có: $AC = \frac{AN}{\sin C} = \frac{AN}{\sin 30^\circ} \approx 7,30(\text{cm})$

c) Diện tích tam giác ABC là: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AN \cdot BC \approx 20,09(\text{cm}^2)$

Cách 2: Kẻ thêm



Kẻ $BH \perp AC \Rightarrow \triangle BHC$ vuông tại $H \Rightarrow \widehat{HBC} = 60^\circ; \widehat{HBA} = 60^\circ - 38^\circ = 22^\circ$

Do đó $BH = BC \cdot \sin C = 11 \cdot \sin 30^\circ = 5,5 (cm)$

a) Tam giác BHA vuông tại H , cạnh huyền BA và cạnh $BH = 5,5cm$ kề với

$$\widehat{B} = 22^\circ \Rightarrow \cos 22^\circ = \frac{BH}{AB} \Rightarrow AB = \frac{5,5}{\cos 22^\circ} \approx 5,93 (cm)$$

Kẻ $AN \perp BC$

Trong tam giác vuông ABN vuông tại N có AN đối diện với góc 38° nên $\sin 38^\circ = \frac{AN}{AB}$

$$\Rightarrow AN = AB \cdot \sin 38^\circ = 5,932 \cdot \sin 38^\circ \approx 3,65 (cm)$$

b) Xét tam giác ANC vuông tại N , ta có: $AC = \frac{AN}{\sin C} = \frac{AN}{\sin 30^\circ} \approx 7,30 (cm)$

c) Diện tích tam giác ABC là : $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AN \cdot BC \approx 20,09 (cm^2)$

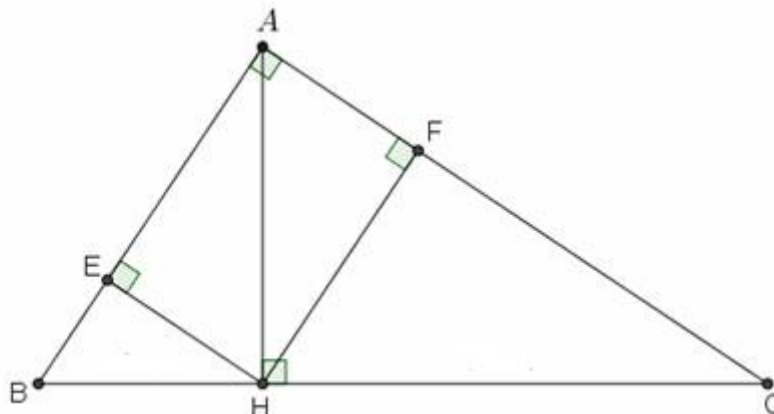
Câu 143. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$) có đường cao AH .

a) Cho $HB = 9cm, HC = 16cm$. Tính AH, AB .

b) Chứng minh $AH^2 = AB \cdot AC \cdot \sin B \cdot \sin C$.

c) Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của H trên AB và AC . Chứng minh $AE \cdot AB = AF \cdot AC$.

Lời giải



a) $HB = 9cm, HC = 16cm$ suy ra $BC = BH + HC = 25cm$

• Tính AH

Xét hai tam giác vuông AHB và CHA , ta có:

$$\widehat{AHB} = \widehat{CHA} = 90^\circ \text{ (giả thiết)}$$

$$\widehat{BAH} = \widehat{ACH} \text{ (} \widehat{BAH} \text{ và } \widehat{ACH} \text{ cùng phụ } \widehat{HAC} \text{)}$$

Suy ra $\triangle AHB \sim \triangle CHA$ (góc - góc)

$$\text{Do đó: } \frac{AH}{HC} = \frac{BH}{AH} \text{ hay } AH^2 = BH \cdot HC = 9 \cdot 16 = 144 \text{ suy ra } AH = \sqrt{144} = 12 \text{ (cm)}$$

