

## CHƯƠNG 2

## BẤT ĐẲNG THỨC

## BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

## BÀI 1

## BẤT ĐẲNG THỨC

## 1. Khái niệm bất đẳng thức

## a. Nhắc lại thứ tự trong tập hợp số thực

- Nếu số thực  $a$  nhỏ hơn số thực  $b$  thì ta viết  $a < b$  hay  $b > a$ .
- Số thực lớn hơn 0 gọi là số thực dương.
- Số thực nhỏ hơn 0 gọi là số thực âm.
- Trên trục số nằm ngang, nếu số thực  $a$  nằm bên trái số thực  $b$  thì  $a < b$  hay  $b > a$ .



- Tổng của hai số thực dương là số thực dương. Tổng của hai số thực âm là số thực âm.
- Với hai số thực  $a, b$ , ta có:
  - $ab > 0$  thì  $a, b$  cùng dấu (hay cùng dương hoặc cùng âm) và ngược lại.
  - $ab < 0$  thì  $a, b$  trái dấu và ngược lại.
- Với hai số thực  $a, b$  dương, nếu  $a > b$  thì  $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ .

## b. Khái niệm bất đẳng thức

Ta gọi hệ thức dạng  $a > b$  (hay  $a < b, a \geq b, a \leq b$ ) là **bất đẳng thức** và gọi  $a$  là vế trái,  $b$  là vế phải của bất đẳng thức.

## Chú ý:

- Hai bất đẳng thức  $a < b$  và  $c < d$  (hay  $a > b$  và  $c > d$ ) được gọi là **bất đẳng thức cùng chiều**.
- Hai bất đẳng thức  $a < b$  và  $c > d$  (hay  $a > b$  và  $c < d$ ) được gọi là **bất đẳng thức ngược chiều**.

## 2. Tính chất bất đẳng thức

## a. Tính chất bắc cầu

Cho ba số  $a, b, c$ . Nếu  $a > b$  và  $b > c$  thì  $a > c$ .



**Chú ý:** Tính chất bắc cầu vẫn đúng với các bất đẳng thức có dấu  $<, \leq, \geq$ .

## b. Tính chất liên hệ giữa thứ tự và phép cộng

Khi cộng cùng một số vào cả hai vế của một bất đẳng thức, ta được bất đẳng thức mới cùng chiều với bất đẳng thức đã cho.

Cho ba số  $a, b, c$ . Nếu  $a > b$  thì  $a + c > b + c$ .

**Chú ý:** Tính chất vẫn đúng với các bất đẳng thức có dấu  $<, \leq, \geq$ .

### c. Tính chất liên hệ giữa thứ tự và phép nhân

Khi nhân cả hai vế của một bất đẳng thức với cùng một số **đương** ta được bất đẳng thức mới **cùng chiều** với bất đẳng thức đã cho.

Khi nhân cả hai vế của một bất đẳng thức với cùng một số **âm** ta được bất đẳng thức mới **ngược chiều** với bất đẳng thức đã cho.

Cho ba số  $a, b, c$  và  $a > b$

- Nếu  $c > 0$  thì  $a.c > b.c$ .
- Nếu  $c < 0$  thì  $a.c < b.c$ .

**Chú ý:** Tính chất vẫn đúng với các bất đẳng thức có dấu  $<, \leq, \geq$ .





**Bài 5.** Gọi  $x$  là số tuổi của bạn Việt,  $y$  là số tuổi của bạn Nam, biết rằng bạn Nam lớn tuổi hơn bạn Việt. Hãy dùng bất đẳng thức để biểu diễn mối quan hệ về tuổi của hai bạn đó:

- a) ở hiện tại
- b) sau 5 năm nữa.
- c) trước hiện tại 10 năm.

**Bài 6.** Theo quy định của một hãng bay, khối lượng hành lí xách tay của khách hàng phổ thông không được vượt quá 12 kg. Gọi  $m$  là khối lượng hành lí xách tay của một khách hàng phổ thông. Hệ thức nào biểu diễn khối lượng hành lí đúng quy định của hãng bay?

**DẠNG 2**  
**CHỨNG MINH BẤT ĐẲNG THỨC**  
**(DẠNG CƠ BẢN)**

- Nếu  $ab > 0$  thì  $a, b$  cùng dấu
- Nếu  $ab < 0$  thì  $a, b$  trái dấu
- Với hai số thực  $a, b$  dương, nếu  $a > b$  thì  $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ .
- Nếu  $a > b$  và  $b > c$  thì  $a > c$ .
- Nếu  $a > b$  thì  $a + c > b + c$ .
- Nếu  $c > 0$  và  $a > b$  thì  $a.c > b.c$ .
- Nếu  $c < 0$  và  $a > b$  thì  $a.c < b.c$ .

**Bài 1.** Chứng minh:

a)  $\sqrt{2026} - \sqrt{2024} > \sqrt{2025} - \sqrt{2024}$

b)  $\frac{1}{2024} + 2026 < \frac{1}{2025} + 2026$

**Bài 2.** Cho  $a \geq 2b$ . Chứng minh:

a)  $2a + 7 > a + 2b + 7$

b)  $4a + 4b \leq 5a + 2b$

**Bài 3.** Chứng minh:

a)  $2m + 4 > 2n + 3$  với  $m > n$ .

b)  $-3a + 5 > -3b + 5$  với  $a < b$ .

c)  $(a-1)^2 \geq -2a + 4$  với  $a^2 \geq 3$ .

d)  $(a-1)^2 \geq a^2 - 1$  với  $a < 1$ .

### DẠNG 3

### SO SÁNH CÁC SỐ

**Bài 1.** So sánh hai số sau:

a)  $11 + 2025^{2026}$  và  $12 + 2025^{2026}$

b)  $(-2024) \cdot (-2026)^{2025}$  và  $(-2023) \cdot (-2026)^{2025}$

**Bài 2.** So sánh hai số  $a$  và  $b$ , nếu:

a)  $a + 2025 < b + 2025$

b)  $-2025a - 11 \geq -2025b - 11$

### BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 3.** So sánh  $x$  và  $y$  trong mỗi trường hợp sau:

a)  $x - \frac{1}{3} \leq y - \frac{1}{3}$

b)  $\frac{3x}{2025} + 2026 > \frac{3y}{2025} + 2026$

c)  $-\frac{2025}{2026} - 2024x \geq -\frac{2025}{2026} - 2024y$

**Bài 4.** Số  $a$  là số âm hay dương nếu:

a)  $-4a < 2a$

b)  $3a > 15a$

c)  $\frac{a}{2025} > \frac{a}{2026}$

**Bài 5.** So sánh  $m$  và  $n$  biết  $m - \frac{2025}{2026} = n$

**Bài 6.** Cho  $a - 2 \leq b - 1$ . So sánh hai biểu thức  $2a - 4$  và  $2b - 2$

**Bài 7.** So sánh  $m$  và  $m^2$  với  $0 < m < 1$ .

**Bài 8.** Cho bất đẳng thức  $a > b$  và cho số thực  $c$ .

a) Xác định dấu của hiệu:  $(a + c) - (b + c)$ .

b) Hãy so sánh:  $a + c$  và  $b + c$ .

**Bài 9.** Cho bất đẳng thức  $a > b$  và số thực  $c > 0$ .

a) Xác định dấu của hiệu:  $ac - bc$ .

b) Hãy so sánh:  $ac$  và  $bc$ .

**Bài 10.** Cho các bất đẳng thức  $a > b$  và  $b > c$ .

a) Xác định dấu của các hiệu:  $a - b$ ,  $b - c$ ,  $a - c$ .

b) Hãy so sánh:  $a$  và  $c$ .

**DẠNG 4****TÌM GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT VÀ GIÁ TRỊ LỚN NHẤT**

Nếu  $A \geq a$  thì giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A$  là  $a$ .

Nếu  $B \leq b$  thì giá trị lớn nhất của biểu thức  $B$  là  $b$ .

**Chú ý:**

- $a^2 \geq 0$  với mọi  $a$ .
- $-a^2 \leq 0$  với mọi  $a$ .
- $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2 \geq 0$  với mọi  $a, b$ .
- $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2 \geq 0$  với mọi  $a, b$ .

**Bài 1.** Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức sau:

a)  $A = 4x^2 - 12x + 15$

b)  $B = x^2 - x + 1$

c)  $C = x^2 - 4x + y^2 - 8y + 6$

**Bài 2.** Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

a)  $A = -x^2 - 4x$

b)  $B = -x^2 + 4x + 4$

c)  $C = 5 - x^2 + 2x - 4y^2 - 4y$

**BÀI TẬP RÈN LUYỆN**

**Bài 3.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

a)  $A = x^4 - 4x^2 - 2023$

b)  $B = 2x^4 - 2x^2 + 1$

**Bài 4.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

a)  $A = x^2 + xy + y^2 + 2025$

b)  $B = x^2 - 2x + y^2 + 4y + 8$

c)  $C = x^2 - 4x + y^2 - 8y + 6$

d)  $D = x^2 + 5y^2 + 10x - 20y + 2024$

**DẠNG 5**  
**CHỨNG MINH BẤT ĐẲNG THỨC**  
**DẠNG NÂNG CAO**

Để chứng minh bất đẳng thức  $A > B$ , ta chứng minh  $A - B > 0$ .

**Chú ý:**

- $a^2 \geq 0$  với mọi  $a$ .
- $-a^2 \leq 0$  với mọi  $a$ .
- $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 \geq 0$  với mọi  $a, b$ .
- $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 \geq 0$  với mọi  $a, b$ .

**Bài 1.** Với mọi  $a, b$ , chứng minh:

$$\text{a) } \frac{a^2 + b^2}{2} \geq \left( \frac{a + b}{2} \right)^2$$

$$\text{b) } a^2 + b^2 \geq \frac{(a + b)^2}{2}$$

**Bài 2.** Với mọi  $a, b, c$ , chứng minh:

$$\text{a) } a^2 + b^2 \geq ab$$

$$\text{b) } 2a^2 + b^2 + c^2 \geq 2a(b + c)$$

**Bài 3.** Với mọi  $x, y, z$ , chứng minh:

$$\text{a) } x^2 + y^2 + z^2 + 3 \geq 2(x + y + z)$$

$$\text{b) } x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$$

**Bài 4.** Với mọi  $a, b, c$ , chứng minh:

$$\text{a) } \frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} \geq \left( \frac{a + b + c}{3} \right)^2$$

$$\text{b) } a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{(a + b + c)^2}{3}$$

**Bài 5.** Với mọi  $a, b, c$ , chứng minh:

$$\text{a) } a^4 - 2a^3b + 2a^2b^2 - 2ab^3 + b^4 \geq 0$$

$$\text{b) } a^2 + b^2 + c^2 + \frac{3}{4} \geq (a + b + c)$$

**DẠNG 6****ỨNG DỤNG THỰC TIỄN CỦA GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT**

**Bài 1.** Một cửa hàng bán Xoài với giá bán mỗi kg là 50000 đồng. Với giá bán này thì cửa hàng chỉ bán được khoảng 25kg. Cửa hàng này dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm 4000 đồng cho một kg thì số Xoài bán được tăng thêm là 50kg. Xác định giá bán để cửa hàng đó thu được lợi nhuận lớn nhất, biết rằng giá nhập về ban đầu mỗi kg là 30000 đồng.



**Bài 2.** Trung tâm thương mại Center Nha Trang có 50 gian hàng cho thuê bán hàng. Biết rằng nếu cho thuê mỗi gian hàng với giá 2000000 đồng một tháng thì mọi gian hàng đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi gian hàng thêm 50000 đồng một tháng thì có thêm một gian hàng bị bỏ trống. Hỏi thu nhập cao nhất của trung tâm thương mại Center có thể đạt được trong 1 tháng là bao nhiêu?

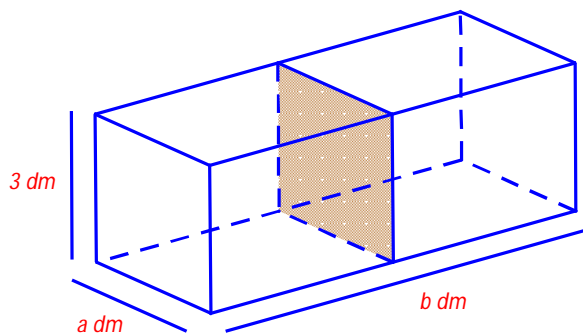


**Bài 3.** Trong số các hình chữ nhật có cùng chu vi 16 cm, hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

**Bài 4.** Nhân ngày quốc tế Phụ nữ 8 – 3 năm 2024. Thầy Nam đã mua tặng vợ một món quà và đặt nó trong một chiếc hộp chữ nhật có thể tích là 32 (đơn vị thể tích) có đáy là hình vuông và không nắp. Để món quà trở nên đặc biệt và xứng tầm với giá trị của nó, ông quyết định mạ vàng chiếc hộp, biết rằng độ dày của lớp mạ trên mọi điểm của chiếc hộp là không đổi và như nhau. Gọi chiều cao và cạnh đáy của chiếc hộp lần lượt là  $h$  và  $x$ . Để lượng vàng trên hộp là nhỏ nhất thì giá trị của  $h$  và  $x$  bằng bao nhiêu?

**Bài 5.** Người ta muốn thiết kế một bể cá bằng kính không có nắp với thể tích  $72\text{dm}^3$ , chiều cao là 3dm. Một vách ngăn (cùng bằng kính) ở giữa, chia bể cá thành hai ngăn, với các kích thước  $a, b$  (đơn vị

dm) như hình vẽ. Tính  $a, b$  để bể có tốn ít nguyên liệu nhất (tính cả tấm kính ở giữa), coi bề dày các tấm kính như nhau và không ảnh hưởng đến thể tích của bể.



**Bài 6.** Ông Nam cần xây dựng một bể nước mưa có thể tích  $V = 8(m^3)$  dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài gấp  $\frac{4}{3}$  lần chiều rộng, đáy và nắp đổ bê tông, cốt thép; xung quanh xây bằng gạch và xi măng. Biết rằng chi phí trung bình là  $980.000đ/m^2$  và ở nắp để hở một khoảng hình vuông có diện tích bằng  $\frac{2}{9}$  diện tích nắp bể. Tính chi phí thấp nhất mà ông Nam phải chi trả (làm tròn đến hàng nghìn đồng).

## PHẦN B

## TRẮC NGHIỆM VÀ TỰ LUẬN TỔNG HỢP GỒM BỐN PHẦN

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1.** “ $a$  bé hơn  $-\frac{1}{2}$ ” kí hiệu là:

- A.  $a > -\frac{1}{2}$ .      B.  $a \geq -\frac{1}{2}$ .      C.  $a < -\frac{1}{2}$ .      D.  $a \leq -\frac{1}{2}$ .

**Câu 2.** “ $x$  lớn hơn hoặc bằng 2025” kí hiệu là:

- A.  $x > 2025$ .      B.  $x \geq 2025$ .      C.  $x < 2025$ .      D.  $x \leq 2025$ .

**Câu 3.** “ $y$  không lớn hơn  $-\frac{1}{2025}$ ” kí hiệu là:

- A.  $y > -\frac{1}{2025}$ .      B.  $y \geq -\frac{1}{2025}$ .      C.  $y < -\frac{1}{2025}$ .      D.  $y \leq -\frac{1}{2025}$ .

**Câu 4.** “ $z$  không bé hơn 2026” kí hiệu là:

- A.  $z \geq 2026$ .      B.  $z > 2026$ .      C.  $z \leq 2026$ .      D.  $z < 2026$ .

**Câu 5.** Biển báo giao thông hình bên dưới là biển báo tốc độ tối đa cho phép: Các xe cơ giới chạy không vượt quá tốc độ ghi trên biển (trừ xe ưu tiên theo quy định).



Gọi  $v$  (km/h) là tốc độ các xe cơ giới chạy không vượt quá tốc độ ghi trên biển (trừ xe ưu tiên theo quy định). Chọn câu đúng.

- A.  $v < 60$ .      B.  $v \leq 60$ .      C.  $v > 60$ .      D.  $v = 60$ .

**Câu 6.** Biển báo giao thông hình bên dưới là biển báo biển báo Cự ly tối thiểu giữa hai xe: Các xe ô tô phải di chuyển cách nhau một khoảng tối thiểu ghi trên biển.



Gọi  $d$  (m) là khoảng cách các xe ô tô phải di chuyển cách nhau một khoảng tối thiểu ghi trên biển. Chọn câu đúng.

- A.  $d > 8$ .      B.  $d \leq 8$ .      C.  $d = 8$ .      D.  $d \geq 8$ .

**Câu 7.** Gọi  $x$  là số kg của con Bò,  $y$  là số kg của con Voi, biết rằng con Bò có số kg nhỏ hơn con Voi.

Sau 2 năm, số kg của con Bò tăng thêm 30kg và số kg của con Voi tăng thêm 80kg. Bất đẳng thức nào sau đây biểu diễn mối quan hệ về số kg của con Bò và con Voi sau 2 năm.

- A.  $x+30 \leq y+80$ .      B.  $x+30 < y+80$ .      C.  $x+80 < y+30$ .      D.  $x+80 \leq y+30$ .

**Câu 8.** Hãy chọn câu sai

- A. Nếu  $ab > 0$  thì  $a, b$  cùng dấu.  
 B. Nếu  $ab < 0$  thì  $a, b$  trái dấu.  
 C. Nếu  $a > b$  và  $b > c$  thì  $a < c$ .  
 D. Với hai số thực  $a, b$  dương, nếu  $a > b$  thì  $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ .

**Câu 9.** Hãy chọn câu sai

- A. Nếu  $a > b$  và  $c < 0$  thì  $ac > bc$ .      B. Nếu  $a < b$  và  $c < 0$  thì  $ac > bc$ .  
 C. Nếu  $a \geq b$  và  $c < 0$  thì  $ac \leq bc$ .      D. Nếu  $a \geq b$  và  $c > 0$  thì  $ac \geq bc$ .

**Câu 10.** Cho  $a > b$  và  $c > 0$ . Chọn kết luận đúng.

- A.  $bc > ac$ .      B.  $bc \geq ac$ .      C.  $ac \leq bc$ .      D.  $ac > bc$ .

**Câu 11.** Cho  $m$  bất kỳ, chọn câu đúng.

- A.  $m-3 > m-4$ .      B.  $m-3 < m-5$ .      C.  $m-3 \geq m-2$ .      D.  $m-3 \leq m-6$

**Câu 12.** Biết rằng  $m > n$  với  $m, n$  bất kỳ, chọn câu đúng.

- A.  $m-2025 > n-2025$ .      B.  $m+2025 < n+2025$ .  
 C.  $m-2 < n-2$ .      D.  $n+2 > m+2$ .

**Câu 13.** Biết rằng  $m > n$  với  $m, n$  bất kỳ, chọn câu đúng.

- A.  $n+2 > m+2$ .      B.  $m+3 < n+3$ .      C.  $m-2 < n-2$ .      D.  $m-3 > n-3$ .

**Câu 14.** Cho  $x+2026 \leq y+2026$ . Chọn đáp án sai

- A.  $x < y$ .      B.  $x = y$       C.  $x \geq y$ .      D.  $x \leq y$ .

**Câu 15.** Cho  $x - \frac{1}{2026} \geq y - \frac{1}{2026}$ . Chọn đáp án sai

- A.  $x = y$ .      B.  $x \geq y$ .      C.  $x > y$ .      D.  $x \leq y$ .

**Câu 16.** Cho  $a > b$  khi đó

- A.  $a-b > 0$ .      B.  $a-b < 0$ .      C.  $a-b = 0$ .      D.  $a-b \leq 0$ .

**Câu 17.** So sánh  $m$  và  $n$  biết  $m - \frac{1}{2} = n$ .

- A.  $m < n$ .      B.  $n \geq m$ .      C.  $m \leq n$ .      D.  $m > n$ .

**Câu 18.** So sánh  $m$  và  $n$  biết  $m + \frac{1}{2} = n$ .

- A.  $m < n$ .      B.  $n \leq m$ .      C.  $m > n$ .      D.  $m \geq n$ .

**Câu 19.** So sánh  $m$  và  $n$  biết  $m + 2025 = n$ .

- A.  $m < n$ .      B.  $n \leq m$ .      C.  $m > n$ .      D.  $m \geq n$ .

**Câu 20.** Cho  $a+8 < b$ . Chọn khẳng định đúng.

- A.  $a-7 \leq b-15$ .      B.  $a-7 < b-15$ .      C.  $a-7 \geq b-15$ .      D.  $b-15 \leq a-7$ .

**Câu 21.** Cho  $a-3 < b$ . Chọn khẳng định đúng.

- A.  $a+10 < b+13$ .      B.  $a+10 > b+13$ .      C.  $a+10 = b+13$ .      D.  $a+10 \geq b+13$ .

**Câu 22.** Hãy chọn câu đúng. Nếu  $a < b$  thì

- A.  $-3a \geq -3b$ .      B.  $-3a < -3b$ .      C.  $-3a > -3b$ .      D.  $-3b \leq -3a$ .

**Câu 23.** Hãy chọn câu đúng. Nếu  $a > b$  thì

- A.  $2a \leq 2b$ .      B.  $3b < 3a$ .      C.  $4b > 4a$ .      D.  $5b \geq 5a$ .

**Câu 24.** Hãy chọn câu đúng. Nếu  $a > b$  thì

- A.  $-2024a > -2024b$ .      B.  $\frac{1}{2}a > \frac{1}{2}b$ .      C.  $4b > 4a$ .      D.  $\frac{b}{2025} \geq \frac{a}{2025}$ .

**Câu 25.** Cho  $-3x-1 < -3y-1$ . Đáp án nào sau đây là đúng

- A.  $x < y$ .      B.  $x > y$ .      C.  $x = y$ .      D.  $x \leq y$ .

**Câu 26.** Cho  $-2x+3 < -2y+3$ . Đáp án nào sau đây là đúng

- A.  $x < y$ .      B.  $x > y$ .      C.  $x = y$ .      D.  $x \leq y$ .

**Câu 27.** Cho  $a-2 \leq b-1$ . Khẳng định nào dưới đây là sai

- A.  $2a-4 > 2b-2$ .      B.  $2a-4 < 2b-2$ .      C.  $2a-4 \geq 2b-2$ .      D.  $2a-4 \leq 2b-2$ .

**Câu 28.** Cho  $a+1 \leq b+2$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng

- A.  $2a+2 > 2b+4$ .      B.  $2a+2 < 2b+4$ .      C.  $2a+2 \geq 2b+4$ .      D.  $2a+2 \leq 2b+4$ .

**Câu 29.** Hãy chọn câu sai. Nếu  $a < b$  thì

- A.  $2a+1 < 2b+5$ .      B.  $7-3a > 4-3b$ .      C.  $7a-1 < 7b-1$ .      D.  $2-3a < 2-3b$ .

**Câu 30.** Một tam giác có độ dài các cạnh là 1, 2,  $x$  ( $x$  là số nguyên). Khi đó:

- A.  $x = 5$ .      B.  $x = 2$ .      C.  $x = 3$ .      D.  $x = 4$ .

**Câu 31.** Cho  $a > b > 0$ . So sánh  $a^2$  và  $ab$ ;  $a^3$  và  $b^3$ .

- A.  $a^2 < ab$  và  $a^3 > b^3$ .      B.  $a^2 > ab$  và  $a^3 > b^3$ .  
C.  $a^2 < ab$  và  $a^3 < b^3$ .      D.  $a^2 > ab$  và  $a^3 < b^3$ .

**Câu 32.** Nếu  $a > b > 0$  thì  $2025a^3 \dots 2025b^3$ , dấu cần điền vào chỗ 3 chấm là

- A.  $>$ .      B.  $<$ .      C.  $=$ .      D.  $\leq$ .

**Câu 33.** Cho biết  $a-1 = b+2 = c-3$ . Hãy sắp xếp các số  $a, b, c$  theo thứ tự tăng dần.

- A.  $b < c < a$ .      B.  $a < b < c$ .      C.  $b < a < c$ .      D.  $a < c < b$

**Câu 34.** Cho biết  $a = b-1 = c-3$ . Hãy sắp xếp các số  $a, b, c$  theo thứ tự tăng dần.

- A.  $b < c < a$ .      B.  $a < b < c$ .      C.  $b < a < c$ .      D.  $a < c < b$

**Câu 35.** Với  $x, y$  bất kỳ. Chọn khẳng định đúng.

- A.  $(x+y)^2 \leq 4xy$ .      B.  $(x+y)^2 > 4xy$ .      C.  $(x+y)^2 < 4xy$ .      D.  $(x+y)^2 \geq 4xy$ .

**Câu 36.** Khẳng định nào sau đây đúng với mọi  $x, y$ ?

**A.**  $(x + y)^2 \geq 2xy$ .      **B.**  $(x + y)^2 = 2xy$ .      **C.**  $(x + y)^2 < 2xy$ .      **D.**  $(x + y)^2 > 2xy$ .

**Câu 37.** Cho  $x + y > 1$ . Chọn khẳng định đúng

**A.**  $x^2 + y^2 \leq \frac{1}{2}$ .      **B.**  $x^2 + y^2 = \frac{1}{2}$ .      **C.**  $x^2 + y^2 < \frac{1}{2}$ .      **D.**  $x^2 + y^2 > \frac{1}{2}$ .

**Câu 38.** Với mọi  $a, b$  khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  $\frac{a^2 + b^2}{2} < ab$ .      **B.**  $\frac{a^2 + b^2}{2} \leq ab$ .      **C.**  $\frac{a^2 + b^2}{2} \geq ab$ .      **D.**  $\frac{a^2 + b^2}{2} > ab$ .

**Câu 39.** Khẳng định nào sau đây đúng với mọi  $a, b$  là các số thực dương?

**A.**  $\frac{(a+b)^2}{ab} < 4$ .      **B.**  $\frac{(a+b)^2}{ab} \geq 4$ .      **C.**  $\frac{(a+b)^2}{ab} \leq 4$ .      **D.**  $\frac{(a+b)^2}{ab} > 4$ .

**Câu 40.** Chọn câu **đúng**, biết  $0 < a < b$ .

**A.**  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} < 2$ .      **B.**  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 1$ .      **C.**  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$ .      **D.**  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} > 2$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 41.** Cho  $a > 1 > b$ .

- a)  $a - b < 0$
- b)  $a - 1 > 0$
- c)  $1 - b > 0$
- d)  $\frac{a}{2025} - 2026 > \frac{b}{2025} - 2026$

**Câu 42.** Cho biết  $a < b$ .

- a)  $a - 1 < b - 1$
- b)  $a - 1 < b$
- c)  $a + 2 < b + 1$
- d)  $2025a - \frac{1}{2026} < 2025b - \frac{1}{2025}$

**Câu 43.** Cho hai biểu thức  $A = a^2 + 5$  và  $B = 4a$  với số  $a$  bất kỳ.

- a)  $a^2 > 0$  với mọi  $a$ .
- b) Giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng  $-5$  khi  $a = 0$ .
- c)  $A < B$  với mọi  $a$ .
- d) Giá trị nhỏ nhất của  $A - B$  bằng  $1$  khi  $a = 2$ .

**Câu 44.** Cho hai biểu thức  $A = a^2 + 3$  và  $B = -2a$  với số  $a$  bất kỳ.

- a)  $a^2 \geq 0$  với mọi  $a$ .
- b) Giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng  $3$  khi  $a = 0$ .
- c)  $A < B$  với mọi  $a$ .
- d) Giá trị nhỏ nhất của  $A - B$  bằng  $4$  khi  $a = -1$ .

**Câu 45.** Cho hai biểu thức  $A = a^2 + 8$  và  $B = 4a + 4$  với số  $a$  bất kỳ.

- a)  $a^2 > 0$  với mọi  $a$ .
- b) Giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng  $0$  khi  $a = 0$ .
- c)  $A \geq B$  với mọi  $a$ .
- d) Giá trị nhỏ nhất của  $A - B$  bằng  $2$  khi  $a = 0$ .

**Câu 46.** Cho biểu thức  $A = -a^2 - 1$  với số  $a$  bất kỳ.

- a)  $-a^2 < 0$  với mọi  $a$ .
- b) Giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng  $1$  khi  $a = 0$ .
- c)  $A > a$  với mọi  $a$ .
- d) Giá trị lớn nhất của  $A - a$  bằng  $-\frac{3}{4}$  khi  $a = -\frac{1}{2}$ .

**Câu 47.** Cho biểu thức  $A = x^4 + 6x^2 - 7$  với  $x$  bất kỳ.

a)  $(x^2 - 4)^2 \geq 0$  với mọi  $x$ .

b)  $(x^2 - 4)^2 - 25 \leq -25$  với mọi  $x$

c)  $A = (x^2 - 4)^2 + 25$

d) Giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng 25 tại  $x = -2; x = 2$

**Câu 48.** Cho biểu thức  $A = -x^2 + 2x - 4y^2 - 4y + 5$  với  $x, y$  bất kỳ.

a)  $-(x-1)^2 \leq 0$  với mọi  $x$ .

b)  $4y^2 + 4y + 1 \geq 0$  với mọi  $y$ .

c)  $A = -(x-1)^2 - (2y+1)^2 - 3$

d) Giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng  $-3$  tại  $x = 1$  và  $y = -\frac{1}{2}$

**Câu 49.** Cho biểu thức  $B = -2x^2 + 4x - y^2 + 4y + 2026$  với  $x, y$  bất kỳ.

a)  $-2(x-1)^2 \leq 2$  với mọi  $x$ .

b)  $-y^2 - 4y - 4 < 0$  với mọi  $y$ .

c)  $B = -2(x-1)^2 - (y-2)^2 + 2020$

d) Giá trị nhỏ nhất của  $B$  bằng 2020 tại  $x = 1$  và  $y = 2$

**Câu 50.** Cho biết  $a > b$ .

a)  $a - b > 0$

b)  $a - 1 < b - 1$

c)  $a^3 + a^2b - (b^3 + ab^2) = (a-b)(a+b)^2$

d)  $a^3 + a^2b \leq b^3 + ab^2$

**Câu 51.** Cho hai biểu thức  $A = a^2$  và  $B = ab - b^2$  với  $a, b$  bất kỳ.

a)  $A > 0$  với mọi  $a$ .

b)  $B \geq 0$  với mọi  $a, b$ .

c)  $A - B = \left(a - \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3b^2}{4}$

d)  $A > B$

**Câu 52.** Cho hai biểu thức  $M = x^2 + y^2 + \frac{1}{2}$  và  $N = x - 2y$  với  $x, y$  là hai số dương.

a)  $x^2 > 0$  và  $y^2 > 0$ .

b)  $M > \frac{1}{2}$

$$c) M - N = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2.$$

$$d) M > N.$$

**Câu 53.** Cho hai biểu thức  $M = x + y$  và  $N = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  với  $x, y$  là hai số dương.

$$a) xy \geq 0$$

$$b) M.N = \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 2$$

$$c) M.N = \frac{(x-y)^2}{xy} + 4.$$

d) Giá trị nhỏ nhất của  $M.N$  bằng 2 khi  $x = y$ .

**Câu 54.** Cho hai biểu thức  $M = 4(x^3 + y^3)$  và  $N = (x + y)^3$  với  $x, y$  là hai số dương.

$$a) x + y > 0$$

$$b) N = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$c) M - N = (x - y)^2(x + y).$$

$$d) M \geq N.$$

**Câu 55.** Cho  $a \geq b > 0$  và  $S = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{4}{a+b}$ .

$$a) a + b > 0$$

$$b) ab \geq 0$$

$$c) S = \frac{(a-b)^2}{ab(a+b)}$$

$$d) \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \leq \frac{4}{a+b}$$

**Câu 56.** Cho hai biểu thức  $M = (a^2 + b^2)^2$  và  $N = ab(a + b)^2$  với hai số  $a, b$  bất kỳ.

$$a) M = a^4 + 2a^2b^2 + b^4.$$

$$b) N = a^3b + 2a^2b^2 + ab^3$$

$$c) M - N = (a + b)^2(a^2 + ab + b^2).$$

$$d) M > N.$$

**Câu 57.** Một cửa hàng nhập về 60 chiếc điện thoại Iphone 16 Pro từ nước ngoài với giá nhập vào là 20 triệu đồng/chiếc. Thuế và phí vận chuyển của 60 chiếc điện thoại đó lần lượt là 36 triệu đồng và 20 triệu đồng. Khi về Việt Nam, cửa hàng đó đã bán mỗi chiếc điện thoại với giá bán bằng 125% giá nhập vào.

iPhone 16 Pro Max Đà Loan



- a) Khi về Việt Nam, giá bán của mỗi chiếc điện thoại là 25 triệu đồng.
- b) Số tiền cửa hàng nhận được sau khi bán hết 60 chiếc điện thoại là 1,6 tỷ đồng.
- c) Số tiền cửa hàng dùng để nhập 60 chiếc điện thoại là 1,2 tỷ đồng.
- d) Bạn Minh Hiền nhận định: “Sau khi bán hết 60 chiếc điện thoại đó, cửa hàng đã lãi hơn 245 triệu đồng”.

**Câu 58.** Một hãng taxi có giá cước như bảng sau:

Loại xe	Giá mở cửa (0 km đến 1 km)	Giá cước 29 km tiếp theo (trên 1 km đến 30 km)	Giá cước từ kilômét thứ 31 (trên 30 km)
Xe 4 chỗ	11 000 đồng	14 500 đồng/km	11 600 đồng/km
Xe 7 chỗ	11 000 đồng	15 500 đồng/km	13 600 đồng/km

Hai bạn Minh Hiền và Minh Nhân đã sử dụng dịch vụ của hãng taxi này để di chuyển. Bạn Minh Hiền đã đi 45 km bằng loại xe 4 chỗ. Bạn Minh Nhân đã đi 40 km bằng loại xe 7 chỗ.

- a) Số tiền bạn Minh Hiền phải trả là 596500 (đồng).
- b) Số tiền bạn Minh Nhân phải trả là 605500 (đồng).
- c) Số tiền bạn Minh Hiền phải trả nhiều hơn số tiền bạn Minh Nhân phải trả là 9000 (đồng).
- d) Thầy Tuấn nhận định: “Số tiền bạn Minh Hiền phải trả cao hơn số tiền bạn Minh Nhân phải trả và số tiền chênh lệch lớn hơn 9500 đồng”.

**Câu 59.** Cho các biển báo giao thông như sau:



Biển báo 1



Biển báo 2



Biển báo 3



Biển báo 4

- **Biển báo 1** là biển báo hạn chế trọng lượng (trọng tải) toàn bộ của phương tiện: Cấm các phương tiện xe cơ giới và xe thô sơ (áp dụng cả xe ưu tiên) có trọng tải toàn bộ xe vượt quá số quy định được ghi trên biển báo cấm.

- **Biển báo 2** là biển báo hạn chế chiều cao xe: Cấm các loại xe cơ giới/thô sơ (kể cả xe ưu tiên) có chiều cao vượt quá trị số ghi trên biển đi vào.

- **Biển báo 3** là biển báo hạn chế chiều ngang xe: Cấm các loại xe cơ giới/thô sơ (kể cả xe ưu tiên) có chiều ngang vượt quá trị số ghi trên biển đi vào.

- **Biển báo 4** là biển báo hạn chế chiều dài xe ô tô, máy kéo mooc hoặc sơ-mi-rơ-mooc: Cấm các loại xe cơ giới kéo mooc, xe sơ-mi-rơ-mooc có chiều dài vượt quá trị số ghi trên biển (kể cả xe ưu tiên) đi vào.

a) Nếu một xe tải đi trên đường đường có biển báo 1 với trọng tải toàn bộ của xe là  $x$  tấn thì phải thỏa mãn điều kiện  $x < 10$ .

b) Nếu một xe khách đi trên đường đường có biển báo 2 với chiều cao của xe là  $y$  mét thì phải thỏa mãn điều kiện  $y \geq 3,5$ .

c) Nếu một xe ô tô đi trên đường đường có biển báo 3 với chiều ngang của xe là  $z$  mét thì phải thỏa mãn điều kiện  $z \leq 3,2$ .

d) Nếu một máy kéo mooc đi trên đường đường có biển báo 4 với chiều dài của xe là  $w$  mét thì phải thỏa mãn điều kiện  $w \leq 14$ .

**Câu 60.** Nồng độ cồn trong máu (tiếng Anh là *Blood Alcohol Content*, viết tắt: BAC) được định nghĩa là tỉ lệ phần trăm lượng rượu (ethyl alcohol hoặc ethanol) trong máu của một người. Chẳng hạn, nồng độ cồn trong máu là 0,05% nghĩa là có 50 mg rượu trong 100 ml máu. Càng uống nhiều rượu bia thì nồng độ cồn trong máu càng cao và càng nguy hiểm khi tham gia giao thông. Nghị định 100/2019/NĐ-CP quy định mức xử phạt vi phạm hành chính đối với người điều khiển xe gắn máy uống rượu bia khi tham gia giao thông như sau:

Mức độ vi phạm	Hình thức xử phạt
<b>Mức 1:</b> Nồng độ cồn trong máu dương và chưa vượt quá 50 mg/100 ml máu	Từ 2 triệu đồng đến 3 triệu đồng và tước bằng lái xe từ 10 tháng đến 12 tháng
<b>Mức 2:</b> Nồng độ cồn trong máu vượt quá 50 mg/100 ml máu và chưa vượt quá 80 mg/100 ml máu	Từ 4 triệu đồng đến 5 triệu đồng và tước bằng lái xe từ 16 tháng đến 18 tháng
<b>Mức 3:</b> Nồng độ cồn trong máu vượt quá 80 mg / 100 ml máu	Từ 6 triệu đồng đến 8 triệu đồng và tước bằng lái xe từ 22 tháng đến 24 tháng

Giả sử nồng độ cồn trong máu của một người sau khi uống rượu bia được tính theo công thức sau:  $y = 0,076 - 0,008t$ , trong đó  $y$  được tính theo đơn vị % và  $t$  là số giờ tính từ thời điểm uống rượu bia.

Thầy Toàn đã tham gia buổi tiệc với bạn bè và có uống bia Heineken silver.

a) Sau 2 giờ uống bia, nếu thầy Toàn điều khiển xe gắn máy tham gia giao thông mà gặp cảnh sát giao thông thì sẽ bị xử phạt ở mức 2, với hình thức xử phạt từ 4 triệu đồng đến 5 triệu đồng và tước bằng lái xe từ 16 tháng đến 18 tháng.

b) Sau 7 giờ uống bia, nếu thầy Toàn điều khiển xe gắn máy tham gia giao thông mà gặp cảnh sát giao thông thì sẽ bị xử phạt ở mức 1, với hình thức xử phạt từ 2 triệu đồng đến 3 triệu đồng và tước bằng lái xe từ 10 tháng đến 12 tháng.

c) Sau khi uống xong, nếu thầy Toàn điều khiển xe gắn máy tham gia giao thông mà gặp cảnh sát giao thông thì sẽ không bị xử phạt từ 6 triệu đồng đến 8 triệu đồng và tước bằng lái xe từ 22 tháng đến 24 tháng

d) Sau 9 giờ uống bia, thầy Toàn điều khiển xe gắn máy tham gia giao thông mà gặp cảnh sát giao thông thì sẽ không bị xử phạt.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 61.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A = x^2 + 3x + 3$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 62.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A = 4x^2 + 4x - 5$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 63.** Biểu thức  $A = (x - 3)(x + 5) + 4$  đạt giá trị nhỏ nhất khi  $x$  có giá trị bao nhiêu?

**Trả lời:** .....

**Câu 64.** Biểu thức  $A = 4 - 16x^2 - 8x$  đạt giá trị lớn nhất khi  $x$  có giá trị bao nhiêu?

**Trả lời:** .....

**Câu 65.** Tìm  $x$  để biểu thức  $A = 2x - x^2 - 4$  đạt giá trị lớn nhất.

**Trả lời:** .....

**Câu 66.** Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $A = -9x^2 + 24x - 18$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 67.** Tìm  $x$  để biểu thức  $A = 4x - x^2 - 1$  đạt giá trị lớn nhất.

**Trả lời:** .....

**Câu 68.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A = 2x^2 + 2xy - 6x + y^2 + 21$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 69.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A = x^2 + 5y^2 + 2x - 10y + 14$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 70.** Biểu thức  $A = x^2 + 4y^2 + z^2 - 2x + 8y - 6z + 15$  đạt giá trị nhỏ nhất khi  $x = x_0, y = y_0, z = z_0$ .

Tính  $x_0 + y_0 + z_0$ .

**Trả lời:** .....

**PHẦN IV. Câu tự luận. Mỗi câu hỏi thí sinh trình bày cách giải tự luận.**

**Câu 71.** Doanh nghiệp tư nhân Thành Đạt – Nha Trang chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay, doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe honda Future Fi với chi phí mua vào một chiếc là 27 (triệu đồng) và bán với giá 31 (triệu đồng) mỗi chiếc. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 (triệu đồng) mỗi chiếc thì số lượng xe bán ra trong một năm sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp Thành Đạt phải định giá bán mới là bao nhiêu để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất?



**Câu 72.** Một cơ sở sản xuất khăn mặt tại Nha Trang đang bán mỗi chiếc khăn với giá 30000 đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 3000 chiếc khăn. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhuận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 30000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 18000. Hỏi cơ sở sản xuất phải bán với giá mới là bao nhiêu để đạt lợi nhuận lớn nhất ?



**Câu 73.** Một đội bóng đá thi đấu trong một sân vận động có sức chứa 55 000 khán giả. Với giá mỗi vé là 100 nghìn đồng, số khán giả trung bình là 27 000 người. Qua thăm dò dư luận, người ta thấy rằng mỗi khi giá vé giảm thêm 10 nghìn đồng, sẽ có thêm khoảng 3000 khán giả. Hỏi ban tổ chức nên đặt giá vé là bao nhiêu để doanh thu từ tiền bán vé là lớn nhất?



**Câu 74.** Chị Mai xây dựng 32 phòng trọ cho sinh viên trường Đại Học Nha Trang thuê. Biết giá cho thuê mỗi tháng là 2.000.000 đồng trên 1 phòng trọ, thì không có phòng trống. Nếu cứ tăng giá mỗi phòng trọ lên 200.000 đồng trên 1 tháng, thì sẽ có 2 phòng bị bỏ trống. Hỏi chị Mai sẽ cho thuê phòng trọ với giá là bao nhiêu để có thu nhập mỗi tháng cao nhất?



**Câu 75.** Một quán cà phê Highland Nha Trang sắp khai trương, đang nghiên cứu thị trường để định giá bán cho mỗi cốc cà phê. Sau khi nghiên cứu, người quản lý thấy rằng nếu bán với giá 20000 đồng một cốc thì mỗi tháng trung bình sẽ bán được 2000 cốc, còn từ mức giá 20000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì sẽ bán ít đi 100 cốc. Biết chi phí nguyên vật liệu để pha một cốc cà phê không thay đổi là 18000 đồng. Quán cà phê Highland Nha Trang phải bán mỗi cốc cà phê với giá bao nhiêu thì đạt lợi nhuận lớn nhất.



**Câu 76.** Người quản lý của một khu chung cư có 100 căn hộ cho thuê nhận thấy rằng tất cả các căn hộ sẽ có người thuê nếu giá thuê một căn hộ là 8 triệu đồng một tháng. Một cuộc khảo sát thị trường cho thấy rằng, trung bình cứ mỗi lần tăng giá thuê căn hộ thêm 100 nghìn đồng thì sẽ có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Người quản lý nên đặt giá thuê mỗi căn hộ là bao nhiêu để doanh thu là lớn nhất?



**Câu 77.** Công ty bất động sản Sealand Nha Trang có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 000 000 đồng một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 100 000 đồng một tháng thì có thêm hai căn hộ bị bỏ trống. Gọi  $x$  là số lần tăng giá căn hộ.



**Câu 78.** Một công ty kinh doanh bất động sản có 20 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 triệu đồng/1 tháng thì tất cả các căn hộ đều có người thuê. Nhưng cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 200 nghìn đồng/1 tháng thì có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Hỏi công ty nên cho thuê mỗi căn hộ bao nhiêu triệu đồng/1 tháng để tổng số tiền thu được là lớn nhất?



**Câu 79.** Cửa hàng Điện Máy Chợ Lớn Nha Trang bán lẻ được 2500 cái ti vi mỗi năm. Để đặt hàng về bán, chi phí cố định cho mỗi lần đặt là 2000000 (đồng) cộng thêm 900000 (đồng) mỗi cái. Mỗi lần cửa hàng đặt hàng về, một nửa số lượng đó được gửi vào kho chứa hàng, biết chi phí gửi trong kho chứa hàng là 1000000 (đồng) một cái mỗi năm. Cửa hàng nên đặt hàng về bán mỗi lần bao nhiêu cái ti vi để tổng chi phí mà cửa hàng phải trả cho mỗi lần đặt là nhỏ nhất.



**Câu 80.** Từ một bờ tường có sẵn, người ta muốn rào quanh một khu đất với một số vật liệu cho trước là 100 m thẳng hàng rào. Vậy làm thế nào để rào khu đất ấy theo hình chữ nhật sao cho có diện tích lớn nhất? Khi đó, chiều dài và chiều rộng hình chữ nhật bằng bao nhiêu?



**Câu 81.** Bác Nam chia đất cho con trai để người con xây dựng nhà xưởng kinh doanh, biết người con sẽ được chọn miếng đất hình chữ nhật có chu vi bằng  $800m$ . Hỏi anh ta chọn mỗi kích thước của nó bằng bao nhiêu để diện tích xây dựng nhà xưởng kinh doanh lớn nhất?

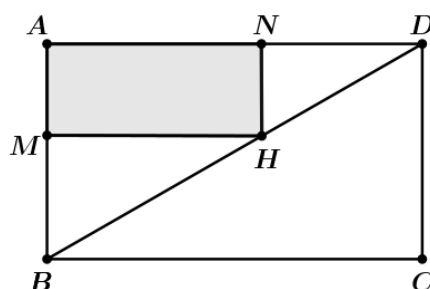


**Câu 82.** Trong tất cả các hình chữ nhật có cùng diện tích  $48\text{ cm}^2$ , hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

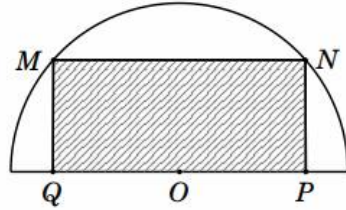
**Câu 83.** Người ta muốn rào quanh một khu đất với một số vật liệu cho trước là 180 mét thẳng hàng rào. Ở đó người ta tận dụng một bờ giậu có sẵn để làm một cạnh của hàng rào và rào thành mảnh đất hình chữ nhật. Hỏi mảnh đất hình chữ nhật được rào có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu mét vuông?

**Câu 84.** Một lão nông chia đất cho con trai để người con canh tác riêng, biết người con sẽ được chọn miếng đất hình chữ nhật có chu vi bằng  $800(m)$ . Hỏi anh ta chọn mỗi kích thước của nó bằng bao nhiêu để diện tích canh tác lớn nhất?

**Câu 85.** Trên mảnh đất hình chữ nhật  $ABCD$  có diện tích  $25\text{ m}^2$ , người chủ lấy một phần đất để trồng cỏ. Biết phần đất trồng cỏ này có dạng hình chữ nhật với hai đỉnh đối diện là  $A$  và  $H$ , với  $H$  thuộc cạnh  $BD$ . Hỏi số tiền lớn nhất người chủ cần chuẩn bị để trồng cỏ (miền tô đậm) là bao nhiêu triệu đồng với chi phí trồng cỏ là  $70.000\text{ đồng}/\text{m}^2$ ? (làm tròn kết quả đến hàng thập phân thứ hai của triệu đồng)

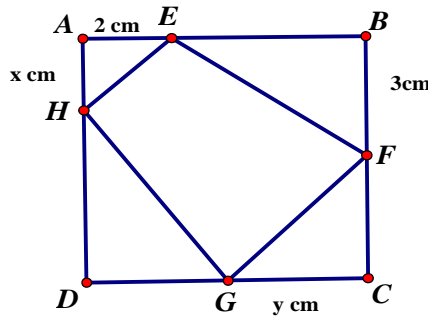


**Câu 86.** Từ một tấm tôn có hình dạng là nửa hình tròn bán kính  $R = 3$ , người ta muốn cắt ra một hình chữ nhật (hình vẽ bên).



Diện tích lớn nhất có thể của tấm tôn hình chữ nhật bằng bao nhiêu?

**Câu 87.** Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 6 cm. Người ta muốn cắt một hình thang như hình vẽ.

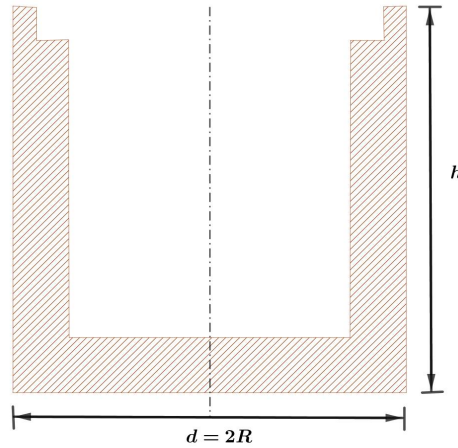


Tìm tổng  $x + y$  để diện tích hình thang EFGH đạt giá trị nhỏ nhất.

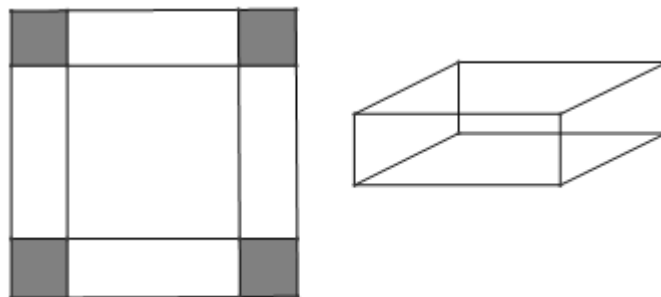
**Câu 88.** Người ta cần xây dựng một bể bơi có dạng hình hộp chữ nhật có thể tích là  $125m^3$ . Đáy bể bơi là hình chữ nhật có chiều dài gấp ba lần chiều rộng. Tính chiều rộng của đáy bể bơi để khi thi công tiết kiệm nguyên vật liệu nhất ?



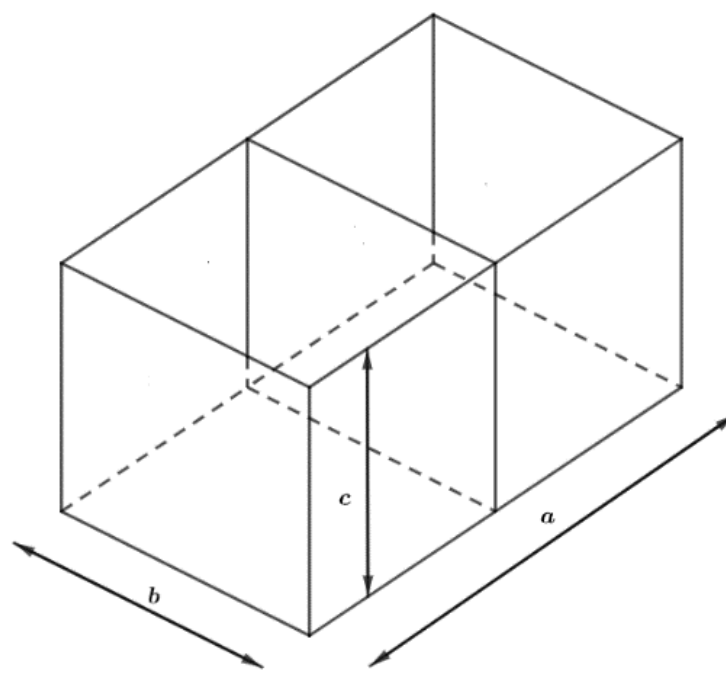
**Câu 89.** Bác Hà muốn xây dựng một hồ ga không nắp hình trụ với dung tích  $3m^3$ . Hãy tính chi phí ít nhất mà bác Hà phải bỏ ra xây dựng hồ ga, biết tiền công và vật liệu cho  $1m^2$  thành bê tông của hồ ga (thành bê tông đáy và thành bê tông xung quang) là 685000 đồng.



**Câu 90.** Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng  $x$  (cm), rồi gập tấm nhôm lại để được một cái hộp không nắp (tham khảo hình vẽ bên). Tìm  $x$  để hộp nhận được có thể tích lớn nhất (giả thiết bề dày tấm tôn không đáng kể).



**Câu 91.** Người ta cần làm một cái bể cá có hai ngăn, không có nắp ở phía trên với thể tích  $1,296m^3$ . Người ta cắt các tấm kính ghép lại một bể cá có dạng hình hộp chữ nhật (hình vẽ minh họa) với ba kích thước là  $a, b, c$ . Người ta phải thiết kế các kích thước là bao nhiêu để đỡ tốn kính nhất (giả sử độ dày của kính không đáng kể). Khi đó hãy tính giá trị biểu thức  $T = a + b + c$ .



**Câu 92.** Với mọi  $a, b$ , chứng minh  $\frac{(a+b)^2}{2} \geq 2ab$ .

**Câu 93.** Với mọi  $a, b$ , chứng minh  $a^2 + \frac{b^2}{4} \geq ab$ .

**Câu 94.** Với mọi  $a, b$ , chứng minh  $a^2 + b^2 + 1 \geq ab + a + b$ .

**Câu 95.** Chứng minh  $(x+y)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \geq 4$ , với  $x, y$  là các số thực dương.

**Câu 96.** Với mọi  $a \geq b > 0$ , chứng minh  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$ .

**Câu 97.** Chứng minh  $a^3 + b^3 \geq ab^2 + a^2b$ , với  $a, b$  là các số thực dương.

**Câu 98.** Với mọi  $a, b, c$ , chứng minh  $3(a^2 + b^2 + c^2) \geq (a+b+c)^2$ .

**Câu 99.** Với mọi  $a, b, c$ , chứng minh  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$ .

**Câu 100.** Với mọi  $x, y, z$ , chứng minh  $x^2 + y^2 + z^2 \geq 2xy + 2yz - 2zx$ .

**Câu 101.** Với mọi  $a, b, c$ , chứng minh  $\frac{a^2}{4} + b^2 + c^2 \geq ab - ac + 2bc$ .

**Câu 102.** Với mọi  $a, b, c, d, e$ , chứng minh  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 \geq a(b+c+d+e)$ .

**Câu 103.** Với mọi  $a, b, c$ , chứng minh  $a^4 + b^4 + c^2 + 1 \geq 2a(ab^2 - a + c + 1)$ .

**Câu 104.** Với mọi  $a, b, c$ , chứng minh  $a^2 + b^2 + c^2 \geq a(b+c)$ .

**Câu 105.** Với mọi  $a, b, c$ , chứng minh  $(a+b)(a^3 + b^3) \leq 2(a^4 + b^4)$ .

**Câu 106.** Với  $a, b$  là hai số dương, chứng minh  $a^3 + b^3 + abc \geq ab(a+b+c)$ .

**Câu 107.** Với  $a, b$  là hai số dương, chứng minh  $4(a^3 + b^3) \geq (a+b)^3$ .

**Câu 108.** Với  $a, b$  là hai số dương, chứng minh  $2(a^3 + b^3) \geq (a+b)(a^2 + b^2)$ .

**Câu 109.** Với mọi  $a, b, c$ , chứng minh  $a^4 + a^3b + ab^3 + b^4 \geq 0$ .

**Câu 110.** Với mọi  $a, b, c$ , chứng minh  $(a^2 + b^2)^2 \geq ab(a+b)^2$ .

**CHƯƠNG 2****BẤT ĐẲNG THỨC****BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN****BÀI 1****BẤT ĐẲNG THỨC****1. Khái niệm bất đẳng thức****a. Nhắc lại thứ tự trong tập hợp số thực**

- Nếu số thực  $a$  nhỏ hơn số thực  $b$  thì ta viết  $a < b$  hay  $b > a$ .
- Số thực lớn hơn 0 gọi là số thực dương.
- Số thực nhỏ hơn 0 gọi là số thực âm.
- Trên trục số nằm ngang, nếu số thực  $a$  nằm bên trái số thực  $b$  thì  $a < b$  hay  $b > a$ .



- Tổng của hai số thực dương là số thực dương. Tổng của hai số thực âm là số thực âm.
- Với hai số thực  $a, b$ , ta có:
  - $ab > 0$  thì  $a, b$  cùng dấu (hay cùng dương hoặc cùng âm) và ngược lại.
  - $ab < 0$  thì  $a, b$  trái dấu và ngược lại.
- Với hai số thực  $a, b$  dương, nếu  $a > b$  thì  $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ .

**b. Khái niệm bất đẳng thức**

Ta gọi hệ thức dạng  $a > b$  (hay  $a < b, a \geq b, a \leq b$ ) là **bất đẳng thức** và gọi  $a$  là vế trái,  $b$  là vế phải của bất đẳng thức.

**Chú ý:**

- Hai bất đẳng thức  $a < b$  và  $c < d$  (hay  $a > b$  và  $c > d$ ) được gọi là **bất đẳng thức cùng chiều**.
- Hai bất đẳng thức  $a < b$  và  $c > d$  (hay  $a > b$  và  $c < d$ ) được gọi là **bất đẳng thức ngược chiều**.

**2. Tính chất bất đẳng thức****a. Tính chất bắc cầu**

Cho ba số  $a, b, c$ . Nếu  $a > b$  và  $b > c$  thì  $a > c$ .



**Chú ý:** Tính chất bắc cầu vẫn đúng với các bất đẳng thức có dấu  $<, \leq, \geq$ .

**b. Tính chất liên hệ giữa thứ tự và phép cộng**

Khi cộng cùng một số vào cả hai vế của một bất đẳng thức, ta được bất đẳng thức mới cùng chiều với bất đẳng thức đã cho.

Cho ba số  $a, b, c$ . Nếu  $a > b$  thì  $a + c > b + c$ .

**Chú ý:** Tính chất vẫn đúng với các bất đẳng thức có dấu  $<, \leq, \geq$ .

### c. Tính chất liên hệ giữa thứ tự và phép nhân

Khi nhân cả hai vế của một bất đẳng thức với cùng một số **đương** ta được bất đẳng thức mới **cùng chiều** với bất đẳng thức đã cho.

Khi nhân cả hai vế của một bất đẳng thức với cùng một số **âm** ta được bất đẳng thức mới **ngược chiều** với bất đẳng thức đã cho.

Cho ba số  $a, b, c$  và  $a > b$

- Nếu  $c > 0$  thì  $a.c > b.c$ .
- Nếu  $c < 0$  thì  $a.c < b.c$ .

**Chú ý:** Tính chất vẫn đúng với các bất đẳng thức có dấu  $<, \leq, \geq$ .



– Hình vẽ trên là Biển ghép tốc độ tối đa cho phép theo phương tiện, trên từng làn đường.

– Ý nghĩa của biển báo giao thông ở Hình vẽ:

Làn trái: chỉ dành riêng cho ô tô với tốc độ tối đa là 60 km/h.

Làn giữa: dành cho ô tô và xe máy với tốc độ tối đa là 50 km/h.

Làn phải: dành cho xe máy, xe ba bánh và xe đạp với tốc độ tối đa là 50 km/h.

Hãy viết bất đẳng thức phù hợp cho từng làn đường trên.

### Lời giải

- Làn trái: Gọi  $x$  (km/h) là tốc độ của ô tô, khi đó ta có bất đẳng thức:  $x \leq 60$

- Làn giữa: Gọi  $y$  (km/h) là tốc độ của ô tô và xe máy, khi đó ta có bất đẳng thức:  $y \leq 50$

- Làn phải: Gọi  $z$  (km/h) là tốc độ của xe máy, xe ba bánh và xe đạp, khi đó ta có bất đẳng thức:  $z \leq 50$

**Bài 4.** Dùng các dấu  $>$ ,  $\geq$ ,  $<$ ,  $\leq$  để diễn tả:

a) Tốc độ  $v$  đúng quy định với biển báo giao thông ở Hình a.

b) Trọng tải  $P$  của toàn bộ xe khi đi qua cầu đúng quy định với biển báo giao thông ở Hình b.



### Lời giải

a) Trong Hình a, biển báo chỉ tốc độ tối đa cho phép là 70 km/h.

Do đó ta có  $v \leq 70$ .

b) Trong Hình b, biển báo chỉ trọng tải  $P$  của toàn bộ xe khi đi qua cầu không vượt quá 10 tấn.

Do đó ta có  $P \leq 10$ .

**Bài 5.** Gọi  $x$  là số tuổi của bạn Việt,  $y$  là số tuổi của bạn Nam, biết rằng bạn Nam lớn tuổi hơn bạn Việt. Hãy dùng bất đẳng thức để biểu diễn mối quan hệ về tuổi của hai bạn đó:

a) ở hiện tại

b) sau 5 năm nữa.

c) trước hiện tại 10 năm.

### Lời giải

a) Để biểu diễn bạn Nam lớn tuổi hơn bạn Việt, ta có bất đẳng thức  $x < y$ .

Vậy bất đẳng thức để biểu diễn mối quan hệ về tuổi của hai bạn đó ở hiện tại là  $x < y$

b) Để biểu diễn mối quan hệ về tuổi của hai bạn Việt và Nam sau 5 năm nữa, ta cộng 2 vế của bất đẳng thức với 5, ta được:  $x + 5 < y + 5$ .

Vậy bất đẳng thức để biểu diễn mối quan hệ về tuổi của hai bạn đó sau 5 năm nữa là  $x + 5 < y + 5$

b) Để biểu diễn mối quan hệ về tuổi của hai bạn Việt và Nam trước hiện tại 10 năm, ta trừ hai vế của bất đẳng thức với 10, ta được:  $x - 10 < y - 10$ .

Vậy bất đẳng thức để biểu diễn mối quan hệ về tuổi của hai bạn đó trước hiện tại 10 năm là  $x - 10 < y - 10$

**Bài 6.** Theo quy định của một hãng bay, khối lượng hành lí xách tay của khách hàng phổ thông không được vượt quá 12 kg. Gọi  $m$  là khối lượng hành lí xách tay của một khách hàng phổ thông. Hệ thức nào biểu diễn khối lượng hành lí đúng quy định của hãng bay?

**Lời giải**

Khối lượng hành lí xách tay của khách hàng phổ thông không được vượt quá 12 kg, nghĩa là khối lượng hành lí đúng quy định của hãng bay nhỏ hoặc bằng 12 kg.

Vậy hệ thức biểu diễn khối lượng hành lí đúng quy định của hãng bay là:  $m \leq 12$ .

**DẠNG 2**  
**CHỨNG MINH BẤT ĐẲNG THỨC**  
**(DẠNG CƠ BẢN)**

- Nếu  $ab > 0$  thì  $a, b$  cùng dấu
- Nếu  $ab < 0$  thì  $a, b$  trái dấu
- Với hai số thực  $a, b$  dương, nếu  $a > b$  thì  $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ .
- Nếu  $a > b$  và  $b > c$  thì  $a > c$ .
- Nếu  $a > b$  thì  $a + c > b + c$ .
- Nếu  $c > 0$  và  $a > b$  thì  $a.c > b.c$ .
- Nếu  $c < 0$  và  $a > b$  thì  $a.c < b.c$ .

**Bài 1.** Chứng minh:

a)  $\sqrt{2026} - \sqrt{2024} > \sqrt{2025} - \sqrt{2024}$

b)  $\frac{1}{2024} + 2026 < \frac{1}{2025} + 2026$

**Lời giải**

a) Do  $2026 > 2025$

nên  $\sqrt{2026} > \sqrt{2025}$

suy ra  $\sqrt{2026} - \sqrt{2024} > \sqrt{2025} - \sqrt{2024}$

Vậy  $\sqrt{2026} - \sqrt{2024} > \sqrt{2025} - \sqrt{2024}$

b) Do  $\frac{1}{2024} < \frac{1}{2025}$

nên  $\frac{1}{2024} + 2026 < \frac{1}{2025} + 2026$

Vậy  $\frac{1}{2024} + 2026 < \frac{1}{2025} + 2026$

**Bài 2.** Cho  $a \geq 2b$ . Chứng minh:

a)  $2a + 7 > a + 2b + 7$

b)  $4a + 4b \leq 5a + 2b$

**Lời giải**

a)  $2a + 7 > a + 2b + 7$

**Cách 1:**

Do  $a \geq 2b$

Nên  $a + 7 + a \geq a + 7 + 2b$

hay  $2a + 7 \geq a + 2b + 7$  (điều phải chứng minh)

**Cách 2:**

Do  $a \geq 2b$  nên  $a - 2b \geq 0$ .

Xét hiệu  $2a + 7 - (a + 2b + 7) = 2a + 7 - a - 2b - 7 = a - 2b \geq 0$

Vậy  $2a + 7 > a + 2b + 7$ .

b)  $4a + 4b \leq 5a + 2b$

Do  $a \geq 2b$  nên  $a - 2b \geq 0$ .

Xét hiệu:  $4a + 4b - (5a + 2b) = 4a + 4b - 5a - 2b = -(a - 2b) \leq 0$

Vậy  $4a + 4b \leq 5a + 2b$

**Bài 3.** Chứng minh:

a)  $2m + 4 > 2n + 3$  với  $m > n$ .

b)  $-3a + 5 > -3b + 5$  với  $a < b$ .

c)  $(a - 1)^2 \geq -2a + 4$  với  $a^2 \geq 3$ .

d)  $(a - 1)^2 \geq a^2 - 1$  với  $a < 1$ .

**Lời giải**

a)  $2m + 4 > 2n + 3$  với  $m > n$ .

**Cách 1:**

Do  $m > n$

nên  $2m > 2n$

suy ra  $2m + 3 > 2n + 3$

mà  $2m + 4 > 2m + 3$

do đó  $2m + 4 > 2n + 3$ .

Vậy  $2m + 4 > 2n + 3$

**Cách 2:**

Do  $m > n$  nên  $m - n > 0$ .

Xét hiệu  $2m + 4 - (2n + 3) = 2m + 4 - 2n - 3 = 2(m - n) + 1 > 0$

Vậy  $2m + 4 > 2n + 3$ .

b)  $-3a + 5 > -3b + 5$  với  $a < b$ .

**Cách 1:**

Do  $a < b$

nên  $-3a > -3b$

suy ra  $-3a + 5 > -3b + 5$

Vậy  $-3a + 5 > -3b + 5$

**Cách 2:**

Xét hiệu  $-3a + 5 - (-3b + 5) = -3a + 5 + 3b - 5 = -3(a - b)$

Do  $a < b$

nên  $a - b < 0$

suy ra  $-3(a - b) > 0$

hay  $-3a + 5 - (-3b + 5) > 0$

Vậy  $-3a+5 > -3b+5$ .

c)  $(a-1)^2 \geq -2a+4$  với  $a^2 \geq 3$ .

**Cách 1:**

Do  $a^2 \geq 3$

nên  $a^2 - 2a + 1 \geq 3 - 2a + 1$

suy ra  $(a-1)^2 \geq -2a+4$

Vậy  $(a-1)^2 \geq -2a+4$

**Cách 2:**

Do  $a^2 \geq 3$  nên  $a^2 - 3 \geq 0$ .

Xét hiệu  $(a-1)^2 - (-2a+4) = a^2 - 2a + 1 + 2a - 4 = a^2 - 3 \geq 0$

Vậy  $(a-1)^2 \geq -2a+4$ .

d)  $(a-1)^2 \geq a^2 - 1$  với  $a < 1$ .

Xét hiệu  $(a-1)^2 - (a^2 - 1) = a^2 - 2a + 1 - a^2 + 1 = -2a + 2 = -2(a-1)$

Do  $a < 1$

nên  $a-1 < 0$

suy ra  $-2(a-1) > 0$

Vậy  $(a-1)^2 \geq a^2 - 1$ .

**DẠNG 3**  
**SO SÁNH CÁC SỐ**

**Bài 1.** So sánh hai số sau:

a)  $11 + 2025^{2026}$  và  $12 + 2025^{2026}$

b)  $(-2024) \cdot (-2026)^{2025}$  và  $(-2023) \cdot (-2026)^{2025}$

**Lời giải**

a)  $11 + 2025^{2026}$  và  $12 + 2025^{2026}$

Ta có  $11 < 12$ .

Cộng hai vế của bất đẳng thức với  $2025^{2026}$ , ta được:  $11 + 2025^{2026} < 12 + 2025^{2026}$

Vậy:  $11 + 2025^{2026} < 12 + 2025^{2026}$

b)  $(-2024) \cdot (-2026)^{2025}$  và  $(-2023) \cdot (-2026)^{2025}$

Ta có  $-2024 < -2023$ .

Nhân cả hai vế bất đẳng thức với  $(-2026)^{2025}$ , ta được:  $(-2024) \cdot (-2026)^{2025} > (-2023) \cdot (-2026)^{2025}$

Vậy:  $(-2024) \cdot (-2026)^{2025} > (-2023) \cdot (-2026)^{2025}$

**Chú ý:**  $(-2026)^{2025} < 0$

**Bài 2.** So sánh hai số  $a$  và  $b$ , nếu:

a)  $a + 2025 < b + 2025$

b)  $-2025a - 11 \geq -2025b - 11$

**Lời giải**

a) Ta có:  $a + 2025 < b + 2025$

suy ra:  $a + 2025 + (-2025) < b + 2025 + (-2025)$

hay  $a < b$ .

Vậy  $a < b$ .

b) Ta có:

$$-2025a - 11 \geq -2025b - 11$$

$$-2025a - 11 + 11 \geq -2025b - 11 + 11$$

$$-2025a \geq -2025b$$

$$-2025a \left( -\frac{1}{2025} \right) \leq -2025b \left( -\frac{1}{2025} \right)$$

$a < b$ .

Vậy  $a < b$ .

**BÀI TẬP RÈN LUYỆN****Bài 3.** So sánh  $x$  và  $y$  trong mỗi trường hợp sau:

a)  $x - \frac{1}{3} \leq y - \frac{1}{3}$

b)  $\frac{3x}{2025} + 2026 > \frac{3y}{2025} + 2026$

c)  $-\frac{2025}{2026} - 2024x \geq -\frac{2025}{2026} - 2024y$

**Lời giải**

a)  $x - \frac{1}{3} \leq y - \frac{1}{3}$

Ta có:  $x - \frac{1}{3} \leq y - \frac{1}{3}$

suy ra:  $x - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \leq y - \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$

hay  $x \leq y$ .

Vậy  $x \leq y$ .

b)  $\frac{3x}{2025} + 2026 > \frac{3y}{2025} + 2026$

Ta có:

$$\frac{3x}{2025} + 2026 > \frac{3y}{2025} + 2026$$

$$\frac{3x}{2025} + 2026 + (-2026) > \frac{3y}{2025} + 2026 + (-2026)$$

$$\frac{3x}{2025} > \frac{3y}{2025}$$

$$\frac{3x}{2025} \cdot \frac{2025}{3} > \frac{3y}{2025} \cdot \frac{2025}{3}$$

$$x > y$$

Vậy  $x > y$

c)  $-\frac{2025}{2026} - 2024x \geq -\frac{2025}{2026} - 2024y$

Ta có:

$$-\frac{2025}{2026} - 2024x \geq -\frac{2025}{2026} - 2024y$$

$$\frac{2025}{2026} - \frac{2025}{2026} - 2024x \geq \frac{2025}{2026} - \frac{2025}{2026} - 2024y$$

$$-2024x \geq -2024y$$

$$\left(-\frac{1}{2024}\right)(-2024x) \leq \left(-\frac{1}{2024}\right)(-2024y)$$

$$x \leq y$$

Vậy  $x \leq y$

**Bài 4.** Số  $a$  là số âm hay dương nêu:

a)  $-4a < 2a$

b)  $3a > 15a$

c)  $\frac{a}{2025} > \frac{a}{2026}$

**Lời giải**

a)  $-4a < 2a$

$$-4a - 2a < 2a - 2a$$

$$-6a < 0$$

Do  $-6 < 0$ , mà  $-6a < 0$  nên  $a > 0$

Vậy  $a$  là số dương.

b)  $3a > 15a$

$$3a - 15a > 15a - 15a$$

$$-12a > 0$$

Do  $-12 < 0$ , mà  $-12a > 0$  nên  $a < 0$

Vậy  $a$  là số âm.

c)  $\frac{a}{2025} > \frac{a}{2026}$

$$\frac{a}{2025} + \left(-\frac{a}{2026}\right) > \frac{a}{2026} + \left(-\frac{a}{2026}\right)$$

$$\frac{a}{2025} - \frac{a}{2026} > 0$$

$$\frac{1}{2025 \cdot 2026} \cdot a > 0$$

Do  $\frac{1}{2025 \cdot 2026} > 0$ , mà  $\frac{1}{2025 \cdot 2026} \cdot a > 0$  nên  $a > 0$

Vậy  $a$  là số dương

**Bài 5.** So sánh  $m$  và  $n$  biết  $m - \frac{2025}{2026} = n$

**Lời giải**

Ta có:  $m - \frac{2025}{2026} = n$

Hay  $m - n = \frac{2025}{2026}$

Suy ra  $m - n > 0$

Do đó  $m > n$

Vậy  $m > n$

**Bài 6.** Cho  $a - 2 \leq b - 1$ . So sánh hai biểu thức  $2a - 4$  và  $2b - 2$

**Lời giải**

Ta có:  $a - 2 \leq b - 1$

Nhân cả 2 vế của bất đẳng thức với 2 ta được:

$$2(a-2) \leq 2(b-1)$$

$$2a-4 \leq 2b-2$$

Vậy  $2a-4 \leq 2b-2$

**Bài 7.** So sánh  $m$  và  $m^2$  với  $0 < m < 1$ .

**Lời giải**

Xét hiệu:  $m - m^2 = m(1 - m)$

Vì  $0 < m < 1$  nên  $m > 0; 1 - m > 0 \Rightarrow m(1 - m) > 0$

hay  $m - m^2 > 0$  do đó  $m > m^2$

**Bài 8.** Cho bất đẳng thức  $a > b$  và cho số thực  $c$ .

a) Xác định dấu của hiệu:  $(a + c) - (b + c)$ .

b) Hãy so sánh:  $a + c$  và  $b + c$ .

**Lời giải**

Do  $a > b$  nên  $a - b > 0$ .

a) Ta xét hiệu:  $(a + c) - (b + c) = a + c - b - c = a - b > 0$

Vậy  $(a + c) - (b + c) > 0$ .

b) Theo câu a, ta có  $(a + c) - (b + c) > 0$ , nên  $a + c > b + c$ .

Vậy  $a + c > b + c$ .

**Bài 9.** Cho bất đẳng thức  $a > b$  và số thực  $c > 0$ .

a) Xác định dấu của hiệu:  $ac - bc$ .

b) Hãy so sánh:  $ac$  và  $bc$ .

**Lời giải**

Do  $a > b$  nên  $a - b > 0$ .

a) Xét hiệu  $ac - bc = (a - b)c$

Vì  $c > 0$  và  $a - b > 0$  nên  $(a - b)c$

suy ra  $ac - bc > 0$ .

Vậy  $ac - bc > 0$ .

b) Theo câu a, ta có  $ac - bc > 0$ , suy ra  $ac > bc$ .

Vậy  $ac > bc$

**Bài 10.** Cho các bất đẳng thức  $a > b$  và  $b > c$ .

a) Xác định dấu của các hiệu:  $a - b$ ,  $b - c$ ,  $a - c$ .

b) Hãy so sánh:  $a$  và  $c$ .

**Lời giải**

a)

- Do  $a > b$  nên  $a - b > 0$ .

- Do  $b > c$  nên  $b - c > 0$ .

- Xét tổng  $(a - b) + (b - c) = a - c$

Do  $a - b > 0$  và  $b - c > 0$  nên  $(a - b) + (b - c) > 0$ .

Suy ra  $a - c > 0$ .

b) Theo câu a, ta có  $a - c > 0$  nên  $a > c$ .

Vậy  $a > c$ .

## DẠNG 4

## TÌM GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT VÀ GIÁ TRỊ LỚN NHẤT

Nếu  $A \geq a$  thì giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A$  là  $a$ .

Nếu  $B \leq b$  thì giá trị lớn nhất của biểu thức  $B$  là  $b$ .

**Chú ý:**

- $a^2 \geq 0$  với mọi  $a$ .
- $-a^2 \leq 0$  với mọi  $a$ .
- $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2 \geq 0$  với mọi  $a, b$ .
- $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2 \geq 0$  với mọi  $a, b$ .

**Bài 1.** Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức sau:

a)  $A = 4x^2 - 12x + 15$

b)  $B = x^2 - x + 1$

c)  $C = x^2 - 4x + y^2 - 8y + 6$

**Lời giải**

a)  $A = 4x^2 - 12x + 9 + 6 = (2x-3)^2 + 6$

Ta có  $(2x-3)^2 \geq 0$  với mọi  $x$

Do đó  $(2x-3)^2 + 6 \geq 6$  với mọi  $x$

Giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng 6 khi  $2x-3=0$  hay  $x = \frac{3}{2}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng 6 tại  $x = \frac{3}{2}$ .

b)  $B = x^2 - x + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$  với mọi  $x$

Ta có  $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0$  với mọi  $x$

Do đó  $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4}$  với mọi  $x$

Giá trị nhỏ nhất của  $B$  bằng  $\frac{3}{4}$  khi  $x - \frac{1}{2} = 0$  hay  $x = \frac{1}{2}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $B$  bằng  $\frac{3}{4}$  tại  $x = \frac{1}{2}$ .

c)  $C = x^2 - 4x + y^2 - 8y + 6$

$$C = x^2 - 4x + y^2 - 8y + 6 = (x-2)^2 + (y-4)^2 - 14$$

Ta có  $(x-2)^2 \geq 0; (y-4)^2 \geq 0$  với mọi  $x, y$  nên  $(x-2)^2 + (y-4)^2 \geq 0$  với mọi  $x, y$

Do đó  $(x-2)^2 + (y-4)^2 - 14 \geq -14$  với mọi  $x, y$

Giá trị nhỏ nhất của  $C$  bằng  $-14$  khi  $x-2=0; y-4=0$  hay  $x=2; y=4$

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $C$  bằng  $-14$  tại  $x=2; y=4$ .

**Bài 2.** Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

a)  $A = -x^2 - 4x$

b)  $B = -x^2 + 4x + 4$

c)  $C = 5 - x^2 + 2x - 4y^2 - 4y$

**Lời giải**

a)  $A = -x^2 - 4x = -(x^2 + 4x) = -(x^2 + 4x + 4 - 4) = 4 - (x+2)^2$

Ta có  $-(x+2)^2 \leq 0$  với mọi  $x$

Do đó  $4 - (x+2)^2 \leq 4$  với mọi  $x$

Giá trị lớn nhất của  $A$  bằng  $4$  khi  $x+2=0$  hay  $x=-2$

Vậy  $A$  có giá trị lớn nhất là  $4$  tại  $x=-2$

b)  $B = -x^2 + 4x + 4 = -(x^2 - 4x) + 4 = -(x^2 - 4x + 4 - 4) + 4 = 8 - (x-2)^2$

Ta có  $-(x-2)^2 \leq 0$  với mọi  $x$

Do đó  $8 - (x-2)^2 \leq 8$  với mọi  $x$

Giá trị lớn nhất của  $B$  bằng  $8$  khi  $x-2=0$  hay  $x=2$

Vậy  $B$  có giá trị lớn nhất là  $8$  tại  $x=2$

c)  $C = 5 - x^2 + 2x - 4y^2 - 4y = 5 - (x^2 - 2x) - (4y^2 + 4y) = 7 - (x-1)^2 - (2y+1)^2$

Ta có  $-(x-1)^2 \leq 0; -(2y+1)^2 \leq 0$  với mọi  $x, y$

Do đó  $7 - (x-1)^2 - (2y+1)^2 \leq 7$  với mọi  $x, y$

Giá trị lớn nhất của  $C$  bằng  $7$  khi  $x-1=0; 2y+1=0$  hay  $x=1; y=-\frac{1}{2}$

Vậy  $C$  có giá trị lớn nhất là  $7$  tại  $x=1; y=-\frac{1}{2}$

**BÀI TẬP RÈN LUYỆN**

**Bài 3.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

a)  $A = x^4 - 4x^2 - 2023$

b)  $B = 2x^4 - 2x^2 + 1$

**Lời giải**

a)  $A = x^4 - 4x^2 - 2023 = x^4 - 4x^2 + 4 - 2020 = (x^2 - 2)^2 - 2020$

Ta có  $(x^2 - 2)^2 \geq 0$  với mọi  $x$

Do đó  $(x^2 - 2)^2 - 2020 \geq -2020$  với mọi  $x$

Giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng  $-2020$  khi  $x^2 - 2 = 0$  hay  $x = -\sqrt{2}; x = \sqrt{2}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng  $-2020$  tại  $x = -\sqrt{2}; x = \sqrt{2}$

$$b) B = 2x^4 - 2x^2 + 1 = 2\left(x^4 - x^2 + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\right) + 1 = 2\left(x^2 - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$$

Ta có  $2\left(x^2 - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0$  với mọi  $x$

Do đó  $2\left(x^2 - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \geq \frac{1}{2}$  với mọi  $x$

Giá trị nhỏ nhất của  $B$  bằng  $\frac{1}{2}$  khi  $x^2 - \frac{1}{2} = 0$  hay  $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}; x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $B$  bằng  $\frac{1}{2}$  tại  $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}; x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

**Bài 4.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

a)  $A = x^2 + xy + y^2 + 2025$

b)  $B = x^2 - 2x + y^2 + 4y + 8$

c)  $C = x^2 - 4x + y^2 - 8y + 6$

d)  $D = x^2 + 5y^2 + 10x - 20y + 2024$

### Lời giải

a)  $A = x^2 + xy + y^2 + 2025 = x^2 + xy + \frac{1}{4}y^2 + \frac{3}{4}y^2 + 2025 = \left(x + \frac{1}{2}y\right)^2 + \frac{3}{4}y^2 + 2025$

Ta có  $\left(x + \frac{1}{2}y\right)^2 \geq 0$  với mọi  $x, y$  và  $\frac{3}{4}y^2 \geq 0$  với mọi  $y$ .

Do đó  $\left(x + \frac{1}{2}y\right)^2 + \frac{3}{4}y^2 + 2025 \geq 2025$  với mọi  $x, y$

Giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng 2025 khi  $x + \frac{1}{2}y = 0$  và  $y = 0$  hay  $x = -\frac{1}{2}y$  và  $y = 0$  suy ra  $x = y = 0$

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng 2025 tại  $x = y = 0$

b)  $B = x^2 - 2x + y^2 + 4y + 8 = x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4y + 2 + 5 = (x-1)^2 + (y+2)^2 + 5$

Ta có  $(x-1)^2 \geq 0$  với mọi  $x$  và  $(y+2)^2 \geq 0$  với mọi  $y$ .

Do đó  $(x-1)^2 + (y+2)^2 + 5 \geq 5$  với mọi  $x, y$

Giá trị nhỏ nhất của  $B$  bằng 5 khi  $x-1=0$  và  $y+2=0$  hay  $x=1$  và  $y=-2$

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $B$  bằng 5 tại  $x=1$  và  $y=-2$

c)  $C = x^2 - 4x + y^2 - 8y + 6 = x^2 - 4x + 4 + y^2 - 8y + 16 - 14 = (x-2)^2 + (y-4)^2 - 14$

Ta có  $(x-2)^2 \geq 0$  với mọi  $x$  và  $(y-4)^2 \geq 0$  với mọi  $y$ .

Do đó  $(x-2)^2 + (y-4)^2 - 14 \geq -14$  với mọi  $x, y$

Giá trị nhỏ nhất của  $C$  bằng -14 khi  $x-2=0$  và  $y-4=0$  hay  $x=2$  và  $y=4$

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $C$  bằng -14 tại  $x=2$  và  $y=4$

$$d) D = x^2 + 5y^2 + 10x - 20y + 2024 = x^2 + 10x + 25 + 5y^2 - 20y + 20 + 1979 = (x+5)^2 + 5(y-2)^2 + 1979$$

Ta có  $(x+5)^2 \geq 0$  với mọi  $x$  và  $5(y-2)^2 \geq 0$  với mọi  $y$ .

Do đó  $(x+5)^2 + 5(y-2)^2 + 1979 \geq 1979$  với mọi  $x, y$

Giá trị nhỏ nhất của  $D$  bằng 1979 khi  $x+5=0$  và  $y-2=0$  hay  $x=-5$  và  $y=2$

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $D$  bằng 1979 tại  $x=-5$  và  $y=2$

**DẠNG 5**  
**CHỨNG MINH BẤT ĐẲNG THỨC**  
**DẠNG NÂNG CAO**

Để chứng minh bất đẳng thức  $A > B$ , ta chứng minh  $A - B > 0$ .

**Chú ý:**

- $a^2 \geq 0$  với mọi  $a$ .
- $-a^2 \leq 0$  với mọi  $a$ .
- $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 \geq 0$  với mọi  $a, b$ .
- $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 \geq 0$  với mọi  $a, b$ .

**Bài 1.** Với mọi  $a, b$ , chứng minh:

$$\text{a) } \frac{a^2 + b^2}{2} \geq \left(\frac{a + b}{2}\right)^2$$

$$\text{b) } a^2 + b^2 \geq \frac{(a + b)^2}{2}$$

**Lời giải**

$$\text{a) } \frac{a^2 + b^2}{2} \geq \left(\frac{a + b}{2}\right)^2$$

Xét hiệu:

$$\begin{aligned} & \frac{a^2 + b^2}{2} - \left(\frac{a + b}{2}\right)^2 \\ &= \frac{2(a^2 + b^2)}{4} - \frac{a^2 + 2ab + b^2}{4} \\ &= \frac{2a^2 + 2b^2 - (a^2 + 2ab + b^2)}{4} \\ &= \frac{a^2 - 2ab + b^2}{4} \\ &= \left(\frac{a - b}{2}\right)^2 \geq 0 \text{ với mọi } a, b. \end{aligned}$$

Dấu bằng khi  $a = b$

$$\text{Vậy } \frac{a^2 + b^2}{2} \geq \left(\frac{a + b}{2}\right)^2$$

$$\text{b) } a^2 + b^2 \geq \frac{(a + b)^2}{2}$$

Xét hiệu:

$$\begin{aligned}
 & a^2 + b^2 - \frac{(a+b)^2}{2} \\
 = & \frac{2a^2 + 2b^2 - (a^2 + 2ab + b^2)}{2} \\
 = & \frac{a^2 - 2ab + b^2}{2} \\
 = & \frac{(a-b)^2}{2} \geq 0 \text{ với mọi } a, b.
 \end{aligned}$$

Dấu bằng khi  $a = b$

$$\text{Vậy } a^2 + b^2 \geq \frac{(a+b)^2}{2}$$

**Bài 2.** Với mọi  $a, b, c$ , chứng minh:

a)  $a^2 + b^2 \geq ab$

b)  $2a^2 + b^2 + c^2 \geq 2a(b+c)$

### Lời giải

a)  $a^2 + b^2 \geq ab$

**Cách 1:** Nhân 2 vế bất đẳng thức cho 2 để tạo hằng đẳng thức

$$a^2 + b^2 \geq ab$$

$$\text{Hay } 2a^2 + 2b^2 \geq 2ab$$

Xét hiệu:

$$\begin{aligned}
 & 2a^2 + 2b^2 - 2ab \\
 = & a^2 - 2ab + b^2 + a^2 + b^2 \\
 = & (a-b)^2 + a^2 + b^2 \geq 0 \text{ với mọi } a, b.
 \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi  $a = b = 0$

$$\text{Vậy } 2a^2 + 2b^2 \geq 2ab$$

**Cách 2:** Phân tích thành hằng đẳng thức

$$a^2 + b^2 \geq ab$$

Xét hiệu:

$$\begin{aligned}
 & a^2 + b^2 - ab \\
 = & a^2 - 2a \cdot \frac{b}{2} + \frac{b^2}{4} + \frac{3b^2}{4} \\
 = & \left(a - \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3b^2}{4} \geq 0 \text{ với mọi } a, b.
 \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi  $a = b = 0$

$$\text{Vậy } 2a^2 + 2b^2 \geq 2ab$$

b)  $2a^2 + b^2 + c^2 \geq 2a(b+c)$

Xét hiệu:

$$\begin{aligned}
& 2a^2 + b^2 + c^2 - 2a(b+c) \\
&= 2a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac \\
&= (a^2 - 2ab + b^2) + (a^2 - 2ac + c^2) \\
&= (a-b)^2 + (a-c)^2 \geq 0 \text{ với mọi } a, b, c.
\end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi  $a = b = c$

Vậy  $2a^2 + b^2 + c^2 \geq 2a(b+c)$

**Bài 3.** Với mọi  $x, y, z$ , chứng minh:

a)  $x^2 + y^2 + z^2 + 3 \geq 2(x+y+z)$

b)  $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$

**Lời giải**

a)  $x^2 + y^2 + z^2 + 3 \geq 2(x+y+z)$

Xét hiệu:

$$\begin{aligned}
& x^2 + y^2 + z^2 + 3 - 2(x+y+z) \\
&= x^2 - 2x + 1 + y^2 - 2y + 1 + z^2 - 2z + 1 \\
&= (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 \geq 0 \text{ với mọi } x, y, z.
\end{aligned}$$

Dấu bằng khi  $x = y = z = 1$

Vậy  $x^2 + y^2 + z^2 + 3 \geq 2(x+y+z)$

b)  $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$

hay  $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 \geq 2xy + 2yz + 2zx$

Xét hiệu:

$$\begin{aligned}
& 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz - 2zx \\
&= x^2 - 2xy + y^2 + y^2 - 2yz + z^2 + z^2 - 2zx + x^2 \\
&= (x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 \geq 0 \text{ với mọi } x, y, z.
\end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi  $x = y = z$

Do đó  $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 \geq 2xy + 2yz + 2zx$

Hay  $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$

Vậy  $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$

**Bài 4.** Với mọi  $a, b, c$ , chứng minh:

a)  $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} \geq \left(\frac{a+b+c}{3}\right)^2$

b)  $a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{(a+b+c)^2}{3}$

**Lời giải**

a)  $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} \geq \left(\frac{a+b+c}{3}\right)^2$

Xét hiệu:

$$\begin{aligned} & \frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} - \left( \frac{a+b+c}{3} \right)^2 \\ &= \frac{3(a^2 + b^2 + c^2)}{9} - \frac{a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac}{9} \\ &= \frac{3a^2 + 3b^2 + 3c^2 - (a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac)}{9} \\ &= \frac{2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ac}{9} \\ &= \frac{a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + a^2 - 2ac + c^2}{9} \\ &= \frac{(a-b)^2}{9} + \frac{(b-c)^2}{9} + \frac{(c-a)^2}{9} \\ &= \left( \frac{a-b}{3} \right)^2 + \left( \frac{b-c}{3} \right)^2 + \left( \frac{c-a}{3} \right)^2 \geq 0 \text{ với mọi } a, b, c. \end{aligned}$$

Dấu bằng khi  $a = b = c$

$$\text{Vậy } \frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} \geq \left( \frac{a+b+c}{3} \right)^2$$

$$\text{b) } a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{(a+b+c)^2}{3}$$

Xét hiệu:

$$\begin{aligned} & a^2 + b^2 + c^2 - \frac{(a+b+c)^2}{3} \\ &= \frac{3a^2 + 3b^2 + 3c^2 - (a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca)}{3} \\ &= \frac{2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ac}{3} \\ &= \frac{a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + a^2 - 2ac + c^2}{3} \\ &= \frac{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2}{3} \\ &= \frac{(a-b)^2}{3} + \frac{(b-c)^2}{3} + \frac{(c-a)^2}{3} \geq 0 \text{ với mọi } a, b, c. \end{aligned}$$

Dấu bằng khi  $a = b = c$

$$\text{Vậy } a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{(a+b+c)^2}{3}$$

**Bài 5.** Với mọi  $a, b, c$ , chứng minh:

$$\text{a) } a^4 - 2a^3b + 2a^2b^2 - 2ab^3 + b^4 \geq 0$$

$$\text{b) } a^2 + b^2 + c^2 + \frac{3}{4} \geq (a+b+c)$$

## Lời giải

a)  $a^4 - 2a^3b + 2a^2b^2 - 2ab^3 + b^4 \geq 0$

Ta có :

$$\begin{aligned} & a^4 - 2a^3b + 2a^2b^2 - 2ab^3 + b^4 \\ &= (a^4 - 2a^2 \cdot ab + a^2b^2) + (b^4 - 2ab \cdot b^2 + a^2b^2) \\ &= (a^2 - ab)^2 + (b^2 - ab)^2 \geq 0 \text{ với mọi } a, b. \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi  $a = b$ 

Vậy  $a^4 - 2a^3b + 2a^2b^2 - 2ab^3 + b^4 \geq 0$

b)  $a^2 + b^2 + c^2 + \frac{3}{4} \geq (a + b + c)$

Xét hiệu:

$$\begin{aligned} & a^2 + b^2 + c^2 + \frac{3}{4} - (a + b + c) \\ &= (a^2 - a) + (b^2 - b) + (c^2 - c) + \frac{3}{4} \\ &= \left(a^2 - a + \frac{1}{4}\right) + \left(b^2 - b + \frac{1}{4}\right) + \left(c^2 - c + \frac{1}{4}\right) \\ &= \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(b - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(c - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0 \text{ với mọi } a, b, c. \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi  $a = b = c = \frac{1}{2}$ 

Vậy  $a^2 + b^2 + c^2 + \frac{3}{4} \geq (a + b + c)$

**DẠNG 6****ỨNG DỤNG THỰC TIỄN CỦA GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT**

**Bài 1.** Một cửa hàng bán Xoài với giá bán mỗi kg là 50000 đồng. Với giá bán này thì cửa hàng chỉ bán được khoảng 25kg. Cửa hàng này dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm 4000 đồng cho một kg thì số Xoài bán được tăng thêm là 50kg. Xác định giá bán để cửa hàng đó thu được lợi nhuận lớn nhất, biết rằng giá nhập về ban đầu mỗi kg là 30000 đồng.

**Lời giải**

Gọi  $x$  đồng ( $30000 < x < 50000$ ) là giá bán Xoài mới để cửa hàng thu được lợi nhuận lớn nhất.

Suy ra giá bán ra đã giảm là  $(50.000 - x)$  (đồng)

Số lượng Xoài bán ra đã tăng thêm là  $\frac{50(50000 - x)}{4000} = 625 - 0,0125.x$  (kg)

Tổng số Xoài bán được là  $25 + 625 - 0,0125.x = 650 - 0,0125.x$  (kg)

Doanh thu của cửa hàng là  $(650 - 0,0125.x)x$  (đồng)

Số tiền vốn ban đầu để mua Xoài là  $(650 - 0,0125.x)30000$  (đồng)

Vậy lợi nhuận của cửa hàng là

$$T = (650 - 0,0125.x)x - (650 - 0,0125.x)30000 = -0,0125x^2 + 1025x - 19500000.$$

$$= -0,0125(x - 41000)^2 + 1512500 \leq 1512500 \text{ với mọi } x$$

Suy ra lợi nhuận lớn nhất của cửa hàng là  $T = 1512500$  khi  $x = 41000$  đồng.

Vậy giá bán mỗi cân Xoài là 41.000 đồng thì cửa hàng thu được lợi nhuận lớn nhất.

**Bài 2.** Trung tâm thương mại Center Nha Trang có 50 gian hàng cho thuê bán hàng. Biết rằng nếu cho thuê mỗi gian hàng với giá 2000000 đồng một tháng thì mọi gian hàng đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi gian hàng thêm 50000 đồng một tháng thì có thêm một gian hàng bị bỏ trống. Hỏi thu nhập cao nhất của trung tâm thương mại Center có thể đạt được trong 1 tháng là bao nhiêu?



### Lời giải

Gọi  $x$  là số lần tăng giá gian hàng, với  $0 < x < 50$

Mỗi lần tăng giá thì số gian hàng cho thuê là  $50 - x$  (căn).

Số tiền thuê một gian hàng sau mỗi lần tăng là:  $2000000 + 50000x$  đồng

Khi đó tổng số tiền cho thuê gian hàng 1 tháng là:

$$T = (50 - x)(2000000 + 50000x) = 50000(-x^2 + 10x + 200) \text{ đồng}$$

Bài toán trở thành tìm  $x$  để  $T$  lớn nhất:  $T = 50000(-x^2 + 10x + 200)$  với  $0 < x < 50$

$$\begin{aligned} T &= 50000(-x^2 + 10x + 200) \\ &= 50000\left[(-x^2 + 10x - 25) + 225\right] \\ &= 50000\left[-(x - 5)^2 + 225\right] \leq 50000 \cdot 225 = 11250000 \end{aligned}$$

Suy ra giá trị lớn nhất là  $T = 11250000$  khi  $x = 5$

Vậy thu nhập cao nhất của trung tâm thương mại Center có thể đạt được trong 1 tháng là 11250000 (đồng)

**Bài 3.** Trong số các hình chữ nhật có cùng chu vi 16 cm, hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

### Lời giải

Gọi cạnh của hình chữ nhật:  $a, b$ ;  $0 < a, b < 8$ .

Ta có:

$$2(a + b) = 16 \Leftrightarrow a + b = 8 \Leftrightarrow b = 8 - a$$

$$\text{Diện tích: } S(a) = a(8 - a) = -a^2 + 8a;$$

$$\text{Áp dụng Côsi: } a + b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow ab \leq \left(\frac{a + b}{2}\right)^2 \Leftrightarrow ab \leq 16$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra } \Leftrightarrow a = b = 4$$

Vậy hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng 16 khi cạnh bằng 4

**Bài 4.** Nhân ngày quốc tế Phụ nữ 8 – 3 năm 2024. Thầy Nam đã mua tặng vợ một món quà và đặt nó trong một chiếc hộp chữ nhật có thể tích là 32 (đơn vị thể tích) có đáy là hình vuông và không nắp. Để món quà trở nên đặc biệt và xứng tầm với giá trị của nó, ông quyết định mạ vàng chiếc hộp, biết rằng độ

dày của lớp mạ trên mọi điểm của chiếc hộp là không đổi và như nhau. Gọi chiều cao và cạnh đáy của chiếc hộp lần lượt là  $h$  và  $x$ . Để lượng vàng trên hộp là nhỏ nhất thì giá trị của  $h$  và  $x$  bằng bao nhiêu?

**Lời giải**

Ta có thể tích chiếc hộp:  $V = x^2h = 32$  (đvtt), với  $x, h > 0$ . Suy ra  $h = \frac{32}{x^2}$ .

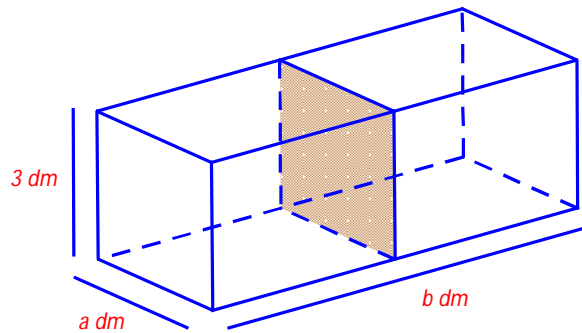
Phần mạ vàng của chiếc hộp:  $S = 2x^2 + 8xh = 2x^2 + 8x \cdot \frac{32}{x^2} = 2x^2 + \frac{256}{x}$ .

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy

$$2x^2 + \frac{256}{x} = 2x^2 + \frac{128}{x} + \frac{128}{x} \geq 3\sqrt[3]{2x^2 \cdot \frac{128}{x} \cdot \frac{128}{x}} = 96$$

Đẳng thức xảy ra khi  $2x^2 = \frac{128}{x}$  hay  $x = 4$ , khi đó  $h = 2$ .

**Bài 5.** Người ta muốn thiết kế một bể cá bằng kính không có nắp với thể tích  $72 \text{ dm}^3$ , chiều cao là  $3 \text{ dm}$ . Một vách ngăn (cùng bằng kính) ở giữa, chia bể cá thành hai ngăn, với các kích thước  $a, b$  (đơn vị  $\text{dm}$ ) như hình vẽ. Tính  $a, b$  để bể cá tốn ít nguyên liệu nhất (tính cả tấm kính ở giữa), coi bể dày các tấm kính như nhau và không ảnh hưởng đến thể tích của bể.



**Lời giải**

Thể tích của bể cá:  $V = 3ab = 72 \text{ dm}^3 \Leftrightarrow b = \frac{72}{3a} = \frac{24}{a}$ , với  $a, b > 0$ .

Diện tích kính để làm bể cá như hình vẽ:

$$S = 3 \cdot 3a + 2 \cdot 3b + ab = 9a + 6 \cdot \frac{24}{a} + a \cdot \frac{24}{a} = 9a + \frac{144}{a} + 24 \geq 2\sqrt{9a \cdot \frac{144}{a}} + 24, \text{ suy ra } S \geq 96.$$

$$S = 96$$

$$9a = \frac{144}{a} \Leftrightarrow$$

$$a = 4$$

suy ra  $b = 6$

Vậy để bể cá tốn ít nguyên liệu nhất thì  $a = 4 \text{ dm}$ ;  $b = 6 \text{ dm}$ .

**Bài 6.** Ông Nam cần xây dựng một bể nước mưa có thể tích  $V = 8(\text{m}^3)$  dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài gấp  $\frac{4}{3}$  lần chiều rộng, đáy và nắp đổ bê tông, cốt thép; xung quanh xây bằng gạch và xi măng.

Biết rằng chi phí trung bình là  $980.000đ/m^2$  và ở nắp để hở một khoảng hình vuông có diện tích bằng  $\frac{2}{9}$  diện tích nắp bể. Tính chi phí thấp nhất mà ông Nam phải chi trả (làm tròn đến hàng nghìn đồng).