• Tính AB

Xét hai tam giác vuông BAC và BHA , ta có:

$$\widehat{BAC} = \widehat{BHA} = 90^\circ \text{ (giả thiết)}$$

$$\widehat{B} \text{ chung}$$

Suy ra $\triangle BAC \sim \triangle BHA$ (góc - góc)

$$\text{Do đó: } \frac{AB}{BC} = \frac{BH}{AB} \text{ hay } AB^2 = BH \cdot BC = 9 \cdot 25 = 225 \text{ suy ra } AB = \sqrt{225} = 15 \text{ (cm)}$$

Chú ý: Có thể dùng tỉ số lượng giác để tính AH và AB thì gọn hơn

b) Xét tam giác ABH vuông tại H , ta có: $AH = AB \cdot \sin B$

Xét tam giác ACH vuông tại H , ta có: $AH = AC \cdot \sin C$

$$\text{Suy ra } AH^2 = AB \cdot AC \cdot \sin B \cdot \sin C$$

c) Chứng minh $AE \cdot AB = AF \cdot AC$

Xét tứ giác $AEHF$, ta có: $\widehat{EAF} = \widehat{AFH} = \widehat{AEH} = 90^\circ$ (giả thiết) nên $AEHF$ là hình chữ nhật, suy ra

$$\widehat{AEF} = \widehat{EAH}$$

Mà $\widehat{EAH} = \widehat{C}$ (hai góc cùng phụ với \widehat{HAC}) nên $\widehat{AEF} = \widehat{C}$

Xét hai tam giác vuông AFE và ABC , ta có:

$$\widehat{AEF} = \widehat{C} \text{ (chứng minh trên)}$$

$$\widehat{A} \text{ chung}$$

Suy ra $\triangle AFE \sim \triangle ABC$ (góc - góc)

$$\text{Do đó: } \frac{AE}{AC} = \frac{AF}{AB} \text{ hay } AE \cdot AB = AF \cdot AC$$

Chú ý: Có thể dùng tỉ số lượng giác để chứng minh $AE \cdot AB = AF \cdot AC$

Câu 144. Cho tam giác ABC vuông tại A .

a) Viết tỉ số lượng giác của góc B .

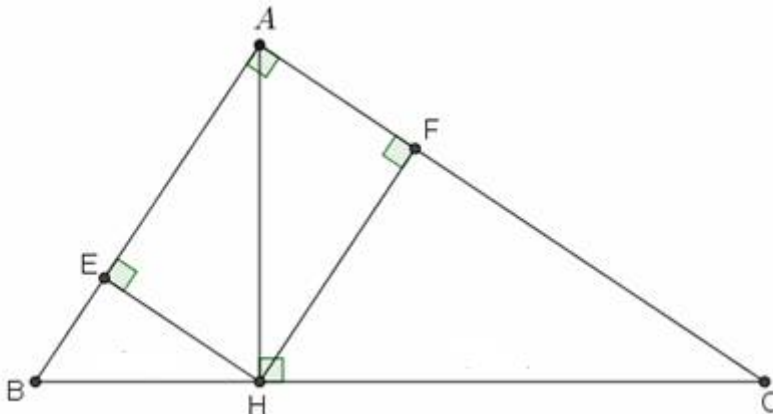
b) Kẻ đường cao AH (H thuộc BC). Biết $AH = 6\text{cm}$, $BH = 4\text{cm}$. Tính HC , AC ?

c) Kẻ HE vuông góc AB , HF vuông góc AC (E thuộc AB , F thuộc AC).

$$\text{i) Chứng minh } \frac{HB^2}{HC^2} = \frac{BE}{FC} \cdot \frac{AB}{AC}$$

ii) Chứng minh $\frac{EB}{FC} = \left(\frac{AB}{AC}\right)^3$.

Lời giải



a) Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có: $\sin B = \frac{AC}{BC}$; $\cos B = \frac{AB}{BC}$; $\tan B = \frac{AC}{AB}$; $\cot B = \frac{AB}{AC}$

b) Xét hai tam giác vuông AHB và CHA , ta có:

$$\widehat{AHB} = \widehat{CHA} = 90^\circ \text{ (giả thiết)}$$

$$\widehat{BAH} = \widehat{ACH} \text{ (} \widehat{BAH} \text{ và } \widehat{ACH} \text{ cùng phụ } \widehat{HAC} \text{)}$$

Suy ra $\triangle AHB \sim \triangle CHA$ (góc - góc)

Do đó: $\frac{AH}{HC} = \frac{BH}{AH}$ hay $HC = \frac{AH^2}{BH}$ suy ra $HC = \frac{6^2}{4} = 9 \text{ (cm)}$

Tam giác AHC vuông tại H , theo định lý Pythagore ta có:

$$AC^2 = AH^2 + HC^2 = 6^2 + 9^2 = 117 \text{ suy ra } AC = \sqrt{117} \text{ (cm)}$$

Chú ý: Có thể dùng tỉ số lượng giác để chứng minh $HC = \frac{AH^2}{BH}$

c)

i) Xét hai tam giác vuông AHB và HEB , ta có:

$$\widehat{AHB} = \widehat{HEB} = 90^\circ \text{ (giả thiết)}$$

$$\widehat{B} \text{ chung}$$

Suy ra $\triangle AHB \sim \triangle HEB$ (góc - góc)

Do đó: $\frac{BH}{BE} = \frac{BA}{BH}$ hay $BH^2 = BE \cdot BA$ (1)

Xét hai tam giác vuông AHC và HFC , ta có:

$$\widehat{AHC} = \widehat{HFC} = 90^\circ \text{ (giả thiết)}$$

$$\widehat{C} \text{ chung}$$

Suy ra $\triangle AHC \sim \triangle HFC$ (góc - góc)

Do đó: $\frac{HC}{FC} = \frac{AC}{HC}$ hay $HC^2 = FC.AC$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{HB^2}{HC^2} = \frac{BE}{FC} \cdot \frac{AB}{AC}$.

ii)

• Xét hai tam giác vuông ABC và HBA , ta có:

$$\widehat{BAC} = \widehat{BHA} = 90^\circ \text{ (giả thiết)}$$

\widehat{B} chung

Suy ra $\Delta ABC \sim \Delta HBA$ (góc - góc)

Do đó: $\frac{AB}{BH} = \frac{BC}{AB}$ hay $AB^2 = BH.BC$ (3)

• Xét hai tam giác vuông ABC và HAC , ta có:

$$\widehat{BAC} = \widehat{CHA} = 90^\circ \text{ (giả thiết)}$$

\widehat{C} chung

Suy ra $\Delta ABC \sim \Delta HAC$ (góc - góc)

Do đó: $\frac{AC}{HC} = \frac{BC}{AC}$ hay $AC^2 = CH.BC$ (4)

Từ (3) và (4), ta có: $\frac{HB}{HC} = \frac{AB^2}{AC^2}$ suy ra $\left(\frac{HB}{HC}\right)^2 = \left(\frac{AB}{AC}\right)^4$

Mà $\frac{HB^2}{HC^2} = \frac{BE}{FC} \cdot \frac{AB}{AC}$

Do đó: $\frac{BE}{FC} \cdot \frac{AB}{AC} = \left(\frac{AB}{AC}\right)^4$ hay $\frac{EB}{FC} = \left(\frac{AB}{AC}\right)^3$

Chú ý: Có thể dùng tỉ số lượng giác để chứng minh $\frac{EB}{FC} = \left(\frac{AB}{AC}\right)^3$

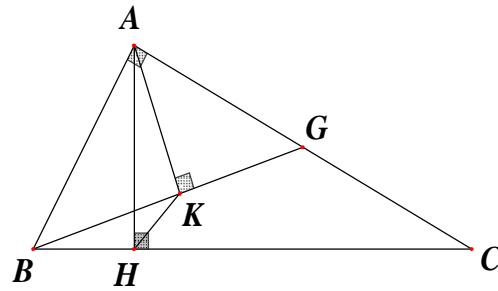
Câu 145. Cho tam giác ABC vuông tại A , ($AB < AC$), đường cao AH .

a) Biết $AB = 4\text{cm}$, $AC = 4\sqrt{3}\text{cm}$, hãy số đo góc C và tính độ dài đoạn thẳng AH .

b) Gọi G là một điểm bất kì trên đoạn thẳng AC (G khác A và G khác C). Kẻ AK vuông góc BG tại K . Chứng minh: $\Delta BHK \sim \Delta BGC$.

c) Với giả thiết câu b, chứng minh: $\sin \widehat{BGA} \cdot \cos \widehat{ABC} = \frac{HK}{GC}$.