**Lời giải**

Gọi chiều rộng của bể là  $3x$  (m), chiều dài bể là  $4x$  (m) và chiều cao của bể là  $\frac{2}{3x^2}$  (m).

Khi đó tổng diện tích bề mặt xây là:

$$T = (3x + 4x) \cdot 2 \cdot \frac{2}{3x^2} + 2 \cdot 3x \cdot 4x - \frac{2}{9} \cdot 3x \cdot 4x = \frac{28}{3x^2} + \frac{64x^2}{3} \geq 2 \cdot \sqrt{\frac{28}{3x^2} \cdot \frac{64x^2}{3}} = \frac{32\sqrt{7}}{3} \text{ (m}^2\text{)}.$$

Chi phí (tính theo đồng) xây dựng là:  $C = T \cdot 980000 \geq \frac{32\sqrt{7}}{3} \cdot 980000 \approx 27657000$  (đồng).

## PHẦN B

## TRẮC NGHIỆM VÀ TỰ LUẬN TỔNG HỢP GỒM BỐN PHẦN

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1.** “ $a$  bé hơn  $-\frac{1}{2}$ ” kí hiệu là:

A.  $a > -\frac{1}{2}$ .

B.  $a \geq -\frac{1}{2}$ .

C.  $a < -\frac{1}{2}$ .

D.  $a \leq -\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

“ $a$  bé hơn  $-\frac{1}{2}$ ” kí hiệu là:  $a < -\frac{1}{2}$

**Câu 2.** “ $x$  lớn hơn hoặc bằng 2025” kí hiệu là:

A.  $x > 2025$ .

B.  $x \geq 2025$ .

C.  $x < 2025$ .

D.  $x \leq 2025$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

“ $x$  lớn hơn hoặc bằng 2025” kí hiệu là:  $x \geq 2025$

**Câu 3.** “ $y$  không lớn hơn  $-\frac{1}{2025}$ ” kí hiệu là:

A.  $y > -\frac{1}{2025}$ .

B.  $y \geq -\frac{1}{2025}$ .

C.  $y < -\frac{1}{2025}$ .

D.  $y \leq -\frac{1}{2025}$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

“ $y$  không lớn hơn  $-\frac{1}{2025}$ ” có nghĩa là “ $y$  nhỏ hơn hoặc bằng  $-\frac{1}{2025}$ ” kí hiệu là:  $y \leq -\frac{1}{2025}$

**Câu 4.** “ $z$  không bé hơn 2026” kí hiệu là:

A.  $z \geq 2026$ .

B.  $z > 2026$ .

C.  $z \leq 2026$ .

D.  $z < 2026$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

“ $z$  không bé hơn 2026” có nghĩa là “ $z$  lớn hơn hoặc bằng 2026” kí hiệu là:  $z \geq 2026$

**Câu 5.** Biển báo giao thông hình bên dưới là biển báo tốc độ tối đa cho phép: Các xe cơ giới chạy không vượt quá tốc độ ghi trên biển (trừ xe ưu tiên theo quy định).



Gọi  $v(km/h)$  là tốc độ các xe cơ giới chạy không vượt quá tốc độ ghi trên biển (trừ xe ưu tiên theo quy định). Chọn câu đúng.

A.  $v < 60$ .

B.  $v \leq 60$ .

C.  $v > 60$ .

D.  $v = 60$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

$v(km/h)$  là tốc độ các xe cơ giới chạy không vượt quá tốc độ ghi trên biển (trừ xe ưu tiên theo quy định) nên ta có:  $v \leq 60$

**Câu 6.** Biển báo giao thông hình bên dưới là biển báo biển báo Cự ly tối thiểu giữa hai xe: Các xe ô tô phải di chuyển cách nhau một khoảng tối thiểu ghi trên biển.



Gọi  $d(m)$  là khoảng cách các xe ô tô phải di chuyển cách nhau một khoảng tối thiểu ghi trên biển. Chọn câu đúng.

A.  $d > 8$ .

B.  $d \leq 8$ .

C.  $d = 8$ .

D.  $d \geq 8$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

$d(m)$  là khoảng cách các xe ô tô phải di chuyển cách nhau một khoảng tối thiểu ghi trên biển nên ta có:  $d \geq 8$

**Câu 7.** Gọi  $x$  là số kg của con Bò,  $y$  là số kg của con Voi, biết rằng con Bò có số kg nhỏ hơn con Voi. Sau 2 năm, số kg của con Bò tăng thêm 30kg và số kg của con Voi tăng thêm 80kg. Bất đẳng thức nào sau đây biểu diễn mối quan hệ về số kg của con Bò và con Voi sau 2 năm.

A.  $x + 30 \leq y + 80$ .

B.  $x + 30 < y + 80$ .

C.  $x + 80 < y + 30$ .

D.  $x + 80 \leq y + 30$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Để biểu diễn con Bò có số kg nhỏ hơn con Voi, ta có bất đẳng thức  $x < y$  (1)

Sau 2 năm, số kg của con Bò tăng thêm 30kg và số kg của con Voi tăng thêm 80kg ta có bất đẳng thức  $30 < 80$  (2)

bất đẳng thức (1) và (2) cùng chiều nên ta có:  $x + 30 < y + 80$

Bất đẳng thức nào sau đây biểu diễn mối quan hệ về số kg của con Bò và con Voi sau 2 năm là :

$x + 30 < y + 80$

**Câu 8.** Hãy chọn câu sai

- A. Nếu  $ab > 0$  thì  $a, b$  cùng dấu.
- B. Nếu  $ab < 0$  thì  $a, b$  trái dấu.
- C. Nếu  $a > b$  và  $b > c$  thì  $a < c$ .**
- D. Với hai số thực  $a, b$  dương, nếu  $a > b$  thì  $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Nếu  $a > b$  và  $b > c$  thì  $a > c$ .

**Câu 9.** Hãy chọn câu sai

- A. Nếu  $a > b$  và  $c < 0$  thì  $ac > bc$ .**
- B. Nếu  $a < b$  và  $c < 0$  thì  $ac > bc$ .
- C. Nếu  $a \geq b$  và  $c < 0$  thì  $ac \leq bc$ .
- D. Nếu  $a \geq b$  và  $c > 0$  thì  $ac \geq bc$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Khi nhân cả hai vế của một bất đẳng thức với cùng một số âm, ta được một bất đẳng thức mới ngược chiều với bất đẳng thức đã cho

Từ đó với  $a > b$  và  $c < 0$  thì  $ac < bc$  nên A sai.

**Câu 10.** Cho  $a > b$  và  $c > 0$ . Chọn kết luận đúng.

- A.  $bc > ac$ .
- B.  $bc \geq ac$ .
- C.  $ac \leq bc$ .
- D.  $ac > bc$ .**

**Lời giải**

**Chọn D.**

Khi nhân cả hai vế của bất đẳng thức với cùng một số dương, ta được một bất đẳng thức mới cùng chiều với bất đẳng thức đã cho.

Từ đó với  $a > b$  và  $c > 0$  thì  $ac > bc$  nên D đúng.

**Câu 11.** Cho  $m$  bất kỳ, chọn câu đúng.

- A.  $m - 3 > m - 4$ .**
- B.  $m - 3 < m - 5$ .
- C.  $m - 3 \geq m - 2$ .
- D.  $m - 3 \leq m - 6$

**Lời giải**

**Chọn A.**

Vì  $-3 > -4$  “cộng vào hai vế của bất đẳng thức với cùng một số  $m$  bất kỳ” ta được  $m - 3 > m - 4$

**Câu 12.** Biết rằng  $m > n$  với  $m, n$  bất kỳ, chọn câu đúng.

- A.  $m - 2025 > n - 2025$ .**
- B.  $m + 2025 < n + 2025$ .
- C.  $m - 2 < n - 2$ .
- D.  $n + 2 > m + 2$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Vì  $m > n$  “cộng vào hai vế của bất đẳng thức với cùng một số  $-2025$ ” ta được:  $m - 2025 > n - 2025$ .

**Câu 13.** Biết rằng  $m > n$  với  $m, n$  bất kỳ, chọn câu đúng.

- A.  $n + 2 > m + 2$ .**
- B.  $m + 3 < n + 3$ .
- C.  $m - 2 < n - 2$ .
- D.  $m - 3 > n - 3$ .**

## Lời giải

**Chọn D.**

Vì  $m > n$  “cộng vào hai vế của bất đẳng thức với cùng một số  $-3$ ” ta được:  $m-3 > n-3$ .

**Câu 14.** Cho  $x+2026 \leq y+2026$ . Chọn đáp án sai

- A.  $x < y$ .                      B.  $x = y$                       C.  $x \geq y$ .                      D.  $x \leq y$ .

## Lời giải

**Chọn C.**

Cộng cả hai vế của bất đẳng thức  $x+2026 \leq y+2026$  với  $-2026$  ta được:

$$x+2026 \leq y+2026 \text{ suy ra } x+2026+(-2026) \leq y+2026+(-2026) \text{ vậy } x \leq y.$$

Do đó đáp án A, B, D đúng và đáp án C sai

**Câu 15.** Cho  $x - \frac{1}{2026} \geq y - \frac{1}{2026}$ . Chọn đáp án sai

- A.  $x = y$ .                      B.  $x \geq y$ .                      C.  $x > y$ .                      D.  $x \leq y$ .

## Lời giải

**Chọn D.**

Cộng hai vế của bất đẳng thức  $x - \frac{1}{2026} \geq y - \frac{1}{2026}$  với  $\frac{1}{2026}$  ta được:

$$x - \frac{1}{2026} + \frac{1}{2026} \geq y - \frac{1}{2026} + \frac{1}{2026} \text{ vậy } x \geq y$$

Do đó đáp án A, B, C đúng và đáp án D sai

**Câu 16.** Cho  $a > b$  khi đó

- A.  $a-b > 0$ .                      B.  $a-b < 0$ .                      C.  $a-b = 0$ .                      D.  $a-b \leq 0$ .

## Lời giải

**Chọn A.**

Từ  $a > b$ , cộng  $-b$  vào hai vế ta được  $a-b > b-b$ , tức là  $a-b > 0$ .

**Câu 17.** So sánh  $m$  và  $n$  biết  $m - \frac{1}{2} = n$ .

- A.  $m < n$ .                      B.  $n \geq m$ .                      C.  $m \leq n$ .                      D.  $m > n$ .

## Lời giải

**Chọn D.**

Ta có:  $m - \frac{1}{2} = n$  suy ra  $m - n = \frac{1}{2}$  hay  $m - n > 0$  tức là  $m > n$ .

**Câu 18.** So sánh  $m$  và  $n$  biết  $m + \frac{1}{2} = n$ .

- A.  $m < n$ .                      B.  $n \leq m$ .                      C.  $m > n$ .                      D.  $m \geq n$ .

## Lời giải

**Chọn A.**

Ta có:  $m + \frac{1}{2} = n$  suy ra  $m - n = -\frac{1}{2}$  hay  $m - n < 0$  vậy  $m < n$ .

**Câu 19.** So sánh  $m$  và  $n$  biết  $m + 2025 = n$ .

- A.**  $m < n$ .                      **B.**  $n \leq m$ .                      **C.**  $m > n$ .                      **D.**  $m \geq n$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có:  $m + 2025 = n$  suy ra  $m - n = -2025$  hay  $m - n < 0$   
vậy  $m < n$ .

**Câu 20.** Cho  $a + 8 < b$ . Chọn khẳng định đúng.

- A.**  $a - 7 \leq b - 15$ .                      **B.**  $a - 7 < b - 15$ .                      **C.**  $a - 7 \geq b - 15$ .                      **D.**  $b - 15 \leq a - 7$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Cộng cả hai vế của bất đẳng thức  $a + 8 < b$  với  $-15$  ta được:  $a + 8 - 15 < b - 15$  hay  $a - 7 < b - 15$

**Câu 21.** Cho  $a - 3 < b$ . Chọn khẳng định đúng.

- A.**  $a + 10 < b + 13$ .                      **B.**  $a + 10 > b + 13$ .                      **C.**  $a + 10 = b + 13$ .                      **D.**  $a + 10 \geq b + 13$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Cộng cả hai vế của bất đẳng thức  $a - 3 < b$  với  $13$  ta được  $a - 3 + 13 < b + 13$  hay  $a + 10 < b + 13$

**Câu 22.** Hãy chọn câu đúng. Nếu  $a < b$  thì

- A.**  $-3a \geq -3b$ .                      **B.**  $-3a < -3b$ .                      **C.**  $-3a > -3b$ .                      **D.**  $-3b \leq -3a$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Với  $a < b$ , nhân cả hai vế của bất đẳng thức với  $-3$  ta được  $-3a > -3b$ .

**Câu 23.** Hãy chọn câu đúng. Nếu  $a > b$  thì

- A.**  $2a \leq 2b$ .                      **B.**  $3b < 3a$ .                      **C.**  $4b > 4a$ .                      **D.**  $5b \geq 5a$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

+ Với  $a > b$ , nhân cả hai vế của bất đẳng thức với  $-3$  ta được:  $-3a < -3b$ .

Tiếp tục cộng hai vế của bất đẳng thức với  $1$  ta được:  $-3a + 1 < -3b + 1$  nên A sai.

+ Vì  $a > b$  và  $-3 < 0$  nên  $-3a < -3b$  nên B đúng.

+ Vì  $a > b$  và  $3 > 0$  nên  $3a > 3b$  nên C sai.

+ Vì  $a > b \Leftrightarrow a - 1 > b - 1 \Leftrightarrow 3(a - 1) > 3(b - 1)$  nên D sai

**Câu 24.** Hãy chọn câu đúng. Nếu  $a > b$  thì

- A.**  $-2024a > -2024b$ .                      **B.**  $\frac{1}{2}a > \frac{1}{2}b$ .                      **C.**  $4b > 4a$ .                      **D.**  $\frac{b}{2025} \geq \frac{a}{2025}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

+ Với  $a > b$ , nhân cả hai vế của bất đẳng thức với  $-2024$  ta được:  $-2024a < -2024b$ . Do đó A sai.

+ Với  $a > b$ , nhân cả hai vế của bất đẳng thức với  $\frac{1}{2}$  ta được:  $\frac{1}{2}a > \frac{1}{2}b$ . Do đó B đúng.

+ Với  $a > b$  hay  $b < a$ , nhân cả hai vế của bất đẳng thức với  $4$  ta được:  $4b < 4a$ . Do đó C sai.

+ Với  $a > b$  hay  $b < a$ , nhân cả hai vế của bất đẳng thức với  $\frac{1}{2025}$  ta được:  $\frac{b}{2025} < \frac{a}{2025}$ . Do đó D sai.

**Câu 25.** Cho  $-3x-1 < -3y-1$ . Đáp án nào sau đây là đúng

- A.  $x < y$ .                      B.  $x > y$ .                      C.  $x = y$ .                      D.  $x \leq y$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Theo đề bài ta có:

$$\begin{aligned} -3x-1 &< -3y-1 \\ -3x-1+1 &< -3y-1+1 \\ -3x &< -3y \\ -3x\left(-\frac{1}{3}\right) &> -3y\left(-\frac{1}{3}\right) \\ x &> y \end{aligned}$$

**Câu 26.** Cho  $-2x+3 < -2y+3$ . Đáp án nào sau đây là đúng

- A.  $x < y$ .                      B.  $x > y$ .                      C.  $x = y$ .                      D.  $x \leq y$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Theo đề bài ta có:

$$\begin{aligned} -2x+3 &< -2y+3 \\ -2x+3-3 &< -2y+3-3 \\ -2x &< -2y \\ -2x\left(-\frac{1}{2}\right) &> -2y\left(-\frac{1}{2}\right) \\ x &> y \end{aligned}$$

**Câu 27.** Cho  $a-2 \leq b-1$ . Khẳng định nào dưới đây là **sai**

- A.  $2a-4 > 2b-2$ .              B.  $2a-4 < 2b-2$ .              C.  $2a-4 \geq 2b-2$ .              D.  $2a-4 \leq 2b-2$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Vì  $a-2 \leq b-1$  nên  $2(a-2) \leq 2(b-1)$  từ đó  $2a-4 \leq 2b-2$ . Nên D đúng.

**Câu 28.** Cho  $a+1 \leq b+2$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng

- A.  $2a+2 > 2b+4$ .              B.  $2a+2 < 2b+4$ .              C.  $2a+2 \geq 2b+4$ .              D.  $2a+2 \leq 2b+4$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Vì  $a+1 \leq b+2$  suy ra  $2(a+1) \leq 2(b+2)$  hay  $2a+2 \leq 2b+4$ . Nên D đúng.

**Câu 29.** Hãy chọn câu sai. Nếu  $a < b$  thì

- A.  $2a+1 < 2b+5$ .      B.  $7-3a > 4-3b$ .      C.  $7a-1 < 7b-1$ .      D.  $2-3a < 2-3b$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

+ Vì  $a < b$  suy ra  $2a < 2b$  nên  $2a+1 < 2b+1 < 2b+5$  hay  $2a+1 < 2b+5$  nên A đúng.

+ Vì  $a < b$  suy ra  $-3a > -3b$  nên  $7-3a > 7-3b > 4-3b$  hay  $7-3a > 4-3b$  nên B đúng.

+ Vì  $a < b$  suy ra  $7a < 7b$  hay  $7a-1 < 7b-1$  nên C đúng.

+ Vì  $a < b$  suy ra  $-3a > -3b$  hay  $2-3a > 2-3b$  nên D sai.

**Câu 30.** Một tam giác có độ dài các cạnh là 1, 2,  $x$  ( $x$  là số nguyên). Khi đó:

- A.  $x = 5$ .      B.  $x = 2$ .      C.  $x = 3$ .      D.  $x = 4$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Trong một tam giác: tổng hai cạnh luôn lớn hơn cạnh thứ 3. Do đó  $1+2 > x$  hay  $x < 3$

Mà  $x$  là số nguyên nên đáp án B là đáp án đúng

**Câu 31.** Cho  $a > b > 0$ . So sánh  $a^2$  và  $ab$ ;  $a^3$  và  $b^3$ .

- A.  $a^2 < ab$  và  $a^3 > b^3$ .      B.  $a^2 > ab$  và  $a^3 > b^3$ .  
C.  $a^2 < ab$  và  $a^3 < b^3$ .      D.  $a^2 > ab$  và  $a^3 < b^3$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

- Xét hiệu:  $a^2 - ab = a(a-b)$

Do  $a > b > 0$  nên  $a > 0; a > b$  suy ra  $a(a-b) > 0$ , do đó  $a^2 > ab$

- Xét hiệu:  $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

Do  $a > b > 0$  nên  $a-b > 0$  suy ra  $(a-b)(a^2 + ab + b^2) > 0$ , do đó  $a^3 > b^3$

**Câu 32.** Nếu  $a > b > 0$  thì  $2025a^3 \dots 2025b^3$ , dấu cần điền vào chỗ 3 chấm là

- A.  $>$ .      B.  $<$ .      C.  $=$ .      D.  $\leq$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

- Xét hiệu:  $2025a^3 - 2025b^3 = 2025(a^3 - b^3) = 2025(a-b)(a^2 + ab + b^2)$

Do  $a > b > 0$  nên  $a-b > 0$  suy ra  $2025(a-b)(a^2 + ab + b^2) > 0$ , do đó  $2025a^3 > 2025b^3$

**Câu 33.** Cho biết  $a-1 = b+2 = c-3$ . Hãy sắp xếp các số  $a, b, c$  theo thứ tự tăng dần.

- A.  $b < c < a$ .      B.  $a < b < c$ .      C.  $b < a < c$ .      D.  $a < c < b$

**Lời giải**

**Chọn C.**

Từ  $a-1=b+2$  suy ra  $a=b+2+1=b+3$ .

Từ  $b+2=c-3$  suy ra  $c=b+2+3=b+5$ .

Mà  $b < b+3 < b+5$  nên  $b < a < c$ .

**Câu 34.** Cho biết  $a=b-1=c-3$ . Hãy sắp xếp các số  $a, b, c$  theo thứ tự tăng dần.

- A.  $b < c < a$ .      B.  $a < b < c$ .      C.  $b < a < c$ .      D.  $a < c < b$

**Lời giải**

**Chọn B.**

Từ  $a=b-1$  suy ra  $b=a+1$ .

Từ  $a=c-3$  suy ra  $c=a+3$ .

Mà  $a < a+1 < a+3$  nên  $a < b < c$ .

**Câu 35.** Với  $x, y$  bất kỳ. Chọn khẳng định đúng.

- A.  $(x+y)^2 \leq 4xy$ .      B.  $(x+y)^2 > 4xy$ .      C.  $(x+y)^2 < 4xy$ .      D.  $(x+y)^2 \geq 4xy$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Xét hiệu:  $(x+y)^2 - 4xy = x^2 + 2xy + y^2 - 4xy = x^2 - 2xy + y^2 = (x-y)^2$

Mà  $(x-y)^2 \geq 0$  với mọi  $x, y$  nên  $(x+y)^2 \geq 4xy$

**Câu 36.** Khẳng định nào sau đây đúng với mọi  $x, y$ ?

- A.  $(x+y)^2 \geq 2xy$ .      B.  $(x+y)^2 = 2xy$ .      C.  $(x+y)^2 < 2xy$ .      D.  $(x+y)^2 > 2xy$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Xét hiệu:  $(x+y)^2 - 2xy = x^2 + 2xy + y^2 - 2xy = x^2 + y^2 \geq 0$  với mọi  $x, y$

Do đó  $(x+y)^2 \geq 2xy$

**Câu 37.** Cho  $x+y > 1$ . Chọn khẳng định đúng

- A.  $x^2 + y^2 \leq \frac{1}{2}$ .      B.  $x^2 + y^2 = \frac{1}{2}$ .      C.  $x^2 + y^2 < \frac{1}{2}$ .      D.  $x^2 + y^2 > \frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Từ  $x+y > 1$ , bình phương hai vế (hai vế đều dương) được  $x^2 + 2xy + y^2 > 1$  (1)

Từ  $(x-y)^2 \geq 0$  suy ra  $x^2 - 2xy + y^2 \geq 0$  (2)

Cộng từng vế (1) với (2) được  $2x^2 + 2y^2 > 1$  hay  $x^2 + y^2 > \frac{1}{2}$

**Câu 38.** Với mọi  $a, b$  khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\frac{a^2 + b^2}{2} < ab$ .      B.  $\frac{a^2 + b^2}{2} \leq ab$ .      C.  $\frac{a^2 + b^2}{2} \geq ab$ .      D.  $\frac{a^2 + b^2}{2} > ab$ .

## Lời giải

## Chọn C.

$$\text{Xét hiệu: } \frac{a^2 + b^2}{2} - ab = \frac{a^2 + b^2 - 2ab}{2} = \frac{(a-b)^2}{2} \geq 0 \text{ với mọi } a, b.$$

$$\text{Vậy } \frac{a^2 + b^2}{2} \geq ab.$$

**Câu 39.** Khẳng định nào sau đây đúng với mọi  $a, b$  là các số thực dương?

A.  $\frac{(a+b)^2}{ab} < 4.$

B.  $\frac{(a+b)^2}{ab} \geq 4.$

C.  $\frac{(a+b)^2}{ab} \leq 4.$

D.  $\frac{(a+b)^2}{ab} > 4.$

## Lời giải

## Chọn B.

$$\text{Xét hiệu: } \frac{(a+b)^2}{ab} - 4 = \frac{a^2 + 2ab + b^2 - 4ab}{ab} = \frac{a^2 - 2ab + b^2}{ab} = \frac{(a-b)^2}{ab}$$

$$\text{Do } ab > 0 \text{ và } (a-b)^2 \geq 0 \text{ với mọi } a, b \text{ dương nên } \frac{(a-b)^2}{ab} \geq 0 \text{ suy ra } \frac{(a+b)^2}{ab} \geq 4.$$

**Câu 40.** Chọn câu **đúng**, biết  $0 < a < b$ .

A.  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} < 2.$

B.  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 1.$

C.  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2.$

D.  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} > 2.$

## Lời giải

## Chọn D.

$$\text{Với } 0 < a < b \text{ ta có } (a-b)^2 > 0 \text{ hay } a^2 + b^2 > 2ab$$

$$\text{Khi đó } \frac{a^2}{ab} + \frac{b^2}{ab} > 2 \text{ vì } ab > 0$$

$$\text{Vậy } \frac{a}{b} + \frac{b}{a} > 2$$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 41.** Cho  $a > 1 > b$ .

a)  $a - b < 0$

b)  $a - 1 > 0$

c)  $1 - b > 0$

d)  $\frac{a}{2025} - 2026 > \frac{b}{2025} - 2026$

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>

Từ  $a > 1 > b$ , ta có  $a > b$

a) Cộng  $(-b)$  vào hai vế  $a > b$  ta được  $a + (-b) > b + (-b)$ , tức là  $a - b > 0$ .

Do đó a) sai.

b) Cộng cả hai vế của bất đẳng thức  $a > 1$  với  $(-1)$  ta được:  $a + (-1) > 1 + (-1)$  hay  $a - 1 > 0$ .

Do đó b) đúng.

c) Cộng cả hai vế của bất đẳng thức  $1 > b$  với  $(-b)$  ta được:  $1 + (-b) > b + (-b)$  hay  $1 - b > 0$ .

Do đó c) đúng.

d) ta có:

$$a > b$$

$$\frac{1}{2025} \cdot a > \frac{1}{2025} \cdot b \text{ (nhân cả hai vế của bất đẳng thức } a > b \text{ với } \frac{1}{2025})$$

$$\frac{a}{2025} - 2026 > \frac{b}{2025} - 2026 \text{ (Cộng cả hai vế của bất đẳng thức } \frac{1}{2025} \cdot a > \frac{1}{2025} \cdot b \text{ với } (-2026))$$

Do đó d) đúng.

**Câu 42.** Cho biết  $a < b$ .

a)  $a - 1 < b - 1$

b)  $a - 1 < b$

c)  $a + 2 < b + 1$

d)  $2025a - \frac{1}{2026} < 2025b - \frac{1}{2025}$

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>

a) Vì  $a < b$ , cộng hai vế của bất đẳng thức với  $(-1)$  ta được  $a - 1 < b - 1$ , suy ra a) đúng.

b) Vì  $a - 1 < b - 1$  (câu trên) mà  $b - 1 < b$  nên  $a - 1 < b$ , suy ra b) đúng.

a) Vì  $a < b$ , cộng hai vế của bất đẳng thức với 1 ta được  $a + 1 < b + 1$  mà  $a + 1 < a + 2$  nên ta chưa đủ dữ kiện để nói rằng  $a + 2 < b + 1$ , suy ra c) sai.

d) Ta có:  $a < b$  hay  $2025a < 2025b$  (1)

$$\frac{1}{2026} > \frac{1}{2025} \text{ hay } -\frac{1}{2026} < -\frac{1}{2025} \text{ (2)}$$

Hai bất đẳng thức (1) và (2) cùng chiều nên:  $2025a - \frac{1}{2026} < 2025b - \frac{1}{2025}$ , suy ra d) đúng.

**Câu 43.** Cho hai biểu thức  $A = a^2 + 5$  và  $B = 4a$  với số  $a$  bất kỳ.

a)  $a^2 > 0$  với mọi  $a$ .

b) Giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng  $-5$  khi  $a = 0$ .

c)  $A < B$  với mọi  $a$ .

**d) Giá trị nhỏ nhất của  $A - B$  bằng 1 khi  $a = 2$ .**

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>

a) b)

ta có  $a^2 \geq 0$  với mọi  $a$  nên  $A = a^2 + 5 \geq 5$  với mọi  $a$

Do đó, giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng 5 khi  $a = 0$ .

c) Xét hiệu:  $A - B = a^2 + 5 - 4a = a^2 - 4a + 4 + 1 = (a - 2)^2 + 1 > 0$  (luôn đúng) nên  $a^2 + 5 > 4a$  hay  $A > B$

d) Ta có  $A - B = (a - 2)^2 + 1 \geq 1$  với mọi  $a$ .

Do đó, giá trị nhỏ nhất của  $A - B$  bằng 1 khi  $a - 2 = 0$  hay  $a = 2$ .

Giá trị nhỏ nhất của  $A - B$  bằng 1 khi  $a = 2$ .

**Câu 44.** Cho hai biểu thức  $A = a^2 + 3$  và  $B = -2a$  với số  $a$  bất kỳ.

a)  $a^2 \geq 0$  với mọi  $a$ .

**b) Giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng 3 khi  $a = 0$ .**

c)  $A < B$  với mọi  $a$ .

d) Giá trị nhỏ nhất của  $A - B$  bằng 4 khi  $a = -1$ .

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>

a) b)

ta có  $a^2 \geq 0$  với mọi  $a$  nên  $A = a^2 + 3 \geq 3$  với mọi  $a$

Do đó, giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng 3 khi  $a = 0$ .

c) Xét hiệu:  $A - B = a^2 + 3 + 2a = a^2 + 2a + 1 + 2 = (a + 1)^2 + 2 > 0$  (luôn đúng) nên  $a^2 + 3 > -2a$  hay  $A > B$

d) Ta có  $A - B = (a + 1)^2 + 2 \geq 2$  với mọi  $a$ .

Do đó, giá trị nhỏ nhất của  $A - B$  bằng 2 khi  $a + 1 = 0$  hay  $a = -1$ .

Giá trị nhỏ nhất của  $A - B$  bằng 2 khi  $a = -1$ .

**Câu 45.** Cho hai biểu thức  $A = a^2 + 8$  và  $B = 4a + 4$  với số  $a$  bất kỳ.

a)  $a^2 > 0$  với mọi  $a$ .

b) Giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng 0 khi  $a = 0$ .

c)  $A \geq B$  với mọi  $a$ .

d) Giá trị nhỏ nhất của  $A - B$  bằng 2 khi  $a = 0$ .

#### Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	SAI	ĐÚNG	SAI

a) b)

ta có  $a^2 \geq 0$  với mọi  $a$  nên  $A = a^2 + 8 \geq 8$  với mọi  $a$

Do đó, giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng 8 khi  $a = 0$ .

c) Xét hiệu:  $A - B = a^2 + 8 - 4a - 4 = a^2 - 4a + 4 = (a - 2)^2 \geq 0$  (luôn đúng) nên  $a^2 + 8 \geq 4a + 4$  hay  $A \geq B$

d) Ta có  $A - B = (a - 2)^2 \geq 0$  với mọi  $a$ .

Do đó, giá trị nhỏ nhất của  $A - B$  bằng 0 khi  $a - 2 = 0$  hay  $a = 2$ .

Giá trị nhỏ nhất của  $A - B$  bằng 0 khi  $a = 2$ .

**Câu 46.** Cho biểu thức  $A = -a^2 - 1$  với số  $a$  bất kỳ.

a)  $-a^2 < 0$  với mọi  $a$ .

b) Giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng 1 khi  $a = 0$ .

c)  $A > a$  với mọi  $a$ .

d) Giá trị lớn nhất của  $A - a$  bằng  $-\frac{3}{4}$  khi  $a = -\frac{1}{2}$ .

#### Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG

a) b)

ta có  $-a^2 \leq 0$  với mọi  $a$  nên  $A = -a^2 - 1 \leq 1$  với mọi  $a$

Do đó, giá trị lớn nhất của  $A$  bằng 1 khi  $a = 0$ .

c) Xét hiệu:  $A - a = -a^2 - 1 - a = -\left(a^2 + 2a \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) - \frac{3}{4} = -\left(a + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4} < 0$  (luôn đúng) nên  $-a^2 - 1 < a$

hay  $A < a$ .

d) Ta có  $A - a = -\left(a + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4} \leq -\frac{3}{4}$  với mọi  $a$ .

Do đó, giá trị lớn nhất của  $A - a$  bằng  $-\frac{3}{4}$  khi  $a + \frac{1}{2} = 0$  hay  $a = -\frac{1}{2}$ .

Giá trị lớn nhất của  $A - a$  bằng  $-\frac{3}{4}$  khi  $a = -\frac{1}{2}$ .

**Câu 47.** Cho biểu thức  $A = x^4 + 6x^2 - 7$  với  $x$  bất kỳ.

a)  $(x^2 - 4)^2 \geq 0$  với mọi  $x$ .

b)  $(x^2 - 4)^2 - 25 \leq -25$  với mọi  $x$

c)  $A = (x^2 - 4)^2 + 25$

d) Giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng 25 tại  $x = -2; x = 2$

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>

a) b)

Ta có  $(x^2 - 4)^2 \geq 0$  với mọi  $x$

Do đó  $(x^2 - 4)^2 - 25 \geq -25$  với mọi  $x$

c) d)

$A = x^4 - 8x^2 - 7 = x^4 - 8x^2 + 16 - 25 = (x^2 - 4)^2 - 25$

Ta có  $(x^2 - 4)^2 \geq 0$  với mọi  $x$

Do đó  $(x^2 - 4)^2 - 25 \geq -25$  với mọi  $x$

Giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng  $-25$  khi  $x^2 - 4 = 0$  hay  $x = -2; x = 2$

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng  $-25$  tại  $x = -2; x = 2$

**Câu 48.** Cho biểu thức  $A = -x^2 + 2x - 4y^2 - 4y + 5$  với  $x, y$  bất kỳ.

a)  $-(x-1)^2 \leq 0$  với mọi  $x$ .

b)  $4y^2 + 4y + 1 \geq 0$  với mọi  $y$ .

c)  $A = -(x-1)^2 - (2y+1)^2 - 3$

d) Giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng  $-3$  tại  $x=1$  và  $y = -\frac{1}{2}$ **Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>

a) Ta có  $-(x-1)^2 \leq 0$  với mọi  $x$ b) Ta có  $4y^2 + 4y + 1 = (2y+1)^2 \geq 0$  với mọi  $y$ .

c) d)

$$A = -x^2 + 2x - 4y^2 - 4y + 5 = -(x^2 - 2x) - (4y^2 + 4y) + 5 = -(x^2 - 2x + 1 - 1) - (4y^2 + 4y + 1 - 1) + 5$$

$$= -(x-1)^2 - (2y+1)^2 + 3$$

Ta có  $-(x-1)^2 \leq 0$  với mọi  $x$  và  $-(2y+1)^2 \leq 0$  với mọi  $y$ .Do đó  $-(x-1)^2 - (2y+1)^2 + 3 \leq 3$  với mọi  $x, y$ Giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng  $3$  khi  $x-1=0$  và  $2y+1=0$  hay  $x=1$  và  $y = -\frac{1}{2}$ Vậy giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng  $3$  tại  $x=1$  và  $y = -\frac{1}{2}$ **Câu 49.** Cho biểu thức  $B = -2x^2 + 4x - y^2 + 4y + 2026$  với  $x, y$  bất kỳ.a)  $-2(x-1)^2 \leq 2$  với mọi  $x$ .b)  $-y^2 - 4y - 4 < 0$  với mọi  $y$ .

c)  $B = -2(x-1)^2 - (y-2)^2 + 2020$

d) Giá trị nhỏ nhất của  $B$  bằng  $2020$  tại  $x=1$  và  $y=2$ **Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>

a) Ta có  $-2(x-1)^2 \leq 0$  với mọi  $x$ b) Ta có  $-y^2 - 4y - 4 = -(y-2)^2 \leq 0$  với mọi  $y$ .

c) d)

$$B = -2x^2 + 4x - y^2 + 4y + 2026 = -2(x^2 - 2x) - (y^2 - 4y) + 2026$$

$$= -2(x^2 - 2x + 1 - 1) - (y^2 - 4y + 4 - 4) + 2020 = -2(x-1)^2 - (y-2)^2 + 2020$$

Ta có  $-2(x-1)^2 \leq 0$  với mọi  $x$  và  $-(y-2)^2 \leq 0$  với mọi  $y$ .

Do đó  $-2(x-1)^2 - (y-2)^2 + 2020 \leq 2020$  với mọi  $x, y$

Giá trị nhỏ nhất của  $B$  bằng 2020 khi  $x-1=0$  và  $y-2=0$  hay  $x=1$  và  $y=2$

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $B$  bằng 2020 tại  $x=1$  và  $y=2$

**Câu 50.** Cho biết  $a > b$ .

a)  $a - b > 0$

b)  $a - 1 < b - 1$

c)  $a^3 + a^2b - (b^3 + ab^2) = (a - b)(a + b)^2$

d)  $a^3 + a^2b \leq b^3 + ab^2$

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>

a) Vì  $a > b$  nên  $a - b > 0$

b) Vì  $a > b$ , cộng hai vế của bất đẳng thức với  $(-1)$  ta được:  $a - 1 > b - 1$

c) d)

$$\begin{aligned} & a^3 + a^2b - (b^3 + ab^2) \\ &= a^2(a + b) - b^2(a + b) \\ &= (a^2 - b^2)(a + b) \\ &= (a - b)(a + b)(a + b) \\ &= (a - b)(a + b)^2 \end{aligned}$$

Vì  $a > b$  nên  $a - b > 0$  và  $(a + b)^2 \geq 0$  với mọi  $a, b$ .

Do đó  $(a - b)(a + b)^2 \geq 0$

Suy ra  $a^3 + a^2b \geq b^3 + ab^2$

**Câu 51.** Cho hai biểu thức  $A = a^2$  và  $B = ab - b^2$  với  $a, b$  bất kỳ.

a)  $A > 0$  với mọi  $a$ .

b)  $B \geq 0$  với mọi  $a, b$ .

c)  $A - B = \left(a - \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3b^2}{4}$

d)  $A > B$

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)

SAI	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG
-----	-----	------	------

a) ta có  $a^2 \geq 0$  với mọi  $a$  nên  $A \geq 0$  với mọi  $a$

b)  $B = ab - b^2 = b(a - b)$ . Do  $a, b$  bất kỳ nên không thể xác định được  $b(a - b)$ .

c) Xét hiệu:  $A - B = a^2 - (ab - b^2) = a^2 - ab + b^2 = \left(a - \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3b^2}{4}$

Vì  $\left(a - \frac{b}{2}\right)^2 \geq 0$  mọi  $a, b$  và  $\frac{3b^2}{4} \geq 0$  mọi  $b$

Nên  $a^2 \geq ab - b^2$  hay  $A \geq B$

**Câu 52.** Cho hai biểu thức  $M = x^2 + y^2 + \frac{1}{2}$  và  $N = x - 2y$  với  $x, y$  là hai số dương.

a)  $x^2 > 0$  và  $y^2 > 0$ .

b)  $M > \frac{1}{2}$

c)  $M - N = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2$ .

d)  $M > N$ .

### Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG

a) b)

Do  $x > 0, y > 0$  nên  $x^2 > 0, y^2 > 0$

Suy ra  $M = x^2 + y^2 + \frac{1}{2} > \frac{1}{2}$

c) d)

Xét hiệu:

$$M - N = x^2 + y^2 + \frac{1}{2} - (x - 2y)$$

$$= x^2 - x + \frac{1}{4} + y^2 + y + \frac{1}{4} + y$$

$$= \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + y$$

Do  $x > 0, y > 0$  nên  $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0; \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0; y > 0$

Suy ra  $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + y > 0$

Vậy  $x^2 + y^2 + \frac{1}{2} > x - 2y$  hay  $M > N$

**Câu 53.** Cho hai biểu thức  $M = x + y$  và  $N = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  với  $x, y$  là hai số dương.

a)  $xy \geq 0$

b)  $M.N = \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 2$

c)  $M.N = \frac{(x-y)^2}{xy} + 4.$

d) Giá trị nhỏ nhất của  $M.N$  bằng 2 khi  $x = y.$

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>

a) do  $x > 0, y > 0$  nên  $xy > 0$

b) c) d)

$$\begin{aligned} M.N &= (x+y) \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \\ &= \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 2 \\ &= \frac{x^2 + y^2 - 2xy + 2xy}{xy} + 2 \\ &= \frac{x^2 + y^2 - 2xy}{xy} + 4 \\ &= \frac{(x-y)^2}{xy} + 4 \end{aligned}$$

do  $x > 0, y > 0$  nên  $xy > 0$

suy ra  $\frac{(x-y)^2}{xy} \geq 0$  với mọi  $x > 0, y > 0.$

hay  $\frac{(x-y)^2}{xy} + 4 \geq 4$  với mọi  $x > 0, y > 0.$

Do đó, giá trị nhỏ nhất của  $M.N$  bằng 4 khi  $x = y$

**Chú ý:** Dùng bất đẳng thức Cauchy nhanh và dễ hơn.

**Câu 54.** Cho hai biểu thức  $M = 4(x^3 + y^3)$  và  $N = (x+y)^3$  với  $x, y$  là hai số dương.

a)  $x + y > 0$

b)  $N = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$

c)  $M - N = (x - y)^2(x + y)$ .

d)  $M \geq N$ .

## Lời giải

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>

a) Do  $x, y$  là hai số dương nên  $x + y > 0$ 

b)  $N = (x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$

c) d) Xét hiệu:

$$\begin{aligned}
 M - N &= 4(x^3 + y^3) - (x + y)^3 \\
 &= 4x^3 + 4y^3 - (x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3) \\
 &= 3x^3 - 3x^2y + 3y^3 - 3xy^2 \\
 &= 3x^2(x - y) - 3y^2(x - y) \\
 &= 3(x - y)(x^2 - y^2) \\
 &= 3(x - y)^2(x + y)
 \end{aligned}$$

Do  $x, y$  là hai số dương nên  $x + y > 0$  và  $(x - y)^2 \geq 0$  với mọi  $x, y$ .

Suy ra  $3(x - y)^2(x + y) \geq 0$

Vậy  $4(x^3 + y^3) \geq (x + y)^3$  hay  $M \geq N$

**Câu 55.** Cho  $a \geq b > 0$  và  $S = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{4}{a+b}$ .

a)  $a + b > 0$

b)  $ab \geq 0$

c)  $S = \frac{(a-b)^2}{ab(a+b)}$

d)  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \leq \frac{4}{a+b}$

## Lời giải

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>

a) Do  $a \geq b > 0$  nên  $a + b > 0$ b) Do  $a \geq b > 0$  nên  $ab > 0$ 

c)

$$S = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{4}{a+b} = \frac{a+b}{ab} - \frac{4}{a+b} = \frac{(a+b)^2 - 4ab}{ab(a+b)} = \frac{a^2 + 2ab + b^2 - 4ab}{ab(a+b)}$$

$$= \frac{a^2 - 2ab + b^2}{ab(a+b)} = \frac{(a-b)^2}{ab(a+b)}$$

Do đó c) đúng

d) Do  $a \geq b > 0$  nên  $a+b > 0$ ;  $ab > 0$  và  $(a-b)^2 \geq 0$  với mọi  $a, b$  suy ra  $\frac{(a-b)^2}{ab(a+b)} \geq 0$

Vậy  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$ . Do đó d) đúng

**Câu 56.** Cho hai biểu thức  $M = (a^2 + b^2)^2$  và  $N = ab(a+b)^2$  với hai số  $a, b$  bất kỳ.

a)  $M = a^4 + 2a^2b^2 + b^4$ .

b)  $N = a^3b + 2a^2b^2 + ab^3$

c)  $M - N = (a+b)^2(a^2 + ab + b^2)$ .

d)  $M > N$ .

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>

a)  $M = (a^2 + b^2)^2 = a^4 + 2a^2b^2 + b^4$

b)  $N = ab(a+b)^2 = a^3b + 2a^2b^2 + ab^3$

c) d)

Xét hiệu:

$$\begin{aligned} & (a^2 + b^2)^2 - ab(a+b)^2 \\ &= a^4 + 2a^2b^2 + b^4 - ab(a^2 + 2ab + b^2) \\ &= a^4 + 2a^2b^2 + b^4 - (a^3b + 2a^2b^2 + ab^3) \\ &= a^4 + 2a^2b^2 + b^4 - a^3b - 2a^2b^2 - ab^3 \\ &= (a^4 - a^3b) + (b^4 - ab^3) \\ &= a^3(a-b) - b^3(a-b) \\ &= (a^3 - b^3)(a-b) \\ &= (a-b)(a^2 + ab + b^2)(a-b) \\ &= (a-b)^2(a^2 + ab + b^2) \\ &= (a-b)^2 \left[ \left( a^2 + 2 \cdot a \cdot \frac{1}{2}b + \frac{1}{4}b^2 \right) + \frac{3}{4}b^2 \right] \end{aligned}$$

$$= (a-b)^2 \left[ \left( a + \frac{1}{2}b \right)^2 + \frac{3}{4}b^2 \right] \geq 0 \text{ với mọi } a, b.$$

Vậy  $(a^2 + b^2)^2 \geq ab(a+b)^2$  hay  $M \geq N$

**Câu 57.** Một cửa hàng nhập về 60 chiếc điện thoại Iphone 16 Pro từ nước ngoài với giá nhập vào là 20 triệu đồng/chiếc. Thuế và phí vận chuyển của 60 chiếc điện thoại đó lần lượt là 36 triệu đồng và 20 triệu đồng. Khi về Việt Nam, cửa hàng đó đã bán mỗi chiếc điện thoại với giá bán bằng 125% giá nhập vào.

iPhone 16 Pro Max Đài Loan



- a) Khi về Việt Nam, giá bán của mỗi chiếc điện thoại là 25 triệu đồng.  
 b) Số tiền cửa hàng nhận được sau khi bán hết 60 chiếc điện thoại là 1,6 tỷ đồng.  
 c) Số tiền cửa hàng dùng để nhập 60 chiếc điện thoại là 1,2 tỷ đồng.  
 d) Bạn Minh Hiền nhận định: “Sau khi bán hết 60 chiếc điện thoại đó, cửa hàng đã lãi hơn 245 triệu đồng”.

#### Lời giải

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>

- a) Khi về Việt Nam, giá bán của mỗi chiếc điện thoại là:  $20 \cdot 125\% = 25$  (triệu đồng).  
 b) Số tiền cửa hàng nhận được sau khi bán hết 60 chiếc điện thoại là:  $60 \cdot 25 = 1500$  (triệu đồng) hay 1,5 tỷ đồng.  
 c) Số tiền cửa hàng dùng để nhập 60 chiếc điện thoại là:  $60 \cdot 20 = 1200$  (triệu đồng) hay 1,2 tỷ đồng.  
 d) Số tiền lãi mà cửa hàng đó thu được khi bán hết 60 chiếc điện thoại là:  
 $1500 - (1200 + 36 + 20) = 244$  (triệu đồng).  
 Do  $244 < 245$  nên Bạn Minh Hiền nhận định là sai.

**Câu 58.** Một hãng taxi có giá cước như bảng sau:

Loại xe	Giá mở cửa (0 km đến 1 km)	Giá cước 29 km tiếp theo (trên 1 km đến 30 km)	Giá cước từ kilômét thứ 31 (trên 30 km)
Xe 4 chỗ	11 000 đồng	14 500 đồng/km	11 600 đồng/km
Xe 7 chỗ	11 000 đồng	15 500 đồng/km	13 600 đồng/km

Hai bạn Minh Hiền và Minh Nhân đã sử dụng dịch vụ của hãng taxi này để di chuyển. Bạn Minh Hiền đã đi 45 km bằng loại xe 4 chỗ. Bạn Minh Nhân đã đi 40 km bằng loại xe 7 chỗ.

a) Số tiền bạn Minh Hiền phải trả là 596500 (đồng).

b) Số tiền bạn Minh Nhân phải trả là 605500 (đồng).

c) Số tiền bạn Minh Hiền phải trả nhiều hơn số tiền bạn Minh Nhân phải trả là 9000 (đồng).

d) Thầy Tuấn nhận định: “Số tiền bạn Minh Hiền phải trả cao hơn số tiền bạn Minh Nhân phải trả và số tiền chênh lệch lớn hơn 9500 đồng”.

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>

a) Số tiền bạn Minh Hiền phải trả là:  $11000 + 14500 \cdot 29 + 11600 \cdot (45 - 30) = 605500$  (đồng).

b) Số tiền bạn Minh Nhân phải trả là:  $11000 + 15500 \cdot 29 + 13600 \cdot (40 - 30) = 596500$  (đồng).

c) Số tiền bạn Minh Hiền phải trả nhiều hơn số tiền bạn Minh Nhân phải trả là:

$$605500 - 596500 = 9000 \text{ (đồng)}.$$

d) Do  $9000 < 9500$  nên Thầy Tuấn nhận định là sai.

**Câu 59.** Cho các biển báo giao thông như sau:



**Biển báo 1**



**Biển báo 2**



**Biển báo 3**



**Biển báo 4**

- Biển báo 1 là biển báo hạn chế trọng lượng (trọng tải) toàn bộ của phương tiện: Cấm các phương tiện xe cơ giới và xe thô sơ (áp dụng cả xe ưu tiên) có trọng tải toàn bộ xe vượt quá số quy định được ghi trên biển báo cấm.

- Biển báo 2 là biển báo hạn chế chiều cao xe: Cấm các loại xe cơ giới/thô sơ (kể cả xe ưu tiên) có chiều cao vượt quá trị số ghi trên biển đi vào.

- Biển báo 3 là biển báo hạn chế chiều ngang xe: Cấm các loại xe cơ giới/thô sơ (kể cả xe ưu tiên) có chiều ngang vượt quá trị số ghi trên biển đi vào.

- Biển báo 4 là biển báo hạn chế chiều dài xe ô tô, máy kéo mooc hoặc sơ-mi-rơ-mooc: Cấm các loại xe cơ giới kéo mooc, xe sơ-mi-rơ-mooc có chiều dài vượt quá trị số ghi trên biển (kể cả xe ưu tiên) đi vào.

a) Nếu một xe tải đi trên đường đường có biển báo 1 với trọng tải toàn bộ của xe là  $x$  tấn thì phải thỏa mãn điều kiện  $x < 10$ .

b) Nếu một xe khách đi trên đường đường có biển báo 2 với chiều cao của xe là  $y$  mét thì phải thỏa mãn điều kiện  $y \geq 3,5$ .

c) Nếu một xe ô tô đi trên đường đường có biển báo 3 với chiều ngang của xe là  $z$  mét thì phải thỏa mãn điều kiện  $z \leq 3,2$ .

d) Nếu một máy kéo mooc đi trên đường đường có biển báo 1 với chiều dài của xe là  $w$  mét thì phải thỏa mãn điều kiện  $w \leq 14$ .