Lời giải



a) Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có: $\tan C = \frac{AB}{AC} = \frac{4}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, suy ra $\widehat{C} = 30^\circ$

Tam giác ABC vuông tại A , theo định lý Pythagore ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 4^2 + (4\sqrt{3})^2 = 64 \text{ suy ra } AC = \sqrt{64} = 8(\text{cm})$$

Tam giác ABC vuông tại A nên diện tích là: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB.AC$

Tam giác ABC có AH vuông góc với BC nên diện tích là: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AH.BC$

$$\text{Do đó: } \frac{1}{2} AH.BC = \frac{1}{2} AB.AC \text{ hay } AH = \frac{AB.AC}{BC} = \frac{4.4\sqrt{3}}{8} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$$

b) Xét hai tam giác vuông ABC và HBA , ta có:

$$\widehat{BAC} = \widehat{BHA} = 90^\circ \text{ (giả thiết)}$$

\widehat{B} chung

Suy ra $\Delta ABC \sim \Delta HBA$ (góc - góc)

$$\text{Do đó: } \frac{AB}{BH} = \frac{BC}{AB} \text{ hay } AB^2 = BH.BC \text{ (1)}$$

Xét hai tam giác vuông ABG và KBA , ta có:

$$\widehat{BAG} = \widehat{BKA} = 90^\circ \text{ (giả thiết)}$$

\widehat{B} chung

Suy ra $\Delta ABG \sim \Delta KBA$ (góc - góc)

$$\text{Do đó: } \frac{AB}{BK} = \frac{BG}{AB} \text{ hay } AB^2 = BK.BG \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2), ta có: $BH.BC = BK.BG$ suy ra $\frac{BH}{BG} = \frac{BK}{BC}$

Xét ΔBKH và ΔBCG có:

\widehat{GBC} chung

$$\frac{BH}{BG} = \frac{BK}{BC} \text{ (cmt)}$$

Suy ra $\Delta BKH \sim \Delta BCG$ (c-g-c)

c) Chứng minh: $\sin \widehat{BGA} \cdot \cos \widehat{ABC} = \frac{HK}{GC}$.

Ta có: $\frac{BH}{BG} = \frac{BK}{BC}$ và $AB^2 = BK \cdot BG$ (chứng minh trên)

Tam giác BGA vuông tại A , ta có: $\sin \widehat{BGA} = \frac{AB}{BG}$

Tam giác ABC vuông tại A , ta có: $\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$

$$\sin \widehat{BGA} \cdot \cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BG} \cdot \frac{AB}{BC} = \frac{AB^2}{BG \cdot BC} = \frac{BK \cdot BG}{BG \cdot BC} = \frac{BK}{BC} = \frac{HK}{GC}$$

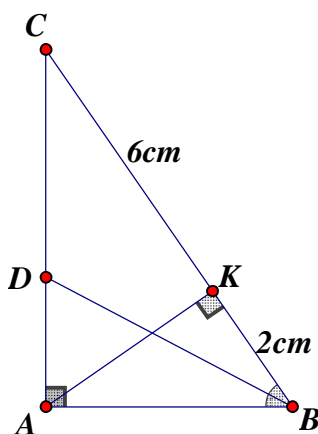
Câu 146. Cho tam giác ABC vuông tại A , ($AB < AC$) có đường cao AK chia cạnh huyền BC thành hai đoạn $KB = 2\text{cm}$ và $KC = 6\text{m}$.

a) Tính độ dài các đoạn thẳng: AK, AB .

b) Tính số đo $\widehat{C}; \widehat{KAC}$.

c) Tia phân giác của góc B cắt AC tại D . Chứng minh rằng: $\tan \widehat{ABD} = \frac{AC}{AB + BC}$.