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>

Theo 4 biển báo ta có:

a) Nếu một xe tải đi trên đường đường có biển báo 1 với trọng tải toàn bộ của xe là  $x$  tấn thì phải thỏa mãn điều kiện  $x \leq 10$ . Do đó đáp án a) sai

b) Nếu một xe khách đi trên đường đường có biển báo 2 với chiều cao của xe là  $y$  mét thì phải thỏa mãn điều kiện  $y \leq 3,5$ . Do đó đáp án b) sai

c) Nếu một xe ô tô đi trên đường đường có biển báo 3 với chiều ngang của xe là  $z$  mét thì phải thỏa mãn điều kiện  $z \leq 3,2$ ...o đó đáp án c) đúng

d) Nếu một máy kéo mooc đi trên đường đường có biển báo 1 với chiều dài của xe là  $w$  mét thì phải thỏa mãn điều kiện  $w \leq 14$ . Do đó đáp án d) đúng

**Câu 60.** Nồng độ cồn trong máu (tiếng Anh là *Blood Alcohol Content*, viết tắt: BAC) được định nghĩa là tỉ lệ phần trăm lượng rượu (ethyl alcohol hoặc ethanol) trong máu của một người. Chẳng hạn, nồng độ cồn trong máu là 0,05% nghĩa là có 50 mg rượu trong 100 ml máu. Càng uống nhiều rượu bia thì nồng độ cồn trong máu càng cao và càng nguy hiểm khi tham gia giao thông. Nghị định 100/2019/NĐ-CP quy định mức xử phạt vi phạm hành chính đối với người điều khiển xe gắn máy uống rượu bia khi tham gia giao thông như sau:

Mức độ vi phạm	Hình thức xử phạt
<b>Mức 1:</b> Nồng độ cồn trong máu dương và chưa vượt quá 50 mg/100 ml máu	Từ 2 triệu đồng đến 3 triệu đồng và tước bằng lái xe từ 10 tháng đến 12 tháng
<b>Mức 2:</b> Nồng độ cồn trong máu vượt quá 50 mg/100 ml máu và chưa vượt quá 80 mg/100 ml máu	Từ 4 triệu đồng đến 5 triệu đồng và tước bằng lái xe từ 16 tháng đến 18 tháng
<b>Mức 3:</b> Nồng độ cồn trong máu vượt quá	Từ 6 triệu đồng đến 8 triệu đồng và tước

80 mg / 100 ml máu

bằng lái xe từ 22 tháng đến 24 tháng

Giả sử nồng độ cồn trong máu của một người sau khi uống rượu bia được tính theo công thức sau:  $y = 0,076 - 0,008t$ , trong đó  $y$  được tính theo đơn vị % và  $t$  là số giờ tính từ thời điểm uống rượu bia.

Thầy Toàn đã tham gia buổi tiệc với bạn bè và có uống bia Heineken silver.

a) Sau 2 giờ uống bia, nếu thầy Toàn điều khiển xe gắn máy tham gia giao thông mà gặp cảnh sát giao thông thì sẽ bị xử phạt ở mức 2, với hình thức xử phạt từ 4 triệu đồng đến 5 triệu đồng và tước bằng lái xe từ 16 tháng đến 18 tháng.

b) Sau 7 giờ uống bia, nếu thầy Toàn điều khiển xe gắn máy tham gia giao thông mà gặp cảnh sát giao thông thì sẽ bị xử phạt ở mức 1, với hình thức xử phạt từ 2 triệu đồng đến 3 triệu đồng và tước bằng lái xe từ 10 tháng đến 12 tháng.

c) Sau khi uống xong, nếu thầy Toàn điều khiển xe gắn máy tham gia giao thông mà gặp cảnh sát giao thông thì sẽ không bị xử phạt từ 6 triệu đồng đến 8 triệu đồng và tước bằng lái xe từ 22 tháng đến 24 tháng

d) Sau 9 giờ uống bia, thầy Toàn điều khiển xe gắn máy tham gia giao thông mà gặp cảnh sát giao thông thì sẽ không bị xử phạt.

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>

a) Sau 2 giờ uống bia Heineken silver, nồng độ cồn trong máu của thầy Toàn là:

$$y = 0,076 - 0,008.2 = 0,06(\%)$$

Tức là, nồng độ cồn trong máu là 60 mg rượu trong 100ml máu.

Do  $50 < 60 < 80$  nên thầy Toàn điều khiển xe gắn máy tham gia giao thông mà gặp cảnh sát giao thông thì sẽ bị xử phạt ở mức 2, với hình thức xử phạt từ 4 triệu đồng đến 5 triệu đồng và tước bằng lái xe từ 16 tháng đến 18 tháng.

b) Sau 7 giờ uống bia Heineken silver, nồng độ cồn trong máu của thầy Toàn là:

$$y = 0,076 - 0,008.7 = 0,02(\%)$$

Tức là, nồng độ cồn trong máu là 20 mg rượu trong 100ml máu.

Do  $20 < 50$  nên thầy Toàn điều khiển xe gắn máy tham gia giao thông mà gặp cảnh sát giao thông thì sẽ bị xử phạt ở mức 1, với hình thức xử phạt từ 2 triệu đồng đến 3 triệu đồng và tước bằng lái xe từ 10 tháng đến 12 tháng.

c) Sau khi uống bia Heineken silver, nồng độ cồn trong máu của thầy Toàn là:

$$y = 0,076 - 0,008.0 = 0,076(\%)$$

Tức là, nồng độ cồn trong máu là 76 mg rượu trong 100ml máu.

Do  $50 < 76 < 80$  nên thầy Toàn điều khiển xe gắn máy tham gia giao thông mà gặp cảnh sát giao thông thì sẽ bị xử phạt ở mức 2, với hình thức xử phạt từ 2 triệu đồng đến 3 triệu đồng và tước bằng lái xe từ 10 tháng đến 12 tháng.

Vậy sau khi uống xong, nếu thầy Toàn điều khiển xe gắn máy tham gia giao thông mà gặp cảnh sát giao thông thì sẽ không bị xử phạt từ 6 triệu đồng đến 8 triệu đồng và tước bằng lái xe từ 22 tháng đến 24 tháng (không bị xử phạt mức 3)

d) Thầy Toàn điều khiển xe gắn máy tham gia giao thông sẽ không bị xử phạt khi  $y = 0$

hay:  $0,076 - 0,008t = 0$

$$- 0,008t = -0,076$$

$$t = 9,5 \text{ giờ}$$

Vậy sau 9,5 giờ, thầy Toàn điều khiển xe gắn máy tham gia giao thông mà gặp cảnh sát giao thông thì sẽ không bị xử phạt.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.****Câu 61.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A = x^2 + 3x + 3$ .**Trả lời:** .....**Lời giải****Đáp án:** 0,75

$$A = x^2 + 3x + 3 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$$

Ta có  $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 \geq 0$  với mọi  $x$

Do đó  $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4}$  với mọi  $x$

Giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng  $\frac{3}{4}$  khi  $x + \frac{3}{2} = 0$  hay  $x = -\frac{3}{2}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng  $\frac{3}{4} = 0,75$  tại  $x = -\frac{3}{2}$ .

**Câu 62.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A = 4x^2 + 4x - 5$ .**Trả lời:** .....**Lời giải****Đáp án:** -6

$$A = 4x^2 + 4x - 5 = (2x - 1)^2 - 6$$

Ta có  $(2x - 1)^2 \geq 0$  với mọi  $x$

Do đó  $(2x - 1)^2 - 6 \geq -6$  với mọi  $x$

Giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng -6 khi  $2x - 1 = 0$  hay  $x = \frac{1}{2}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng -6 tại  $x = \frac{1}{2}$ .

**Câu 63.** Biểu thức  $A = (x - 3)(x + 5) + 4$  đạt giá trị nhỏ nhất khi  $x$  có giá trị bao nhiêu?**Trả lời:** .....**Lời giải****Đáp án:** -1

$$A = (x - 3)(x + 5) + 4 = x^2 + 2x - 15 + 4 = (x + 1)^2 - 12$$

Ta có  $(x + 1)^2 \geq 0$  với mọi  $x$

Do đó  $(x + 1)^2 - 12 \geq -12$  với mọi  $x$

Giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng -12 khi  $x + 1 = 0$  hay  $x = -1$

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng -12 tại  $x = -1$ .

**Câu 64.** Biểu thức  $A = 4 - 16x^2 - 8x$  đạt giá trị lớn nhất khi  $x$  có giá trị bao nhiêu?

Trả lời: .....

Lời giải

**Đáp án:**  $-0,75$

$$A = 4 - 16x^2 - 8x = 4 - (16x^2 + 8x) = 4 - [(4x)^2 + 2.4x + 1 - 1] = 5 - (4x + 1)^2$$

Ta có  $-(4x + 1)^2 \leq 0$  với mọi  $x$

Do đó  $5 - (4x + 1)^2 \leq 5$  với mọi  $x$

Giá trị lớn nhất của  $A$  bằng 5 khi  $4x + 1 = 0$  hay  $x = -\frac{1}{4}$

Vậy  $A$  có giá trị lớn nhất là 5 tại  $x = -\frac{1}{4} = -0,75$

**Câu 65.** Tìm  $x$  để biểu thức  $A = 2x - x^2 - 4$  đạt giá trị lớn nhất.

Trả lời: .....

Lời giải

**Đáp án:** 1

$$A = 2x - x^2 - 4 = -4 - (x^2 - 2x) = -4 - (x^2 - 2x + 1 - 1) = -3 - (x - 1)^2$$

Ta có  $-(x - 1)^2 \leq 0$  với mọi  $x$

Do đó  $-3 - (x - 1)^2 \leq -3$  với mọi  $x$

Giá trị lớn nhất của  $A$  bằng  $-3$  khi  $x - 1 = 0$  hay  $x = 1$

Vậy  $A$  có giá trị lớn nhất là  $-3$  tại  $x = 1$

**Câu 66.** Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $A = -9x^2 + 24x - 18$ .

Trả lời: .....

Lời giải

**Đáp án:**  $-2$

$$A = -9x^2 + 24x - 18 = -(9x^2 - 24x) - 18 = -(9x^2 - 2.3x.4 + 16 - 16) - 18 = -2 - (3x - 4)^2$$

Ta có  $-(3x - 4)^2 \leq 0$  với mọi  $x$

Do đó  $-2 - (3x - 4)^2 \leq -2$  với mọi  $x$

Giá trị lớn nhất của  $A$  bằng  $-2$  khi  $3x - 4 = 0$  hay  $x = \frac{4}{3}$

Vậy  $A$  có giá trị lớn nhất là  $-2$  tại  $x = \frac{4}{3}$

**Câu 67.** Tìm  $x$  để biểu thức  $A = 4x - x^2 - 1$  đạt giá trị lớn nhất.

Trả lời: .....

Lời giải

**Đáp án:** 2

$$A = 4x - x^2 - 1 = -(x^2 - 4x) - 1 = -(x^2 - 4x + 4 - 4) - 1 = 3 - (x - 2)^2$$

Ta có  $(x - 2)^2 \geq 0$  với mọi  $x$

Do đó  $3 - (x - 2)^2 \leq 3$  với mọi  $x$

Giá trị lớn nhất của  $A$  bằng 3 khi  $x - 2 = 0$  hay  $x = 2$

Vậy  $A$  có giá trị lớn nhất là 3 tại  $x = 2$

**Câu 68.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A = 2x^2 + 2xy - 6x + y^2 + 21$ .

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 12

$$A = 2x^2 + 2xy - 6x + y^2 + 21 = x^2 + 2xy + y^2 + x^2 - 6x + 9 + 12 = (x + y)^2 + (x - 3)^2 + 12$$

Ta có  $(x + y)^2 \geq 0$ ;  $(x - 3)^2 \geq 0$  với mọi  $x, y$

Do đó  $(x + y)^2 + (x - 3)^2 + 12 \geq 12$  với mọi  $x, y$

Giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng 12 khi  $x + y = 0$  và  $x - 3 = 0$  hay  $x = -y$  và  $x = 3$  suy ra  $x = 3$  và  $y = -3$

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng 12 tại  $x = 3$  và  $y = -3$ .

**Câu 69.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A = x^2 + 5y^2 + 2x - 10y + 14$ .

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 8

$$\begin{aligned} A &= x^2 + 5y^2 + 2x - 10y + 14 = x^2 + 2x + 5(y^2 - 2y) + 14 = x^2 + 2x + 1 + 5(y^2 - 2y + 1 - 1) + 8 \\ &= (x + 1)^2 + 5(y - 1)^2 + 8 \end{aligned}$$

Ta có  $(x + 1)^2 \geq 0$ ;  $5(y - 1)^2 \geq 0$  với mọi  $x, y$

Do đó  $(x + 1)^2 + 5(y - 1)^2 + 8 \geq 8$  với mọi  $x, y$

Giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng 8 khi  $x + 1 = 0$  và  $y - 1 = 0$  hay  $x = -1$  và  $y = 1$

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng 8 tại  $x = -1$  và  $y = 1$

**Câu 70.** Biểu thức  $A = x^2 + 4y^2 + z^2 - 2x + 8y - 6z + 15$  đạt giá trị nhỏ nhất khi  $x = x_0, y = y_0, z = z_0$ .

Tính  $x_0 + y_0 + z_0$ .

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 3

$$\begin{aligned} A &= x^2 + 4y^2 + z^2 - 2x + 8y - 6z + 15 \\ &= x^2 - 2x + 1 + 4y^2 + 8y + 4 + z^2 - 6z + 9 + 2011 \\ &= (x - 1)^2 + 4(y + 1)^2 + (z - 3)^2 + 2011 \end{aligned}$$

Ta có  $(x-1)^2 \geq 0$ ;  $4(y+1)^2 \geq 0$ ;  $(z-3)^2 \geq 0$  với mọi  $x, y, z$

Do đó  $(x-1)^2 + 4(y+1)^2 + (z-3)^2 + 2011 \geq 2011$  với mọi  $x, y, z$

Giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng 2011 khi  $x-1=0$ ;  $y+1=0$ ;  $z-3=0$  và hay  $x=1$ ;  $y=-1$ ;  $z=3$

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $A$  bằng 2011 tại  $x=1$ ;  $y=-1$ ;  $z=3$

Do đó  $x_0 + y_0 + z_0 = 1 + (-1) + 3 = 3$

**PHẦN IV. Câu tự luận. Mỗi câu hỏi thí sinh trình bày cách giải tự luận.**

**Câu 71.** Doanh nghiệp tư nhân Thành Đạt – Nha Trang chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay, doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe honda Future Fi với chi phí mua vào một chiếc là 27 (triệu đồng) và bán với giá 31 (triệu đồng) mỗi chiếc. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 (triệu đồng) mỗi chiếc thì số lượng xe bán ra trong một năm sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp Thành Đạt phải định giá bán mới là bao nhiêu để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất?

**Lời giải**

Gọi  $x$  ( $0 < x < 31$ , đơn vị: triệu đồng) là giá bán mới.

Khi đó:

Số tiền đã giảm là:  $31 - x$ .

Số lượng xe tăng lên là:  $200(31 - x)$

Vậy tổng số sản phẩm bán được là:  $600 + 200(31 - x) = 6800 - 200x$  (triệu đồng)

Doanh thu mà doanh nghiệp sẽ đạt được là:  $(6800 - 200x)x$  (triệu đồng)

Tiền vốn mà doanh nghiệp phải bỏ ra là:  $(6800 - 200x).27$  (triệu đồng)

Lợi nhuận mà công ty đạt được sẽ là:

$$T = \text{Doanh thu} - \text{Tiền vốn} = (6800 - 200x)x - (6800 - 200x).27 = -200x^2 + 12200x - 183600 \text{ (triệu đồng)}$$

Bài toán trở thành tìm  $x$  để  $T$  lớn nhất  $T = -200x^2 + 12200x - 183600$  với  $0 < x < 31$

$$T = -200x^2 + 12200x - 183600 = T = -200\left(x - \frac{61}{2}\right)^2 + 2450 \leq 2450$$

lợi nhuận lớn nhất khi  $x = 30,5$ .

Vậy giá bán mới là 30,5 (triệu đồng)

**Câu 72.** Một cơ sở sản xuất khăn mặt tại Nha Trang đang bán mỗi chiếc khăn với giá 30000 đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 3000 chiếc khăn. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhuận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 30000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 18000. Hỏi cơ sở sản xuất phải bán với giá mới là bao nhiêu để đạt lợi nhuận lớn nhất ?



### Lời giải

Gọi  $x$  là số lần tăng giá chiếc khăn, với  $0 < x < 30$

Mỗi lần tăng giá thì số chiếc khăn bán được là  $3000 - 100x$  (chiếc).

Số tiền chiếc khăn sau mỗi lần tăng là:  $30000 + 1000x$  đồng

Chi phí nguyên vật liệu để sản xuất khăn mỗi tháng là  $(3000 - 100x)18000$  đồng

Số tiền thu được mỗi tháng là  $(30000 + 1000x)(3000 - 100x)$  đồng

Khi đó, lợi nhuận thu được mỗi tháng là:

$$T = (30000 + 1000x)(3000 - 100x) - (3000 - 100x)18000 = 100000(-x^2 + 18x + 360) \text{ đồng}$$

Bài toán trở thành tìm  $x$  để  $T$  lớn nhất  $T = 100000(-x^2 + 18x + 360)$  với  $0 < x < 30$

$$\begin{aligned} T &= 100000(-x^2 + 18x + 240) \\ &= 100000\left[(-x^2 + 18x - 81) + 441\right] \\ &= 100000\left[-(x-9)^2 + 441\right] \leq 100000 \cdot 441 = 44100000 \end{aligned}$$

Lợi nhuận thu được lớn nhất mỗi tháng là:  $T = 100000(-9^2 + 18 \cdot 9 + 360) = 44100000$  đồng khi  $x = 9$

Vậy phải bán mỗi cốc cà phê với giá  $30000 + 1000x = 30000 + 1000 \cdot 9 = 39000$  đồng thì đạt lợi nhuận lớn nhất.

**Câu 73.** Một đội bóng đá thi đấu trong một sân vận động có sức chứa 55 000 khán giả. Với giá mỗi vé là 100 nghìn đồng, số khán giả trung bình là 27 000 người. Qua thăm dò dư luận, người ta thấy rằng mỗi khi giá vé giảm thêm 10 nghìn đồng, sẽ có thêm khoảng 3000 khán giả. Hỏi ban tổ chức nên đặt giá vé là bao nhiêu để doanh thu từ tiền bán vé là lớn nhất?



### Lời giải

Gọi  $x$  ( $x > 0$ ) là số lần giảm giá vé.

Khi đó giá vé sau khi giảm là  $100 - 10x$  (nghìn đồng).

Sau mỗi lần giảm giá thì có thêm  $3000x$  khán giả.

Do đó tổng số khán giả đến xem là  $27000 + 3000x$  (nghìn đồng).

Vì sân vận động có sức chứa 55 000 khán giả nên

$$27000 + 3000x \leq 55000$$

$$x \leq \frac{28}{3}$$

Doanh thu từ tiền bán vé là:

$$T = (27000 + 3000x)(100 - 10x) = -30000x^2 + 30000x + 2700000 \text{ (nghìn đồng)}.$$

Yêu cầu bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của

$$T = -30000x^2 + 30000x + 2700000 \quad \left(0 < x \leq \frac{28}{3}\right)$$

$$T = -30000x^2 + 30000x + 2700000$$

$$= -30000\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 2707500 \leq 2707500$$

Giá trị lớn nhất là  $T = 2707500$  khi  $x = \frac{1}{2}$

Khi đó giá vé sau khi giảm là  $100 - 10 \cdot \frac{1}{2} = 95$  (nghìn đồng).

Vậy ban tổ chức nên đặt giá vé là 95 nghìn đồng thì doanh thu tiền bán vé là lớn nhất.

**Câu 74.** Chị Mai xây dựng 32 phòng trọ cho sinh viên trường Đại Học Nha Trang thuê. Biết giá cho thuê mỗi tháng là 2.000.000 đồng trên 1 phòng trọ, thì không có phòng trống. Nếu cứ tăng giá mỗi phòng trọ lên 200.000 đồng trên 1 tháng, thì sẽ có 2 phòng bị bỏ trống. Hỏi chị Mai sẽ cho thuê phòng trọ với giá là bao nhiêu để có thu nhập mỗi tháng cao nhất?



### Lời giải

Gọi  $x$  là số lần tăng giá phòng trọ, với  $0 < x < 16$

Mỗi lần tăng giá thì số phòng trọ cho thuê là  $32 - 2x$  (căn).

Số tiền thuê một phòng trọ sau mỗi lần tăng là:  $2000000 + 200000x$  đồng

Khi đó tổng số tiền cho thuê phòng trọ 1 tháng là:

$$T = (32 - 2x)(2000000 + 200000x) = 400000(-x^2 + 6x + 160) \text{ đồng}$$

Bài toán trở thành tìm  $x$  để  $T$  lớn nhất:  $T = 400000(-x^2 + 6x + 160)$  với  $0 < x < 16$

$$\begin{aligned} T &= 400000(-x^2 + 6x + 160) \\ &= 400000(-x^2 + 6x - 9 + 169) \\ &= -400000(x - 3)^2 + 67600000 \leq 67600000 \end{aligned}$$

Vậy giá trị lớn nhất là  $T = 67600000$  khi  $x = 3$

Để có thu nhập mỗi tháng cao nhất, Chị Mai sẽ cho thuê phòng trọ với giá là:

$$2000000 + 200000x = 2000000 + 200000.3 = 2600000 \text{ (đồng).}$$

**Câu 75.** Một quán cà phê Highlands Nha Trang sắp khai trương, đang nghiên cứu thị trường để định giá bán cho mỗi cốc cà phê. Sau khi nghiên cứu, người quản lý thấy rằng nếu bán với giá 20000 đồng một cốc thì mỗi tháng trung bình sẽ bán được 2000 cốc, còn từ mức giá 20000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì sẽ bán ít đi 100 cốc. Biết chi phí nguyên vật liệu để pha một cốc cà phê không thay đổi là 18000 đồng. Quán cà phê Highlands Nha Trang phải bán mỗi cốc cà phê với giá bao nhiêu thì đạt lợi nhuận lớn nhất.



### Lời giải

Gọi  $x$  là số lần tăng giá cốc phê, với  $0 < x < 20$

Sau  $x$  là số lần tăng giá thì số cốc cà phê bán được là  $2000 - 100x$  (cốc).

Số tiền cốc phê sau mỗi lần tăng là:  $20000 + 1000x$  đồng

Chi phí nguyên vật liệu để pha cà phê mỗi tháng là  $(2000 - 100x)18000$  đồng

Số tiền thu được mỗi tháng là  $(20000 + 1000x)(2000 - 100x)$  đồng

Khi đó, lợi nhuận thu được mỗi tháng là:

$$T = (20000 + 1000x)(2000 - 100x) - (2000 - 100x)18000 = 100000(-x^2 + 18x + 240) \text{ đồng}$$

Bài toán trở thành tìm  $x$  để  $T$  lớn nhất:  $T(x) = 100000(-x^2 + 18x + 240)$  với  $0 < x < 20$

$$\begin{aligned} T(x) &= 100000(-x^2 + 18x + 240) \\ &= -100000(x - 9)^2 + 32100000 \leq 32100000 \end{aligned}$$

Lợi nhuận thu được lớn nhất mỗi tháng là:  $T = 32100000$  đồng khi  $x = 9$

Vậy phải bán mỗi cốc cà phê với giá  $20000 + 1000x = 20000 + 1000.9 = 29000$  đồng thì đạt lợi nhuận lớn nhất.

**Câu 76.** Người quản lí của một khu chung cư có 100 căn hộ cho thuê nhận thấy rằng tất cả các căn hộ sẽ có người thuê nếu giá thuê một căn hộ là 8 triệu đồng một tháng. Một cuộc khảo sát thị trường cho thấy rằng, trung bình cứ mỗi lần tăng giá thuê căn hộ thêm 100 nghìn đồng thì sẽ có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Người quản lí nên đặt giá thuê mỗi căn hộ là bao nhiêu để doanh thu là lớn nhất?



**Lời giải**

Gọi  $x$  là số lần tăng giá ( $0 < x < 100$ ).

Mỗi lần tăng giá thì số căn hộ cho thuê là  $100 - x$  (căn).

Số tiền thuê căn hộ sau mỗi lần tăng là:  $8\,000\,000 + 100\,000x$ .

Khi đó tổng số tiền cho thuê căn hộ 1 tháng là:

$$\begin{aligned} T &= (8\,000\,000 + 100\,000x)(100 - x) \\ &= 800\,000\,000 - 8\,000\,000x + 10\,000\,000x - 100\,000x^2 \\ &= 800\,000\,000 + 2\,000\,000x - 100\,000x^2 \end{aligned}$$

Bài toán trở thành tìm  $x$  để  $T$  lớn nhất

Xét  $T = 800\,000\,000 + 2\,000\,000x - 100\,000x^2$  với  $0 < x < 100$ .

$$T = -100000x^2 + 2000000x + 800000000$$

$$T = -100000(x - 10)^2 + 900000000 \leq 900000000$$

Giá trị lớn nhất là  $T = 900000000$  khi  $x = 10$

Vậy doanh thu lớn nhất khi người quản lí đặt giá thuê căn hộ là  $8\,000\,000 + 100\,000.10 = 9\,000\,000$  (đồng).

**Câu 77.** Công ty bất động sản Sealand Nha Trang có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 000 000 đồng một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 100 000 đồng một tháng thì có thêm hai căn hộ bị bỏ trống. Gọi  $x$  là số lần tăng giá căn hộ.



### Lời giải

Ta có  $x$  là số lần tăng giá căn hộ, với  $0 < x < 25$

Mỗi lần tăng giá thì số căn hộ cho thuê là  $50 - 2x$  (căn).

Số tiền thuê một căn hộ sau mỗi lần tăng là:  $2000000 + 100000x$

Khi đó tổng số tiền cho thuê căn hộ 1 tháng là:

$$T = (50 - 2x)(2000000 + 100000x) = 200000(-x^2 + 5x + 600)$$

Bài toán trở thành tìm  $x$  để  $T$  lớn nhất

$$T = 200000(-x^2 + 5x + 600) \text{ với } 0 < x < 25$$

$$= 200000\left(-x^2 + 2 \cdot \frac{5}{2}x - \frac{25}{4} + \frac{25}{4} + 600\right)$$

$$= -200000\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + 121250000 \leq 121250000$$

Giá trị lớn nhất là  $T = 121250000$  khi  $x = \frac{5}{2}$

Vậy doanh thu lớn nhất khi công ty đặt giá thuê căn hộ là:

$$2000000 + 100000x = 2000000 + 100000 \cdot \frac{5}{2} = 2250000 \text{ (đồng)}.$$

**Câu 78.** Một công ty kinh doanh bất động sản có 20 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 triệu đồng/1 tháng thì tất cả các căn hộ đều có người thuê. Nhưng cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 200 nghìn đồng/1 tháng thì có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Hỏi công ty nên cho thuê mỗi căn hộ bao nhiêu triệu đồng/1 tháng để tổng số tiền thu được là lớn nhất?



### Lời giải

Cứ tăng thêm 200 nghìn đồng vào giá thuê một căn hộ trên một tháng thì có một căn hộ bị bỏ trống.

Gọi số lần tăng 200 nghìn đồng vào giá thuê một căn hộ trên một tháng là  $x (x \in \mathbb{N}^*)$ .

Khi đó  $x$  cũng là số căn hộ bị bỏ trống.

Tổng số tiền công ty thu được lúc này là

$$T = (2000 + 200x)(20 - x) = -200x^2 + 2000x + 40000 \text{ (nghìn đồng).}$$

Xét  $T = -200x^2 + 2000x + 40000$  với  $x \in \mathbb{N}^*$

$$\begin{aligned} T &= -200(x^2 - 10x - 200) \\ &= -200(x^2 - 10x + 25 - 25 - 200) \\ &= -200(x - 5)^2 + 45000 \leq 45000 \end{aligned}$$

ta thấy hàm số  $T$  đạt giá trị lớn nhất bằng 45000 khi  $x = 5$ .

Khi đó, số tiền tăng lên khi cho thuê một căn hộ là  $200 \cdot 5 = 1\,000$  nghìn đồng = 1 triệu đồng.

Vậy công ty nên cho thuê mỗi căn hộ 3 triệu đồng/1 tháng thì tổng số tiền thu được là lớn nhất.

**Câu 79.** Cửa hàng Điện Máy Chợ Lớn bán lẻ được 2500 cái ti vi mỗi năm. Để đặt hàng về bán, chi phí cố định cho mỗi lần đặt là 2000000 (đồng) cộng thêm 900000 (đồng) mỗi cái. Mỗi lần cửa hàng đặt hàng về, một nửa số lượng đó được gửi vào kho chứa hàng, biết chi phí gửi trong kho chứa hàng là 1000000 (đồng) một cái mỗi năm. Cửa hàng nên đặt hàng về bán mỗi lần bao nhiêu cái ti vi để tổng chi phí mà cửa hàng phải trả cho mỗi lần đặt là nhỏ nhất.



### Lời giải

Gọi  $x$  là số ti vi mà cửa hàng đặt mỗi lần, với  $1 \leq x \leq 2500, x \in \mathbb{Z}$

Số lượng ti vi gửi trong kho chứa hàng là  $\frac{x}{2}$  nên chi phí lưu kho tương ứng là :

$$\frac{x}{2} \cdot 1000000 = 500000x \text{ (đồng)}$$

Số lần đặt hàng về bán mỗi năm là  $\frac{2500}{x}$  và chi phí đặt hàng là :  $\frac{2500}{x}(2000000 + 900000x)$  (đồng).

Khi đó tổng chi phí mà cửa hàng phải trả cho mỗi lần đặt là:

$$\frac{2500}{x}(2000000 + 900000x) + 500000x = 5 \cdot 10^5 \cdot \left( x + \frac{10000}{x} + 4500 \right) \text{ (đồng)}$$

$$\text{Xét: } T = 5 \cdot 10^5 \cdot \left( x + \frac{10000}{x} + 4500 \right) \text{ với } 1 \leq x \leq 2500, x \in \mathbb{Z}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho hai số dương  $x$  và  $\frac{10000}{x}$

$$x + \frac{10000}{x} \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{10000}{x}}$$

$$x + \frac{10000}{x} \geq 200$$

$$x + \frac{10000}{x} + 4500 \geq 4700$$

$$5 \cdot 10^5 \cdot \left( x + \frac{10000}{x} + 4500 \right) \geq 23500 \cdot 10^5$$

Dấu “=” xảy ra khi  $x = \frac{10000}{x}$  hay  $x^2 = 10000$  suy ra  $x = 100$

Cửa hàng nên đặt hàng về bán mỗi lần 100 cái ti vi để tổng chi phí mà cửa hàng phải trả cho mỗi lần đặt là nhỏ nhất.

**Câu 80.** Từ một bờ tường có sẵn, người ta muốn rào quanh một khu đất với một số vật liệu cho trước là 100 m thẳng hàng rào. Vậy làm thế nào để rào khu đất ấy theo hình chữ nhật sao cho có diện tích lớn nhất? Khi đó, chiều dài và chiều rộng hình chữ nhật bằng bao nhiêu?



### Lời giải

Gọi  $x(m)$ , ( $0 < x < 50$ ) là chiều rộng của hình chữ nhật

Khi đó, chiều dài của hình chữ nhật là  $\frac{100 - 2x}{2} = 50 - x(m)$

Nên diện tích của hình chữ nhật là:

$$S = x(50 - x) = -x^2 + 50x = -(x^2 - 50x + 25^2 - 25^2) = -(x - 25)^2 + 625 \geq 625$$

Diện tích lớn nhất của hình chữ nhật là  $625(m^2)$  khi  $x - 25 = 0$  hay  $x = 25$

Vậy để rào khu đất ấy có diện tích lớn nhất theo hình chữ nhật có chiều rộng bằng 25 và chiều dài bằng 25

**Nhận xét:** Hình chữ nhật có diện tích lớn nhất khi hình chữ nhật đó là hình vuông

**Câu 81.** Bác Nam chia đất cho con trai để người con xây dựng nhà xưởng kinh doanh, biết người con sẽ được chọn miếng đất hình chữ nhật có chu vi bằng  $800m$ . Hỏi anh ta chọn mỗi kích thước của nó bằng bao nhiêu để diện tích xây dựng nhà xưởng kinh doanh lớn nhất?



**Lời giải**

Gọi  $x(m)$  là chiều dài của miếng đất, với  $0 < x < 400$

Suy ra chiều rộng của miếng đất là  $\frac{800 - 2x}{2} = 400 - x(m)$

Diện tích miếng đất là :  $S = x(400 - x) = 400x - x^2 (m^2)$

$$S = -x^2 + 400x = -(x^2 - 2.200x + 40000 - 40000)$$

$$= -(x - 200)^2 + 40000 \leq 40000$$

Vậy  $\max S(x) = 40000$  khi  $x = 200$

**Câu 82.** Trong tất cả các hình chữ nhật có cùng diện tích  $48 \text{ cm}^2$ , hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

**Lời giải**

Gọi cạnh của hình chữ nhật:  $a, b; 0 < a, b \leq 48$

Ta có:  $ab = 48 \Leftrightarrow b = \frac{48}{a}$ .

Chu vi:  $P(a) = 2\left(a + \frac{48}{a}\right)$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy:  $a + b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow a + b \geq 2\sqrt{48} = 8\sqrt{3}$   
 $\Leftrightarrow$  chu vi nhỏ nhất:  $2(a + b) = 16\sqrt{3}$

Hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất bằng  $16\sqrt{3}$  khi cạnh bằng  $4\sqrt{3}$ .

**Câu 83.** Người ta muốn rào quanh một khu đất với một số vật liệu cho trước là  $180$  mét thẳng hàng rào. Ở đó người ta tận dụng một bờ giậu có sẵn để làm một cạnh của hàng rào và rào thành mảnh đất hình chữ nhật. Hỏi mảnh đất hình chữ nhật được rào có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu mét vuông?

**Lời giải**

Gọi  $x$  là chiều dài cạnh song song với bờ giậu và  $y$  là chiều dài cạnh vuông góc với bờ giậu, theo bài ra ta có  $x + 2y = 180$ .

Diện tích của miếng đất là  $S = y(180 - 2y)$ .

$$\text{Ta có: } y(180 - 2y) = \frac{1}{2} \cdot 2y(180 - 2y) \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{(2y + 180 - 2y)^2}{4} = \frac{180^2}{8} = 4050$$

Dấu "=" xảy ra  $\Leftrightarrow 2y = 180 - 2y \Leftrightarrow y = 45m$ .

Vậy  $S_{\max} = 4050m^2$  khi  $x = 90m, y = 45m$ .

**Câu 84.** Một lão nông chia đất cho con trai để người con canh tác riêng, biết người con sẽ được chọn miếng đất hình chữ nhật có chu vi bằng  $800(m)$ . Hỏi anh ta chọn mỗi kích thước của nó bằng bao nhiêu để diện tích canh tác lớn nhất?

### Lời giải

Gọi chiều dài và chiều rộng của miếng đất lần lượt là:  $x(m)$  và  $y(m)$  ( $x, y > 0$ ).

Diện tích miếng đất:  $S = xy$

Theo đề bài thì:  $2(x + y) = 800$  hay  $y = 400 - x$ .

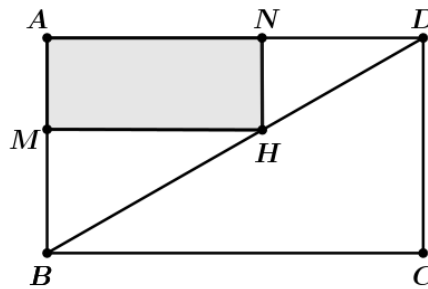
Do đó:  $S = x(400 - x) = -x^2 + 400x$  với  $x > 0$

$$= -(x - 200)^2 + 40000 \leq 40000$$

Giá trị lớn nhất  $S = 40000$  khi  $x = 200 \Rightarrow y = 200$ .

Kích thước của miếng đất hình chữ nhật là  $200 \times 200$  (là hình vuông).

**Câu 85.** Trên mảnh đất hình chữ nhật  $ABCD$  có diện tích  $25m^2$ , người chủ lấy một phần đất để trồng cỏ. Biết phần đất trồng cỏ này có dạng hình chữ nhật với hai đỉnh đối diện là  $A$  và  $H$ , với  $H$  thuộc cạnh  $BD$ . Hỏi số tiền lớn nhất người chủ cần chuẩn bị để trồng cỏ (miền tô đậm) là bao nhiêu triệu đồng với chi phí trồng cỏ là  $70.000$  đồng/ $m^2$ ? (làm tròn kết quả đến hàng thập phân thứ hai của triệu đồng)



### Lời giải

Ta có  $AB \cdot AD = 25(m^2)$ ;  $\frac{NH}{AB} = \frac{DN}{DA}$ . Đặt  $\frac{NH}{AB} = \frac{DN}{DA} = x \Rightarrow NH = x \cdot AB$ ;  $AN = (1 - x)AD$

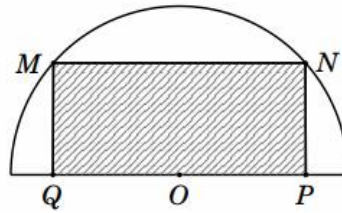
Diện tích đất trồng cỏ là:  $S = AN \cdot NH = x \cdot (1 - x) \cdot AB \cdot AD = 25 \cdot x \cdot (1 - x)$

Diện tích lớn nhất khi  $x \cdot (1 - x)$  lớn nhất mà  $x \cdot (1 - x) \leq \frac{(x + 1 - x)^2}{4} = \frac{1}{4}$

Diện tích đất trồng cỏ lớn nhất  $S = \frac{1}{4} \cdot 25 = \frac{25}{4}$

Số tiền lớn nhất để trồng cỏ:  $\frac{25}{4} \cdot 70000 = 437500$  đồng hay  $0,44$  triệu đồng

**Câu 86.** Từ một tấm tôn có hình dạng là nửa hình tròn bán kính  $R = 3$ , người ta muốn cắt ra một hình chữ nhật (hình vẽ bên).



Diện tích lớn nhất có thể của tấm tôn hình chữ nhật bằng bao nhiêu?

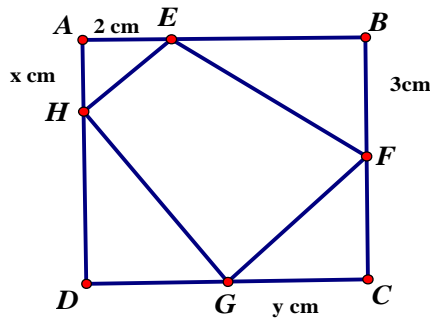
**Lời giải**

Đặt  $OQ = x$ , ( $0 < x < 3$ )  $\Rightarrow MQ = \sqrt{MO^2 - OQ^2} = \sqrt{9 - x^2}$

Ta có  $S_{MNPQ} = PQ \cdot MQ = 2x \cdot \sqrt{9 - x^2} \leq 2 \cdot \frac{x^2 + 9 - x^2}{2} = 9$

Dấu "=" xảy ra khi  $x = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 87.** Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 6 cm. Người ta muốn cắt một hình thang như hình vẽ.



Tìm tổng  $x + y$  để diện tích hình thang EFGH đạt giá trị nhỏ nhất.

**Lời giải**

Ta có  $S_{EFGH}$  nhỏ nhất  $\Leftrightarrow S = S_{AEH} + S_{CGF} + S_{DGH}$  lớn nhất.

Tính được  $2S = 2x + 3y + (6 - x)(6 - y) = xy - 4x - 3y + 36$  (1)

Mặt khác  $\triangle AEH$  đồng dạng  $\triangle CGF$  nên  $\frac{AE}{CG} = \frac{AH}{CF} \Rightarrow xy = 6$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $2S = 42 - (4x + \frac{18}{x})$ .

Ta có  $2S$  lớn nhất khi và chỉ khi  $4x + \frac{18}{x}$  nhỏ nhất.

Biểu thức  $4x + \frac{18}{x}$  nhỏ nhất  $\Leftrightarrow 4x = \frac{18}{x} \Rightarrow x = \frac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = 2\sqrt{2}$ .

Do đó:  $x + y = \frac{3\sqrt{2}}{2} + 2\sqrt{2} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$

**Câu 88.** Người ta cần xây dựng một bể bơi có dạng hình hộp chữ nhật có thể tích là  $125m^3$ . Đáy bể bơi là hình chữ nhật có chiều dài gấp ba lần chiều rộng. Tính chiều rộng của đáy bể bơi để khi thi công tiết kiệm nguyên vật liệu nhất ?



### Lời giải

Gọi chiều rộng hình hộp là  $a$  suy ra chiều dài là  $3a$ , chiều cao là  $h$

$$V = a.3a.h = 3a^2h \Rightarrow h = \frac{V}{3a^2} = \frac{125}{3a^2}$$

Diện tích thi công:

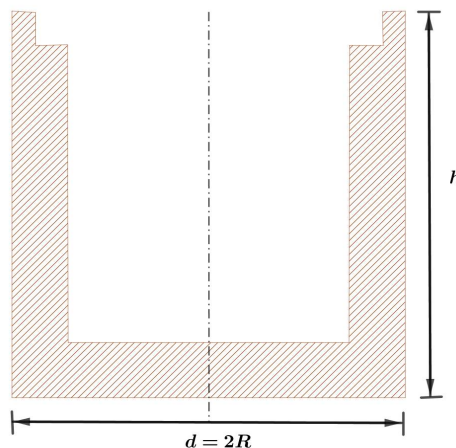
$$S_{ic} = a.3a + 2(a.h) + 2(3a.h) = 3a^2 + 2ah + 6ah = 3a^2 + 2a \cdot \frac{125}{3a^2} + 6a \cdot \frac{125}{3a^2} = 3a^2 + \frac{1000}{3a}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy, ta có

$$3a^2 + \frac{1000}{3a} = 3a^2 + \frac{500}{3a} + \frac{500}{3a} \geq 3\sqrt{3a^2 \cdot \frac{500}{3a} \cdot \frac{500}{3a}} = \sqrt[3]{750000}$$

Diện tích thi công nhỏ nhất khi  $3a^2 = \frac{500}{3a} = \frac{500}{3a}$  hay  $9a^3 = 500$ , suy ra  $a = \sqrt[3]{\frac{500}{9}}$

**Câu 89.** Bác Hà muốn xây dựng một hố ga không nắp hình trụ với dung tích  $3m^3$ . Hãy tính chi phí ít nhất mà bác Hà phải bỏ ra xây dựng hố ga, biết tiền công và vật liệu cho  $1m^2$  thành bê tông của hố ga (thành bê tông đáy và thành bê tông xung quang) là 685000 đồng.



### Lời giải

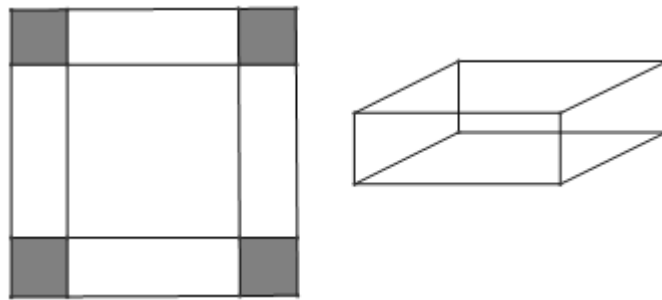
Ta có:  $V = \pi R^2 h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi R^2} = \frac{3}{\pi R^2}$ .

Mặt khác:  $S_{xd} = 2\pi Rh + \pi R^2 = \frac{6}{R} + \pi R^2 = \frac{3}{R} + \frac{3}{R} + \pi R^2 \geq 3\sqrt[3]{9\pi} (m^2)$  (áp dụng bất đẳng thức Cauchy).

Để chi phí bác Hà bỏ ra nhỏ nhất khi và chỉ khi diện tích xây dựng hố ga hình trụ nhỏ nhất, và khi đó  $S_{xd} = 3\sqrt[3]{9\pi} (m^2)$ .

Vậy số tiền bác Hà phải bỏ ra là:  $685000 \cdot 3\sqrt[3]{9\pi} \approx 6260000$  đồng.

**Câu 90.** Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng  $x$  (cm), rồi gập tấm nhôm lại để được một cái hộp không nắp (tham khảo hình vẽ bên). Tìm  $x$  để hộp nhận được có thể tích lớn nhất (giả thiết bề dày tấm tôn không đáng kể).



**Lời giải**

Hình hộp có đáy của là hình vuông cạnh bằng  $12 - 2x$ , chiều cao bằng  $x$ .

Điều kiện  $0 < x < 6$

Thể tích khối hộp là  $V = (12 - 2x)^2 \cdot x = 4(6 - x)^2 \cdot x$ .

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 3 số dương:

$$\sqrt[3]{(6-x)(6-x) \cdot 2x} \leq \frac{(6-x) + (6-x) + 2x}{3}$$

$$(6-x)(6-x) \cdot 2x \leq 4^3$$

$$4(6-x)^2 \cdot x \leq 2 \cdot 4^3$$

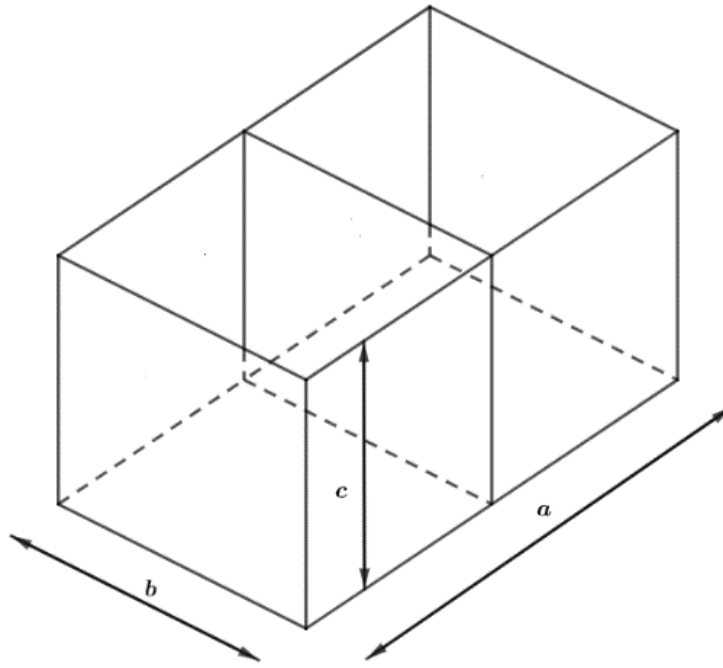
$$V \leq 128 \text{ (hằng số)}$$

Dấu = xảy ra khi  $6 - x = 2x$  hay  $x = 2$ .

Vậy thể tích khối hộp lớn nhất khi  $x = 2$ .

**Câu 91.** Người ta cần làm một cái bể cá có hai ngăn, không có nắp ở phía trên với thể tích  $1,296 m^3$ .

Người ta cắt các tấm kính ghép lại một bể cá có dạng hình hộp chữ nhật (hình vẽ minh họa) với ba kích thước là  $a, b, c$ . Người ta phải thiết kế các kích thước là bao nhiêu để đỡ tốn kính nhất (giả sử độ dày của kính không đáng kể). Khi đó hãy tính giá trị biểu thức  $T = a + b + c$ .

**Lời giải**

Thể tích bể cá là  $V = abc = 1,296$ .

Kể cả miếng kính ở giữa, diện tích tổng các miếng kính là  $S = ab + 2ac + 3bc$ .

$$\text{Suy ra } \frac{S}{V} = \frac{S}{1,296} = \frac{ab + 2ac + 3bc}{abc} = \frac{1}{c} + \frac{2}{b} + \frac{3}{a}.$$

$$\text{Áp dụng Cauchy cho 3 số } \frac{1}{c}; \frac{2}{b}; \frac{3}{a} \text{ ta có } \frac{1}{c} + \frac{2}{b} + \frac{3}{a} \geq 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{c} \cdot \frac{2}{b} \cdot \frac{3}{a}} = 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{6}{1,296}} = 5.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } \begin{cases} abc = 1,296 \\ \frac{1}{c} = \frac{2}{b} = \frac{3}{a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1,8 \\ b = 1,2 \\ c = 0,6 \end{cases}.$$

Vậy để đỡ tốn kính nhất thì  $a = 1,8\text{m}$ ;  $b = 1,2\text{m}$ ;  $c = 0,6\text{m}$ .

Khi đó  $T = a + b + c = 1,8 + 1,2 + 0,6 = 3,6$ .

**Câu 92.** Với mọi  $a, b$ , chứng minh  $\frac{(a+b)^2}{2} \geq 2ab$ .

**Lời giải**

Xét hiệu:

$$\begin{aligned} & \frac{(a+b)^2}{2} - 2ab \\ &= \frac{a^2 + 2ab + b^2}{2} - \frac{2 \cdot 2ab}{2} \\ &= \frac{a^2 + 2ab + b^2 - 4ab}{2} \\ &= \frac{a^2 - 2ab + b^2}{2} \end{aligned}$$

$$= \frac{(a-b)^2}{2} \geq 0 \text{ với mọi } a, b.$$

Dấu bằng khi  $a = b$

$$\text{Vậy } \frac{(a+b)^2}{2} \geq 2ab$$

**Câu 93.** Với mọi  $a, b$ , chứng minh  $a^2 + \frac{b^2}{4} \geq ab$ .

**Lời giải**

Xét hiệu:

$$\begin{aligned} & a^2 + \frac{b^2}{4} - ab \\ &= \frac{4a^2 + b^2 - 4ab}{4} \\ &= \frac{(2a)^2 - 2 \cdot 2ab + b^2}{4} \\ &= \left( \frac{2a-b}{2} \right)^2 \geq 0 \text{ với mọi } a, b. \end{aligned}$$

Dấu bằng khi  $2a = b$

$$\text{Vậy } a^2 + \frac{b^2}{4} \geq ab$$

**Câu 94.** Với mọi  $a, b$ , chứng minh  $a^2 + b^2 + 1 \geq ab + a + b$ .

**Lời giải**

$$a^2 + b^2 + 1 \geq ab + a + b \text{ hay } 2a^2 + 2b^2 + 2 \geq 2ab + 2a + 2b$$

Xét hiệu:

$$\begin{aligned} & 2a^2 + 2b^2 + 2 - (2ab + 2a + 2b) \\ &= 2a^2 + 2b^2 + 2 - 2ab - 2a - 2b \\ &= (a^2 - 2ab + b^2) + (a^2 - 2a + 1) + (b^2 - 2b + 1) \\ &= (a-b)^2 + (a-1)^2 + (b-1)^2 \geq 0 \text{ với mọi } a, b. \end{aligned}$$

Dấu bằng khi  $a = b = 1$

$$\text{Do đó } 2a^2 + 2b^2 + 2 \geq 2ab + 2a + 2b$$

$$\text{Hay } a^2 + b^2 + 1 \geq ab + a + b$$

$$\text{Vậy } a^2 + b^2 + 1 \geq ab + a + b$$

**Câu 95.** Chứng minh  $(x+y)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \geq 4$ , với  $x, y$  là các số thực dương.

**Lời giải**

Ta có:  $(x+y)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right) \geq 4$

hay  $1+\frac{x}{y}+\frac{y}{x}+1 \geq 4$  nên  $\frac{x^2+y^2}{xy} \geq 2$

do  $x > 0, y > 0 \Rightarrow xy > 0$ , khử mẫu ta được  $x^2+y^2 \geq 2xy$

hay  $x^2+y^2-2xy \geq 0$  nên  $(x-y)^2 \geq 0$  luôn đúng với mọi  $x, y$ .

Vậy  $(x+y)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right) \geq 4$

**Câu 96.** Với mọi  $a \geq b > 0$ , chứng minh  $\frac{1}{a}+\frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{Xét } \frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{4}{a+b} &= \frac{a+b}{ab}-\frac{4}{a+b} = \frac{(a+b)^2-4ab}{ab(a+b)} = \frac{a^2+2ab+b^2-4ab}{ab(a+b)} \\ &= \frac{a^2-2ab+b^2}{ab(a+b)} = \frac{(a-b)^2}{ab(a+b)} \end{aligned}$$

Do  $a+b > 0; ab > 0$  và  $(a-b)^2 \geq 0$  với mọi  $a, b$  nên  $\frac{(a-b)^2}{ab(a+b)} \geq 0$  suy ra  $\frac{1}{a}+\frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$ .

**Câu 97.** Chứng minh  $a^3+b^3 \geq ab^2+a^2b$ , với  $a, b$  là các số thực dương.

**Lời giải**

Xét hiệu:  $a^3+b^3-ab^2-a^2b = a^2(a-b)-b^2(a-b) = (a-b)^2(a+b)$

Vì  $(a-b)^2 \geq 0$  với mọi  $a, b$  và  $a+b > 0$  với mọi  $a, b$  dương nên  $(a-b)^2(a+b) \geq 0$

Do đó  $a^3+b^3 \geq ab^2+a^2b$

**Câu 98.** Với mọi  $a, b, c$ , chứng minh  $3(a^2+b^2+c^2) \geq (a+b+c)^2$ .

**Lời giải**

Xét hiệu:

$$\begin{aligned} &3(a^2+b^2+c^2)-(a+b+c)^2 \\ &= 3a^2+3b^2+3c^2-a^2-b^2-c^2-2ab-2bc-2ac \\ &= 2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ac \\ &= (a^2-2ab+b^2)+(b^2-2bc+c^2)+(c^2-2ca+a^2) \\ &= (a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2 \end{aligned}$$

Vì  $(a-b)^2 \geq 0; (b-c)^2 \geq 0; (c-a)^2 \geq 0$  với mọi  $a, b, c$

Nên  $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2 \geq 0$  với mọi  $a, b, c$

Do đó:  $3(a^2 + b^2 + c^2) \geq (a + b + c)^2$

**Câu 99.** Với mọi  $a, b, c$ , chứng minh  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$ .

**Lời giải**

Xét hiệu:

$$\begin{aligned} & a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ca) \\ &= \frac{1}{2}(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca) \\ &= \frac{1}{2}[(a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 - 2bc + c^2) + (c^2 - 2ca + a^2)] \\ &= \frac{1}{2}[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2] \end{aligned}$$

Vì  $(a-b)^2 \geq 0; (b-c)^2 \geq 0; (c-a)^2 \geq 0$  với mọi  $a, b, c$

Nên  $\frac{1}{2}[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2] \geq 0$  với mọi  $a, b, c$

Do đó:  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$ .

**Câu 100.** Với mọi  $x, y, z$ , chứng minh  $x^2 + y^2 + z^2 \geq 2xy + 2yz - 2zx$ .

**Lời giải**

Xét hiệu:

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 + z^2 - (2xy + 2yz - 2zx) \\ &= x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz + 2zx \\ &= x^2 - 2xy + y^2 - 2yz + 2zx + z^2 \\ &= (x-y)^2 - 2(x-y)z + z^2 \\ &= (x-y+z)^2 \geq 0 \text{ với mọi } x, y, z. \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi  $x + z = y$

Vậy  $x^2 + y^2 + z^2 \geq 2xy + 2yz - 2zx$

**Câu 101.** Với mọi  $a, b, c$ , chứng minh  $\frac{a^2}{4} + b^2 + c^2 \geq ab - ac + 2bc$ .

**Lời giải**

Xét hiệu:

$$\begin{aligned}
& \frac{a^2}{4} + b^2 + c^2 - (ab - ac + 2bc) \\
&= \frac{a^2 + 4b^2 + 4c^2 - 4ab + 4ac - 8bc}{4} \\
&= \frac{a^2 - 4a(b - c) + 4(b^2 + c^2 - 2bc)}{4} \\
&= \frac{a^2 - 4a(b - c) + 4(b - c)^2}{4} \\
&= \frac{(a - 2b + 2c)^2}{4} \\
&= \left( \frac{a - 2b + 2c}{2} \right)^2 \geq 0 \text{ với mọi } a, b, c.
\end{aligned}$$

Dấu bằng khi  $a + 2c = 2b$

Vậy  $\frac{a^2}{4} + b^2 + c^2 \geq ab - ac + 2bc$

**Câu 102.** Với mọi  $a, b, c, d, e$ , chứng minh  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 \geq a(b + c + d + e)$ .

### Lời giải

**Cách 1:** Nhân 2 vế bất đẳng thức cho 4 để tạo hằng đẳng thức

$$\begin{aligned}
& a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 \geq a(b + c + d + e) \\
& 4(a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2) \geq 4a(b + c + d + e)
\end{aligned}$$

Xét hiệu:

$$\begin{aligned}
& 4(a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2) - 4a(b + c + d + e) \\
&= 4a^2 + 4b^2 + 4c^2 + 4d^2 + 4e^2 - 4ab - 4ac - 4ad - 4ae \geq 0 \\
&= (a^2 - 4ab + 4b^2) + (a^2 - 4ac + 4c^2) + (a^2 - 4ad + 4d^2) + (a^2 - 4ae + 4e^2) \\
&= (a - 2b)^2 + (a - 2c)^2 + (a - 2d)^2 + (a - 2e)^2 \geq 0 \text{ với mọi } a, b, c, d, e.
\end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi  $a = 2b = 2c = 2d = 2e$

Do đó  $4(a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2) \geq 4a(b + c + d + e)$

Suy ra  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 \geq a(b + c + d + e)$

Vậy  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 \geq a(b + c + d + e)$

**Cách 2:** Phân tích thành hằng đẳng thức

$$\begin{aligned}
& a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 - a(b + c + d + e) \\
&= a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 - ab - ac - ad - ae \\
&= \left( \frac{1}{4}a^2 - ab + b^2 \right) + \left( \frac{1}{4}a^2 - ac + c^2 \right) + \left( \frac{1}{4}a^2 - ad + d^2 \right) + \left( \frac{1}{4}a^2 - ae + e^2 \right)
\end{aligned}$$

$$= \left(\frac{1}{2}a-b\right)^2 + \left(\frac{1}{2}a-c\right)^2 + \left(\frac{1}{2}a-d\right)^2 + \left(\frac{1}{2}a-e\right)^2 \geq 0 \text{ với mọi } a, b, c, d, e.$$

Dấu bằng xảy ra khi  $a = 2b = 2c = 2d = 2e$

Vậy  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 \geq a(b + c + d + e)$

**Câu 103.** Với mọi  $a, b, c$ , chứng minh  $a^4 + b^4 + c^2 + 1 \geq 2a(ab^2 - a + c + 1)$ .

**Lời giải**

Xét hiệu:

$$\begin{aligned} & a^4 + b^4 + c^2 + 1 - 2a(ab^2 - a + c + 1) \\ &= a^4 + b^4 + c^2 + 1 - 2a^2b^2 + 2a^2 - 2ac - 2a \\ &= (a^4 + b^4 - 2a^2b^2) + (a^2 - 2ac + c^2) + (a^2 - 2a + 1) \\ &= (a^2 - b^2)^2 + (a - c)^2 + (a - 1)^2 \geq 0 \text{ với mọi } a, b, c. \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi  $a = b = c = 1$

Vậy  $a^4 + b^4 + c^2 + 1 \geq 2a(ab^2 - a + c + 1)$

**Câu 104.** Với mọi  $a, b, c$ , chứng minh  $a^2 + b^2 + c^2 \geq a(b + c)$ .

**Lời giải**

$a^2 + b^2 + c^2 \geq a(b + c)$  hay  $4a^2 + 4b^2 + 4c^2 \geq 4a(b + c)$

Xét hiệu:

$$\begin{aligned} & 4a^2 + 4b^2 + 4c^2 - 4a(b + c) \\ &= 4a^2 + 4b^2 + 4c^2 - 4ab - 4ac \\ &= (a^2 - 4ab + 4b^2) + (a^2 - 4ac + 4c^2) + 2a^2 \\ &= (a - 2b)^2 + (a - 2c)^2 + 2a^2 \geq 0 \text{ với mọi } a, b, c. \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi  $a = b = c = 0$

Do đó  $4a^2 + 4b^2 + 4c^2 \geq 4a(b + c)$

Suy ra  $a^2 + b^2 + c^2 \geq a(b + c)$

Vậy  $a^2 + b^2 + c^2 \geq a(b + c)$

**Câu 105.** Với mọi  $a, b, c$ , chứng minh  $(a + b)(a^3 + b^3) \leq 2(a^4 + b^4)$ .

**Lời giải**

Xét hiệu:

$$\begin{aligned} & a^4 + ab^3 + a^3b + b^4 - 2(a^4 + b^4) \\ &= a^4 + ab^3 + a^3b + b^4 - 2a^4 - 2b^4 \\ &= a^3b - a^4 + ab^3 - b^4 \\ &= -a^3(a - b) + b^3(a - b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -(a-b)(a^3-b^3) \\
&= -(a-b)(a-b)(a^2+ab+b^2) \\
&= -(a-b)^2 \left[ \left( a^2 + 2a \cdot \frac{1}{2}b + \frac{1}{4}b^2 \right) + \frac{3}{4}b^2 \right] \\
&= -(a-b)^2 \left[ \left( a + \frac{1}{2}b \right)^2 + \frac{3}{4}b^2 \right] \leq 0 \text{ với mọi } a, b.
\end{aligned}$$

$$\text{Vậy } (a+b)(a^3+b^3) \leq 2(a^4+b^4)$$

**Câu 106.** Với  $a, b$  là hai số dương, chứng minh  $a^3 + b^3 + abc \geq ab(a+b+c)$ .

### Lời giải

Xét hiệu:

$$\begin{aligned}
&a^3 + b^3 + abc - ab(a+b+c) \\
&= a^3 + b^3 + abc - a^2b - ab^2 - abc \\
&= a^3 - a^2b + b^3 - ab^2 \\
&= a^2(a-b) - b^2(a-b) \\
&= (a-b)(a^2 - b^2) \\
&= (a-b)^2(a+b)
\end{aligned}$$

Do  $a, b$  là hai số dương nên  $a+b > 0$  và  $(a-b)^2 \geq 0$  với mọi  $a, b$ .

$$\text{Suy ra } (a-b)^2(a+b) \geq 0$$

$$\text{Vậy } a^3 + b^3 + abc \geq ab(a+b+c)$$

**Câu 107.** Với  $a, b$  là hai số dương, chứng minh  $4(a^3 + b^3) \geq (a+b)^3$ .

### Lời giải

Xét hiệu:

$$\begin{aligned}
&4(a^3 + b^3) - (a+b)^3 \\
&= 4a^3 + 4b^3 - (a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3) \\
&= 3a^3 - 3a^2b + 3b^3 - 3ab^2 \\
&= 3a^2(a-b) - 3b^2(a-b) \\
&= 3(a-b)(a^2 - b^2) \\
&= 3(a-b)^2(a+b)
\end{aligned}$$

Do  $a, b$  là hai số dương nên  $a+b > 0$  và  $(a-b)^2 \geq 0$  với mọi  $a, b$ .

$$\text{Suy ra } 3(a-b)^2(a+b) \geq 0$$

$$\text{Vậy } 4(a^3 + b^3) \geq (a+b)^3$$

**Câu 108.** Với  $a, b$  là hai số dương, chứng minh  $2(a^3 + b^3) \geq (a+b)(a^2 + b^2)$ .

**Lời giải**

Xét hiệu:

$$\begin{aligned} & 2(a^3 + b^3) - (a+b)(a^2 + b^2) \\ &= 2a^3 + 2b^3 - (a^3 + ab^2 + a^2b + b^3) \\ &= a^3 - a^2b + b^3 - ab^2 \\ &= a^2(a-b) - b^2(a-b) \\ &= (a^2 - b^2)(a-b) \\ &= (a-b)^2(a+b) \end{aligned}$$

Do  $a, b$  là hai số dương nên  $a+b > 0$  và  $(a-b)^2 \geq 0$  với mọi  $a, b$ .

Suy ra  $(a-b)^2(a+b) \geq 0$

Vậy  $2(a^3 + b^3) \geq (a+b)(a^2 + b^2)$

**Câu 109.** Với mọi  $a, b, c$ , chứng minh  $a^4 + a^3b + ab^3 + b^4 \geq 0$ .

**Lời giải**

$$a^4 + a^3b + ab^3 + b^4 \geq 0$$

Ta có :

$$\begin{aligned} & a^4 + a^3b + ab^3 + b^4 \\ &= a^3(a+b) + b^3(a+b) \\ &= (a^3 + b^3)(a+b) \\ &= (a+b)^2(a^2 - ab + b^2) \\ &= (a+b)^2 \left[ \left( a^2 - 2a \cdot \frac{1}{2}b + \frac{1}{4}b^2 \right) + \frac{3}{4}b^2 \right] \\ &= (a+b)^2 \left[ \left( a - \frac{1}{2}b \right)^2 + \frac{3}{4}b^2 \right] \geq 0 \text{ với mọi } a, b. \end{aligned}$$

Vậy  $a^4 + a^3b + ab^3 + b^4 \geq 0$

**Câu 110.** Với mọi  $a, b, c$ , chứng minh  $(a^2 + b^2)^2 \geq ab(a+b)^2$ .

**Lời giải**

Xét hiệu:

$$\begin{aligned} & (a^2 + b^2)^2 - ab(a+b)^2 \\ &= a^4 + 2a^2b^2 + b^4 - ab(a^2 + 2ab + b^2) \\ &= a^4 + 2a^2b^2 + b^4 - a^3b - 2a^2b^2 - ab^3 \\ &= (a^4 - a^3b) + (b^4 - ab^3) \\ &= a^3(a-b) - b^3(a-b) \\ &= (a^3 - b^3)(a-b) \\ &= (a-b)(a^2 + ab + b^2)(a-b) \\ &= (a-b)^2(a^2 + ab + b^2) \\ &= (a-b)^2 \left[ \left( a^2 + 2a \cdot \frac{1}{2}b + \frac{1}{4}b^2 \right) + \frac{3}{4}b^2 \right] \\ &= (a-b)^2 \left[ \left( a + \frac{1}{2}b \right)^2 + \frac{3}{4}b^2 \right] \geq 0 \text{ với mọi } a, b. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } (a^2 + b^2)^2 \geq ab(a+b)^2$$

**BÀI 2****BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN****1. Mở đầu về bất phương trình một ẩn**

- Một bất phương trình bậc nhất ẩn  $x$  có dạng  $A(x) > B(x)$  (hoặc  $A(x) \geq B(x)$ ;  $A(x) < B(x)$ ;  $A(x) \leq B(x)$ ) trong đó về trái  $A(x)$  và về phải  $B(x)$  là hai biểu thức cùng một biến  $x$ .
- Khi thay giá trị  $x = a$  vào bất phương trình bậc nhất ẩn  $x$ , ta được một khẳng định đúng thì số  $a$  (hay giá trị  $x = a$ ) gọi là nghiệm của bất phương trình đó.

**Chú ý:** Giải bất phương trình là tìm tất cả các nghiệm của bất phương trình đó.

**2. Bất phương trình bậc nhất một ẩn****a. Định nghĩa**

Bất phương trình bậc nhất một ẩn là bất phương trình có dạng  $ax + b > 0$  (hay  $ax + b < 0$ ;  $ax + b \leq 0$ ;  $ax + b \geq 0$ ) trong đó  $a$  và  $b$  là hai số đã cho và  $a \neq 0$ .

**b. Cách giải**

Bất phương trình  $ax + b > 0$  (với  $a > 0$ ) được giải như sau:

$$ax + b > 0$$

$$ax > -b$$

$$x > \frac{-b}{a}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:

$$x > \frac{-b}{a}$$

Bất phương trình  $ax + b > 0$  (với  $a < 0$ ) được giải như sau:

$$ax + b > 0$$

$$ax > -b$$

$$x < \frac{-b}{a}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:

$$x < \frac{-b}{a}$$

**Nhận xét:** Các bất phương trình bậc nhất  $ax + b < 0$ ;  $ax + b \leq 0$ ;  $ax + b \geq 0$ , trong đó  $a$  và  $b$  là hai số đã cho và  $a \neq 0$  được giải bằng cách tương tự.

**PHẦN A**  
**TỰ LUẬN PHÂN DẠNG TOÁN**

**DẠNG 1**  
**XÁC ĐỊNH BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT**  
**KIỂM TRA NGHIỆM CỦA BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT**

- Bất phương trình bậc nhất một ẩn là bất phương trình có dạng  $ax+b < 0$  (hay  $ax+b > 0$ ;  $ax+b \leq 0$ ;  $ax+b \geq 0$ ) trong đó  $a$  và  $b$  là hai số đã cho và  $a \neq 0$ .
- Khi thay giá trị  $x = a$  vào bất phương trình bậc nhất ẩn  $x$ , ta được một khẳng định đúng thì  $x = a$  gọi là nghiệm của bất phương trình đó.

**Bài 1.** Hãy xét xem các bất phương trình sau có là bất phương trình bậc nhất một ẩn hay không?

a)  $0x + 2025 \geq 0$

b)  $2026x + \frac{1}{2025} < 0$

c)  $\frac{2}{13}x \leq 0$

d)  $\frac{x^2}{5} - 4 > 0$

e)  $|x| - 9 > 0$

f)  $\frac{x}{6} + \frac{2}{3} = 0$

g)  $\frac{1}{x} - 3 \leq 0$

h)  $\frac{-2x+1}{2025} \geq 0$

i)  $|3x+2| > 0$

**Bài 2.** Hãy kiểm tra giá trị  $x = 2$  có phải là nghiệm của các bất phương trình sau hay không?

a)  $3x + 2 \geq 0$

b)  $5x - 9 < 0$

c)  $-4x + 8 \leq 0$

**Bài 3.** Cho bất phương trình  $5x - 20 \leq 0$ . Các giá trị  $x$  dưới đây có phải là một nghiệm của bất phương trình đã cho hay không?

a)  $x = -2$

b)  $x = 4$

c)  $x = 5$

**DẠNG 2****GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT CƠ BẢN****Cách giải bất phương trình cơ bản**

Bất phương trình  $ax + b > 0$  (với  $a > 0$ )  
được giải như sau:

$$ax + b > 0$$

$$ax > -b$$

$$x > \frac{-b}{a}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình  
đã cho là:

$$x > \frac{-b}{a}$$

Bất phương trình  $ax + b > 0$  (với  $a < 0$ )  
được giải như sau:

$$ax + b > 0$$

$$ax > -b$$

$$x < \frac{-b}{a}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã  
cho là:

$$x < \frac{-b}{a}$$

**Chú ý:** Các bất phương trình bậc nhất  $ax + b > 0$ ;  $ax + b \leq 0$ ;  $ax + b \geq 0$  được giải bằng cách tương tự như trên.

**Bài 1.** Giải các bất phương trình sau:

a)  $2x - 8 > 0$

b)  $9 - 3x \leq 0$

c)  $5 - \frac{1}{3}x < 1$

d)  $2x - 8 \leq 3(1 - x)$

e)  $2(x - 1) > x + 2$

f)  $3(1 - 2x) \leq 2(x + 1)$

**Bài 2.** Giải các bất phương trình sau:

a)  $2x - 8 < 3x - 10$

b)  $5 - 2x \leq 4x - 7$

c)  $3x - 4 \leq 3(1 + x)$

**Bài 3.** Giải các bất phương trình sau:

a)  $\frac{3x+5}{2} - x \geq 1 + \frac{x+2}{3}$

b)  $\frac{x-2}{3} - x - 2 \leq \frac{x-17}{2}$

c)  $\frac{2x+1}{3} - \frac{x-4}{4} \leq \frac{3x+1}{6} - \frac{x-4}{12}$

**Bài 4.** Giải các bất phương trình

a)  $x^2 - 3x + 1 > 2(x - 1) - x(3 - x)$

b)  $(x - 1)^2 + x^2 \leq (x + 1)^2 + (x + 2)^2$

c)  $(x^2 + 1)(x - 6) \leq (x - 2)^3$

**Bài 5.** Với những giá trị nào của  $x$  thì:

a) Giá trị của biểu thức  $2x + 1 - (3x - 2)$  âm?

b) Giá trị của biểu thức  $(x + 1)(x - 1) - (x - 2)^2$  dương?

c) Giá trị của biểu thức  $\frac{x+4}{5} - x - 5$  không âm?

d) Giá trị của biểu thức  $\frac{x+3}{3} - \frac{x-2}{2}$  không dương?

**Bài 6.** Với những giá trị nào của  $x$  thì:



d) Giá trị của biểu thức  $x - \frac{1 - \frac{3}{2}x}{4}$  nhỏ hơn giá trị của biểu thức  $\frac{2 - \frac{1}{4}x}{3} + 2$ .

**Bài 13.**

- a) Tìm tất cả các nghiệm nguyên dương của bất phương trình:  $11x - 7 < 8x + 2$ .  
 b) Tìm nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình:  $4(2 - 3x) - (5 - x) > 11 - x$   
 c) Tìm nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình:  $2(3 - x) - 1,5(x - 4) < 3 - x$

**Bài 14.** Tìm các số nguyên  $x$  thỏa mãn cả hai bất phương trình sau:  $\frac{3x - 2}{5} \geq \frac{x}{2} + 0,8$  và

$$1 - \frac{2x - 5}{6} \geq \frac{3 - x}{4}.$$

**Bài 15.** \*Cho biểu thức  $B = \left( \frac{1}{3} + \frac{3}{x^2 - 3x} \right) : \left( \frac{x^2}{27 - 3x^2} + \frac{1}{x + 3} \right)$

- a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn  $B$ .  
 b) Tìm  $x$  để  $B < -1$

**Đáp số:** a)  $x \neq -3; x \neq 0; B = \frac{-x - 3}{x}$ , b)  $x > 0$

**DẠNG 3****BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT BIẾN ĐỔI ĐẶC BIỆT****Bất phương trình dạng đặc biệt:**

$$\frac{x+a}{b} + \frac{x+c}{d} < \frac{x+e}{f} + \frac{x+g}{h}$$

**Phương pháp giải:**

- Nếu  $a+b=c+d=e+f=g+h=k$ . Ta cộng mỗi phân thức thêm 1.
- Nếu  $a-b=c-d=e-f=g-h=k$ . Ta cộng mỗi phân thức thêm  $-1$ .
- Sau đó quy đồng từng phân thức, chuyển về nhóm nhân tử chung đưa về dạng

$$(x-k) \left( \frac{1}{b} + \frac{1}{d} - \frac{1}{f} - \frac{1}{h} \right) < 0.$$

**Chú ý**

- Cần xét xem  $\left( \frac{1}{b} + \frac{1}{d} - \frac{1}{f} - \frac{1}{h} \right)$  là số âm hay dương để đưa ra đánh giá về dấu của  $(x-k)$ .
- Có thể mở rộng số phân thức nhiều hơn và tùy bài toán ta sẽ cộng hoặc trừ đi hằng số thích hợp.

**Bài 1.** Giải các bất phương trình sau:

a)  $\frac{x+2}{6} + \frac{x+5}{3} > \frac{x+3}{5} + \frac{x+6}{2}$

b)  $\frac{x-2}{1007} + \frac{x-1}{1008} - \frac{2x-1}{2017} - \frac{2x-3}{2015} \geq 0.$

**Bài 2.** Giải các bất phương trình sau:

a)  $\frac{x-1}{13} - \frac{2x-13}{15} < \frac{3x-15}{27} - \frac{4x-27}{29}$

b)  $\frac{x-1009}{1001} + \frac{x-4}{1003} + \frac{x+2010}{1005} < 7$

**Bài 3.** Giải các bất phương trình sau:

a)  $\frac{x-1987}{2002} + \frac{x-1988}{2003} > \frac{x-1989}{2004} + \frac{x-1990}{2005}$

b)  $\frac{x-21}{1978} - \frac{x-1978}{21} + \frac{x-19}{1980} - \frac{x-1980}{19} \geq 0$

**Bài 4.** Giải các bất phương trình ẩn  $x$  sau:  $\frac{x-ab}{a+b} + \frac{x-bc}{b+c} + \frac{x-ac}{a+c} > a+b+c$  với  $a, b, c$  là số thực và $a, b, c > 0.$



**BÀI TẬP RÈN LUYỆN**

**Bài 6.** Với giá trị nào của  $m$  thì mỗi bất phương trình sau là bất phương trình bậc nhất một ẩn?

a)  $\frac{1}{5}x + m - 1 < 0$

b)  $(m+3)x - \frac{3}{4} \geq 0$

c)  $(m-2)x + 5 < 0$

d)  $(x-3)m - 2026 \leq 0$

e)  $(2x+3)2m - 5 > 0$

f)  $mx + m - 2 \geq 0$

**Bài 7.** Tìm điều kiện của  $m$  để bất phương trình sau là bất phương trình bậc nhất một ẩn ( $m$  là tham số).

a)  $(4-m^2)x^2 - mx \leq 1.$

b)  $(m^2-9)x^2 - (3-m)x - 2 > 0.$

c)  $(4m^2-1)x^2 - 2mx + 5 \geq 0$

**Bài 8.** Tìm điều kiện của  $m$  ( $m$  là tham số) để các bất phương trình sau không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

a)  $(1-2m)x + \frac{1}{2026} \geq 0.$

b)  $mx > 1 - (2m+3)x.$

c)  $(-2025-m^2)x + 2026 \geq 0.$

## DẠNG 5

### ỨNG DỤNG THỰC TIỄN

**Bài 1.** Biểu thị (theo  $x$ ) tổng khối lượng của các hộp xếp ở đĩa cân bên trái, đĩa cân bên phải (hình vẽ) lần lượt là  $3x + 4$ ,  $x + 6$ . Biết đĩa cân lệch về bên trái như hình vẽ, hãy tìm giá trị của  $x$ .



**Bài 2.** Một người đi bộ một quãng đường dài 18 km trong khoảng thời gian không nhiều hơn 4 giờ. Lúc đầu người đó đi với vận tốc 5 km/h, về sau đi với vận tốc 4 km/h. Xác định độ dài đoạn đường mà người đó đã đi với vận tốc 5 km/h.



**Bài 3.** Minh Hiền có số tiền không quá 70000 đồng gồm 15 tờ giấy bạc với hai loại mệnh giá: loại 2000 đồng và loại 5000 đồng. Hỏi người đó có bao nhiêu tờ giấy bạc loại 5000 đồng?

**Bài 4.** Một kho chứa 100 tấn xi măng, mỗi ngày đều xuất đi 20 tấn xi măng. Gọi  $x$  là số ngày xuất xi măng của kho đó. Tìm  $x$  sao cho sau  $x$  ngày xuất hàng, khối lượng xi măng còn lại trong kho ít nhất là 10 tấn.



**Bài 5.** Bạn Minh Hiền có 100 nghìn đồng. Bạn muốn mua một cái bút giá 18 nghìn đồng và một số quyển vở, mỗi quyển vở giá 7 nghìn đồng. Hỏi bạn Minh Hiền mua được nhiều nhất bao nhiêu quyển vở?

**Bài 6.** Một hãng taxi ở Nha Trang có giá mở cửa là 15 nghìn đồng và giá 12 nghìn đồng cho mỗi kilômét tiếp theo. Hỏi với 200 nghìn đồng thì hành khách có thể di chuyển được tối đa bao nhiêu kilômét (làm tròn đến hàng đơn vị)?



### BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 7.** Bác Nam dự định chạy bộ tổng cộng ít nhất 7000 m vào buổi sáng và buổi chiều trong ngày. Buổi sáng bác Nam chạy được 3500 m. Gọi  $x$  là số mét bác Nam chạy bộ vào buổi chiều.

- Viết hệ thức chứa  $x$  biểu thị điều kiện để bác Nam chạy được như dự định.
- Hỏi buổi chiều bác Nam chạy bộ ít nhất bao nhiêu mét?

**Bài 8.** Số đo tính theo độ của ba góc A, B, C trong tứ giác ABCD lần lượt là  $x, 2x, 3(x-10)$  với  $x > 10$ .

- Viết một bất phương trình bậc nhất ẩn  $x$ .
- Giải bất phương trình bậc nhất một ẩn ở câu a.
- Các góc có số đo là  $2x$  và  $3(x-10)$  có bằng nhau được hay không? Vì sao?

**Bài 9.** Mức lương tối thiểu theo quy định ở một khách sạn là 10,25 (USD) cho mỗi giờ làm việc. Trong dịp tết Nguyên Đán, anh Minh làm thêm tại một khách sạn theo mức lương tối thiểu như quy định và anh ấy muốn kiếm được ít nhất 1500 (USD) trong dịp tết Nguyên Đán này.

- Hãy viết một bất phương trình mô tả tình huống này.
- Hỏi anh Minh cần làm việc ít nhất bao nhiêu giờ để kiếm được số tiền trên?

**Bài 10.** Bạn Trúc Linh định mời 12 bạn thân đi ăn nhân dịp bạn ấy được học bổng. Mỗi bạn có thể chọn một tô mì hay một đĩa gà rán. Một tô mì có giá 36 nghìn đồng, một đĩa gà rán có giá 45 nghìn đồng.

- Hỏi số tiền nhiều nhất và số tiền ít nhất mà bạn Trúc Linh phải chi là bao nhiêu?
- Nếu bạn Trúc Linh có ý định chi không quá 400 nghìn đồng cho bữa tiệc thì số đĩa gà rán nhiều nhất mà các bạn có thể chọn là bao nhiêu? Biết rằng có hai bạn chắc chắn chọn món mì.

**Bài 11.** Bạn Trúc Linh tham dự một kì kiểm tra năng lực tiếng Anh gồm 4 bài kiểm tra nghe, nói, đọc và viết. Mỗi bài kiểm tra có điểm là số nguyên từ 0 đến 10. Điểm trung bình của ba bài kiểm tra nghe, nói, đọc của Trúc Linh là 6,7. Hỏi bài kiểm tra viết của Trúc Linh cần được bao nhiêu điểm để điểm trung bình cả 4 bài kiểm tra được từ 7,0 trở lên? Biết điểm trung bình được tính gần đúng đến chữ số thập phân thứ nhất.

## PHẦN B

## TRẮC NGHIỆM VÀ TỰ LUẬN TỔNG HỢP GỒM BỐN PHẦN

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1.** Cho các bất phương trình sau, đâu là bất phương trình bậc nhất một ẩn ?

- A.**  $-2x + 2025 < 0$ .      **B.**  $0x - 2026 > 0$ .      **C.**  $2x^2 - \frac{1}{2}x > 0$ .      **D.**  $2x - 7 = 0$ .

**Câu 2.** Các bất phương trình sau, bất phương trình nào không phải bất phương trình bậc nhất một ẩn?

- A.**  $-x - \frac{1}{2024} \geq 0$ .      **B.**  $\frac{1}{2}x > 0$ .      **C.**  $\frac{-x}{2026} > 2025$ .      **D.**  $\frac{1}{x} - 2 \leq 0$ .

**Câu 3.** Giá trị  $x = 2$  là nghiệm của bất phương trình nào sau đây ?

- A.**  $7 - x < 2x$ .      **B.**  $2x + 3 > 9$ .      **C.**  $-4x \geq x + 5$ .      **D.**  $5 - x > 6x - 12$ .

**Câu 4.** Cho bất phương trình  $3x - 6 \leq 0$ . Giá trị  $x$  nào sau đây không phải là nghiệm của bất phương trình đã cho?

- A.**  $x = -1$ .      **B.**  $x = 3$ .      **C.**  $x = 2$ .      **D.**  $x = 0$ .

**Câu 5.** Cho bất phương trình  $(x+1) - 2(3-x) \leq 0$ . Giá trị  $x$  nào sau đây là nghiệm của bất phương trình đã cho?

- A.**  $x = 4$ .      **B.**  $x = 3$ .      **C.**  $x = 2$ .      **D.**  $x = 0$ .

**Câu 6.** Nghiệm của bất phương trình  $3x + 7 > x + 9$  là

- A.**  $x < 1$ .      **B.**  $x > -1$ .      **C.**  $x = 1$ .      **D.**  $x > 1$ .

**Câu 7.** Nghiệm của bất phương trình  $7(3x+5) > 0$  là

- A.**  $x \geq -\frac{5}{3}$ .      **B.**  $x \leq -\frac{5}{3}$ .      **C.**  $x > \frac{3}{5}$ .      **D.**  $x > -\frac{5}{3}$ .

**Câu 8.** Trong các giá trị sau của  $x$ , giá trị nào nhỏ nhất thoả mãn bất đẳng thức  $2x + 2 \geq 11$ ?

- A.**  $x = 3$ .      **B.**  $x = 4$ .      **C.**  $x = 5$ .      **D.**  $x = 6$ .

**Câu 9.** Trong các giá trị sau của  $y$ , giá trị nào lớn nhất thoả mãn bất đẳng thức  $3(1-y) \geq 17$ ?

- A.**  $y = -4$ .      **B.**  $y = -5$ .      **C.**  $y = -6$ .      **D.**  $y = -7$ .

**Câu 10.** Số nguyên lớn nhất của  $x$  thoả mãn bất phương trình  $\frac{x}{2} + 3 < 0$  bằng bao nhiêu?

- A.**  $x = -5$ .      **B.**  $x = -6$ .      **C.**  $x = -7$ .      **D.**  $x = -8$ .

**Câu 11.** Số nguyên nhỏ nhất của  $x$  thoả mãn bất phương trình  $\frac{x-1}{3} - 1 < x$  bằng bao nhiêu?

- A.**  $x = -2$ .      **B.**  $x = -1$ .      **C.**  $x = 0$ .      **D.**  $x = 1$ .

**Câu 12.** Số nguyên lớn nhất của  $x$  thoả mãn bất phương trình  $2(x-3) \leq 6$  bằng bao nhiêu?

- A.**  $x = 5$ .      **B.**  $x = 6$ .      **C.**  $x = 7$ .      **D.**  $x = 8$ .

**Câu 13.** Số nguyên nhỏ nhất của  $x$  thỏa mãn bất phương trình  $1,7x + 4 \geq 2 + 1,5x$  bằng bao nhiêu?

- A.  $x = -8$ .                      B.  $x = -9$ .                      C.  $x = -10$ .                      D.  $x = -11$ .

**Câu 14.** Tìm giá trị của  $x$  để biểu thức  $3x + 2$  có giá trị dương.

- A.  $x > \frac{2}{3}$ .                      B.  $x \geq \frac{2}{3}$ .                      C.  $x < -\frac{2}{3}$ .                      D.  $x > -\frac{2}{3}$ .

**Câu 15.** Tìm giá trị của  $x$  để biểu thức  $\frac{2-x}{2025}$  có giá trị âm.

- A.  $x \geq 2$ .                      B.  $x > 2$ .                      C.  $x < 2$ .                      D.  $x \leq 2$ .

**Câu 16.** Bất phương trình  $2(x-1) - x > 3(x-1) - 2x - 5$  có nghiệm là

- A. Vô số nghiệm.                      B.  $x < \frac{1}{2}$ .                      C.  $x > 2$ .                      D. Vô nghiệm.

**Câu 17.** Biết số nguyên lớn nhất của  $x$  thỏa mãn bất phương trình  $x(5x+1) + 4(x+3) \geq 5x^2$  là  $x = a$ .

Tính giá trị  $a$ .

- A.  $a = 0$ .                      B.  $a = 1$ .                      C.  $a = -1$ .                      D.  $a = -2$ .

**Câu 18.** Biết số nguyên lớn nhất của  $x$  thỏa mãn bất phương trình  $(x-2)^2 - x^2 - 8x + 3 \geq 0$  là  $x = a$ .

Tính giá trị  $a$ .

- A.  $a = 0$ .                      B.  $a = 1$ .                      C.  $a = -1$ .                      D.  $a = -2$ .

**Câu 19.** Cho bất phương trình  $x^2 + 2(x-3) - 1 > x(x+5) + 5$ . Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình đã cho bằng bao nhiêu?

- A.  $x = -2$ .                      B.  $x = 3$ .                      C.  $x = 4$ .                      D.  $x = -3$ .

**Câu 20.** Cho bất phương trình  $\frac{3x+5}{2} - 1 \leq \frac{x+2}{3} + x$ . Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình đã cho bằng bao nhiêu?

- A.  $x = -5$ .                      B.  $x = 6$ .  
C.  $x = 4$ .                      D. Không xác định được.

**Câu 21.** Cho bất phương trình  $\frac{2}{3} - \frac{3x-6}{2} > \frac{1+3x}{6}$ . Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình đã cho bằng bao nhiêu?

- A.  $x = -2$ .                      B.  $x = 3$ .                      C.  $x = 1$ .                      D.  $x = 2$ .

**Câu 22.** Nghiệm của bất phương trình  $\frac{6+4x}{3} < 3 - 2x$  là

- A.  $x > \frac{3}{10}$ .                      B.  $x < -\frac{3}{10}$ .                      C.  $x > -\frac{3}{10}$ .                      D.  $x < \frac{3}{10}$ .

**Câu 23.** Nghiệm của bất phương trình  $\frac{8-3x}{2} \geq x + 5$  là

- A.  $x \leq \frac{2}{5}$ .                      B.  $x \leq -\frac{2}{5}$ .                      C.  $x \geq \frac{2}{5}$ .                      D.  $x \geq -\frac{2}{5}$ .

**Câu 24.** Tìm giá trị của  $x$  để biểu thức  $\frac{1-3x}{2}+1$  có giá trị âm.

- A.  $x > -1$ .                      B.  $x < -1$ .                      C.  $x > 1$ .                      D.  $x < 1$ .

**Câu 25.** Tìm giá trị của  $x$  để biểu thức  $\frac{2(2-3x)}{3}-x$  có giá trị không âm.

- A.  $x \leq \frac{4}{9}$ .                      B.  $x \leq -\frac{4}{9}$ .                      C.  $x \geq -\frac{4}{9}$ .                      D.  $x \geq \frac{4}{9}$ .

**Câu 26.** Tìm giá trị của  $x$  để biểu thức  $2(x-1)+\frac{x}{3}$  có giá trị không dương.

- A.  $x \leq \frac{6}{7}$ .                      B.  $x \leq \frac{7}{6}$ .                      C.  $x \leq -\frac{6}{7}$ .                      D.  $x \leq -\frac{7}{6}$ .

**Câu 27.** Tìm giá trị của  $x$  để biểu thức  $\frac{5-2x}{x^2+4}$  có giá trị dương.

- A.  $x < \frac{5}{2}$ .                      B.  $x > 2$ .                      C.  $x \leq \frac{5}{2}$ .                      D.  $x > \frac{5}{2}$ .

**Câu 28.** Với những giá trị nào của  $x$  thì giá trị của biểu thức  $3x-\frac{1}{5}$  lớn hơn giá trị của biểu thức

$$2x+\frac{2x+1}{2}?$$

- A.  $x > 7$ .                      B.  $x > -7$ .  
C.  $x > 0$ .                      D. không có giá trị nào của  $x$ .

**Câu 29.** Phương trình  $x-1=m+4$  có nghiệm lớn hơn 2 với

- A.  $m < -3$ .                      B.  $m < 3$ .                      C.  $m > -3$ .                      D.  $m > 3$ .

**Câu 30.** Giá trị của  $m$  để phương trình  $x-2=3m+4$  có nghiệm lớn hơn  $-1$  là

- A.  $m < -\frac{7}{3}$ .                      B.  $m \leq -\frac{7}{3}$ .                      C.  $m > -\frac{7}{3}$ .                      D.  $m \geq -\frac{7}{3}$ .

**Câu 31.** Giá trị của  $m$  để phương trình  $2(x-1)=2m+3$  có nghiệm nhỏ hơn hoặc bằng 4 là

- A.  $m \geq \frac{3}{2}$ .                      B.  $m \geq -\frac{3}{2}$ .                      C.  $m \leq -\frac{3}{2}$ .                      D.  $m \leq \frac{3}{2}$ .

**Câu 32.** Giá trị của  $m$  để phương trình  $3(1-2x)=2m-1$  có nghiệm âm là

- A.  $m > -2$ .                      B.  $m \geq -2$ .                      C.  $m \geq 2$ .                      D.  $m > 2$ .

**Câu 33.** Giá trị của  $m$  để phương trình  $\frac{2(3-x)}{3}-2m=0$  có nghiệm dương là

- A.  $m > 1$ .                      B.  $m < 1$ .                      C.  $m < -1$ .                      D.  $m > -1$ .

**Câu 34.** Giá trị của  $m$  để phương trình  $\frac{x+2}{3}=m-1$  có nghiệm không âm là

- A.  $m \geq \frac{5}{3}$ .                      B.  $m \geq -\frac{5}{3}$ .                      C.  $m > \frac{5}{3}$ .                      D.  $m > -\frac{5}{3}$ .

**Câu 35.** Giá trị của  $m$  để phương trình  $\frac{2(x-1)}{5} = 2 - m$  có nghiệm không dương là

- A.  $m \geq -\frac{5}{12}$ .      B.  $m \geq \frac{5}{12}$ .      C.  $m \leq -\frac{5}{12}$ .      D.  $m \leq \frac{5}{12}$ .

**Câu 36.** Với giá trị nào của  $m$  thì bất phương trình  $m(2x+1) < 8$  là bất phương trình bậc nhất một ẩn ?

- A.  $m \neq 1$ .      B.  $m \neq -\frac{1}{2}$ .      C.  $m \neq 0$ .      D.  $m \neq 8$ .

**Câu 37.** Với giá trị nào của  $m$  thì bất phương trình  $(2-m)x - 2025 \geq 0$  là bất phương trình bậc nhất một ẩn ?

- A.  $m = -2$ .      B.  $m = 2$ .      C.  $m \neq 2$ .      D.  $m \neq -2$ .

**Câu 38.** Với giá trị nào của  $m$  thì bất phương trình  $(1-m)x > 2 - 2mx$  là bất phương trình bậc nhất một ẩn ?

- A.  $m = -1$ .      B.  $m = 1$ .      C.  $m \neq 1$ .      D.  $m \neq -1$ .

**Câu 39.** Với giá trị nào của  $m$  thì bất phương trình  $(m-1)x + 2mx + 4 < 0$  không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn ?

- A.  $m = \frac{1}{3}$ .      B.  $m = -\frac{1}{3}$ .      C.  $m \neq \frac{1}{3}$ .      D.  $m \neq -\frac{1}{3}$ .

**Câu 40.** Với giá trị nào của  $m$  thì bất phương trình  $(m^2 - 1)x \leq 2026 + 3x$  không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn ?

- A.  $m = -2$ .      B.  $m = 2$ .      C.  $m = 4$ .      D.  $m = -2$  và  $m = 2$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 41.** Cho bất phương trình sau  $2(x-2) \geq 3(1-x)+2$  (1).

a) Nhân phân phối hai vế của bất phương trình (1) ta được:  $2x-4 \geq 3-3x+2$ .

b) Rút gọn bất phương trình (1) ta được:  $-x \geq 9$ .

c) Nghiệm của bất phương trình (1) là  $x \leq -9$ .

d) Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình (1) là  $x = 1$ .

**Câu 42.** Cho bất phương trình sau  $3(1-2x) > 2(x+1)$  (1).

a) Nhân phân phối hai vế của bất phương trình (1) ta được:  $3+6x > 2x+2$ .

b) Rút gọn bất phương trình (1) ta được:  $-8x > -1$ .

c) Nghiệm của bất phương trình (1) là  $x < \frac{1}{8}$ .

d) Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình (1) là  $x = 0$ .

**Câu 43.** Cho bất phương trình sau  $2(3x-1)-2x < 3(1-x)$  (1).

a) Nhân phân phối hai vế của bất phương trình (1) ta được:  $6x-2-2x < 3-x$ .

b) Rút gọn bất phương trình (1) ta được:  $5x < 5$ .

c) Biết nghiệm của bất phương trình (1) có dạng  $x < \frac{a}{b}$ , với  $a, b \in \mathbb{Z}$  và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Khi đó

$$a+b=12$$

d) Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình (1) là  $x = -1$ .

**Câu 44.** Cho bất phương trình sau  $\frac{x+1}{3} \geq \frac{x-6}{2}$  (1).

a) Nhân hai vế của bất phương trình (1) với 6 ta được:  $2(x+1) \geq 3(x-6)$ .

b) Rút gọn bất phương trình (1) ta được:  $-x \geq 20$ .

c) Nghiệm của bất phương trình (1) là  $x \leq -20$ .

d) Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình (1) là  $x = 19$ .

**Câu 45.** Cho bất phương trình sau  $\frac{x-2}{-2} \geq 2-3x$  (1).

a)  $x = 0$  là một nghiệm của bất phương trình (1).

b) Nhân hai vế của bất phương trình (1) với  $-2$  ta được:  $x-2 \geq -2(2-3x)$ .

c) Nghiệm của bất phương trình (1) là  $x \geq \frac{2}{5}$ .

d) Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình (1) là  $x = 1$ .

**Câu 46.** Cho bất phương trình sau  $\frac{-3x-2}{-3} - x + 1 \leq 0$  (1).

a)  $x = 0$  là một nghiệm của bất phương trình (1).

b)  $x = -1$  không phải là nghiệm của bất phương trình (1).

c) Nhân hai vế của bất phương trình (1) với  $-3$  ta được:  $-3x - 2 + 3x - 3 \leq 0$ .

d) Bất phương trình (1) có vô số nghiệm.

**Câu 47.** Cho bất phương trình sau  $\frac{3x+5}{2} - x < 1 + \frac{x+2}{3}$  (1).

a) Mẫu số chung nhỏ nhất của bất phương trình (1) bằng 6.

b) Nhân hai vế của bất phương trình (1) với 6 ta được:  $3(3x+5) - x < 6 + 2(x+2)$ .

c) Nghiệm của bất phương trình (1) là  $x < -5$ .

d) Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình (1) là  $x = -6$ .

**Câu 48.** Cho bất phương trình sau  $\frac{x+4}{5} - x - 5 \geq \frac{x+3}{3} - \frac{x-2}{2}$  (1).

a)  $x = 0$  không phải là nghiệm của bất phương trình (1).

b) Quy đồng hai vế của bất phương trình (1) ta được  $\frac{6 \cdot (x+4) - 30 \cdot (x+5)}{15} \geq \frac{10 \cdot (x+3) - 15 \cdot (x-2)}{15}$ .

c) Khử mẫu của bất phương trình (1) ta được  $6 \cdot (x+4) - 30 \cdot (x+5) \geq 10 \cdot (x+3) - 15 \cdot (x-2)$ .

d) Nghiệm của bất phương trình (1) là  $x \leq \frac{186}{19}$ .

**Câu 49.** Cho bất phương trình sau  $3x - \frac{1}{5} < 2x + \frac{2x+1}{2}$  (1).

a) Mẫu số chung nhỏ nhất của bất phương trình (1) bằng 5.

b) Khử mẫu của bất phương trình (1) ta được  $30x + 2 < 20x + 10x + 5$ .

c) Bất phương trình (1) vô số nghiệm.

d) Nghiệm nguyên dương nhỏ nhất của bất phương trình (1) là  $x = 1$ .

**Câu 50.** Cho bất phương trình sau  $(x+1)(x-1) + \frac{x-2}{2} < x^2$  (1).

a) Nhân hai vế của bất phương trình (1) với 2 ta được:  $2(x+1)(x-1) + x - 2 < x^2$ .

b) Rút gọn bất phương trình (1) ta được:  $x - 4 < 0$ .

c) Nghiệm của bất phương trình (1) là  $x < 4$ .

d) Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình (1) là  $x = 4$ .

**Câu 51.** Cho bất phương trình sau  $\frac{5x^2-3}{5} + \frac{3x-1}{4} \geq \frac{x(2x+3)}{2} - 5$  (1).

a) Mẫu số chung nhỏ nhất của bất phương trình (1) bằng 20.

b) Quy đồng hai vế của bất phương trình (1) ta được  $\frac{4 \cdot (5x^2-3) + 5(3x-1)}{20} \geq \frac{10x \cdot (2x+3) - 5}{20}$ .

c) Biết nghiệm của bất phương trình (1) có dạng  $x \geq \frac{a}{b}$ , với  $a, b \in \mathbb{Z}$  và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Khi đó  $a-b=70$

d) Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình (1) là  $x=5$ .

**Câu 52.** Cho bất phương trình sau  $\frac{2x+1}{-3} - \frac{2x^2+3}{-4} \leq \frac{x(5-3x)}{-6} - \frac{4x+1}{-5}$  (1).

a) Bất phương trình (1) được viết lại:  $\frac{-2x+1}{3} + \frac{2x^2+3}{4} \leq \frac{-x(5-3x)}{6} + \frac{4x+1}{5}$ .

b) Quy đồng hai vế của bất phương trình (1) ta được:

$$\frac{20 \cdot (-2x+1) + 15 \cdot (2x^2+3)}{60} \leq \frac{-10x \cdot (5-3x) + 12 \cdot (4x+1)}{60}$$

c) Biết nghiệm của bất phương trình (1) có dạng  $x \geq \frac{a}{b}$ , với  $a, b \in \mathbb{Z}$  và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Khi đó  $a+b=50$

d) Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình (1) là  $x=1$ .

**Câu 53.** Cho hai biểu thức  $A=17(x+5)+41x$  và  $B=-15(x+4)-1$ .

a) Giá trị của biểu thức  $A$  dương khi  $x > \frac{85}{58}$ .

b) Giá trị của biểu thức  $B$  không dương khi  $x \geq -4$ .

c) Giá trị biểu thức  $A$  không nhỏ hơn giá trị biểu thức  $B$  khi  $x > 2$ .

d) Giá trị biểu thức  $A$  không lớn hơn giá trị biểu thức  $B$  khi  $x \leq 2$ .

**Câu 54.** Cho hai biểu thức  $A = \frac{x+4}{x+1} + \frac{x}{x-1}$  và  $B = \frac{2x^2}{x^2-1}$ .

a) Biểu thức  $A$  xác định khi  $x \neq -1$  và  $x \neq 1$ .

b) Biểu thức  $B$  xác định khi  $x \neq 1$ .

c) Rút gọn bất phương trình  $A < B$  ta được  $\frac{4}{x+1} < 0$ .

d) Giải bất phương trình  $A < B$  ta được nghiệm là  $x > -1$

**Câu 55.** Cho biểu thức  $A = \left( \frac{1}{1-x} + \frac{2}{x+1} - \frac{5-x}{1-x^2} \right) : \frac{1-2x}{x^2-1}$

a) Biểu thức  $A$  xác định khi  $x \neq -1$  và  $x \neq 1$ .

b) Rút gọn biểu thức  $A$  ta được  $\frac{-2}{2x-1}$ .

c) Để  $A > 0$  thì  $x < \frac{1}{2}$ .

d) Để biểu thức  $A$  không dương thì  $x \geq \frac{1}{2}$ .