Lời giải



a) Xét tam giác vuông CKA vuông tại K , ta có: $\tan C = \frac{AK}{KC}$

Xét tam giác vuông AKB vuông tại K , ta có: $\cot B = \frac{BK}{AK}$

Mà $\widehat{C} + \widehat{B} = 90^\circ$ nên $\tan C = \cot B$

Do đó: $\frac{AK}{KC} = \frac{BK}{AK}$ hay $AK^2 = BK \cdot KC = 2 \cdot 6 = 12$ suy ra $AK = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \text{ (cm)}$

Tam giác vuông AKB vuông tại K , theo định lí Pythagore ta có:

$$AB^2 = AK^2 + BK^2 = 12 + 2^2 = 16 \text{ suy ra } AB = \sqrt{16} = 4 \text{ (cm)}$$

b) Xét tam giác vuông AKC vuông tại K , ta có:

- $\tan C = \frac{AK}{KC} = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, suy ra $\widehat{C} = 30^\circ$

• $\widehat{KAC} + \widehat{C} = 90^\circ$, suy ra $\widehat{KAC} = 90^\circ - \widehat{C} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

c) Xét tam giác vuông ABD vuông tại A , ta có: $\tan \widehat{ABD} = \frac{AD}{AB}$ (1)

Ta lại có: BD là phân giác trong của tam giác ABC nên $\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC}$

Theo tỉ lệ thức ta có: $\frac{AD}{AB} = \frac{DC}{BC} = \frac{AD+DC}{AB+BC} = \frac{AC}{AB+BC}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\tan \widehat{ABD} = \frac{AC}{AB+BC}$

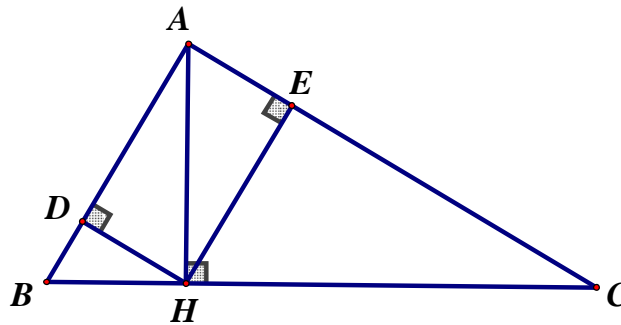
Câu 147. Cho tam giác tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH có $AB = 15\text{ cm}$, $AC = 20\text{ cm}$.

a) Biết $AB = 15\text{ cm}$, $AC = 20\text{ cm}$. Tính góc \widehat{C} (làm tròn đến phút) và độ dài đoạn thẳng BH .

b) Gọi D, E lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ H đến AB, AC . Chứng minh $DE \cdot BC = BH \cdot HC$.

c) Chứng minh $DE^2 = AD \cdot DB + AE \cdot EC$.

Lời giải



a) Xét tam giác vuông BAC vuông tại A , ta có: $\tan C = \frac{AB}{AC} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$, suy ra $\widehat{C} \approx 36^\circ 52'$

Tam giác ABC vuông tại A , theo định lí Pythagore, ta có:

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{15^2 + 20^2} = \sqrt{625} = 25\text{ cm}$$

• Tính: BH .

Xét tam giác vuông BAC vuông tại A , ta có: $\cos B = \frac{AB}{BC}$

Xét tam giác vuông BHA vuông tại H , ta có: $\cos B = \frac{BH}{AB}$

Do đó: $\frac{AB}{BC} = \frac{BH}{AB}$ hay $BH = \frac{AB^2}{BC} = \frac{15^2}{25} = 9(\text{cm})$

b) Tam giác ABC vuông tại A nên diện tích là: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC$

Tam giác ABC có AH vuông góc với BC nên diện tích là: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC$

Do đó: $\frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} AB \cdot AC$ hay $AH \cdot BC = AB \cdot AC$ (1)

Tứ giác $ADHE$ có: $\widehat{ADH} = \widehat{DAE} = \widehat{AEH} = 90^\circ$, suy ra tứ giác $ADHE$ là hình chữ nhật.

Do đó $AH = DE$ (2)

Từ (1) và (2), ta có: $DE \cdot BC = BH \cdot HC$

c) Xét tam giác vuông ADH vuông tại H , ta có: $\tan \widehat{DAH} = \frac{DH}{DA}$

Xét tam giác vuông BDH vuông tại H , ta có: $\cot B = \frac{DB}{DH}$

Mà $\widehat{DAH} + \widehat{B} = 90^\circ$ nên $\tan \widehat{DAH} = \cot B$

Do đó: $\frac{DH}{DA} = \frac{DB}{DH}$ hay $HD^2 = AD \cdot DB$

Tương tự, ta cũng có: $HE^2 = AE \cdot EC$ (các em chứng minh nhé)

Tam giác DHE vuông tại H nên theo định lý Pythagore ta có: $DE^2 = HD^2 + HE^2$

Suy ra $DE^2 = AD \cdot DB + AE \cdot EC$

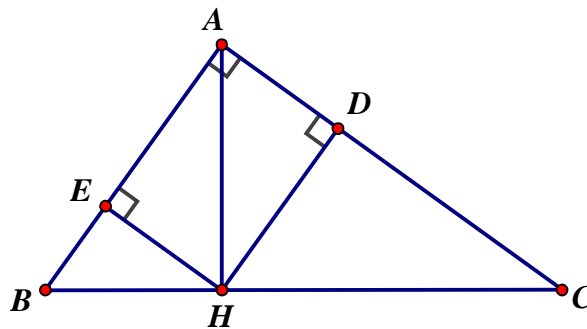
Câu 148. Cho tam giác tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH .

a) Cho $AB = 9\text{cm}$, $AC = 12\text{cm}$. Tính số đo \widehat{ACH} ; \widehat{HAC} (số đo góc làm tròn đến độ).

b) Với số liệu câu a, Tính độ dài các đoạn thẳng BH , AH .

c) Gọi E, D lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên AB, AC . Chứng minh $AE = AD \cdot \tan B$.

Lời giải



Tương tự như câu trên, các em tự giải nhé

a) Tính $\widehat{ACH} \approx 37^\circ$; $\widehat{HAC} \approx 53^\circ$

b) Tính được $BH = 5,4\text{cm}$, $AH = 7,2\text{cm}$

c) Chứng minh được $AE \cdot AB = AD \cdot AC$

ΔABC vuông tại A nên $\tan B = \frac{AC}{AB}$

Suy ra $AE = AD \tan B$

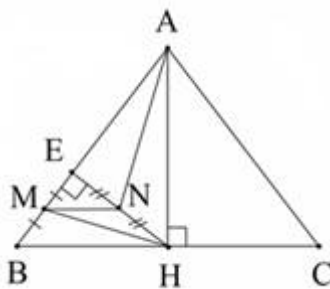
Câu 149. Cho tam giác ABC cân tại A đường cao AH , kẻ $HE \perp AB$. Biết $AC = 4\text{cm}$, $BC = 4,8\text{cm}$.

a) Tính BE .

b) Chứng minh $EH \cdot AC = AH \cdot HC$.

c) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BE, HE . Chứng minh rằng $NA \perp HM$.