**Câu 56.** Cô Minh Nhân chuyển nhà cần di chuyển một tủ đồ nặng 260 kg bằng thang máy. Thang máy có thể chở được tối đa là 710 kg. Gọi  $x$  (kg) là khối lượng thang máy có thể chở thêm được.

a) Khối lượng thang máy chở được là  $x + 260$  (kg).

b)  $x + 260 \leq 710$ .

c) Thang máy có thể chở thêm được tối đa 460 kg.

d) Ngoài tủ đồ, thang máy có thể chở thêm được 8 người, biết mỗi người nặng khoảng 60 kg.

**Câu 57.** Một hãng viễn thông nước ngoài có hai gói cước như sau:

Gói cước A	Gói cước B
Cước thuê bao hằng tháng 32 USD	Cước thuê bao hằng tháng là 44 USD
45 phút miễn phí	Không có phút miễn phí
0,4 USD cho mỗi phút gọi	0,25 USD cho mỗi phút gọi

Gọi  $x$  (phút) là thời gian gọi trong một tháng của từng gói cước ( $x > 45$ ).

a) Phí phải trả trong một tháng cho hãng viễn thông A là:  $32 + 0,4 \cdot x$  (USD).

b) Phí phải trả trong một tháng cho hãng viễn thông B là:  $44 + 0,25 \cdot x$  (USD).

c) Nếu khách hàng chỉ gọi tối đa là 180 phút trong một tháng thì nên dùng gói cước B để chi phí rẻ hơn gói cước A.

d) Nếu khách hàng chỉ gọi tối đa là 500 phút trong một tháng thì nên dùng gói cước A để chi phí rẻ hơn gói cước B.

**Câu 58.** Để đổi từ độ Fahrenheit (độ F) sang độ Celsius (độ C), người ta dùng công thức

$$\text{sau: } C = \frac{5}{9}(F - 32)$$

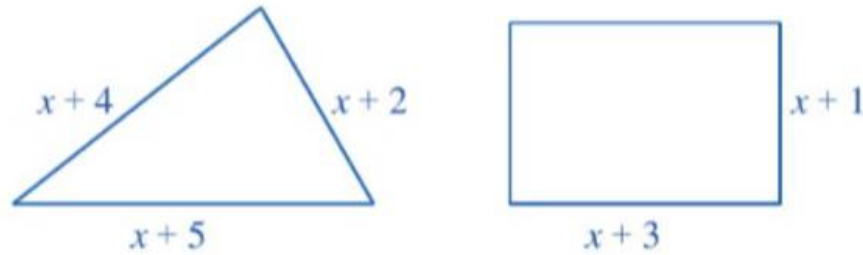
a) Nếu nhiệt độ ngoài trời của một ngày mùa hè là  $113^\circ F$  thì nhiệt độ ngoài trời khi đó là  $45^\circ C$ .

b) Nếu nhiệt độ ngoài trời của một ngày mùa hè là  $40^\circ C$  thì nhiệt độ ngoài trời khi đó là  $104^\circ F$ .

c) Nếu nhiệt độ ngoài trời của một ngày mùa hè ít nhất là  $95^\circ F$  thì nhiệt độ ngoài trời khi đó ít nhất là  $36^\circ C$ .

d) Nếu nhiệt độ ngoài trời của một ngày mùa hè ít nhất là  $50^\circ C$  thì nhiệt độ ngoài trời khi đó ít nhất là  $125^\circ F$ .

**Câu 59.** Cho hình tam giác và hình chữ nhật có số đo các cạnh (đơn vị centimet) như hình vẽ dưới. Biết  $x > 0$ .



- a) Chu vi của hình tam giác là:  $3x+11(cm)$ .
- b) Chu vi của hình chữ nhật là:  $2x+4(cm)$
- c) Chu vi của hình tam giác bằng chu vi của hình chữ nhật khi  $x=3$ .
- d) Chu vi của hình tam giác lớn hơn chu vi của hình chữ nhật khi  $x < 3$ .

**Câu 60.** Trúc Linh kiếm được 50000 đồng cho mỗi giờ làm việc tại công ty chuyên sản xuất xe ô tô và Trúc Linh muốn kiếm được ít nhất 15 triệu đồng trong một tháng. Gọi  $x$  (giờ) là số giờ làm việc của Trúc Linh trong một tháng.

- a) Trong 8 giờ làm việc, Trúc Linh kiếm được 400000 đồng.
- b) Số tiền Trúc Linh kiếm được trong một tháng là  $50000.x$  đồng.
- c)  $50000.x > 1500000$ .
- d) Trúc Linh cần làm việc ít nhất 300 giờ trong một tháng để kiếm được số tiền trên.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 61.** Bạn Minh Hiền có số tiền không vượt quá 60 000 đồng gồm 15 tờ với hai loại mệnh giá: 2 000 đồng và 5 000 đồng. Hỏi bạn Minh Hiền có nhiều nhất bao nhiêu tờ tiền mệnh giá 5 000 đồng?



**Trả lời:** .....

**Câu 62.** Để hưởng ứng phong trào “Trồng cây gây rừng”, lớp 9A có kế hoạch trồng ít nhất 100 cây xanh. Lớp 9A đã trồng được 54 cây. Để đạt được kế hoạch đề ra, lớp 9A cần trồng thêm ít nhất bao nhiêu cây xanh nữa?



**Trả lời:** .....

**Câu 63.** Trong cuộc thi “Đố vui để học”, mỗi thí sinh phải trả lời 12 câu hỏi của ban tổ chức. Mỗi câu hỏi gồm bốn phương án, trong đó chỉ có một phương án đúng. Với mỗi câu hỏi, nếu trả lời đúng thì được cộng 5 điểm, trả lời sai bị trừ 2 điểm. Khi bắt đầu cuộc thi, mỗi thí sinh có sẵn 20 điểm. Thí sinh nào đạt từ 50 điểm trở lên sẽ được vào vòng thi tiếp theo. Hỏi thí sinh phải trả lời đúng ít nhất bao nhiêu câu thì được vào vòng thi tiếp theo?

**Trả lời:** .....

**Câu 64.** Gia đình Cô Thúy đã tiết kiệm được số tiền là 250 triệu đồng. Sau thời điểm đó, mỗi tháng gia đình Cô Thúy đều tiết kiệm được 10 triệu đồng. Gia đình Cô Thúy dự định mua một chiếc ô tô với giá tối thiểu là 370 triệu đồng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng gia đình Cô Thúy có thể mua được chiếc ô tô đó bằng số tiền tiết kiệm được?



**Trả lời:** .....

**Câu 65.** Để lập đội tuyển năng khiếu về bóng rổ của trường THCS Nguyễn Hiền, thầy Nam đưa ra quy định tuyển chọn như sau: mỗi bạn dự tuyển sẽ được ném 15 quả bóng vào rổ, quả bóng vào rổ được cộng 2 điểm; quả bóng ném ra ngoài bị trừ 1 điểm. Nếu bạn nào có số điểm từ 15 điểm trở lên thì sẽ được chọn vào đội tuyển. Hỏi một học sinh muốn được chọn vào đội tuyển thì phải ném ít nhất bao nhiêu quả vào rổ?



**Trả lời:** .....

**Câu 66.** Một kì thi Tiếng Anh gồm bốn kĩ năng: nghe, nói, đọc, viết. Kết quả của bài thi là điểm số trung bình của bốn kĩ năng này. Bạn Minh Nhi đã đạt được điểm số của ba kĩ năng nghe, đọc, viết lần lượt là 6,5; 6,5; 5,5. Hỏi bạn Minh Nhi cần đạt bao nhiêu điểm trong kĩ năng nói để đạt được của bài thi ít nhất là 6,25?

**Trả lời:** .....

**Câu 67.** Một nhà máy sản xuất xi măng mỗi ngày đều sản xuất được 100 tấn xi măng. Lượng xi măng tồn trong kho của nhà máy là 300 tấn. Hỏi nhà máy đó cần sản xuất trong ít nhất bao nhiêu ngày để có thể xuất đi 15300 tấn xi măng (tính cả lượng xi măng tồn trong kho)?

**Trả lời:** .....

**Câu 68.** Một ngân hàng đang áp dụng lãi suất gửi tiết kiệm kì hạn 1 tháng là 0,4%/ tháng. Hỏi nếu muốn có số tiền lãi hàng tháng ít nhất là 3 triệu đồng thì số tiền gửi tiết kiệm ít nhất là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn đến triệu đồng) ?

**Trả lời:** .....

**Câu 69.** Người ta dùng một loại xe tải để chở sữa tươi cho một nhà máy. Biết mỗi thùng sữa loại 180 ml nặng trung bình 10 kg. Theo khuyến nghị, trọng tải của xe (tức là tổng khối lượng tối đa cho phép mà

**Đại số 9 - Chương 2: Bất đẳng thức. BPT bậc nhất một ẩn – Tự luận và trắc nghiệm 4 phần có lời giải** **Cánh Diều**  
xe có thể chở) là 5,25 tấn. Hỏi xe có thể chở được tối đa bao nhiêu thùng sữa như vậy, biết bác lái xe nặng 65 kg?

**Trả lời:** .....

**Câu 70.** Một nhà tài trợ dự kiến tổ chức một buổi đi dã ngoại tập thể nhằm giúp các bạn học sinh vùng cao trải nghiệm thực tế tại một trang trại trong 1 ngày (từ 14h00 ngày hôm trước đến 12h00 ngày hôm sau). Cho biết số tiền tài trợ dự kiến là 30 triệu đồng và giá thuê các dịch vụ và phòng nghỉ là 17 triệu đồng 1 ngày, giá mỗi suất ăn trưa, ăn tối là 60 000 đồng và mỗi suất ăn sáng là 30 000 đồng. Hỏi có thể tổ chức cho nhiều nhất bao nhiêu bạn tham gia được?

**Trả lời:** .....

**Câu 71.** Trong một cuộc thi tuyển dụng việc làm, ban tổ chức quy định mỗi người ứng tuyển phải trả lời 25 câu hỏi ở vòng sơ tuyển. Mỗi câu hỏi này có sẵn bốn đáp án, trong đó chỉ có một đáp án đúng. Người ứng tuyển chọn đáp án đúng sẽ được cộng thêm 2 điểm, chọn đáp án sai bị trừ đi 1 điểm. Ở vòng sơ tuyển, ban tổ chức tặng cho mỗi người dự thi 5 điểm và theo quy định người ứng tuyển phải trả lời hết 25 câu hỏi; người nào có số điểm từ 25 trở lên mới được dự thi vòng tiếp theo. Hỏi người ứng tuyển phải trả lời chính xác ít nhất bao nhiêu câu hỏi ở vòng sơ tuyển thì mới được vào vòng tiếp theo?

**Trả lời:** .....

**Câu 72.** Công ty Viettel cung cấp dịch vụ Internet với mức chi phí ban đầu là 300 000 đồng và chi phí trả hàng tháng là 72 000 đồng. Công ty FPT cung cấp dịch vụ Internet không tính chi phí ban đầu, nhưng chi phí trả hàng tháng là 90 000 đồng. Anh Tuấn đã đăng ký dịch vụ Internet của công ty Viettel, hỏi anh Tuấn phải sử dụng dịch vụ Internet của công ty Viettel ít nhất bao nhiêu tháng thì tổng chi phí sử dụng sẽ rẻ hơn nếu sử dụng của công ty FPT.

**Trả lời:** .....

**Câu 73.** Bạn Minh mang 120 nghìn đồng đi mua vở. Bạn Minh mua hai loại vở: loại I giá 10 nghìn đồng/quyển; loại II giá 8 nghìn đồng/quyển. Tìm số quyển vở loại I nhiều nhất mà bạn Minh có thể mua được, biết bạn Minh đã mua 5 quyển vở loại II.

**Trả lời:** .....

**Câu 74.** Vòi thứ nhất chảy vào bể không chứa nước, chảy được 60 l nước mỗi phút. Cùng lúc đó, vòi thứ hai chảy từ bể ra, chảy được lượng nước bằng  $\frac{1}{3}$  lượng nước chảy vào của vòi thứ nhất. Hỏi hai vòi chảy sau ít nhất bao nhiêu giờ thì trong bể có không ít hơn 1200 l nước?

**Trả lời:** .....

**Câu 75.** Bác Tùng đi du lịch từ Hà Nội vào Thành phố Hồ Chí Minh với quãng đường 1595 km. Trung bình mỗi ngày, Bác Tùng đi được 295 km. Gọi  $t$  là số ngày mà Bác Tùng đã đi. Tìm  $t$  sao cho quãng đường còn lại Bác Tùng phải đi ít hơn 415 km sau  $t$  ngày đã đi.

**Trả lời:** .....

**Câu 76.** Cô Minh Nhân sử dụng dịch vụ điện thoại di động với giá cước gọi nội mạng và gọi ngoại mạng lần lượt là 1 200 đồng/phút và 2 000 đồng/phút. Trong tháng 12, Cô Minh Nhân đã sử dụng 90 phút

**Đại số 9 - Chương 2: Bất đẳng thức. BPT bậc nhất một ẩn – Tự luận và trắc nghiệm 4 phần có lời giải** **Cánh Diều**  
gọi nội mạng. Hỏi Cô Minh Nhân có thể sử dụng nhiều nhất bao nhiêu phút gọi ngoại mạng nếu tiền cước  
Cô Minh Nhân phải trả trong tháng 12 không vượt quá 200 000 đồng?

**Trả lời:** .....

**Câu 77.** Một trang trại thu được ít nhất 20,8 triệu đồng do bán cà chua và khoai tây. Giá bán cà chua là 18 nghìn đồng/kg và giá bán khoai tây là 25 nghìn đồng/kg. Tính số kilôgam cà chua ít nhất mà trang trại đó đã bán, biết trang trại này đã bán 400 kg khoai tây.

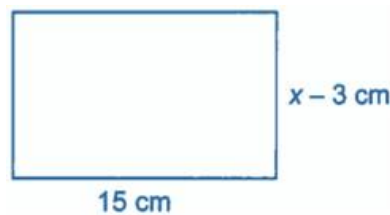


**Trả lời:** .....

**Câu 78.** Một người muốn sử dụng yến mạch và gạo lứt để tạo món ăn kiêng. Giá yến mạch và gạo lứt lần lượt là 70 000 đồng/kg và 30 000 đồng/kg. Tìm số kilôgam gạo lứt nhiều nhất mà người đó có thể mua, biết người đó đã mua 1 kg yến mạch và số tiền người đó bỏ ra không vượt quá 190 000 đồng.

**Trả lời:** .....

**Câu 79.** Cho hình chữ nhật có chiều dài và chiều rộng như hình vẽ bên dưới. Biết chiều dài của một hình chữ nhật thì luôn lớn hơn hoặc bằng chiều rộng và  $x(cm)$  là số nguyên. Hỏi có bao nhiêu giá trị  $x$  thỏa mãn hình chữ nhật đó?



**Trả lời:** .....

**Câu 80.** Bạn Trúc Linh phải làm 4 bài kiểm tra tiếng Anh: nghe, nói, đọc và viết. Bài nghe, nói, đọc bạn Trúc Linh đạt điểm số lần lượt là 78, 83 và 89. Hỏi bài kiểm tra viết, bạn Trúc Linh phải đạt điểm số là bao nhiêu để điểm số trung bình Bạn Trúc Linh đạt được của cả 4 bài kiểm tra ít nhất là 85?

**Trả lời:** .....

**Câu 81.** Một quả táo có giá 20 nghìn đồng, một quả lê có giá 12 nghìn đồng. Bạn Minh Tuyền có 200 nghìn đồng, bạn ấy muốn mua mỗi loại ít nhất 5 quả. Hỏi tổng số quả táo và lê nhiều nhất mà bạn Minh Tuyền có thể mua được là bao nhiêu?

**Trả lời:** .....

**Câu 82.** Bình xăng của một chiếc xe ô tô đang chứa 40 lít xăng. Biết rằng nếu xe đi 15 km thì tiêu thụ hết 1 lít xăng. Hỏi xe có thể đi được quãng đường tối đa là bao nhiêu kilômét với lượng xăng đó?

Trả lời: .....

**Câu 83.** Bạn Tuấn đi học ở Singapore, bạn ấy đã đạt điểm số của hai môn là 67 và 74 điểm. Muốn có phần thưởng bạn Tuấn phải đạt môn thứ ba bao nhiêu điểm? Biết rằng muốn đoạt giải thưởng thì điểm trung bình tối thiểu của ba môn phải là 75.

Trả lời: .....

**Câu 84.** Tổng chi phí của một công ty sản xuất nước rửa tay là 80 triệu đồng/quý. Giá mỗi chai nước rửa tay là 18 000 đồng. Hỏi trung bình mỗi quý, công ty đó phải bán ít nhất bao nhiêu chai nước rửa tay để thu lợi nhuận không dưới 328 triệu đồng sau bốn quý?

Trả lời: .....

**Câu 85.** Một xí nghiệp đã sản xuất hai loại hộp giấy có dạng hình hộp chữ nhật để đựng đồ ăn. Hộp giấy loại I có chiều rộng là  $x$  (cm), chiều dài hơn chiều rộng là 9 (cm), chiều cao là 18 (cm) và hộp giấy loại II có chiều rộng là 10 (cm), chiều dài hơn chiều rộng là 5 (cm), chiều cao là  $x + 1$  (cm) với  $x > 0$ . Tổng diện tích xung quanh của 25 hộp giấy loại I hơn tổng diện tích xung quanh của 20 hộp giấy loại II không dưới  $175 \text{ dm}^2$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $x$ , biết rằng diện tích giấy dán mép hộp không đáng kể.

Trả lời: .....

**Câu 86.** Tìm nghiệm nguyên  $x$  nhỏ nhất của bất phương trình  $4(2 - 3x) - (5 - x) \leq 11 - x$ .

Trả lời: .....

**Câu 87.** Tìm nghiệm nguyên  $x$  lớn nhất của bất phương trình  $5(x - 1) - x(7 - x) \geq x^2$ .

Trả lời: .....

**Câu 88.** Tìm nghiệm nguyên  $x$  lớn nhất của bất phương trình  $1 - 2x > \frac{7x - 11}{-5}$ .

Trả lời: .....

**Câu 89.** Tìm nghiệm nguyên  $x$  nhỏ nhất của bất phương trình  $3x - \frac{x + 2}{3} > \frac{3(x - 2)}{2} + 5 - x$ .

Trả lời: .....

**Câu 90.** Nếu giá trị của biểu thức  $x - 1 - (2x - 3)$  âm thì giá trị nhỏ nhất của số nguyên  $x$  bằng bao nhiêu?

Trả lời: .....

**Câu 91.** Nếu giá trị của biểu thức  $\frac{4x - 2}{3} - x + 3$  dương thì giá trị nhỏ nhất của số nguyên  $x$  bằng bao nhiêu?

Trả lời: .....

**Câu 92.** Nếu giá trị của biểu thức  $\frac{3x + 1}{6} - \frac{x - 4}{12}$  không âm thì giá trị nhỏ nhất của số nguyên  $x$  bằng bao nhiêu?

Trả lời: .....

**Câu 93.** Nếu giá trị của biểu thức  $\frac{2x+1}{3} - \frac{x-4}{4}$  không dương thì giá trị lớn nhất của số nguyên  $x$  bằng bao nhiêu?

**Trả lời:** .....

**Câu 94.** Để giá trị biểu thức  $\frac{3x-1}{2} - 3x$  nhỏ hơn giá trị biểu thức  $4 - \frac{x-8}{3}$  thì giá trị nhỏ nhất của số nguyên  $x$  bằng bao nhiêu?

**Trả lời:** .....

**Câu 95.** Để giá trị biểu thức  $3x - \frac{x+2}{3}$  không nhỏ hơn giá trị biểu thức  $\frac{3(x-2)}{2} + 5 - x$  thì giá trị nhỏ nhất của số nguyên  $x$  bằng bao nhiêu?

**Trả lời:** .....

**Câu 96.** Để giá trị biểu thức  $\frac{10x-5}{6} + \frac{x+3}{4}$  lớn hơn giá trị biểu thức  $\frac{7x+3}{2} - \frac{12-x}{3}$  thì giá trị lớn nhất của số nguyên  $x$  bằng bao nhiêu?

**Trả lời:** .....

**Câu 97.** Để giá trị biểu thức  $\frac{x(x+2)}{3} + \frac{(x-1)(x+2)}{2}$  không lớn hơn giá trị biểu thức  $\frac{5(x+1)^2}{6} + 1$  thì giá trị nhỏ nhất của số nguyên  $x$  bằng bao nhiêu?

**Trả lời:** .....

**Câu 98.** Biết  $m = m_0$  thì bất phương trình  $(m-3)x - \frac{1}{2025} < 0$  là bất phương trình bậc nhất một ẩn ( $m$  là tham số). Tính giá trị  $m_0$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 99.** Biết  $m = m_0$  thì bất phương trình  $(1-2m)x + 2 \geq 0$  là bất phương trình bậc nhất một ẩn ( $m$  là tham số). Tính giá trị  $m_0$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 100.** Giá trị của  $m$  bằng bao nhiêu để bất phương trình  $(1-5m)x - 2025 \geq 0$  không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn ( $m$  là tham số).

**Trả lời:** .....

**PHẦN IV. Câu tự luận. Mỗi câu hỏi thí sinh trình bày cách giải tự luận.**

**Câu 101.** Giải bất phương trình sau :  $2(x+1) \geq 2x-1$ .

**Câu 102.** Giải bất phương trình sau :  $2(2x+1) > 3(3x-2)$ .

**Câu 103.** Giải bất phương trình sau :  $2(3x-1)-2x \geq 3(1-x)$ .

**Câu 104.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x-1}{4} + \frac{1}{2} > \frac{3-2x}{2}$ .

**Câu 105.** Tìm tất cả các nghiệm nguyên dương của bất phương trình:  $\frac{x}{2} + \frac{2x-1}{3} \leq 2$ .

**Câu 106.** Tìm tất cả các nghiệm nguyên âm của bất phương trình:  $\frac{3x+5}{2} - 1 > \frac{x+2}{3} + x$ .

**Câu 107.** Giải bất phương trình sau :  $x - \frac{5x}{6} - 3 > \frac{x}{3} - \frac{x}{6}$ .

**Câu 108.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x+1}{2} + \frac{x+2}{3} \geq 1 - \frac{x+3}{4}$ .

**Câu 109.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{4x-2}{3} - x + 3 \leq \frac{1-5x}{4}$

**Câu 110.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{2x+1}{-3} - \frac{2x^2+3}{-4} > \frac{x(5-3x)}{-6} - \frac{4x+1}{-5}$

**Câu 111.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{5x^2-3}{5} + \frac{3x-1}{4} < \frac{x(2x+3)}{2} - 5$

**Câu 112.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{5x-2}{-3} - \frac{2x^2-x}{-2} > \frac{x(1-3x)}{-3} - \frac{5x}{-4}$

**Câu 113.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x(x+2)}{3} + \frac{(x-1)(x+2)}{2} \geq \frac{5(x+1)^2}{6} + 1$ .

**Câu 114.** Tìm tất cả các nghiệm nguyên âm của bất phương trình:

$$\frac{x^2+2x+8}{2} - \frac{x^2-x+1}{6} > \frac{x^2+x+1}{3} - \frac{x+1}{4}$$

**Câu 115.** Với những giá trị nào của  $x$  thì giá trị của biểu thức  $A = 6x-1-(3x+9)$  âm?

**Câu 116.** Với những giá trị nào của  $x$  thì giá trị của biểu thức  $B = 8x-7-(2x-1)$  không âm?

**Câu 117.** Với những giá trị nào của  $x$  thì giá trị của biểu thức  $A = 6x-1-(3x+9)$  nhỏ hơn giá trị của biểu thức  $B = 8x-7-(2x-1)$ ?

**Câu 118.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x-85}{15} + \frac{x-74}{13} + \frac{x-67}{11} \leq 6$ .

**Câu 119.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x+1}{35} + \frac{x+3}{33} \geq \frac{x+5}{31} + \frac{x+7}{29}$ .

**Câu 120.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x+2004}{2005} + \frac{x+2005}{2006} < \frac{x+2006}{2007} + \frac{x+2007}{2008}$ .

**Câu 121.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x-2}{2002} + \frac{x-4}{2000} < \frac{x-3}{2001} + \frac{x-5}{1999}$ .

**Câu 122.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x+1}{65} + \frac{x+3}{63} - \frac{x+5}{61} - \frac{x+7}{59} < 0$ .

**Câu 123.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x+29}{31} - \frac{x+27}{33} \leq \frac{x+17}{43} - \frac{x+15}{45}$ .

**Câu 124.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x+6}{1999} + \frac{x+8}{1997} \geq \frac{x+10}{1995} + \frac{x+12}{1993}$ .

**Câu 125.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x-2}{2023} + \frac{x-3}{2024} < \frac{x-4}{2025} + \frac{x-5}{2026}$ .

**Câu 126.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x+1}{2026} + \frac{x+2}{2025} - \frac{x+3}{2024} - \frac{x+4}{2023} \geq 0$ .

**Câu 127.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x-3}{2011} + \frac{x-2}{2012} \leq \frac{x-2012}{2} + \frac{x-2011}{3}$ .

**Câu 128.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x+1}{2029} + \frac{x+2}{2028} + \frac{x+3}{2027} + \frac{x+4}{2026} + 4 > 0$ .

**Câu 129.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x-2}{2023} + \frac{x-3}{2024} < \frac{x-4}{2025} + \frac{x-5}{2026}$ .

**Câu 130.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x+1987}{2002} + \frac{x+1988}{2003} > \frac{x+1989}{2004} + \frac{x+1990}{2005}$ .

**Câu 131.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x-1}{99} + \frac{x-3}{97} + \frac{x-5}{95} < \frac{x-2}{98} + \frac{x-4}{96} + \frac{x-6}{94}$ .

**Câu 132.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x+1}{99} + \frac{x+3}{97} + \frac{x+5}{95} < \frac{x+2}{98} + \frac{x+4}{96} + \frac{x+6}{94}$ .

**Câu 133.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x-10}{1994} + \frac{x-8}{1996} + \frac{x-6}{1998} > \frac{x-1998}{6} + \frac{x-1996}{8} + \frac{x-1994}{10}$ .

**Câu 134.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x-1995}{5} - \frac{x-5}{1995} + \frac{x-1997}{3} - \frac{x-3}{1997} + \frac{x-1999}{1} - \frac{x-1}{1999} < 0$ .

**Câu 135.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{1909-x}{91} + \frac{1907-x}{93} + \frac{1905-x}{95} + \frac{1903-x}{97} > -4$ .

**Câu 136.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x-29}{1970} + \frac{x-27}{1972} + \frac{x-25}{1974} > \frac{x-1970}{29} + \frac{x-1972}{27} + \frac{x-1974}{25}$ .

**Câu 137.** Cho bất phương trình  $(m-1)x + mx + 3 < 0$  (1) với  $m$  là tham số.

a) Giải bất phương trình (1) khi  $m = 0$ .

b) Tìm điều kiện của tham số  $m$  để bất phương trình (1) là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

**Câu 138.** Tìm điều kiện của  $m$  để bất phương trình  $(2m+1)x - mx \geq 2026$  không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn ( $m$  là tham số).

**Câu 139.** Cho bất phương trình  $(2m-1)x > 4m^3 - mx$  (1) với  $m$  là tham số.

a) Giải bất phương trình (1) khi  $m = -1$ .

b) Tìm điều kiện của tham số  $m$  để bất phương trình (1) không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

**Câu 140.** Cho bất phương trình  $(m-4)x \leq m^2 - 3mx$  (1) với  $m$  là tham số.

a) Giải bất phương trình (1) khi  $m = 4$ .

b) Tìm điều kiện của tham số  $m$  để bất phương trình (1) là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

**Câu 141.** Cho bất phương trình  $(m^2 + 3m - 4)x + m^2 - 2m + 2025 \geq 0$  (1) với  $m$  là tham số.

a) Giải bất phương trình (1) khi  $m = -1$ .

b) Tìm điều kiện của tham số  $m$  để bất phương trình (1) vô nghiệm.

**Câu 142.** Cho bất phương trình  $(4 - m^2)x^2 - (m + 2)x - 5 \leq 0$  (1) với  $m$  là tham số.

a) Giải bất phương trình (1) khi  $m = 2$ .

b) Tìm điều kiện của tham số  $m$  để bất phương trình (1) là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

**Câu 143.** Cho bất phương trình  $(m^2 - 9)x^2 + (m - 3)x + 1 > 0$  (1) với  $m$  là tham số.

a) Giải bất phương trình (1) khi  $m = -3$ .

b) Tìm điều kiện của tham số  $m$  để bất phương trình (1) là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

**Câu 144.** Cho bất phương trình  $(4m^2 - 1)x^2 - (2m + 1)x - 4 \leq 0$  (1) với  $m$  là tham số.

a) Giải bất phương trình (1) khi  $m = -\frac{1}{2}$ .

b) Tìm điều kiện của tham số  $m$  để bất phương trình (1) là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

**Câu 145.** Cho bất phương trình  $m^2x - 25x < 2025 + m^2$  (1) với  $m$  là tham số.

a) Giải bất phương trình (1) khi  $m = -5$ .

b) Tìm điều kiện của tham số  $m$  để bất phương trình (1) là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

**Câu 146.** Cho bất phương trình  $(4 - m^2)x + 12x + 2m^2 \leq 0$  (1) với  $m$  là tham số.

a) Giải bất phương trình (1) khi  $m = -2$ .

b) Tìm điều kiện của tham số  $m$  để bất phương trình (1) là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

**Câu 147.** Cho bất phương trình  $(1 - 8m^2)x \leq 4 + m^2x$  (1) với  $m$  là tham số.

a) Giải bất phương trình (1) khi  $m = 0$ .

b) Tìm điều kiện của tham số  $m$  để bất phương trình (1) không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

**Câu 148.** Cho bất phương trình  $(4m^2 - 6)x \leq 3m + 3x$  (1) với  $m$  là tham số.

a) Giải bất phương trình (1) khi  $m = 0$ .

b) Tìm điều kiện của tham số  $m$  để bất phương trình (1) không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

**Câu 149.** Cho bất phương trình  $\left(\frac{1}{2026} + m^2\right)x - 2025 < 0$  (1) với  $m$  là tham số.

a) Giải bất phương trình (1) khi  $m = 0$ .

b) Tìm điều kiện của tham số  $m$  để bất phương trình (1) không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

**Câu 150.** Cho bất phương trình  $(9m^2 - 4)x > m^2 - 3x$  (1) với  $m$  là tham số.

a) Giải bất phương trình (1) khi  $m = -1$ .

b) Tìm điều kiện của tham số  $m$  để bất phương trình (1) không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

**BÀI 2****BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN****1. Mở đầu về bất phương trình một ẩn**

- Một bất phương trình bậc nhất ẩn  $x$  có dạng  $A(x) > B(x)$  (hoặc  $A(x) \geq B(x)$ ;  $A(x) < B(x)$ ;  $A(x) \leq B(x)$ ) trong đó về trái  $A(x)$  và về phải  $B(x)$  là hai biểu thức cùng một biến  $x$ .
- Khi thay giá trị  $x = a$  vào bất phương trình bậc nhất ẩn  $x$ , ta được một khẳng định đúng thì số  $a$  (hay giá trị  $x = a$ ) gọi là nghiệm của bất phương trình đó.

**Chú ý:** Giải bất phương trình là tìm tất cả các nghiệm của bất phương trình đó.

**2. Bất phương trình bậc nhất một ẩn****a. Định nghĩa**

Bất phương trình bậc nhất một ẩn là bất phương trình có dạng  $ax + b > 0$  (hay  $ax + b < 0$ ;  $ax + b \leq 0$ ;  $ax + b \geq 0$ ) trong đó  $a$  và  $b$  là hai số đã cho và  $a \neq 0$ .

**b. Cách giải**

<p>Bất phương trình <math>ax + b &gt; 0</math> (với <math>a &gt; 0</math>) được giải như sau:</p> $ax + b > 0$ $ax > -b$ $x > \frac{-b}{a}$ <p>Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:</p> $x > \frac{-b}{a}$	<p>Bất phương trình <math>ax + b &gt; 0</math> (với <math>a &lt; 0</math>) được giải như sau:</p> $ax + b > 0$ $ax > -b$ $x < \frac{-b}{a}$ <p>Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:</p> $x < \frac{-b}{a}$
--	--

**Nhận xét:** Các bất phương trình bậc nhất  $ax + b < 0$ ;  $ax + b \leq 0$ ;  $ax + b \geq 0$ , trong đó  $a$  và  $b$  là hai số đã cho và  $a \neq 0$  được giải bằng cách tương tự.

**PHẦN A**  
**TỰ LUẬN PHÂN DẠNG TOÁN**

**DẠNG 1**  
**XÁC ĐỊNH BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT**  
**KIỂM TRA NGHIỆM CỦA BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT**

- Bất phương trình bậc nhất một ẩn là bất phương trình có dạng  $ax+b < 0$  (hay  $ax+b > 0$ ;  $ax+b \leq 0$ ;  $ax+b \geq 0$ ) trong đó  $a$  và  $b$  là hai số đã cho và  $a \neq 0$ .
- Khi thay giá trị  $x = a$  vào bất phương trình bậc nhất ẩn  $x$ , ta được một khẳng định đúng thì  $x = a$  gọi là nghiệm của bất phương trình đó.

**Bài 1.** Hãy xét xem các bất phương trình sau có là bất phương trình bậc nhất một ẩn hay không?

- a)  $0x + 2025 \geq 0$                       b)  $2026x + \frac{1}{2025} < 0$                       c)  $\frac{2}{13}x \leq 0$
- d)  $\frac{x^2}{5} - 4 > 0$                       e)  $|x| - 9 > 0$                       f)  $\frac{x}{6} + \frac{2}{3} = 0$
- g)  $\frac{1}{x} - 3 \leq 0$                       h)  $\frac{-2x+1}{2025} \geq 0$                       i)  $|3x+2| > 0$

**Lời giải**

- a)  $0x + 2025 \geq 0$  không phải bất phương trình bậc nhất một ẩn, vì hệ số của ẩn  $x$  là 0
- b)  $2026x + \frac{1}{2025} < 0$  là bất phương trình bậc nhất một ẩn.
- c)  $\frac{2}{13}x \leq 0$  là bất phương trình bậc nhất một ẩn.
- d)  $\frac{x^2}{5} - 4 > 0$  không phải bất phương trình bậc nhất một ẩn, vì  $x^2$  là ẩn bậc hai chứ không phải bậc một.
- e)  $|x| - 9 > 0$  không phải bất phương trình bậc nhất một ẩn, vì ẩn  $x$  nằm trong dấu giá trị tuyệt đối.
- f)  $\frac{x}{6} + \frac{2}{3} = 0$  không phải bất phương trình bậc nhất một ẩn, vì dấu "=" thể hiện đó là phương trình.
- g)  $\frac{1}{x} - 3 \leq 0$  không phải bất phương trình bậc nhất một ẩn, vì ẩn  $x$  nằm ở mẫu số.
- h)  $\frac{-2x+1}{2025} \geq 0$  hay  $\frac{-2}{2025}x + \frac{1}{2025} \geq 0$  là bất phương trình bậc nhất một ẩn.
- i)  $|3x+2| > 0$  không phải bất phương trình bậc nhất một ẩn, vì chứa dấu giá trị tuyệt đối.

**Bài 2.** Hãy kiểm tra giá trị  $x = 2$  có phải là nghiệm của các bất phương trình sau hay không?

a)  $3x + 2 \geq 0$

b)  $5x - 9 < 0$

c)  $-4x + 8 \leq 0$

**Lời giải**

a)  $3x + 2 \geq 0$

Thay  $x = 2$  vào bất phương trình, ta được:  $3.2 + 2 \geq 0$  là một khẳng định đúng.

Vậy  $x = 2$  là một nghiệm của bất phương trình  $3x + 2 \geq 0$ .

b)  $5x - 9 < 0$

Thay  $x = 2$  vào bất phương trình, ta được:  $5.2 - 9 < 0$  là một khẳng định sai.

Vậy  $x = 2$  không phải là một nghiệm của bất phương trình  $5x - 9 < 0$ .

c)  $-4x + 8 \leq 0$

Thay  $x = 2$  vào bất phương trình, ta được:  $-4.2 + 8 \leq 0$  là một khẳng định đúng.

Vậy  $x = 2$  là một nghiệm của bất phương trình  $-4x + 8 \leq 0$ .

**Bài 3.** Cho bất phương trình  $5x - 20 \leq 0$ . Các giá trị  $x$  dưới đây có phải là một nghiệm của bất phương trình đã cho hay không?

a)  $x = -2$

b)  $x = 4$

c)  $x = 5$

**Lời giải**

a) Thay  $x = -2$  vào bất phương trình  $5x - 20 \leq 0$ , ta được:  $5.(-2) - 20 \leq 0$  là một khẳng định đúng.

Vậy  $x = -2$  là một nghiệm của bất phương trình  $5x - 20 \leq 0$ .

b) Thay  $x = 4$  vào bất phương trình  $5x - 20 \leq 0$ , ta được:  $5.4 - 20 \leq 0$  là một khẳng định đúng.

Vậy  $x = 4$  là một nghiệm của bất phương trình  $5x - 20 \leq 0$ .

c) Thay  $x = 5$  vào bất phương trình  $5x - 20 \leq 0$ , ta được:  $5.5 - 20 \leq 0$  là một khẳng định sai.

Vậy  $x = 5$  không phải là một nghiệm của bất phương trình  $5x - 20 \leq 0$ .

## DẠNG 2

## GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT CƠ BẢN

## Cách giải bất phương trình cơ bản

Bất phương trình  $ax + b > 0$  (với  $a > 0$ ) được giải như sau:

$$ax + b > 0$$

$$ax > -b$$

$$x > \frac{-b}{a}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:

$$x > \frac{-b}{a}$$

Bất phương trình  $ax + b > 0$  (với  $a < 0$ ) được giải như sau:

$$ax + b > 0$$

$$ax > -b$$

$$x < \frac{-b}{a}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:

$$x < \frac{-b}{a}$$

**Chú ý:** Các bất phương trình bậc nhất  $ax + b > 0$ ;  $ax + b \leq 0$ ;  $ax + b \geq 0$  được giải bằng cách tương tự như trên.

**Bài 1.** Giải các bất phương trình sau:

a)  $2x - 8 > 0$

b)  $9 - 3x \leq 0$

c)  $5 - \frac{1}{3}x < 1$

d)  $2x - 8 \leq 3(1 - x)$

e)  $2(x - 1) > x + 2$

f)  $3(1 - 2x) \leq 2(x + 1)$

## Lời giải

a) Ta có:

$$2x - 8 > 0$$

$$2x > 8$$

$$x > \frac{8}{2}$$

$$x > 4$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:  $x > 4$

b) Ta có:

$$9 - 3x \leq 0$$

$$-3x \leq -9$$

$$x \geq \frac{-9}{-3}$$

$$x \geq 3$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:  $x \geq 3$

c) Ta có:

$$5 - \frac{1}{3}x < 1$$

$$-\frac{1}{3}x < -4$$

$$-\frac{1}{3}x < \frac{-4 \cdot 3}{3}$$

$$-x < -12$$

$$x > 12$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:  $x > 12$

d) Ta có:

$$2x - 8 \leq 3(1 - x)$$

$$2x - 8 \leq 3 - 3x$$

$$5x \leq 11$$

$$x \leq \frac{11}{5}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:  $x \leq \frac{11}{5}$

e) Ta có:

$$2(x - 1) > x + 2$$

$$2x - 2 > x + 2$$

$$x > 4$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:  $x > 4$

f) Ta có:

$$3(1 - 2x) \leq 2(x + 1)$$

$$3 - 6x \leq 2x + 2$$

$$-8x \leq -1$$

$$x \geq \frac{1}{8}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:  $x \geq \frac{1}{8}$

**Bài 2.** Giải các bất phương trình sau:

a)  $2x - 8 < 3x - 10$

b)  $5 - 2x \leq 4x - 7$

c)  $3x - 4 \leq 3(1 + x)$

**Lời giải**

a) Ta có:

$$2x - 8 < 3x - 10$$

$$2x - 3x < -10 + 8$$

$$-x < -2$$

$$x > 2$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:  $x > 2$

b) Ta có:

$$5 - 2x \leq 4x - 7$$

$$-2x - 6x \leq -7 - 5$$

$$-8x \leq -12$$

$$x \geq 3$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:  $x \geq 3$

c) Ta có:

$$3x - 4 \leq 3(1 + x)$$

$$3x - 4 \leq 3 + 3x$$

$$3x - 3x \leq 3 + 4$$

$$0 \cdot x \leq 7 \text{ luôn đúng với mọi } x$$

Vậy bất phương trình đã cho có vô số nghiệm

**Bài 3.** Giải các bất phương trình sau:

$$\text{a) } \frac{3x+5}{2} - x \geq 1 + \frac{x+2}{3}$$

$$\text{b) } \frac{x-2}{3} - x - 2 \leq \frac{x-17}{2}$$

$$\text{c) } \frac{2x+1}{3} - \frac{x-4}{4} \leq \frac{3x+1}{6} - \frac{x-4}{12}$$

**Lời giải**

a) Ta có:

$$\frac{3x+5}{2} - x \geq 1 + \frac{x+2}{3}$$

$$\frac{3(3x+5)}{6} - \frac{6x}{6} \geq \frac{6}{6} + \frac{2(x+2)}{6}$$

$$9x + 15 - 6x \geq 6 + 2x + 4$$

$$9x - 6x - 2x \geq 6 + 4 - 15$$

$$x \geq -5$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:  $x \geq -5$

b) Ta có:

$$\frac{x-2}{3} - x - 2 \leq \frac{x-17}{2}$$

$$\frac{2(x-2) - 6x - 6 \cdot 2}{6} \leq \frac{3(x-17)}{6}$$

$$2x - 4 - 6x - 12 \leq 3x - 51$$

$$-4x - 16 \leq 3x - 51$$

$$-4x - 3x \leq -51 + 16$$

$$-7x \leq -35$$

$$x \geq 5$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:  $x \geq 5$

c) Ta có:

$$\frac{2x+1}{3} - \frac{x-4}{4} \leq \frac{3x+1}{6} - \frac{x-4}{12}$$

$$\frac{4(2x+1)-3(x-4)}{12} \leq \frac{2(3x+1)-(x-4)}{12}$$

$$8x+4-3x+12 \leq 6x+2-x+4$$

$$5x+16 \leq 5x+6$$

$$5x-5x \leq 6-16$$

$$0x \leq -10 \text{ (vô lý)}$$

Vậy bất phương trình đã cho vô nghiệm

**Bài 4.** Giải các bất phương trình

a)  $x^2 - 3x + 1 > 2(x-1) - x(3-x)$       b)  $(x-1)^2 + x^2 \leq (x+1)^2 + (x+2)^2$       c)  $(x^2+1)(x-6) \leq (x-2)^3$

**Lời giải**

a) Ta có:

$$x^2 - 3x + 1 > 2(x-1) - x(3-x)$$

$$x^2 - 3x + 1 > 2x - 2 - 3x + x^2$$

$$-2x > -3$$

$$x < \frac{3}{2}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:  $x < \frac{3}{2}$

b) Ta có:

$$(x-1)^2 + x^2 \leq (x+1)^2 + (x+2)^2$$

$$x^2 - 2x + 1 + x^2 \leq x^2 + 2x + 1 + x^2 + 4x + 4$$

$$2x^2 - 2x + 1 \leq 2x^2 + 6x + 5$$

$$-8x \leq 4$$

$$x \geq -\frac{1}{2}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:  $x \geq -\frac{1}{2}$

c) Ta có:

$$(x^2+1)(x-6) \leq (x-2)^3$$

$$x^3 - 6x^2 + x - 6 \leq x^3 - 6x^2 + 12x - 8$$

$$-11x \leq -2$$

$$x \geq \frac{2}{11}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:  $x \geq \frac{2}{11}$

**Bài 5.** Với những giá trị nào của  $x$  thì:

a) Giá trị của biểu thức  $2x+1-(3x-2)$  âm?

b) Giá trị của biểu thức  $(x+1)(x-1)-(x-2)^2$  dương?

c) Giá trị của biểu thức  $\frac{x+4}{5} - x - 5$  không âm?

d) Giá trị của biểu thức  $\frac{x+3}{3} - \frac{x-2}{2}$  không dương?

### Lời giải

a) Giá trị của biểu thức  $2x+1-(3x-2)$  âm tức là  $2x+1-(3x-2) < 0$

Ta có:

$$2x+1-(3x-2) < 0$$

$$2x+1-3x+2 < 0$$

$$-x < -3$$

$$x > 3$$

Vậy  $x > 3$  là giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

b) Giá trị của biểu thức  $(x+1)(x-1)-(x-2)^2$  dương tức là  $(x+1)(x-1)-(x-2)^2 > 0$

Ta có:

$$(x+1)(x-1)-(x-2)^2 > 0$$

$$x^2-1-(x^2-4x+4) > 0$$

$$x^2-1-x^2+4x-4 > 0$$

$$4x > 5$$

$$x > \frac{5}{4}$$

Vậy  $x > \frac{5}{4}$  là giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

c) Giá trị của biểu thức  $\frac{x+4}{5} - x - 5$  không âm tức là  $\frac{x+4}{5} - x - 5 \geq 0$

Ta có:

$$\frac{x+4}{5} - x - 5 \geq 0$$

$$\frac{x+4}{5} - \frac{5x+25}{5} \geq 0$$

$$x+4-5x-25 \geq 0$$

$$-4x \geq 21$$

$$x \leq -\frac{21}{4}$$

Vậy  $x \leq -\frac{21}{4}$  là giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

d) Giá trị của biểu thức  $\frac{x+3}{3} - \frac{x-2}{2}$  không dương tức là  $\frac{x+3}{3} - \frac{x-2}{2} \leq 0$

Ta có:

$$\frac{x+3}{3} - \frac{x-2}{2} \leq 0$$

$$\frac{2(x+3)}{6} - \frac{3(x-2)}{6} \leq 0$$

$$2(x+3) - 3(x-2) \leq 0$$

$$2x+6-3x+6 \leq 0$$

$$-x \leq -12$$

$$x \geq 12$$

Vậy  $x \geq 12$  là giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Bài 6.** Với những giá trị nào của  $x$  thì:

a) Giá trị của biểu thức  $3x - \frac{1}{5}$  nhỏ hơn giá trị của biểu thức  $2x + \frac{2x+1}{2}$  ?

b) Giá trị của biểu thức  $x - \frac{5x}{6} - 3$  lớn hơn giá trị của biểu thức  $\frac{x}{3} - \frac{x}{6}$  ?

c) Giá trị của biểu thức  $\frac{x+4}{5} - x - 5$  không nhỏ hơn giá trị của biểu thức  $\frac{x+3}{3} - \frac{x-2}{2}$  ?

d) Giá trị của biểu thức  $\frac{x-1}{2} - \frac{7x+3}{15}$  không lớn hơn giá trị của biểu thức  $\frac{2x+1}{3} + \frac{3-2x}{5}$

### Lời giải

a) Giá trị biểu thức  $3x - \frac{1}{5}$  nhỏ hơn giá trị biểu thức  $2x + \frac{2x+1}{2}$  tức là  $3x - \frac{1}{5} < 2x + \frac{2x+1}{2}$

Ta có:

$$3x - \frac{1}{5} < 2x + \frac{2x+1}{2}$$

$$\frac{10.3x-2}{10} < \frac{10.2x+5(2x+1)}{10}$$

$$30x - 2 < 20x + 10x + 5$$

$$0x < 7 \text{ đúng với mọi } x$$

Vậy với mọi  $x$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

b) Giá trị biểu thức  $x - \frac{5x}{6} - 3$  lớn hơn giá trị biểu thức  $\frac{x}{3} - \frac{x}{6}$  tức là  $x - \frac{5x}{6} - 3 > \frac{x}{3} - \frac{x}{6}$

Ta có:

$$x - \frac{5x}{6} - 3 > \frac{x}{3} - \frac{x}{6}$$

$$\frac{6x-5x-18}{6} > \frac{2x-x}{6}$$

$$x - 18 > x$$

$$0.x > 18 \text{ ( vô lý)}$$

Vậy không có giá trị nào của  $x$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

c) Giá trị biểu thức  $\frac{x+4}{5} - x - 5$  không nhỏ hơn giá trị biểu thức  $\frac{x+3}{3} - \frac{x-2}{2}$  tức là giá trị biểu thức

$$\frac{x+4}{5} - x - 5 \text{ lớn hơn hoặc bằng giá trị biểu thức } \frac{x+3}{3} - \frac{x-2}{2}, \text{ do đó } \frac{x+4}{5} - x - 5 \geq \frac{x+3}{3} - \frac{x-2}{2}.$$

Ta có:

$$\begin{aligned} \frac{x+4}{5} - x - 5 &\geq \frac{x+3}{3} - \frac{x-2}{2} \\ \frac{6 \cdot (x+4) - 30 \cdot (x+5)}{30} &\geq \frac{10 \cdot (x+3) - 15 \cdot (x-2)}{30} \\ 6x + 24 - 30x - 150 &\geq 10x + 30 - 15x + 30 \\ -24x - 126 &\geq -5x + 60 \\ -19x &\geq 186 \\ x &\leq -\frac{186}{19} \end{aligned}$$

Vậy  $x \leq -\frac{186}{19}$  là giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

d) Giá trị biểu thức  $\frac{x-1}{2} - \frac{7x+3}{15}$  không lớn hơn giá trị biểu thức  $\frac{2x+1}{3} + \frac{3-2x}{5}$  tức là giá trị biểu thức

$$\frac{x-1}{2} - \frac{7x+3}{15} \text{ nhỏ hơn hoặc bằng giá trị biểu thức } \frac{2x+1}{3} + \frac{3-2x}{5}, \text{ do đó } \frac{x-1}{2} - \frac{7x+3}{15} \leq \frac{2x+1}{3} + \frac{3-2x}{5}$$

Ta có:

$$\begin{aligned} \frac{x-1}{2} - \frac{7x+3}{15} &\leq \frac{2x+1}{3} + \frac{3-2x}{5} \\ \frac{15 \cdot (x-1) - 2 \cdot (7x+3)}{30} &\leq \frac{10 \cdot (2x+1) + 6 \cdot (3-2x)}{30} \\ 15x - 15 - 14x - 6 &\leq 20x + 10 + 18 - 12x \\ x - 21 &\leq 8x + 28 \\ 7x &\geq -49 \\ x &\geq -7 \end{aligned}$$

Vậy  $x \geq -7$  là giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

## BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 7.** Giải các bất phương trình sau:

a)  $3(2x-3) \geq 4(2-x) + 13$

b)  $2(3-x) - 1,5(x-4) < 3-x$

c)  $8x + 17 - 3(2x+3) \leq 10(x+2)$

d)  $4(2-3x) - (5-x) > 11-x$

**Bài 8.** Giải các bất phương trình sau:

a)  $(2x+3)(2x-1) > 4x(x+2)$

b)  $5(x-1) - x(7-x) < x^2$

c)  $(x-1)^2 + (x-3)^2 > x^2 + (x+1)^2$

d)  $3(x+1) + 2x(x-1) < 2x^2$

**Bài 9.** Giải các bất phương trình sau:

a)  $\frac{2x-1}{3} < \frac{x+6}{2}$

b)  $\frac{5(x-1)}{6} - 1 \geq \frac{2(x+1)}{3}$

c)  $1 - 2x \leq \frac{7x-11}{-5}$

d)  $2 + \frac{3(x+1)}{8} \leq 3 - \frac{x-1}{4}$

**Bài 10.** Giải các bất phương trình sau:

a)  $8x - 3 < 5\left(\frac{8x}{5} + 3\right)$

b)  $2x + \frac{2x+1}{2} > 3x - \frac{1}{5}$

c)  $\frac{4-x}{3} \leq \frac{2x+3}{4}$

d)  $\frac{x+5}{6} + \frac{x-1}{3} \leq \frac{x+3}{2} - 1$

**Bài 11.** Giải các bất phương trình sau:

a)  $\frac{3x-1}{2} - 3x < 4 - \frac{x-8}{3}$

b)  $x - \frac{x+2}{3} \geq 3x - 1 + \frac{x}{2}$

c)  $3x - \frac{x+2}{3} \leq \frac{3(x-2)}{2} + 5 - x$

d)  $\frac{10x-5}{6} + \frac{x+3}{4} \geq \frac{7x+3}{2} - \frac{12-x}{3}$

**Bài 12.** Với những giá trị nào của  $x$  thì:

a) Giá trị của biểu thức  $7 - 3(x+1)$  không nhỏ hơn giá trị của biểu thức  $2(x-3) - 4$ .

b) Giá trị của biểu thức  $\frac{x+2}{3} - x + 1$  lớn hơn giá trị của biểu thức  $x + 3$ .

c) Giá trị của biểu thức  $(x+1)^2 - 4$  không lớn hơn giá trị của biểu thức  $(x-3)^2$ .

d) Giá trị của biểu thức  $x - \frac{1-\frac{3}{2}x}{4}$  nhỏ hơn giá trị của biểu thức  $\frac{2-\frac{1}{4}x}{3} + 2$ .

**Bài 13.**

a) Tìm tất cả các nghiệm nguyên dương của bất phương trình:  $11x - 7 < 8x + 2$ .

b) Tìm nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình:  $4(2 - 3x) - (5 - x) > 11 - x$

c) Tìm nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình:  $2(3 - x) - 1,5(x - 4) < 3 - x$

**Bài 14.** Tìm các số nguyên  $x$  thỏa mãn cả hai bất phương trình sau:  $\frac{3x-2}{5} \geq \frac{x}{2} + 0,8$  và

$$1 - \frac{2x-5}{6} \geq \frac{3-x}{4}.$$

**Bài 15.** \*Cho biểu thức  $B = \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{x^2 - 3x}\right) : \left(\frac{x^2}{27 - 3x^2} + \frac{1}{x+3}\right)$

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn  $B$ .

b) Tìm  $x$  để  $B < -1$

**Đáp số:** a)  $x \neq -3; x \neq 0; B = \frac{-x-3}{x}$ , b)  $x > 0$

**DẠNG 3****BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT BIẾN ĐỔI ĐẶC BIỆT****Bất phương trình dạng đặc biệt:**

$$\frac{x+a}{b} + \frac{x+c}{d} < \frac{x+e}{f} + \frac{x+g}{h}$$

**Phương pháp giải:**

- Nếu  $a+b=c+d=e+f=g+h=k$ . Ta cộng mỗi phân thức thêm 1.
- Nếu  $a-b=c-d=e-f=g-h=k$ . Ta cộng mỗi phân thức thêm  $-1$ .
- Sau đó quy đồng từng phân thức, chuyển về nhóm nhân tử chung đưa về dạng

$$(x-k)\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{d} - \frac{1}{f} - \frac{1}{h}\right) < 0.$$

**Chú ý**

- Cần xét xem  $\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{d} - \frac{1}{f} - \frac{1}{h}\right)$  là số âm hay dương để đưa ra đánh giá về dấu của  $(x-k)$ .
- Có thể mở rộng số phân thức nhiều hơn và tùy bài toán ta sẽ cộng hoặc trừ đi hằng số thích hợp.

**Bài 1.** Giải các bất phương trình sau:

a)  $\frac{x+2}{6} + \frac{x+5}{3} > \frac{x+3}{5} + \frac{x+6}{2}$

b)  $\frac{x-2}{1007} + \frac{x-1}{1008} - \frac{2x-1}{2017} - \frac{2x-3}{2015} \geq 0.$

**Lời giải**

a)  $\frac{x+2}{6} + \frac{x+5}{3} > \frac{x+3}{5} + \frac{x+6}{2}$

Cộng thêm 1 mỗi phân thức, ta có:

$$\frac{x+2}{6} + 1 + \frac{x+5}{3} + 1 > \frac{x+3}{5} + 1 + \frac{x+6}{2} + 1$$

$$\frac{x+8}{6} + \frac{x+8}{3} > \frac{x+8}{5} + \frac{x+8}{2}$$

$$\frac{x+8}{6} + \frac{x+8}{3} - \frac{x+8}{5} - \frac{x+8}{2} > 0$$

$$(x+8)\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} - \frac{1}{2}\right) > 0$$

$$x+8 < 0 \text{ (vì } \frac{1}{6} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} - \frac{1}{2} < 0)$$

$$x < -8$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:  $x < -8$

$$b) \frac{x-2}{1007} + \frac{x-1}{1008} - \frac{2x-1}{2017} - \frac{2x-3}{2015} \geq 0$$

$$\frac{x-2}{1007} + 1 + \frac{x-1}{1008} + 1 - \left( \frac{2x-1}{2017} + 1 \right) - \left( \frac{2x-3}{2015} + 1 \right) \geq 0$$

$$\frac{x-1009}{1007} + \frac{x-1009}{1008} - \frac{2x-2018}{2017} - \frac{2x-2018}{2015} \geq 0$$

$$\frac{x-1009}{1007} + \frac{x-1009}{1008} - \frac{2(x-1009)}{2017} - \frac{2(x-1009)}{2015} \geq 0$$

$$(x-1009) \left( \frac{1}{1007} + \frac{1}{1008} - \frac{2}{2017} - \frac{2}{2015} \right) \geq 0$$

$$x-1009 \geq 0 \quad (\text{vì } \frac{1}{1007} + \frac{1}{1008} - \frac{2}{2017} - \frac{2}{2015} > 0)$$

$$x \geq 1009$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:  $x \geq 1009$

**Bài 2.** Giải các bất phương trình sau:

$$a) \frac{x-1}{13} - \frac{2x-13}{15} < \frac{3x-15}{27} - \frac{4x-27}{29}$$

$$b) \frac{x-1009}{1001} + \frac{x-4}{1003} + \frac{x+2010}{1005} < 7$$

**Lời giải**

a) Ta có:

$$\frac{x-1}{13} - \frac{2x-13}{15} < \frac{3x-15}{27} - \frac{4x-27}{29}$$

$$\frac{x-1}{13} - 1 - \left( \frac{2x-13}{15} - 1 \right) < \frac{3x-15}{27} - 1 - \left( \frac{4x-27}{29} - 1 \right)$$

$$\frac{x-14}{13} - \frac{2x-28}{15} < \frac{3x-42}{27} - \frac{4x-56}{29}$$

$$\frac{x-14}{13} - \frac{2(x-14)}{15} < \frac{3(x-14)}{27} - \frac{4(x-14)}{29}$$

$$\frac{x-14}{13} - \frac{2(x-14)}{15} - \frac{3(x-14)}{27} + \frac{4(x-14)}{29} < 0$$

$$(x-14) \left( \frac{1}{13} - \frac{2}{15} - \frac{3}{27} + \frac{4}{29} \right) < 0$$

$$x-14 > 0 \quad (\text{vì } \frac{1}{13} - \frac{2}{15} - \frac{3}{27} + \frac{4}{29} < 0)$$

$$x > 14$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là:  $x > 14$

b) Ta có:

$$\frac{x-1009}{1001} + \frac{x-4}{1003} + \frac{x+2010}{1005} < 7$$

$$\left(\frac{x-1009}{1001} - 1\right) + \left(\frac{x-4}{1003} - 2\right) + \left(\frac{x+2010}{1005} - 4\right) < 0$$

$$\frac{x-2010}{1001} + \frac{x-2010}{1003} + \frac{x-2010}{1005} < 0$$

$$(x-2010)\left(\frac{1}{1001} + \frac{1}{1003} + \frac{1}{1005}\right) < 0$$

$$x-2010 < 0 \text{ (vì } \frac{1}{1001} + \frac{1}{1003} + \frac{1}{1005} > 0)$$

$$x < 2010$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là:  $x < 2010$

**Bài 3.** Giải các bất phương trình sau:

$$\text{a) } \frac{x-1987}{2002} + \frac{x-1988}{2003} > \frac{x-1989}{2004} + \frac{x-1990}{2005}$$

$$\text{b) } \frac{x-21}{1978} - \frac{x-1978}{21} + \frac{x-19}{1980} - \frac{x-1980}{19} \geq 0$$

**Lời giải**

a) Ta có:

$$\frac{x-1987}{2002} + \frac{x-1988}{2003} > \frac{x-1989}{2004} + \frac{x-1990}{2005}$$

$$\frac{x-1987}{2002} + 1 + \frac{x-1988}{2003} + 1 > \frac{x-1989}{2004} + 1 + \frac{x-1990}{2005} + 1$$

$$\frac{x+15}{2002} + \frac{x+15}{2003} > \frac{x+15}{2004} + \frac{x+15}{2005}$$

$$\frac{x+15}{2002} + \frac{x+15}{2003} - \frac{x+15}{2004} - \frac{x+15}{2005} > 0$$

$$(x+15)\left(\frac{1}{2002} + \frac{1}{2003} - \frac{1}{2004} - \frac{1}{2005}\right) > 0$$

$$x+15 > 0 \text{ (vì } \frac{1}{2002} + \frac{1}{2003} - \frac{1}{2004} - \frac{1}{2005} > 0)$$

$$x > -15$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là:  $x > -15$

b) Ta có:

$$\frac{x-21}{1978} - \frac{x-1978}{21} + \frac{x-19}{1980} - \frac{x-1980}{19} \geq 0$$

$$\left(\frac{x-21}{1978} - 1\right) - \left(\frac{x-1978}{21} - 1\right) + \left(\frac{x-19}{1980} - 1\right) - \left(\frac{x-1980}{19} - 1\right) \geq 0$$

$$\frac{x-1999}{1978} - \frac{x-1999}{21} + \frac{x-1999}{1980} - \frac{x-1999}{19} \geq 0$$

$$(x-1999)\left(\frac{1}{1978} - \frac{1}{21} + \frac{1}{1980} - \frac{1}{19}\right) \geq 0$$

$$x-1999 \geq 0 \text{ (vì } \frac{1}{1978} - \frac{1}{21} + \frac{1}{1980} - \frac{1}{19} < 0)$$

$$x \geq 1999$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là:  $x \geq 1999$

**Bài 4.** Giải các bất phương trình ẩn  $x$  sau:  $\frac{x-ab}{a+b} + \frac{x-bc}{b+c} + \frac{x-ac}{a+c} > a+b+c$  với  $a, b, c$  là số thực và  $a, b, c > 0$ .

### Lời giải

$$\frac{x-ab}{a+b} + \frac{x-bc}{b+c} + \frac{x-ac}{a+c} > a+b+c$$

$$\frac{x-ab}{a+b} - c + \frac{x-bc}{b+c} - a + \frac{x-ac}{a+c} - b > 0$$

$$\frac{x-ab-ac-bc}{a+b} + \frac{x-bc-ab-ac}{b+c} + \frac{x-ac-bc-ab}{a+c} > 0$$

$$(x-ab-ac-bc) \left( \frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{a+c} \right) > 0$$

$$x-ab-ac-bc > 0 \quad (\text{do } a, b, c > 0 \Rightarrow \frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{a+c} > 0)$$

$$x > ab+ac+bc$$

Vậy bất phương trình đã cho có nghiệm  $x > ab+ac+bc$

**DẠNG 4****BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN CÓ CHỨA THAM SỐ****1. Điều kiện bất phương trình là bất phương trình bậc nhất một ẩn**

- Bất phương trình  $ax + b < 0$  là bất phương trình bậc nhất một ẩn khi  $a \neq 0$ .
- Bất phương trình  $ax + b \leq 0$  là bất phương trình bậc nhất một ẩn khi  $a \neq 0$ .
- Bất phương trình  $ax + b > 0$  là bất phương trình bậc nhất một ẩn khi  $a \neq 0$ .
- Bất phương trình  $ax + b \geq 0$  là bất phương trình bậc nhất một ẩn khi  $a \neq 0$ .

**2. Điều kiện bất phương trình không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn**

- Bất phương trình  $ax + b < 0$  không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn khi  $a = 0$ .
- Bất phương trình  $ax + b \leq 0$  không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn khi  $a = 0$ .
- Bất phương trình  $ax + b > 0$  không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn khi  $a = 0$ .
- Bất phương trình  $ax + b \geq 0$  không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn khi  $a = 0$ .

**Chú ý:**

- $A.B = 0$  suy ra  $A = 0$  hoặc  $B = 0$ .
- $A.B \neq 0$  suy ra  $A \neq 0$  và  $B \neq 0$ .

**Bài 1.** Tìm điều kiện của  $m$  ( $m$  là tham số) để các bất phương trình sau là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

a)  $4x + 3m < 0$ .

b)  $(2m + 3)x + 3 \geq 0$ .

c)  $(4 - m)x \geq 4 - m$ .

**Lời giải**

a)  $4x + 3m < 0$

Để bất phương trình  $4x + 3m < 0$  là bất phương trình bậc nhất ẩn thì  $4 \neq 0$  (hiển nhiên).

Vậy bất phương trình đã cho là phương trình bậc nhất một ẩn với mọi  $m$ .

b)  $(2m + 3)x + 3 \geq 0$

Để bất phương trình  $(2m + 3)x + 3 \geq 0$  là bất phương trình bậc nhất ẩn thì  $2m + 3 \neq 0$  hay  $m \neq -\frac{3}{2}$ .

Vậy  $m \neq -\frac{3}{2}$  thì bất phương trình đã cho là bất phương trình bậc nhất một ẩn

c)  $(4 - m)x \geq 4 - m$  hay  $(4 - m)x - 4 + m \geq 0$

Để phương trình  $(4 - m)x - 4 + m \geq 0$  là phương trình bậc nhất một ẩn thì  $4 - m \neq 0$  hay  $m \neq 4$ .

Vậy  $m \neq 4$  thì bất phương trình đã cho là bất phương trình bậc nhất một ẩn

**Bài 2.** Tìm điều kiện của  $m$  ( $m$  là tham số) để các bất phương trình sau là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

a)  $(m - 1)x + 2mx + 4 < 0$ .

b)  $(m^2 - 1)x \leq 2026 + 3x$ .

c)  $(2m^2 - 4)x > 14x + m$ .

**Lời giải**

a)  $(m-1)x + 2mx + 4 < 0$  hay  $(3m-1)x + 4 < 0$

Để bất phương trình  $(3m-1)x + 4 < 0$  là bất phương trình bậc nhất một ẩn thì  $3m-1 \neq 0$  hay  $m \neq \frac{1}{3}$

Vậy  $m \neq \frac{1}{3}$  thì bất phương trình đã cho là bất phương trình bậc nhất một ẩn

b)  $(m^2-1)x \leq 2026 + 3x$  hay  $(m^2-1)x - 3x - 2026 \leq 0$ , suy ra  $(m^2-4)x - 2026 \leq 0$

Để bất phương trình  $(m^2-4)x - 2026 \leq 0$  là bất phương trình bậc nhất một ẩn thì:

$$m^2 - 4 \neq 0$$

hay  $(m-2)(m+2) \neq 0$

do đó  $m-2 \neq 0$  và  $m+2 \neq 0$

suy ra  $m \neq 2$  và  $m \neq -2$

Vậy  $m \neq 2$  và  $m \neq -2$  thì bất phương trình đã cho là bất phương trình bậc nhất một ẩn

c)  $(2m^2-4)x > 14x + m$  hay  $(2m^2-4)x - 14x - m > 0$  suy ra  $(2m^2-18)x - m > 0$

Để bất phương trình  $(2m^2-18)x - m > 0$  là bất phương trình bậc nhất một ẩn thì:

$$2m^2 - 18 \neq 0$$

hay  $2(m-3)(m+3) \neq 0$

do đó  $m-3 \neq 0$  và  $m+3 \neq 0$

suy ra  $m \neq 3$  và  $m \neq -3$

Vậy  $m \neq 3$  và  $m \neq -3$  thì bất phương trình đã cho là bất phương trình bậc nhất một ẩn

**Bài 3.** Tìm điều kiện của  $m$  ( $m$  là tham số) để các bất phương trình sau không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

a)  $(2-m)x - 2025 \geq 0$ .

b)  $(1-m)x > 2 - 2mx$ .

c)  $(1-m^2)x \leq 2 - 3x$ .

**Lời giải**

a)  $(2-m)x - 2025 \geq 0$

Để bất phương trình  $(2-m)x - 2025 \geq 0$  không phải bất phương trình bậc nhất một ẩn thì  $2-m=0$  hay  $m=2$ .

Vậy  $m=2$  thì bất phương trình đã cho không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

b)  $(1-m)x > 2 - 2mx$  hay  $(1+m)x - 2 > 0$

Để bất phương trình  $(1+m)x - 2 > 0$  không phải bất phương trình bậc nhất một ẩn thì  $1+m=0$  hay  $m=-1$ .

Vậy  $m=-1$  thì bất phương trình đã cho không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

c)  $(1-m^2)x \leq 2 - 3x$  hay  $(4-m^2)x - 2 \leq 0$

Để bất phương trình  $(4 - m^2)x - 2 \leq 0$  không phải bất phương trình bậc nhất một ẩn thì

$$4 - m^2 = 0$$

$$\text{hay } (2 - m)(2 + m) = 0$$

do đó  $2 - m = 0$  hoặc  $2 + m = 0$

suy ra  $m = 2$  hoặc  $m = -2$

Vậy  $m = 2$  và  $m = -2$  thì bất phương trình đã cho không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

**Bài 4.** Chứng minh các bất phương trình sau là bất phương trình bậc nhất một ẩn với mọi giá trị của tham số  $m$ :

$$\text{a) } \left(m^2 + \frac{1}{2}\right)x - 1 \leq 0$$

$$\text{b) } -(m^2 + m + 2)x \leq -m + 2024$$

$$\text{c) } 2(-2m^2 - 2025)x + m > 0$$

### Lời giải

$$\text{a) } \left(m^2 + \frac{1}{2}\right)x - 1 \leq 0$$

Ta có:  $m^2 + \frac{1}{2} > 0$  với mọi  $m$

Nên  $m^2 + \frac{1}{2} \neq 0$  với mọi  $m$

Vậy bất phương trình đã cho là bất phương trình bậc nhất một ẩn với mọi  $m$ .

$$\text{b) } -(m^2 + m + 2)x \leq -m + 2024 \text{ hay } -(m^2 + m + 2)x + m - 2024 \leq 0$$

Ta có:  $-(m^2 + m + 2) = -\left[\left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}\right] < 0$  với mọi  $m$

Nên  $-(m^2 + m + 2) \neq 0$  với mọi  $m$

Vậy bất phương trình đã cho là bất phương trình bậc nhất một ẩn với mọi

$$\text{c) } 2(-2m^2 - 2025)x + m > 0$$

Ta có:  $-2m^2 \leq 0$  với mọi  $m$

Hay  $-2m^2 - 2025 < 0$  với mọi  $m$

Suy ra  $2(-2m^2 - 2025) < 0$  với mọi  $m$

Do đó  $2(-2m^2 - 2025) \neq 0$  với mọi  $m$

Vậy bất phương trình đã cho là bất phương trình bậc nhất một ẩn với mọi  $m$

**Bài 5.** Tìm điều kiện của  $m$  ( $m$  là tham số) để các bất phương trình sau là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

$$\text{a) } m^2x^2 - 25x - m^2 + 2025 > 0.$$

$$\text{b) } (m^2 - 1)x^2 \leq 3 - mx.$$

$$\text{c) } (m^2 - 4)x^2 > m - (m + 2)x.$$

### Lời giải

a)  $m^2x^2 - 25x - m^2 + 2025 > 0$

Để bất phương trình  $m^2x^2 - 25x - m^2 + 2025 > 0$  là bất phương trình bậc nhất một ẩn thì:

$m^2 = 0$  và  $-25 \neq 0$  (hiển nhiên).

Suy ra  $m = 0$

Vậy  $m = 0$  thì bất phương trình đã cho là bất phương trình bậc nhất một ẩn

b)  $(m^2 - 1)x^2 \leq 3 - mx$  hay  $(m^2 - 1)x^2 + mx - 3 \leq 0$

Để bất phương trình  $(m^2 - 1)x^2 + mx - 3 \leq 0$  là bất phương trình bậc nhất một ẩn thì:

$m^2 - 1 = 0$  và  $m \neq 0$

hay  $m = -1; m = 1$  và  $m \neq 0$

suy ra  $m = -1; m = 1$

Vậy  $m = -1; m = 1$  thì bất phương trình đã cho là bất phương trình bậc nhất một ẩn

c)  $(m^2 - 4)x^2 > m - (m + 2)x$  hay  $(m^2 - 4)x^2 + (m + 2)x - m > 0$

Để bất phương trình  $(m^2 - 4)x^2 + (m + 2)x - m > 0$  là bất phương trình bậc nhất một ẩn thì :

$m^2 - 4 = 0$  và  $m + 2 \neq 0$

hay  $m = -2; m = 2$  và  $m \neq -2$

suy ra  $m = 2$

Vậy  $m = 2$  thì bất phương trình đã cho là bất phương trình bậc nhất một ẩn

### BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 6.** Với giá trị nào của  $m$  thì mỗi bất phương trình sau là bất phương trình bậc nhất một ẩn?

a)  $\frac{1}{5}x + m - 1 < 0$

b)  $(m + 3)x - \frac{3}{4} \geq 0$

c)  $(m - 2)x + 5 < 0$

d)  $(x - 3)m - 2026 \leq 0$

e)  $(2x + 3)2m - 5 > 0$

f)  $mx + m - 2 \geq 0$

#### Lời giải

a)  $\frac{1}{5}x + m - 1 < 0$  là bất phương trình bậc nhất một ẩn với mọi  $m$  vì có hệ số  $a = \frac{1}{5} \neq 0$

Vậy bất phương trình đã cho là bất phương trình bậc nhất một ẩn với mọi giá trị  $m$ .

b)  $(m + 3)x - \frac{3}{4} \geq 0$  là bất phương trình bậc nhất một ẩn khi  $m + 3 \neq 0$  hay  $m \neq -3$

Vậy  $m \neq -3$  thì bất phương trình đã cho là bất phương trình bậc nhất một ẩn

c)  $(m - 2)x + 5 < 0$  là bất phương trình bậc nhất một ẩn khi  $m - 2 \neq 0$  hay  $m \neq 2$

Vậy  $m \neq 2$  thì bất phương trình đã cho là bất phương trình bậc nhất một ẩn

d)  $(x - 3)m - 2026 \leq 0$  hay  $mx - 3m - 2026 \leq 0$

$mx - 3m - 2026 \leq 0$  là bất phương trình bậc nhất một ẩn khi  $m \neq 0$

Vậy  $m \neq 0$  thì bất phương trình đã cho là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

$$e) (2x+3)2m-5 > 0 \text{ hay } 4mx+6m-5 > 0$$

$4mx+6m-5 > 0$  là bất phương trình bậc nhất một ẩn khi  $4m \neq 0$  hay  $m \neq 0$

Vậy  $m \neq 0$  thì bất phương trình đã cho là bất phương trình bậc nhất một ẩn

$$f) mx+m-2 \geq 0 \text{ là bất phương trình bậc nhất một ẩn khi } m \neq 0$$

Vậy  $m \neq 0$  thì bất phương trình đã cho là bất phương trình bậc nhất một ẩn

**Bài 7.** Tìm điều kiện của  $m$  để bất phương trình sau là bất phương trình bậc nhất một ẩn ( $m$  là tham số).

$$a) (4-m^2)x^2 - mx \leq 1.$$

$$b) (m^2-9)x^2 - (3-m)x - 2 > 0.$$

$$c) (4m^2-1)x^2 - 2mx + 5 \geq 0$$

### Lời giải

$$a) (4-m^2)x^2 - mx \leq 1 \text{ hay } (4-m^2)x^2 - mx - 1 \leq 0$$

Để bất phương trình  $(4-m^2)x^2 - mx - 1 \leq 0$  là bất phương trình bậc nhất ẩn  $x$  thì

$$4-m^2 = 0 \text{ và } -m \neq 0$$

$$\text{hay } m = -2; m = 2 \text{ và } m \neq 0$$

$$\text{suy ra } m = -2; m = 2$$

Vậy  $m = -2; m = 2$  thì bất phương trình đã cho là bất phương trình bậc nhất một ẩn

$$b) (m^2-9)x^2 - (3-m)x - 2 > 0$$

Để bất phương trình  $(m^2-9)x^2 - (3-m)x - 2 > 0$  là bất phương trình bậc nhất ẩn thì

$$m^2-9 = 0 \text{ và } -(3-m) \neq 0$$

$$\text{hay } m = -3; m = 3 \text{ và } m \neq 3$$

$$\text{suy ra } m = -3$$

Vậy  $m = -3$  thì bất phương trình đã cho là bất phương trình bậc nhất một ẩn

$$c) (4m^2-1)x^2 - 2mx + 5 \geq 0$$

Để bất phương trình  $(2m-1)x + 3 < 0$  là bất phương trình bậc nhất ẩn  $x$  thì

$$4m^2-1 = 0 \text{ và } -2m \neq 0$$

$$\text{hay } m = -\frac{1}{2}; m = \frac{1}{2} \text{ và } m \neq 0$$

$$\text{suy ra } m = -\frac{1}{2}; m = \frac{1}{2}$$

Vậy  $m = -\frac{1}{2}; m = \frac{1}{2}$  thì bất phương trình đã cho là bất phương trình bậc nhất một ẩn

**Bài 8.** Tìm điều kiện của  $m$  ( $m$  là tham số) để các bất phương trình sau không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

a)  $(1-2m)x + \frac{1}{2026} \geq 0$ .      b)  $mx > 1 - (2m+3)x$ .      c)  $(-2025 - m^2)x + 2026 \geq 0$ .

**Lời giải**

a)  $(1-2m)x + \frac{1}{2026} \geq 0$

Để bất phương trình  $(1-2m)x + \frac{1}{2026} \geq 0$  không phải bất phương trình bậc nhất ẩn thì  $1-2m=0$  hay

$$m = \frac{1}{2}.$$

Vậy  $m = \frac{1}{2}$  thì bất phương trình đã cho không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

b)  $mx > 1 - (2m+3)x$  hay  $(3m+3)x - 1 > 0$

Để bất phương trình  $(3m+3)x - 1 > 0$  không phải bất phương trình bậc nhất ẩn thì  $3m+3=0$  hay

$$m = -1.$$

Vậy  $m = -1$  thì bất phương trình đã cho không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

c)  $(-2025 - m^2)x + 2026 \geq 0$

Để bất phương trình  $(-2025 - m^2)x + 2026 \geq 0$  không phải bất phương trình bậc nhất ẩn thì

$$-2025 - m^2 = 0$$

Ta có:  $-2025 - m^2 < 0$  với mọi  $m$

Nên  $-2025 - m^2 \neq 0$  với mọi  $m$

Vậy không có giá trị  $m$  nào thỏa yêu cầu bài toán.

## DẠNG 5

### ỨNG DỤNG THỰC TIỄN

**Bài 1.** Biểu thị (theo  $x$ ) tổng khối lượng của các hộp xếp ở đĩa cân bên trái, đĩa cân bên phải (hình vẽ) lần lượt là  $3x+4, x+6$ . Biết đĩa cân lệch về bên trái như hình vẽ, hãy tìm giá trị của  $x$ .



#### Lời giải

Do đĩa cân lệch về bên trái nên ta có bất phương trình:

$$3x+4 > x+6$$

$$2x > 2$$

$$x > 1$$

Vậy  $x > 1$  là giá trị cần tìm.

**Bài 2.** Một người đi bộ một quãng đường dài 18 km trong khoảng thời gian không nhiều hơn 4 giờ. Lúc đầu người đó đi với vận tốc 5 km/h, về sau đi với vận tốc 4 km/h. Xác định độ dài đoạn đường mà người đó đã đi với vận tốc 5 km/h.



#### Lời giải

Gọi quãng đường mà người đó đã đi với vận tốc 5 km/h là  $x$  (km).

Điều kiện :  $0 < x < 18$

Theo bài ra ta có bất phương trình :

$$\frac{x}{5} + \frac{18-x}{4} \leq 4$$

$$4x+90-5x \leq 80$$

$$x \geq 10$$

Mà  $0 < x < 18$  nên  $10 \leq x < 18$

Vậy quãng đường mà người đó đã đi với vận tốc 5 km/h là  $x$  (km) thỏa mãn  $10 \leq x < 18$ .

**Bài 3.** Minh Hiền có số tiền không quá 70000 đồng gồm 15 tờ giấy bạc với hai loại mệnh giá: loại 2000 đồng và loại 5000 đồng. Hỏi người đó có bao nhiêu tờ giấy bạc loại 5000 đồng?

**Lời giải**

Gọi số tờ giấy bạc loại 5000 đồng là  $x$ .

Điều kiện :  $x \in \mathbb{N}^*, x < 15$

Theo bài ra ta có bất phương trình:

$$(15 - x) \cdot 2000 + x \cdot 5000 \leq 70000$$

$$(15 - x) \cdot 2 + x \cdot 5 \leq 70$$

$$x \leq \frac{40}{3}$$

Mà  $x \in \mathbb{N}^*, x < 15$  nên  $x$  là các số nguyên từ 1 đến 13.

Vậy số tờ giấy bạc loại 5000 đồng là các số nguyên từ 1 đến 13.

**Bài 4.** Một kho chứa 100 tấn xi măng, mỗi ngày đều xuất đi 20 tấn xi măng. Gọi  $x$  là số ngày xuất xi măng của kho đó. Tìm  $x$  sao cho sau  $x$  ngày xuất hàng, khối lượng xi măng còn lại trong kho ít nhất là 10 tấn.



**Lời giải**

Sau  $x$  ngày, khối lượng xi măng xuất đi là:  $2x$  (tấn).

Khi đó, khối lượng xi măng còn lại trong kho là:  $100 - 2x$  (tấn).

Theo bài, khối lượng xi măng còn lại trong kho ít nhất là 10 tấn nên ta có bất phương trình:

$$100 - 2x \geq 10.$$

Giải bất phương trình:

$$100 - 2x \geq 10$$

$$-2x \geq -90$$

$$x \leq \frac{-90}{-2}$$

$$x \leq 4,5$$

Vậy  $x \leq 4,5$ .

**Bài 5.** Bạn Minh Hiền có 100 nghìn đồng. Bạn muốn mua một cái bút giá 18 nghìn đồng và một số quyển vở, mỗi quyển vở giá 7 nghìn đồng. Hỏi bạn Minh Hiền mua được nhiều nhất bao nhiêu quyển vở?

**Lời giải**

Gọi  $x$  (quyển) là số vở mà Minh Hiền có thể mua ( $x \in \mathbb{N}^*$ )

Số tiền mua  $x$  quyển vở là  $7x$  (nghìn đồng).

Số tiền mua một cái bút và một số quyển vở là  $18 + 7x$  (nghìn đồng).

Theo bài, bạn Minh Hiền có 100 nghìn đồng nên ta có bất phương trình:  $18 + 7x \leq 100$

Giải bất phương trình:

$$18 + 7x \leq 100$$

$$7x \leq 82$$

$$x \leq \frac{82}{7} (\approx 11,7)$$

Vì  $x \in \mathbb{N}^*$  nên Minh Hiền có thể mua được nhiều nhất là 11 quyển vở.

**Bài 6.** Một hãng taxi ở Nha Trang có giá mở cửa là 15 nghìn đồng và giá 12 nghìn đồng cho mỗi kilômét tiếp theo. Hỏi với 200 nghìn đồng thì hành khách có thể di chuyển được tối đa bao nhiêu kilômét (làm tròn đến hàng đơn vị)?



### Lời giải

Gọi  $x$  là số kilômét mà hành khách đó có thể di chuyển với 200 nghìn đồng ( $x > 0$ ).

Giá tiền cho  $x$  km là  $12x$  (nghìn đồng).

Giá mở cửa của taxi là 15 nghìn đồng nên số tiền cần thanh toán khi đi  $x$  km là:  $15 + 12x$  (nghìn đồng).

Theo bài, ta có:

$$15 + 12x \leq 200$$

$$12x \leq 185$$

$$x \leq \frac{185}{12} (\approx 15,5)$$

Mà  $x > 0$  và làm tròn đến hàng đơn vị nên với 200 nghìn đồng thì hành khách có thể di chuyển được tối đa 15 kilômét.

### BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 7.** Bác Nam dự định chạy bộ tổng cộng ít nhất 7000 m vào buổi sáng và buổi chiều trong ngày.

Buổi sáng bác Nam chạy được 3500 m. Gọi  $x$  là số mét bác Nam chạy bộ vào buổi chiều.

a) Viết hệ thức chứa  $x$  biểu thị điều kiện để bác Nam chạy được như dự định.

b) Hỏi buổi chiều bác Nam chạy bộ ít nhất bao nhiêu mét?

**Lời giải**

a) Quãng đường bác Nam chạy bộ buổi sáng và buổi chiều theo  $x$  là  $3500 + x(m)$ .

Bác Nam dự định chạy bộ tổng cộng ít nhất 7000 m vào buổi sáng và buổi chiều trong ngày, nghĩa là tổng quãng đường bác Nam dự định chạy bộ trong ngày lớn hơn hoặc bằng 7000 m.

Khi đó ta có:  $3500 + x \geq 7000$ .

Vậy hệ thức chứa  $x$  biểu thị điều kiện để bác Nam chạy được như dự định là  $3500 + x \geq 7000$ .

b)  $3500 + x \geq 7000$

$$x \geq 3500$$

Vậy buổi chiều bác Nam chạy bộ ít nhất 3500 m.

**Bài 8.** Số đo tính theo độ của ba góc A, B, C trong tứ giác ABCD lần lượt là  $x, 2x, 3(x-10)$  với  $x > 10$ .

a) Viết một bất phương trình bậc nhất ẩn  $x$ .

b) Giải bất phương trình bậc nhất một ẩn ở câu a.

c) Các góc có số đo là  $2x$  và  $3(x-10)$  có bằng nhau được hay không? Vì sao?

**Lời giải**

a) Do ABCD là tứ giác nên tổng số đo bốn góc của tứ giác bằng  $360^\circ$ , do đó tổng số đo ba góc A, B, C của tứ giác luôn nhỏ hơn  $360^\circ$ .

Do số đo của ba góc A, B, C trong tứ giác ABCD lần lượt là  $x, 2x, 3(x-10)$  nên với  $x > 10$ , ta có bất phương trình:

$$x + 2x + 3(x - 10) < 360$$

$$3x + 3x - 30 - 360 < 0$$

$$6x - 390 < 0.$$

Vậy ta có bất phương trình bậc nhất ẩn  $x$  là  $6x - 390 < 0$  với  $x > 10$ .

b) Giải bất phương trình:

$$6x - 390 < 0$$

$$6x < 390$$

$$x < 65.$$

Kết hợp với  $x > 10$ , ta có  $10 < x < 65$ .

Vậy bất phương trình có nghiệm  $10 < x < 65$ .

c) Giả sử  $2x$  và  $3(x-10)$  bằng nhau.

Khi đó, ta có phương trình:  $2x = 3(x-10)$ .

Giải phương trình:

$$2x = 3(x - 10)$$

$$2x = 3x - 30$$

$$-x = -30$$

$x = 30$  (thỏa mãn  $10 < x < 65$ ).

Vậy các góc có số đo là  $2x$  và  $3(x - 10)$  có thể bằng nhau.

**Bài 9.** Mức lương tối thiểu theo quy định ở một khách sạn là 10,25 (USD) cho mỗi giờ làm việc. Trong dịp tết Nguyên Đán, anh Minh làm thêm tại một khách sạn theo mức lương tối thiểu như quy định và anh ấy muốn kiếm được ít nhất 1500 (USD) trong dịp tết Nguyên Đán này.

- Hãy viết một bất phương trình mô tả tình huống này.
- Hỏi anh Minh cần làm việc ít nhất bao nhiêu giờ để kiếm được số tiền trên?

**Lời giải**

a) Gọi số giờ anh Minh làm thêm là  $x$  (giờ).

Số tiền anh Minh kiếm được là  $10,25x$  (USD)

Anh Minh muốn kiếm được ít nhất (USD) nên ta có:  $10,25x \geq 1500$

b)

$$10,25x \geq 1500$$

$$x \geq \frac{1500}{10,25}$$

$$x \geq 146,34$$

Vậy anh Minh cần làm thêm ít nhất là 147 giờ để kiếm được số tiền như trên.

**Bài 10.** Bạn Trúc Linh định mời 12 bạn thân đi ăn nhân dịp bạn ấy được học bổng. Mỗi bạn có thể chọn một tô mì hay một đĩa gà rán. Một tô mì có giá 36 nghìn đồng, một đĩa gà rán có giá 45 nghìn đồng.

- Hỏi số tiền nhiều nhất và số tiền ít nhất mà bạn Trúc Linh phải chi là bao nhiêu?
- Nếu bạn Trúc Linh có ý định chi không quá 400 nghìn đồng cho bữa tiệc thì số đĩa gà rán nhiều nhất mà các bạn có thể chọn là bao nhiêu? Biết rằng có hai bạn chắc chắn chọn món mì.

**Lời giải**

a) Một đĩa gà rán có giá 45 nghìn đồng, vì vậy 12 đĩa gà rán có giá là  $12 \cdot 45 = 540$ .

Bạn Trúc Linh phải chi nhiều nhất khi cả 12 bạn đều chọn gà rán, tức là số tiền nhiều nhất bạn Trúc Linh phải chi là 540 nghìn đồng.

Một tô mì có giá 36 nghìn đồng, vì vậy 12 tô mì có giá là  $12 \cdot 36 = 432$ .

Bạn Trúc Linh chi ít nhất khi cả 12 bạn đều chọn mì, tức là số tiền ít nhất bạn Trúc Linh phải chi là 432 nghìn đồng.

b) Gọi  $x$  là số đĩa gà rán các bạn chọn.

Có hai bạn chắc chắn chọn món mì nên số tiền chi cho 2 tô mì đó là:  $36 \cdot 2 = 72$  (nghìn).

Do số tiền chi ra không quá 400 nghìn, nên số tiền còn lại để bạn Trúc Linh chi cho các suất ăn còn lại là:  $400 - 72 = 328$  (nghìn đồng).

$$\text{Tức là: } 45 \cdot x \leq 328 \text{ hay } x \leq \frac{328}{45} \approx 7,3$$

Vậy số đĩa gà rán được gọi nhiều nhất là 7 đĩa.

**Bài 11.** Bạn Trúc Linh tham dự một kì kiểm tra năng lực tiếng Anh gồm 4 bài kiểm tra nghe, nói, đọc và viết. Mỗi bài kiểm tra có điểm là số nguyên từ 0 đến 10. Điểm trung bình của ba bài kiểm tra nghe, nói, đọc của Trúc Linh là 6,7. Hỏi bài kiểm tra viết của Trúc Linh cần được bao nhiêu điểm để điểm trung bình cả 4 bài kiểm tra được từ 7,0 trở lên? Biết điểm trung bình được tính gần đúng đến chữ số thập phân thứ nhất.

**Lời giải**

Tổng điểm của ba môn nghe, nói, đọc của bạn Trúc Linh khoảng:  $6,7 \cdot 3 = 20,1 \approx 20$  (do mỗi bài kiểm tra có điểm là số nguyên từ 0 đến 10).

Gọi  $x$  là điểm bài kiểm tra viết của Trúc Linh ( $0 < x \leq 10, x \in \mathbb{N}^*$ ).

Khi đó điểm trung bình bốn bài kiểm tra của Trúc Linh là:  $\frac{20+x}{4}$ .

Để điểm trung bình cả 4 bài kiểm tra được từ 7,0 trở lên thì:

$$\frac{20+x}{4} \geq 7$$

$$20+x \geq 28$$

$$x \geq 8$$

Mà  $0 < x \leq 10, x \in \mathbb{N}^*$  nên  $x \in \{8; 9; 10\}$

Vậy bài kiểm tra viết của Trúc Linh cần được 8 điểm hoặc 9 điểm hoặc 10 điểm để điểm trung bình cả 4 bài kiểm tra được từ 7,0 trở lên.

## PHẦN B

## TRẮC NGHIỆM VÀ TỰ LUẬN TỔNG HỢP GỒM BỐN PHẦN

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1.** Cho các bất phương trình sau, đâu là bất phương trình bậc nhất một ẩn ?

- A.**  $-2x + 2025 < 0$ .      **B.**  $0x - 2026 > 0$ .      **C.**  $2x^2 - \frac{1}{2}x > 0$ .      **D.**  $2x - 7 = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Dựa vào định nghĩa bất phương trình bậc nhất một ẩn ta có :

Đáp án A là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

Đáp án B không phải bất phương trình bậc nhất một ẩn vì  $a = 0$ .

Đáp án C không phải là bất phương trình bậc nhất vì có  $x^2$ .

Đáp án D không phải bất phương trình vì đây là phương trình bậc nhất một ẩn.

**Câu 2.** Các bất phương trình sau, bất phương trình nào không phải bất phương trình bậc nhất một ẩn?

- A.**  $-x - \frac{1}{2024} \geq 0$ .      **B.**  $\frac{1}{2}x > 0$ .      **C.**  $\frac{-x}{2026} > 2025$ .      **D.**  $\frac{1}{x} - 2 \leq 0$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Dựa vào định nghĩa bất phương trình bậc nhất một ẩn ta có :

Đáp án A là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

Đáp án B là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

$\frac{-x}{2026} > 2025$  hay  $\frac{-1}{2026}x - 2025 > 0$ . Do đó đáp án C là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

Đáp án D không phải bất phương trình vì ẩn  $x$  nằm dưới mẫu.

**Câu 3.** Giá trị  $x = 2$  là nghiệm của bất phương trình nào sau đây ?

- A.**  $7 - x < 2x$ .      **B.**  $2x + 3 > 9$ .      **C.**  $-4x \geq x + 5$ .      **D.**  $5 - x > 6x - 12$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Thay  $x = 2$  vào từng bất phương trình :

A :  $7 - 2 < 2 \cdot 2$  hay  $5 < 4$  là một khẳng định sai.. Do đó đáp án A sai.

B :  $2 \cdot 2 + 3 > 9$  hay  $7 > 9$  là một khẳng định sai.. Do đó đáp án B sai.

C :  $-4 \cdot 2 \geq 2 + 5$  hay  $-8 > 7$  là một khẳng định sai.. Do đó đáp án C sai.

D :  $5 - 2 > 6 \cdot 2 - 12$  hay  $3 > 0$  là một khẳng định đúng. Do đó đáp án D đúng

**Câu 4.** Cho bất phương trình  $3x - 6 \leq 0$ . Giá trị  $x$  nào sau đây không phải là nghiệm của bất phương trình đã cho?

A.  $x = -1$ .

B.  $x = 3$ .

C.  $x = 2$ .

D.  $x = 0$ .

**Lời giải****Chọn B.**

Thay từng giá trị  $x$  vào bất phương trình  $3x - 6 \leq 0$  ta được:

A.  $x = -1$  ta có:  $3(-1) - 6 \leq 0$  hay  $-9 \leq 0$  là một khẳng định đúng.

B.  $x = 3$  ta có:  $3 \cdot 3 - 6 \leq 0$  hay  $3 \leq 0$  là một khẳng định sai. **Chọn B**

C.  $x = 2$  ta có:  $3 \cdot 2 - 6 \leq 0$  hay  $0 \leq 0$  là một khẳng định đúng.

D.  $x = 0$  ta có:  $3 \cdot 0 - 6 \leq 0$  hay  $-6 \leq 0$  là một khẳng định đúng.

**Câu 5.** Cho bất phương trình  $(x+1) - 2(3-x) \leq 0$ . Giá trị  $x$  nào sau đây là nghiệm của bất phương trình đã cho?

A.  $x = 4$ .

B.  $x = 3$ .

C.  $x = 2$ .

D.  $x = 0$ .

**Lời giải****Chọn D.**

Thay từng giá trị  $x$  vào bất phương trình  $(x+1) - 2(3-x) \leq 0$  ta được:

A.  $x = 4$  ta có:  $(4+1) - 2(3-4) \leq 0$  hay  $6 \leq 0$  là một khẳng định sai. Do đó đáp án A sai

B.  $x = 3$  ta có:  $(3+1) - 2(3-3) \leq 0$  hay  $4 \leq 0$  là một khẳng định sai. Do đó đáp án B sai

C.  $x = 2$  ta có:  $(2+1) - 2(3-2) \leq 0$  hay  $1 \leq 0$  là một khẳng định sai. Do đó đáp án C sai

D.  $x = 0$  ta có:  $(0+1) - 2(3-0) \leq 0$  hay  $-5 \leq 0$  là một khẳng định đúng. Do đó đáp án D đúng

**Câu 6.** Nghiệm của bất phương trình  $3x + 7 > x + 9$  là

A.  $x < 1$ .

B.  $x > -1$ .

C.  $x = 1$ .

D.  $x > 1$ .

**Lời giải****Chọn D.**

$$3x + 7 > x + 9$$

$$3x - x > 9 - 7$$

$$2x > 2$$

$$x > 1$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là  $x > 1$ .

**Câu 7.** Nghiệm của bất phương trình  $7(3x+5) > 0$  là

A.  $x \geq -\frac{5}{3}$ .

B.  $x \leq -\frac{5}{3}$ .

C.  $x > \frac{3}{5}$ .

D.  $x > -\frac{5}{3}$ .

**Lời giải****Chọn D.**

$$7(3x+5) > 0$$

$$3x+5 \geq 0$$

$$3x > -5$$

$$x > -\frac{5}{3}$$

**Câu 8.** Trong các giá trị sau của  $x$ , giá trị nào nhỏ nhất thoả mãn bất đẳng thức  $2x+2 \geq 11$ ?

**A.**  $x=3$ .

**B.**  $x=4$ .

**C.**  $x=5$ .

**D.**  $x=6$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

$$2x+2 \geq 11$$

$$2x \geq 9$$

$$x \geq \frac{9}{2} = 4,5$$

Vậy giá trị nhỏ nhất thoả mãn bất đẳng thức là  $x=5$

**Câu 9.** Trong các giá trị sau của  $y$ , giá trị nào lớn nhất thoả mãn bất đẳng thức  $3(1-y) \geq 17$ ?

**A.**  $y=-4$ .

**B.**  $y=-5$ .

**C.**  $y=-6$ .

**D.**  $y=-7$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

$$3(1-y) \geq 17$$

$$3-3y \geq 17$$

$$-3y \geq 14$$

$$y \leq -\frac{14}{3} \approx -4,7$$

Vậy giá trị lớn nhất thoả mãn bất đẳng thức là  $y=-5$

**Câu 10.** Số nguyên lớn nhất của  $x$  thoả mãn bất phương trình  $\frac{x}{2}+3 < 0$  bằng bao nhiêu?

**A.**  $x=-5$ .

**B.**  $x=-6$ .

**C.**  $x=-7$ .

**D.**  $x=-8$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

$$\frac{x}{2}+3 < 0$$

$$\frac{x}{2} < -3$$

$$x < -6$$

Số nguyên lớn nhất thoả mãn bất phương trình là  $x=-7$

**Câu 11.** Số nguyên nhỏ nhất của  $x$  thoả mãn bất phương trình  $\frac{x-1}{3}-1 < x$  bằng bao nhiêu?

**A.**  $x=-2$ .

**B.**  $x=-1$ .

**C.**  $x=0$ .

**D.**  $x=1$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

$$\frac{x-1}{3}-1 < x$$

$$x-1-3 < 3x$$

$$2x > -4$$

$$x > -2$$

Số nguyên nhỏ nhất thỏa mãn bất phương trình là  $x = -1$ **Câu 12.** Số nguyên lớn nhất của  $x$  thỏa mãn bất phương trình  $2(x-3) \leq 6$  bằng bao nhiêu?

**A.**  $x = 5$ .

**B.**  $x = 6$ .

**C.**  $x = 7$ .

**D.**  $x = 8$ .

**Lời giải****Chọn B.**

$$2(x-3) \leq 6$$

$$2x-6 \leq 6$$

$$2x \leq 12$$

$$x \leq 6$$

Số nguyên lớn nhất thỏa mãn bất phương trình là  $x = 6$ **Câu 13.** Số nguyên nhỏ nhất của  $x$  thỏa mãn bất phương trình  $1,7x+4 \geq 2+1,5x$  bằng bao nhiêu?

**A.**  $x = -8$ .

**B.**  $x = -9$ .

**C.**  $x = -10$ .

**D.**  $x = -11$ .

**Lời giải****Chọn C.**

$$1,7x+4 \geq 2+1,5x$$

$$1,7x-1,5x \geq 2-4$$

$$0,2x \geq -2$$

$$x \geq -10$$

Số nguyên nhỏ nhất thỏa mãn bất phương trình là  $x = -10$ **Câu 14.** Tìm giá trị của  $x$  để biểu thức  $3x+2$  có giá trị dương.

**A.**  $x > \frac{2}{3}$ .

**B.**  $x \geq \frac{2}{3}$ .

**C.**  $x < -\frac{2}{3}$ .

**D.**  $x > -\frac{2}{3}$ .

**Lời giải****Chọn D.**Biểu thức  $3x+2$  có giá trị dương nên  $3x+2 > 0$  hay  $3x > -2$  suy ra  $x > -\frac{2}{3}$ **Câu 15.** Tìm giá trị của  $x$  để biểu thức  $\frac{2-x}{2025}$  có giá trị âm.

**A.**  $x \geq 2$ .

**B.**  $x > 2$ .

**C.**  $x < 2$ .

**D.**  $x \leq 2$ .

**Lời giải****Chọn B.**Biểu thức  $\frac{2-x}{2025}$  có giá trị âm nên  $\frac{2-x}{2025} < 0$  hay  $2-x < 0$  suy ra  $x > 2$

**Câu 16.** Bất phương trình  $2(x-1)-x > 3(x-1)-2x-5$  có nghiệm là

- A. Vô số nghiệm.      B.  $x < \frac{1}{2}$ .      C.  $x > 2$ .      D. Vô nghiệm.