Lời giải



a) Xét ΔABC cân tại A (giả thiết), BH là chiều cao nên H là trung điểm BC (các em phải chứng minh

nhé), suy ra $AB = AC = 4\text{cm}$, $BH = CH = \frac{BC}{2} = \frac{4,8}{2} = 2,4\text{cm}$

Ta chứng minh được: $BH^2 = BE \cdot AB$ suy ra $BE = \frac{BH^2}{AB} = \frac{2,4^2}{4} = 1,44\text{cm}$.

b) Ta chứng minh được: $EH \cdot AB = AH \cdot HB$

Mà $AB = AC$ (ΔABC cân tại A) và $HB = HC$

suy ra $EH \cdot AC = AH \cdot HC$

c) Chứng minh N là trực tâm của ΔAMH

- Xét ΔEBH có:

M, N lần lượt là trung điểm của BE, HE (giả thiết)

Do đó MN là đường trung bình của ΔEBH (định nghĩa đường trung bình của tam giác)

suy ra $MN \parallel BH$ (Tính chất đường trung bình của tam giác)

Mà $BH \perp AH$

Nên $MN \perp AH$ (Quan hệ tính vuông góc với tính song song)

- Xét ΔAMH có:

Đường cao HE và đường cao MN

Mà HE cắt MN tại N

suy ra N là trực tâm của ΔAMH

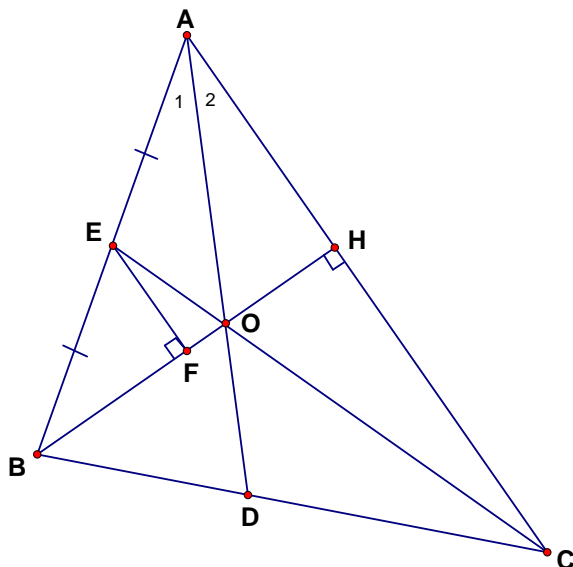
Nên $NA \perp HM$ (điều phải chứng minh).

Câu 150. Cho tam giác ABC nhọn, các đường phân giác AD , đường cao BH , đường trung tuyến CE đồng quy tại O . Vẽ EF vuông góc với BH tại F .

a) Chứng minh: $\frac{CH}{EF} = \frac{AC}{AE}$

b) Chứng minh: $AC \cdot \cos \widehat{BAC} = BC \cdot \cos \widehat{ACB}$.

Lời giải



a) Xét hai tam giác vuông HOC và tam giác FOE , ta có:

$$\widehat{CHO} = \widehat{EFO} = 90^\circ \text{ (giả thiết)}$$

$$\widehat{HOC} = \widehat{FOE} \text{ (đối đỉnh)}$$

Do đó $\Delta HOC \sim \Delta FOE$ (góc - góc) suy ra $\frac{CH}{EF} = \frac{OC}{OE}$ (1)

Ta lại có AD là phân giác của góc BAC nên $\frac{AC}{AE} = \frac{OC}{OE}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{AC}{AE} = \frac{CH}{EF}$

b) Ta có $EF = \frac{1}{2}AH$ (EF là đường trung bình tam giác ABH)

Từ câu a), ta có $\frac{AC}{AE} = \frac{CH}{EF}$ hay $\frac{AC}{2AE} = \frac{CH}{2EF}$, suy ra $\frac{AC}{AB} = \frac{CH}{AH}$, do đó $AC \cdot AH = AB \cdot CH$ (3)

Tam giác HAB vuông tại H , ta có: $AH = AB \cdot \cos \widehat{BAC}$

Tam giác HBC vuông tại H , ta có: $CH = BC \cdot \cos \widehat{ACB}$

Thay vào (3) ta được: $AC \cdot AB \cdot \cos \widehat{BAC} = AB \cdot BC \cdot \cos \widehat{ACB}$ hay $AC \cdot \cos \widehat{BAC} = BC \cdot \cos \widehat{ACB}$