**Lời giải**

**Chọn A.**

$$2(x-1)-x > 3(x-1)-2x-5$$

$$2x-2-x > 3x-3-2x-5$$

$$x-2 > x-8$$

$$0 \cdot x > -6 \text{ đúng với mọi}$$

Vậy bất phương trình trên có vô số nghiệm

**Câu 17.** Biết số nguyên lớn nhất của  $x$  thỏa mãn bất phương trình  $x(5x+1)+4(x+3) \geq 5x^2$  là  $x = a$ .

Tính giá trị  $a$ .

- A.  $a = 0$ .      B.  $a = 1$ .      C.  $a = -1$ .      D.  $a = -2$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

$$x(5x+1)+4(x+3) \geq 5x^2$$

$$5x^2 + x + 4x + 12 \geq 5x^2$$

$$5x \geq -12$$

$$x \geq \frac{-12}{5}$$

Nghiệm của bất phương trình là  $x \geq \frac{-12}{5}$ .

Số nguyên lớn nhất thỏa mãn bất phương trình là  $x = -2$ . Do đó  $a = -2$

**Câu 18.** Biết số nguyên lớn nhất của  $x$  thỏa mãn bất phương trình  $(x-2)^2 - x^2 - 8x + 3 \geq 0$  là  $x = a$ .

Tính giá trị  $a$ .

- A.  $a = 0$ .      B.  $a = 1$ .      C.  $a = -1$ .      D.  $a = -2$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

$$(x-2)^2 - x^2 - 8x + 3 \geq 0$$

$$x^2 - 4x + 4 - x^2 - 8x + 3 \geq 0$$

$$-12x + 7 \geq 0$$

$$x \leq -\frac{7}{12}$$

Nghiệm của bất phương trình là  $x \leq -\frac{7}{12}$

Số nguyên lớn nhất thỏa mãn bất phương trình là  $x = -1$ . Do đó  $a = -1$

**Câu 19.** Cho bất phương trình  $x^2 + 2(x-3) - 1 > x(x+5) + 5$ . Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình đã cho bằng bao nhiêu ?

A.  $x = -2$ .

B.  $x = 3$ .

C.  $x = 4$ .

D.  $x = -3$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

$$x^2 + 2(x-3) - 1 > x(x+5) + 5$$

$$x^2 + 2x - 6 - 1 > x^2 + 5x + 5$$

$$x^2 + 2x - x^2 - 5x > 5 + 6 + 1$$

$$-3x > 12$$

$$x < -4$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là:  $x < -4$ .

Nghiệm nguyên lớn nhất của nghiệm bất phương trình đã cho bằng  $x = -3$

**Câu 20.** Cho bất phương trình  $\frac{3x+5}{2} - 1 \leq \frac{x+2}{3} + x$ . Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình đã cho bằng bao nhiêu ?

A.  $x = -5$ .

B.  $x = 6$ .

C.  $x = 4$ .

D. Không xác định được.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có:

$$\frac{3x+5}{2} - 1 \leq \frac{x+2}{3} + x$$

$$\frac{3(3x+5)}{6} - \frac{6}{6} \leq \frac{2(x+2)}{6} + \frac{6x}{6}$$

$$3(3x+5) - 6 \leq 2(x+2) + 6x$$

$$9x + 15 - 6 \leq 2x + 4 + 6x$$

$$9x - 2x - 6x \leq 4 - 15 + 6$$

$$x \leq -5$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là  $x \leq -5$ .

Nghiệm nguyên lớn nhất của nghiệm bất phương trình đã cho bằng  $x = -5$

**Câu 21.** Cho bất phương trình  $\frac{2}{3} - \frac{3x-6}{2} > \frac{1+3x}{6}$ . Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình đã cho bằng bao nhiêu ?

A.  $x = -2$ .

B.  $x = 3$ .

C.  $x = 1$ .

D.  $x = 2$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

$$\frac{2}{3} - \frac{3x-6}{2} > \frac{1+3x}{6}$$

$$2 \cdot 2 - 3(3x-6) > 1+3x$$

$$4-9x+18 > 1+3x$$

$$12x < 21$$

$$x < \frac{7}{4}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là:  $x < \frac{7}{4}$

Nghiệm nguyên lớn nhất của nghiệm bất phương trình đã cho bằng  $x = 1$

**Câu 22.** Nghiệm của bất phương trình  $\frac{6+4x}{3} < 3-2x$  là

**A.**  $x > \frac{3}{10}$ .

**B.**  $x < -\frac{3}{10}$ .

**C.**  $x > -\frac{3}{10}$ .

**D.**  $x < \frac{3}{10}$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

$$\frac{6+4x}{3} < 3-2x$$

$$6+4x < 3(3-2x)$$

$$6+4x < 9-6x$$

$$10x < 3$$

$$x < \frac{3}{10}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là:  $x < \frac{3}{10}$

**Câu 23.** Nghiệm của bất phương trình  $\frac{8-3x}{2} \geq x+5$  là

**A.**  $x \leq \frac{2}{5}$ .

**B.**  $x \leq -\frac{2}{5}$ .

**C.**  $x \geq \frac{2}{5}$ .

**D.**  $x \geq -\frac{2}{5}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

$$\frac{8-3x}{2} \geq x+5$$

$$8-3x \geq 2(x+5)$$

$$8-3x \geq 2x+10$$

$$-5x \geq 2$$

$$x \leq -\frac{2}{5}$$

**Câu 24.** Tìm giá trị của  $x$  để biểu thức  $\frac{1-3x}{2} + 1$  có giá trị âm.

**A.**  $x > -1$ .

**B.**  $x < -1$ .

**C.**  $x > 1$ .

**D.**  $x < 1$ .

## Lời giải

## Chọn C.

Biểu thức  $\frac{1-3x}{2}+1$  có giá trị âm nên  $\frac{1-3x}{2}+1 < 0$

$$\frac{1-3x}{2}+1 < 0$$

$$1-3x+2 < 0$$

$$-3x < -3$$

$$x > 1$$

Vậy với  $x > 1$  thì  $\frac{1-3x}{2}+1$  có giá trị âm.

**Câu 25.** Tìm giá trị của  $x$  để biểu thức  $\frac{2(2-3x)}{3}-x$  có giá trị không âm.

**A.**  $x \leq \frac{4}{9}$ .

**B.**  $x \leq -\frac{4}{9}$ .

**C.**  $x \geq -\frac{4}{9}$ .

**D.**  $x \geq \frac{4}{9}$ .

## Lời giải

## Chọn A.

Biểu thức  $\frac{2(2-3x)}{3}-x$  có giá trị không âm nên  $\frac{2(2-3x)}{3}-x \geq 0$

$$\frac{2(2-3x)}{3}-x \geq 0$$

$$2(2-3x)-3x \geq 0$$

$$4-6x-3x \geq 0$$

$$-9x \geq -4$$

$$x \leq \frac{4}{9}$$

Vậy  $x \leq \frac{4}{9}$  là giá trị cần tìm

**Câu 26.** Tìm giá trị của  $x$  để biểu thức  $2(x-1)+\frac{x}{3}$  có giá trị không dương.

**A.**  $x \leq \frac{6}{7}$ .

**B.**  $x \leq \frac{7}{6}$ .

**C.**  $x \leq -\frac{6}{7}$ .

**D.**  $x \leq -\frac{7}{6}$ .

## Lời giải

## Chọn A.

Biểu thức  $2(x-1)+\frac{x}{3}$  có giá trị không dương nên  $2(x-1)+\frac{x}{3} \leq 0$

$$2(x-1) + \frac{x}{3} \leq 0$$

$$6(x-1) + x \leq 0$$

$$6x - 6 + x \leq 0$$

$$7x \leq 6$$

$$x \leq \frac{6}{7}$$

Vậy  $x \leq \frac{6}{7}$  là giá trị cần tìm

**Câu 27.** Tìm giá trị của  $x$  để biểu thức  $\frac{5-2x}{x^2+4}$  có giá trị dương.

**A.**  $x < \frac{5}{2}$ .

**B.**  $x > 2$ .

**C.**  $x \leq \frac{5}{2}$ .

**D.**  $x > \frac{5}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Biểu thức  $\frac{5-2x}{x^2+4}$  có giá trị dương nên  $\frac{5-2x}{x^2+4} > 0$

Ta có :  $x^2+4 > 0$  với mọi  $x$

Do đó  $5-2x > 0$  suy ra  $x < \frac{5}{2}$

Vậy với  $x < \frac{5}{2}$  thì  $\frac{5-2x}{x^2+4}$  có giá trị dương.

**Câu 28.** Với những giá trị nào của  $x$  thì giá trị của biểu thức  $3x - \frac{1}{5}$  lớn hơn giá trị của biểu thức

$$2x + \frac{2x+1}{2} ?$$

**A.**  $x > 7$ .

**B.**  $x > -7$ .

**C.**  $x > 0$ .

**D.** không có giá trị nào của  $x$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Giá trị biểu thức  $3x - \frac{1}{5}$  lớn hơn giá trị biểu thức  $2x + \frac{2x+1}{2}$  tức là  $3x - \frac{1}{5} > 2x + \frac{2x+1}{2}$

Ta có:

$$3x - \frac{1}{5} > 2x + \frac{2x+1}{2}$$

$$\frac{3x \cdot 10 - 2}{10} > \frac{10 \cdot 2x + 5(2x+1)}{10}$$

$$30x - 2 > 20x + 10x + 5$$

$$0x > 7 \quad (\text{vô lý})$$

Vậy không có giá trị nào của  $x$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 29.** Phương trình  $x - 1 = m + 4$  có nghiệm lớn hơn 2 với

A.  $m < -3$ .

B.  $m < 3$ .

C.  $m > -3$ .

D.  $m > 3$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

$$x - 1 = m + 4$$

$$x = m + 5$$

Phương trình  $x - 1 = m + 4$  có nghiệm lớn hơn 2 nên  $m + 5 > 2$  hay  $m > -3$

**Câu 30.** Giá trị của  $m$  để phương trình  $x - 2 = 3m + 4$  có nghiệm lớn hơn  $-1$  là

A.  $m < -\frac{7}{3}$ .

B.  $m \leq -\frac{7}{3}$ .

C.  $m > -\frac{7}{3}$ .

D.  $m \geq -\frac{7}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

$$x - 2 = 3m + 4$$

$$x = 3m + 6$$

Phương trình  $x - 2 = 3m + 4$  có nghiệm lớn hơn  $-1$  nên  $3m + 6 > -1$  hay  $m > -\frac{7}{3}$

**Câu 31.** Giá trị của  $m$  để phương trình  $2(x - 1) = 2m + 3$  có nghiệm nhỏ hơn hoặc bằng 4 là

A.  $m \geq \frac{3}{2}$ .

B.  $m \geq -\frac{3}{2}$ .

C.  $m \leq -\frac{3}{2}$ .

D.  $m \leq \frac{3}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

$$2(x - 1) = 2m + 3$$

$$2x - 2 = 2m + 3$$

$$2x = 2m + 5$$

$$x = \frac{2m + 5}{2}$$

Phương trình  $2(x - 1) = 2m + 3$  có nghiệm nhỏ hơn hoặc bằng 4 nên  $\frac{2m + 5}{2} \leq 4$  hay  $2m + 5 \leq 8$ , suy ra

$$m \leq \frac{3}{2}$$

**Câu 32.** Giá trị của  $m$  để phương trình  $3(1 - 2x) = 2m - 1$  có nghiệm âm là

A.  $m > -2$ .

B.  $m \geq -2$ .

C.  $m \geq 2$ .

D.  $m > 2$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

$$3(1-2x) = 2m-1$$

$$3-6x = 2m-1$$

$$-6x = 2m-4$$

$$x = \frac{2m-4}{-6}$$

$$x = \frac{2-m}{3}$$

Phương trình  $3(1-2x) = 2m-1$  có nghiệm âm nên  $\frac{2-m}{3} < 0$  hay  $m > 2$

**Câu 33.** Giá trị của  $m$  để phương trình  $\frac{2(3-x)}{3} - 2m = 0$  có nghiệm dương là

**A.**  $m > 1$ .

**B.**  $m < 1$ .

**C.**  $m < -1$ .

**D.**  $m > -1$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

$$\frac{2(3-x)}{3} - 2m = 0$$

$$2(3-x) - 6m = 0$$

$$6 - 2x - 6m = 0$$

$$-2x = 6m - 6$$

$$x = 3 - 3m$$

Phương trình  $\frac{2(3-x)}{3} - 2m = 0$  có nghiệm dương nên  $3 - 3m > 0$  hay  $m < 1$

**Câu 34.** Giá trị của  $m$  để phương trình  $\frac{x+2}{3} = m-1$  có nghiệm không âm là

**A.**  $m \geq \frac{5}{3}$ .

**B.**  $m \geq -\frac{5}{3}$ .

**C.**  $m > \frac{5}{3}$ .

**D.**  $m > -\frac{5}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

$$\frac{x+2}{3} = m-1$$

$$x+2 = 3(m-1)$$

$$x+2 = 3m-3$$

$$x = 3m-5$$

Phương trình  $\frac{x+2}{3} = m-1$  có nghiệm không âm nên  $3m-5 \geq 0$  hay  $m \geq \frac{5}{3}$

**Câu 35.** Giá trị của  $m$  để phương trình  $\frac{2(x-1)}{5} = 2-m$  có nghiệm không dương là

**A.**  $m \geq -\frac{5}{12}$ .

**B.**  $m \geq \frac{5}{12}$ .

**C.**  $m \leq -\frac{5}{12}$ .

**D.**  $m \leq \frac{5}{12}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

$$\frac{2(x-1)}{5} = 2 - m$$

$$2(x-1) = 5(2-m)$$

$$2x - 2 = 10 - 5m$$

$$2x = 12 - 5m$$

$$x = \frac{12 - 5m}{2}$$

Phương trình  $\frac{2(x-1)}{5} = 2 - m$  có nghiệm không dương nên  $\frac{12 - 5m}{2} \leq 0$  hay  $m \geq \frac{5}{12}$

**Câu 36.** Với giá trị nào của  $m$  thì bất phương trình  $m(2x+1) < 8$  là bất phương trình bậc nhất một ẩn ?

- A.  $m \neq 1$ .                      B.  $m \neq -\frac{1}{2}$ .                      C.  $m \neq 0$ .                      D.  $m \neq 8$ .

**Lời giải****Chọn C.**

Ta có :  $m(2x+1) < 8$  được biến đổi thành  $2mx + m - 8 < 0$ .

Vậy để bất phương trình  $m(2x+1) < 8$  là bất phương trình bậc nhất 1 ẩn thì  $2mx + m - 8 < 0$  là bất phương trình bậc nhất 1 ẩn.

Theo định nghĩa bất phương trình bậc nhất một ẩn thì  $a \neq 0$  hay  $2m \neq 0$  nên  $m \neq 0$ .

**Câu 37.** Với giá trị nào của  $m$  thì bất phương trình  $(2-m)x - 2025 \geq 0$  là bất phương trình bậc nhất một ẩn ?

- A.  $m = -2$ .                      B.  $m = 2$ .                      C.  $m \neq 2$ .                      D.  $m \neq -2$ .

**Lời giải****Chọn C.**

Để bất phương trình  $(2-m)x - 2025 \geq 0$  là bất phương trình bậc nhất một ẩn thì  $2-m \neq 0$  hay  $m \neq 2$ .

**Câu 38.** Với giá trị nào của  $m$  thì bất phương trình  $(1-m)x > 2 - 2mx$  là bất phương trình bậc nhất một ẩn ?

- A.  $m = -1$ .                      B.  $m = 1$ .                      C.  $m \neq 1$ .                      D.  $m \neq -1$ .

**Lời giải****Chọn C.**

Để bất phương trình  $(1+m)x - 2 > 0$  là bất phương trình bậc nhất một ẩn thì  $1+m \neq 0$  hay  $m \neq -1$ .

**Câu 39.** Với giá trị nào của  $m$  thì bất phương trình  $(m-1)x + 2mx + 4 < 0$  không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn ?

- A.  $m = \frac{1}{3}$ .                      B.  $m = -\frac{1}{3}$ .                      C.  $m \neq \frac{1}{3}$ .                      D.  $m \neq -\frac{1}{3}$ .

## Lời giải

**Chọn A.**

$$(m-1)x + 2mx + 4 < 0 \text{ hay } (3m-1)x + 4 < 0$$

Để bất phương trình  $(3m-1)x + 4 < 0$  không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn thì  $3m-1=0$  hay

$$m = \frac{1}{3}$$

**Câu 40.** Với giá trị nào của  $m$  thì bất phương trình  $(m^2-1)x \leq 2026+3x$  không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn ?

**A.**  $m = -2$ .

**B.**  $m = 2$ .

**C.**  $m = 4$ .

**D.**  $m = -2$  và  $m = 2$ .

## Lời giải

**Chọn D.**

$$(m^2-1)x \leq 2026+3x \text{ hay } (m^2-1)x - 3x - 2026 \leq 0, \text{ suy ra } (m^2-4)x - 2026 \leq 0$$

Để bất phương trình  $(m^2-4)x - 2026 \leq 0$  không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn thì:

$$m^2 - 4 = 0$$

$$\text{hay } m = \pm 2$$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc****sai.****Câu 41.** Cho bất phương trình sau  $2(x-2) \geq 3(1-x)+2$  (1).a) Nhân phân phối hai vế của bất phương trình (1) ta được:  $2x-4 \geq 3-3x+2$ .b) Rút gọn bất phương trình (1) ta được:  $-x \geq 9$ .c) Nghiệm của bất phương trình (1) là  $x \leq -9$ .d) Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình (1) là  $x = 1$ .**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>

$$2(x-2) \geq 3(1-x)+2$$

$$2x-4 \geq 3-3x+2$$

$$2x+3x \geq 3+2+4$$

$$5x \geq 9$$

$$x \geq \frac{9}{5} = 1,8$$

Nghiệm của bất phương trình (1) là  $x \geq \frac{9}{5}$ .Do đó, nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình (1) là  $x = 2$ **Câu 42.** Cho bất phương trình sau  $3(1-2x) > 2(x+1)$  (1).a) Nhân phân phối hai vế của bất phương trình (1) ta được:  $3+6x > 2x+2$ .b) Rút gọn bất phương trình (1) ta được:  $-8x > -1$ .c) Nghiệm của bất phương trình (1) là  $x < \frac{1}{8}$ .d) Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình (1) là  $x = 0$ .**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>

$$3(1-2x) > 2(x+1)$$

$$3-6x > 2x+2$$

$$-8x > -1$$

$$x < \frac{1}{8}$$

Nghiệm của bất phương trình (1) là  $x < \frac{1}{8}$ .

Do đó, nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình (1) là  $x = 0$

**Câu 43.** Cho bất phương trình sau  $2(3x-1)-2x < 3(1-x)$  (1).

a) Nhân phân phối hai vế của bất phương trình (1) ta được:  $6x-2-2x < 3-x$ .

b) Rút gọn bất phương trình (1) ta được:  $5x < 5$ .

c) **Biết nghiệm của bất phương trình (1) có dạng  $x < \frac{a}{b}$ , với  $a, b \in \mathbb{Z}$  và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Khi đó**

$$a+b=12$$

d) Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình (1) là  $x = -1$ .

#### Lời giải

a)	b)	c)	d)
<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>

$$2(3x-1)-2x < 3(1-x)$$

$$6x-2-2x < 3-3x$$

$$6x-2x+3x < 3+2$$

$$7x < 5$$

$$x < \frac{5}{7}$$

Nghiệm của bất phương trình (1) là  $x < \frac{5}{7}$ . Suy ra  $a=5, b=7 \Rightarrow a+b=12$

Do đó, nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình (1) là  $x = 0$ .

**Câu 44.** Cho bất phương trình sau  $\frac{x+1}{3} \geq \frac{x-6}{2}$  (1).

a) Nhân hai vế của bất phương trình (1) với 6 ta được:  $2(x+1) \geq 3(x-6)$ .

b) Rút gọn bất phương trình (1) ta được:  $-x \geq 20$ .

c) Nghiệm của bất phương trình (1) là  $x \leq -20$ .

d) Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình (1) là  $x = -19$ .

#### Lời giải

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>

$$\frac{x+1}{3} \geq \frac{x-6}{2}$$

$$2(x+1) \geq 3(x-6)$$

$$2x+2 \geq 3x-18$$

$$2x-3x \geq -18-2$$

$$-x \geq -20$$

$$x \leq 20$$

Nghiệm của bất phương trình (1) là  $x \leq 20$ .

Do đó, nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình (1) là  $x = 20$ .

**Câu 45.** Cho bất phương trình sau  $\frac{x-2}{-2} \geq 2-3x$  (1).

a)  $x = 0$  là một nghiệm của bất phương trình (1).

b) Nhân hai vế của bất phương trình (1) với  $-2$  ta được:  $x-2 \geq -2(2-3x)$ .

c) Nghiệm của bất phương trình (1) là  $x \geq \frac{2}{5}$ .

d) Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình (1) là  $x = 1$ .

#### Lời giải

a)	b)	c)	d)
<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>

a) Thay  $x = 0$  vào bất phương trình (1) ta được:  $\frac{0-2}{-2} \geq 2-3 \cdot 0$  hay  $1 \geq 2$  vô lý, do đó  $x = 0$  không phải

là nghiệm của bất phương trình (1).

b) c) d)

$$\frac{x-2}{-2} \geq 2-3x$$

$$x-2 \leq -2(2-3x)$$

$$x-2 \leq -4+6x$$

$$x-6x \leq -4+2$$

$$-5x \leq -2$$

$$x \geq \frac{2}{5}$$

Nghiệm của bất phương trình (1) là  $x \geq \frac{2}{5}$ .

Do đó, nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình (1) là  $x = 1$ .

**Câu 46.** Cho bất phương trình sau  $\frac{-3x-2}{-3} - x + 1 \leq 0$  (1).

- a)  $x = 0$  là một nghiệm của bất phương trình (1).
- b)  $x = -1$  không phải là nghiệm của bất phương trình (1).
- c) Nhân hai vế của bất phương trình (1) với  $-3$  ta được:  $-3x - 2 + 3x - 3 \leq 0$ .
- d) Bất phương trình (1) có vô số nghiệm.

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>

a) Thay  $x = 0$  vào bất phương trình (1) ta được:  $\frac{-3 \cdot 0 - 2}{-3} - 0 + 1 \leq 0$  hay  $\frac{5}{3} \leq 0$  vô lý, do đó  $x = 0$  không phải là nghiệm của bất phương trình (1).

a) Thay  $x = -1$  vào bất phương trình (1) ta được:  $\frac{-3 \cdot (-1) - 2}{-3} - (-1) + 1 \leq 0$  hay  $\frac{5}{3} \leq 0$  vô lý, do đó  $x = -1$  không phải là nghiệm của bất phương trình (1).

c) d)

$$\frac{-3x - 2}{-3} - x + 1 \leq 0$$

$$-3x - 2 + 3x - 3 \geq 0$$

$$0 \cdot x - 5 \geq 0 \text{ (vô lý)}$$

Bất phương trình (1) vô nghiệm.

**Câu 47.** Cho bất phương trình sau  $\frac{3x+5}{2} - x < 1 + \frac{x+2}{3}$  (1).

- a) Mẫu số chung nhỏ nhất của bất phương trình (1) bằng 6.
- b) Nhân hai vế của bất phương trình (1) với 6 ta được:  $3(3x+5) - x < 6 + 2(x+2)$ .
- c) Nghiệm của bất phương trình (1) là  $x < -5$ .
- d) Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình (1) là  $x = -6$ .

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>

$$\frac{3x+5}{2} - x < 1 + \frac{x+2}{3}$$

$$6 \cdot \left( \frac{3x+5}{2} - x \right) < 6 \cdot \left( 1 + \frac{x+2}{3} \right)$$

$$3(3x+5) - 6x < 6 + 2(x+2)$$

$$9x+15 - 6x < 6 + 2x+4$$

$$9x - 6x - 2x < 6 + 4 - 15$$

$$x < -5$$

Nghiệm của bất phương trình (1) là  $x < -5$ .

Do đó, nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình (1) là  $x = -6$ .

**Câu 48.** Cho bất phương trình sau  $\frac{x+4}{5} - x - 5 \geq \frac{x+3}{3} - \frac{x-2}{2}$  (1).

a)  $x = 0$  không phải là nghiệm của bất phương trình (1).

b) Quy đồng hai vế của bất phương trình (1) ta được  $\frac{6 \cdot (x+4) - 30 \cdot (x+5)}{15} \geq \frac{10 \cdot (x+3) - 15 \cdot (x-2)}{15}$ .

c) Khử mẫu của bất phương trình (1) ta được  $6 \cdot (x+4) - 30 \cdot (x+5) \geq 10 \cdot (x+3) - 15 \cdot (x-2)$ .

d) Nghiệm của bất phương trình (1) là  $x \leq \frac{186}{19}$ .

### Lời giải

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>

a) Thay  $x = 0$  vào bất phương trình (1) ta được:  $\frac{0+4}{5} - 0 - 5 \geq \frac{0+3}{3} - \frac{0-2}{2}$  hay  $-\frac{21}{5} \geq 2$  vô lý, do đó

$x = 0$  không phải là nghiệm của bất phương trình (1).

$$\frac{x+4}{5} - x - 5 \geq \frac{x+3}{3} - \frac{x-2}{2}$$

$$\frac{6 \cdot (x+4) - 30 \cdot (x+5)}{30} \geq \frac{10 \cdot (x+3) - 15 \cdot (x-2)}{30}$$

$$6 \cdot (x+4) - 30 \cdot (x+5) \geq 10 \cdot (x+3) - 15 \cdot (x-2)$$

$$6x + 24 - 30x - 150 \geq 10x + 30 - 15x + 30$$

$$-24x - 126 \geq -5x + 60$$

$$-19x \geq 186$$

$$x \leq -\frac{186}{19}$$

Nghiệm của bất phương trình (1) là  $x \leq -\frac{186}{19}$ .

**Câu 49.** Cho bất phương trình sau  $3x - \frac{1}{5} < 2x + \frac{2x+1}{2}$  (1).

- a) Mẫu số chung nhỏ nhất của bất phương trình (1) bằng 5.  
 b) Khử mẫu của bất phương trình (1) ta được  $30x + 2 < 20x + 10x + 5$ .  
 c) Bất phương trình (1) vô số nghiệm.  
 d) Nghiệm nguyên dương nhỏ nhất của bất phương trình (1) là  $x = 1$ .

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>

$$3x - \frac{1}{5} < 2x + \frac{2x+1}{2}$$

$$\frac{10 \cdot 3x - 2}{10} < \frac{10 \cdot 2x + 5(2x+1)}{10}$$

$$30x - 2 < 20x + 10x + 5$$

$$0x < 7 \text{ đúng với mọi } x$$

Bất phương trình (1) có vô số nghiệm.

Do bất phương trình (1) có vô số nghiệm nên nghiệm nguyên dương nhỏ nhất của bất phương trình (1) là  $x = 1$ .

**Câu 50.** Cho bất phương trình sau  $(x+1)(x-1) + \frac{x-2}{2} < x^2$  (1).

- a) Nhân hai vế của bất phương trình (1) với 2 ta được:  $2(x+1)(x-1) + x - 2 < x^2$ .  
 b) Rút gọn bất phương trình (1) ta được:  $x - 4 < 0$ .  
 c) Nghiệm của bất phương trình (1) là  $x < 4$ .  
 d) Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình (1) là  $x = 4$ .

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>

$$(x+1)(x-1) + \frac{x-2}{2} < x^2$$

$$2(x+1)(x-1) + x - 2 < 2x^2$$

$$2(x^2 - 1) + x - 2 < 2x^2$$

$$2x^2 - 2 + x - 2 < 2x^2$$

$$x - 4 < 0$$

$$x < 4$$

Nghiệm của bất phương trình (1) là  $x < 4$ .

Do đó, nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình (1) là  $x = 3$ .

**Câu 51.** Cho bất phương trình sau  $\frac{5x^2-3}{5} + \frac{3x-1}{4} \geq \frac{x(2x+3)}{2} - 5$  (1).

a) Mẫu số chung nhỏ nhất của bất phương trình (1) bằng 20.

b) Quy đồng hai vế của bất phương trình (1) ta được  $\frac{4 \cdot (5x^2-3) + 5(3x-1)}{20} \geq \frac{10x \cdot (2x+3) - 5}{20}$ .

c) Biết nghiệm của bất phương trình (1) có dạng  $x \geq \frac{a}{b}$ , với  $a, b \in \mathbb{Z}$  và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Khi đó

$$a - b = 70$$

d) Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình (1) là  $x = 5$ .

### Lời giải

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>

$$\frac{5x^2-3}{5} + \frac{3x-1}{4} \geq \frac{x(2x+3)}{2} - 5$$

$$\frac{4 \cdot (5x^2-3) + 5(3x-1)}{20} \geq \frac{10x \cdot (2x+3) - 5 \cdot 20}{20}$$

$$\frac{20x^2 - 12 + 15x - 5}{20} \geq \frac{20x^2 + 30x - 100}{20}$$

$$20x^2 + 15x - 17 \geq 20x^2 + 30x - 100$$

$$-15x \geq -83$$

$$15x \leq 83$$

$$x \leq \frac{83}{15}$$

Nghiệm của bất phương trình (1) là  $x \leq \frac{83}{15}$ . Suy ra  $a = 83, b = 15 \Rightarrow a - b = 68$

Do nghiệm của bất phương trình (1) là  $x \leq \frac{83}{15} \approx 5,53$  nên nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình

(1) là  $x = 5$ .

**Câu 52.** Cho bất phương trình sau  $\frac{2x+1}{-3} - \frac{2x^2+3}{-4} \leq \frac{x(5-3x)}{-6} - \frac{4x+1}{-5}$  (1).

a) Bất phương trình (1) được viết lại:  $\frac{-2x+1}{3} + \frac{2x^2+3}{4} \leq \frac{-x(5-3x)}{6} + \frac{4x+1}{5}$ .

b) Quy đồng hai vế của bất phương trình (1) ta được:

$$\frac{20 \cdot (-2x+1) + 15 \cdot (2x^2+3)}{60} \leq \frac{-10x \cdot (5-3x) + 12 \cdot (4x+1)}{60}$$

c) Biết nghiệm của bất phương trình (1) có dạng  $x \geq \frac{a}{b}$ , với  $a, b \in \mathbb{Z}$  và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Khi đó

$$a + b = 50$$

d) Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình (1) là  $x = 1$ .

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>

$$\frac{2x+1}{-3} - \frac{2x^2+3}{-4} \leq \frac{x(5-3x)}{-6} - \frac{4x+1}{-5}$$

$$\frac{-2x-1}{3} + \frac{2x^2+3}{4} \leq \frac{-x(5-3x)}{6} + \frac{4x+1}{5}$$

$$\frac{20 \cdot (-2x-1) + 15 \cdot (2x^2+3)}{60} \leq \frac{-10x \cdot (5-3x) + 12 \cdot (4x+1)}{60}$$

$$20 \cdot (-2x-1) + 15 \cdot (2x^2+3) \leq -10x \cdot (5-3x) + 12 \cdot (4x+1)$$

$$-40x - 20 + 30x^2 + 45 \leq -50x + 30x^2 + 48x + 12$$

$$30x^2 - 40x + 25 \leq 30x^2 - 2x + 12$$

$$-38x \leq -13$$

$$x \geq \frac{13}{38}$$

Nghiệm của bất phương trình (1) là  $x \geq \frac{13}{38}$ . Suy ra  $a = 13, b = 38 \Rightarrow a + b = 51$

Do nghiệm của bất phương trình (1) là  $x \geq \frac{13}{38} \approx 0,34$  nên nghiệm nguyên dương nhỏ nhất của bất phương trình (1) là  $x = 1$ .

**Câu 53.** Cho hai biểu thức  $A = 17(x+5) + 41x$  và  $B = -15(x+4) - 1$ .

a) Giá trị của biểu thức  $A$  dương khi  $x > \frac{85}{58}$ .

b) Giá trị của biểu thức  $B$  không dương khi  $x \geq -4$ .

c) Giá trị biểu thức  $A$  không nhỏ hơn giá trị biểu thức  $B$  khi  $x > 2$ .

d) Giá trị biểu thức  $A$  không lớn hơn giá trị biểu thức  $B$  khi  $x \leq 2$ .

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>

a) Giá trị của biểu thức  $A$  dương tức là  $A > 0$  hay  $17(x+5)+41x > 0$

Ta có:

$$17(x+5)+41x > 0$$

$$17x+85+41x > 0$$

$$58x > -85$$

$$x > -\frac{85}{58}$$

Vậy  $x > -\frac{85}{58}$  là giá trị cần tìm.

b) Giá trị của biểu thức  $B$  không dương khi tức là  $B \leq 0$  hay  $-15(x+4)-1 \leq 0$

Ta có:

$$-15(x+4)-1 \leq 0$$

$$-15x-60-1 \leq 0$$

$$-15x \leq 60$$

$$x \geq -4$$

Vậy  $x \geq -4$  là giá trị cần tìm.

c) Giá trị biểu thức  $A$  không nhỏ hơn giá trị biểu thức  $B$  tức là  $A \geq B$  hay

$$17(x+5)+41x \geq -15(x+4)-1$$

Ta có:

$$17(x+5)+41x \geq -15(x+4)-1$$

$$17x+85+41x \geq -15x-60-1$$

$$73x \geq 146$$

$$x \geq 2$$

Vậy  $x \geq 2$  là giá trị cần tìm.

d) Giá trị biểu thức  $A$  không lớn hơn giá trị biểu thức  $B$  tức là  $A \leq B$  hay

$$17(x+5)+41x \leq -15(x+4)-1$$

Ta có:

$$17(x+5)+41x \leq -15(x+4)-1$$

$$17x+85+41x \leq -15x-60-1$$

$$73x \leq 146$$

$$x \leq 2$$

Vậy  $x \leq 2$  là giá trị cần tìm.

**Câu 54.** Cho hai biểu thức  $A = \frac{x+4}{x+1} + \frac{x}{x-1}$  và  $B = \frac{2x^2}{x^2-1}$ .

a) Biểu thức  $A$  xác định khi  $x \neq -1$  và  $x \neq 1$ .

b) Biểu thức  $B$  xác định khi  $x \neq 1$ .

c) Rút gọn bất phương trình  $A < B$  ta được  $\frac{4}{x+1} < 0$ .

d) Giải bất phương trình  $A < B$  ta được nghiệm là  $x > -1$

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>

a) Để biểu thức  $A = \frac{x+4}{x+1} + \frac{x}{x-1}$  xác định thì  $x-1 \neq 0$  và  $x+1 \neq 0$  suy ra  $x \neq 1$  và  $x \neq -1$ .

$$b) B = \frac{2x^2}{x^2-1} = \frac{2x^2}{(x-1)(x+1)}$$

Để biểu thức  $B$  xác định thì  $x-1 \neq 0$  và  $x+1 \neq 0$  suy ra  $x \neq 1$  và  $x \neq -1$ .

c) Ta có:

$$A < B$$

$$\frac{x+4}{x+1} + \frac{x}{x-1} < \frac{2x^2}{x^2-1}$$

$$\frac{x+4}{x+1} + \frac{x}{x-1} < \frac{2x^2}{(x-1)(x+1)}$$

$$\frac{(x+4)(x-1)}{(x-1)(x+1)} + \frac{x(x+1)}{(x-1)(x+1)} < \frac{2x^2}{(x-1)(x+1)}$$

$$\frac{x^2 + 3x - 4 + x^2 + x - 2x^2}{(x-1)(x+1)} < 0$$

$$\frac{4x-4}{(x-1)(x+1)} < 0$$

$$\frac{4(x-1)}{(x-1)(x+1)} < 0$$

$$\frac{4}{x+1} < 0$$

d) Điều kiện  $x \neq 1$  và  $x \neq -1$ .

Ta có  $A < B$  suy ra  $\frac{4}{x+1} < 0$

mà  $4 > 0$  nên  $x+1 < 0$  hay  $x < -1$

Kết hợp với điều kiện ta có bất phương trình có nghiệm  $x < -1$ .

**Câu 55.** Cho biểu thức  $A = \left( \frac{1}{1-x} + \frac{2}{x+1} - \frac{5-x}{1-x^2} \right) : \frac{1-2x}{x^2-1}$

a) Biểu thức  $A$  xác định khi  $x \neq -1$  và  $x \neq 1$ .

b) Rút gọn biểu thức  $A$  ta được  $\frac{-2}{2x-1}$ .

c) Để  $A > 0$  thì  $x < \frac{1}{2}$ .

d) Để biểu thức  $A$  không dương thì  $x \geq \frac{1}{2}$ .

### Lời giải

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>

a) Để biểu thức  $A$  xác định thì  $1-x \neq 0$  và  $1+x \neq 0$  suy ra  $x \neq -1$  và  $x \neq 1$ .

b) Ta có

$$A = \left( \frac{1}{1-x} + \frac{2}{x+1} - \frac{5-x}{1-x^2} \right) : \frac{1-2x}{x^2-1}$$

$$A = \left( \frac{1}{1-x} + \frac{2}{x+1} - \frac{5-x}{(1-x)(x+1)} \right) : \frac{2x-1}{1-x^2}$$

$$A = \left( \frac{x+1}{(1-x)(1+x)} + \frac{2(1-x)}{(x+1)(1-x)} - \frac{5-x}{(1-x)(x+1)} \right) : \frac{2x-1}{(1-x)(1+x)}$$

$$A = \left( \frac{x+1+2-2x-5+x}{(1-x)(1+x)} \right) \cdot \frac{(1-x)(1+x)}{2x-1}$$

$$A = \left( \frac{-2}{(1-x)(1+x)} \right) \cdot \frac{(1-x)(1+x)}{2x-1} = \frac{-2}{2x-1}$$

c) Điều kiện  $x \neq -1; x \neq 1$

Để  $A > 0$  thì

$$\frac{-2}{2x-1} > 0$$

$$2x-1 < 0 \text{ (vì } -2 < 0 \text{)}$$

$$x < \frac{1}{2}$$

Kết hợp với điều kiện  $x \neq -1; x \neq 1$  suy ra  $x < \frac{1}{2}$  và  $x \neq -1$

d) Để biểu thức  $A$  không dương thì  $A \leq 0$  hay  $\frac{-2}{2x-1} \leq 0$

Điều kiện  $x \neq -1; x \neq 1$

Ta có:

$$\frac{-2}{2x-1} \leq 0$$

$$2x-1 > 0 \text{ (vì } -2 < 0 \text{)}$$

$$x > \frac{1}{2}$$

Kết hợp với điều kiện  $x \neq -1; x \neq 1$  suy ra  $x > \frac{1}{2}$  và  $x \neq 1$

**Câu 56.** Cô Minh Nhân chuyển nhà cần di chuyển một tủ đồ nặng 260 kg bằng thang máy. Thang máy có thể chở được tối đa là 710 kg. Gọi  $x$  (kg) là khối lượng thang máy có thể chở thêm được.

a) Khối lượng thang máy chở được là  $x + 260$  (kg).

b)  $x + 260 \leq 710$ .

c) Thang máy có thể chở thêm được tối đa 460 kg.

d) Ngoài tủ đồ, thang máy có thể chở thêm được 8 người, biết mỗi người nặng khoảng 60 kg.

### Lời giải

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>

a) Gọi  $x$  (kg) là khối lượng thang máy có thể chở thêm được.

Khối lượng thang máy chở được là  $x + 260$  (kg)

b) Vì thang máy chở được tối đa 710 kg nên:  $x + 260 \leq 710$  (kg)

c)

$$x + 260 \leq 710$$

$$x \leq 710 - 260$$

$$x \leq 450$$

Vậy thang máy có thể chở thêm được tối đa 450 kg.

d) Gọi  $y$  là số người thang máy có thể chở thêm được ( $y \in \mathbb{N}^*$ )

Khối lượng người thang máy chở là  $60y$  (kg).

Thang máy có thể chở thêm tối đa 450 kg nên ta có:

$$60y \leq 450$$

$$y \leq \frac{450}{60}$$

$$y \leq \frac{15}{2} = 7,5$$

Suy ra  $y = 7$ .

Vậy ngoài tủ đồ, thang máy có thể chở thêm tối đa 7 người nữa.

**Câu 57.** Một hãng viễn thông nước ngoài có hai gói cước như sau:

Gói cước A	Gói cước B
Cước thuê bao hằng tháng 32 USD	Cước thuê bao hằng tháng là 44 USD
45 phút miễn phí	Không có phút miễn phí
0,4 USD cho mỗi phút gọi	0,25 USD cho mỗi phút gọi

Gọi  $x$  (phút) là thời gian gọi trong một tháng của từng gói cước ( $x > 45$ ).

a) Phí phải trả trong một tháng cho hãng viễn thông A là:  $32 + 0,4 \cdot x$  (USD).

b) Phí phải trả trong một tháng cho hãng viễn thông B là:  $44 + 0,25 \cdot x$  (USD).

c) Nếu khách hàng chỉ gọi tối đa là 180 phút trong một tháng thì nên dùng gói cước B để chi phí rẻ hơn gói cước A.

d) Nếu khách hàng chỉ gọi tối đa là 500 phút trong một tháng thì nên dùng gói cước A để chi phí rẻ hơn gói cước B.

### Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	SAI	SAI

Gọi  $x$  (phút) là thời gian gọi trong một tháng ( $x > 45$ ).

a) Đối với gói cước A:

Thời gian gọi thêm là:  $x - 45$  (phút)

Phí cần trả cho số phút gọi thêm là:  $0,4(x - 45)$  (USD)

Phí phải trả trong một tháng cho hãng viễn thông A là:  $T_A = 32 + 0,4(x - 45)$  (USD).

b) Đối với gói cước B:

Phí cần trả cho  $x$  phút gọi là:  $0,25 \cdot x$  (USD)

Phí phải trả trong một tháng cho hãng viễn thông B là:  $T_B = 44 + 0,25 \cdot x$  (USD).

c) Nếu khách hàng chỉ gọi tối đa là 180 phút trong một tháng, tức là  $x \leq 180$  thì:

Đối với gói cước A:

$$x \leq 180$$

$$x - 45 \leq 180 - 45$$

$$x - 45 \leq 135$$

$$0,4 \cdot (x - 45) \leq 135 \cdot 0,4$$

$$32 + 0,4 \cdot (x - 45) \leq 135 \cdot 0,4 + 32$$

$$T_A \leq 86 \text{ (USD)}$$

Đối với gói cước B:

$$x \leq 180$$

$$0,25 \cdot x \leq 180 \cdot 0,25$$

$$44 + 0,25 \cdot x \leq 180 \cdot 0,25 + 44$$

$$T_B \leq 89 \text{ (USD)}$$

Khi đó, khách hàng chỉ gọi tối đa là 180 phút trong 1 tháng thì nên dùng gói cước A để chi phí rẻ hơn gói cước B.

d) Nếu khách hàng chỉ gọi tối đa là 500 phút trong 1 tháng, tức là  $x \leq 500$  thì:

Đối với gói cước A:

$$x \leq 500$$

$$x - 45 \leq 500 - 45$$

$$x - 45 \leq 455$$

$$0,4 \cdot (x - 45) \leq 455 \cdot 0,4$$

$$32 + 0,4 \cdot (x - 45) \leq 455 \cdot 0,4 + 32$$

$$T_A \leq 214 \text{ (USD)}$$

Đối với gói cước B:

$$x \leq 500$$

$$0,25 \cdot x \leq 500 \cdot 0,25$$

$$44 + 0,25 \cdot x \leq 500 \cdot 0,25 + 44$$

$$T_B \leq 169 \text{ (USD)}$$

Khi đó, khách hàng chỉ gọi tối đa là 500 phút trong 1 tháng thì nên dùng gói cước B để chi phí rẻ hơn gói cước A.

**Câu 58.** Để đổi từ độ Fahrenheit (độ F) sang độ Celsius (độ C), người ta dùng công thức

$$\text{sau: } C = \frac{5}{9}(F - 32)$$

a) Nếu nhiệt độ ngoài trời của một ngày mùa hè là  $113^\circ F$  thì nhiệt độ ngoài trời khi đó là  $45^\circ C$ .

b) Nếu nhiệt độ ngoài trời của một ngày mùa hè là  $40^\circ C$  thì nhiệt độ ngoài trời khi đó là  $104^\circ F$ .

c) Nếu nhiệt độ ngoài trời của một ngày mùa hè ít nhất là  $95^\circ F$  thì nhiệt độ ngoài trời khi đó ít nhất là  $36^\circ C$ .

d) Nếu nhiệt độ ngoài trời của một ngày mùa hè ít nhất là  $50^\circ C$  thì nhiệt độ ngoài trời khi đó ít nhất là  $125^\circ F$ .

#### Lời giải

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>

a) Theo bài, ta có:  $F = 113$  nên  $C = \frac{5}{9}(113 - 32) = 45$

Khi đó, nhiệt độ ngoài trời là  $45^\circ C$ .

b) Theo bài, ta có:  $C = 40$  nên  $40 = \frac{5}{9}(F - 32)$  hay  $\frac{40 \cdot 9}{5} + 32 = F$ , suy ra  $F = 104$

Khi đó, nhiệt độ ngoài trời là  $104^\circ F$ .

c) Theo bài, ta có:

$$F \geq 95$$

$$F - 32 \geq 95 - 32$$

$$\frac{5}{9}(F - 32) \geq \frac{5}{9} \cdot (95 - 32)$$

$$\frac{5}{9}(F - 32) \geq 35$$

$$C \geq 35$$

do đó  $C \geq 35$ .

Vậy nhiệt độ ngoài trời của một ngày mùa hè ít nhất là  $95^\circ F$ , tức ít nhất là  $35^\circ C$ .

d) Theo bài,  $C \geq 50$  nên  $\frac{5}{9}(F - 32) \geq 50$

Giải bất phương trình:

$$\frac{5}{9}(F - 32) \geq 50$$

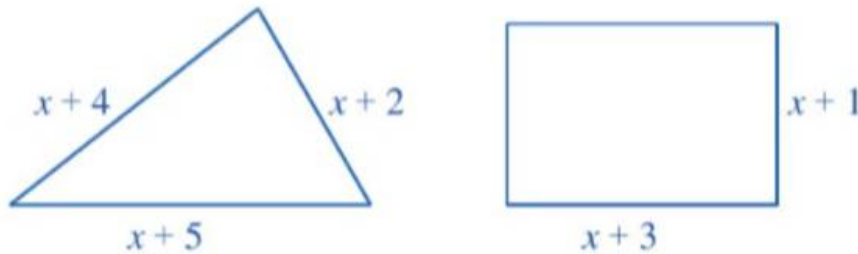
$$F - 32 \geq 50 : \frac{5}{9}$$

$$F - 32 \geq 90$$

$$F \geq 122$$

Vậy nhiệt độ ngoài trời của một ngày mùa hè ít nhất là  $50^\circ C$ , tức là ít nhất là  $122^\circ F$ .

**Câu 59.** Cho hình tam giác và hình chữ nhật có số đo các cạnh (đơn vị centimet) như hình vẽ dưới. Biết  $x > 0$ .



a) Chu vi của hình tam giác là:  $3x + 11(cm)$ .

b) Chu vi của hình chữ nhật là:  $2x + 4(cm)$

c) Chu vi của hình tam giác bằng chu vi của hình chữ nhật khi  $x = 3$ .

d) Chu vi của hình tam giác lớn hơn chu vi của hình chữ nhật khi  $x < 3$ .

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>

a) Chu vi của hình tam giác là:  $x + 4 + x + 2 + x + 5 = 3x + 11(cm)$ .

b) Chu vi của hình chữ nhật là:  $2(x + 1 + x + 3) = 2(2x + 4) = 4x + 8(cm)$

c) Theo bài, chu vi hình tam giác bằng chu vi của hình chữ nhật nên ta có phương trình:

$$3x + 11 = 4x + 8$$

$$3x - 4x = 8 - 11$$

$$-x = -3$$

$$x = 3 \text{ (nhận)}$$

Vậy  $x = 3$ .

d) Theo bài, chu vi hình tam giác lớn hơn chu vi của hình chữ nhật nên ta có bất phương trình:

$$3x + 11 > 4x + 8$$

$$3x - 4x > 8 - 11$$

$$-x > -3$$

$$x < 3$$

Mà  $x > 0$  nên  $0 < x < 3$ .

**Câu 60.** Trúc Linh kiếm được 50000 đồng cho mỗi giờ làm việc tại công ty chuyên sản xuất xe ô tô và Trúc Linh muốn kiếm được ít nhất 15 triệu đồng trong một tháng. Gọi  $x$  (giờ) là số giờ làm việc của Trúc Linh trong một tháng.

a) Trong 8 giờ làm việc, Trúc Linh kiếm được 400000 đồng.

b) Số tiền Trúc Linh kiếm được trong một tháng là  $50000 \cdot x$  đồng.

c)  $50000 \cdot x > 1500000$ .

d) Trúc Linh cần làm việc ít nhất 300 giờ trong một tháng để kiếm được số tiền trên.

#### Lời giải

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>

a) Trong 8 giờ làm việc, Trúc Linh kiếm được  $8 \cdot 50000 = 400000$  đồng

b) c) d) Gọi  $x$  (giờ) là số giờ làm việc của Trúc Linh trong một tháng.

Số tiền Trúc Linh kiếm được trong một tháng là  $50000 \cdot x$  đồng

Trúc Linh muốn kiếm ít nhất 15 triệu đồng trong một tháng nên ta có:  $50000 \cdot x \geq 15000000$

Giải bất phương trình  $50000 \cdot x \geq 15000000$  trên ta được:

$$50000 \cdot x \geq 15000000$$

$$x \geq \frac{15000000}{50000}$$

$$x \geq 300$$

Vậy Trúc Linh cần làm việc ít nhất 300 giờ để kiếm được ít nhất 15 triệu đồng trong một tháng.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 61.** Bạn Minh Hiền có số tiền không vượt quá 60 000 đồng gồm 15 tờ với hai loại mệnh giá: 2 000 đồng và 5 000 đồng. Hỏi bạn Minh Hiền có nhiều nhất bao nhiêu tờ tiền mệnh giá 5 000 đồng?



Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 10

Gọi  $x$  là số tờ tiền có mệnh giá 5 000 đồng.

Điều kiện :  $x \in \mathbb{N}^*, x < 15$

Theo đề bài ta có:

$$(15 - x) \cdot 2000 + x \cdot 5000 \leq 60000$$

$$(15 - x) \cdot 2 + x \cdot 5 \leq 60$$

$$30 - 2x + 5x \leq 60$$

$$x \leq 10$$

Mà  $x \in \mathbb{N}^*, x < 15 \Rightarrow x$  là các số nguyên từ 1 đến 10.

Vậy số tờ giấy bạc loại 5000 đồng là các số nguyên từ 1 đến 10.

Do đó bạn Minh Hiền có nhiều nhất 10 tờ tiền mệnh giá 5 000 đồng

**Câu 62.** Để hưởng ứng phong trào “Trồng cây gây rừng”, lớp 9A có kế hoạch trồng ít nhất 100 cây xanh. Lớp 9A đã trồng được 54 cây. Để đạt được kế hoạch đề ra, lớp 9A cần trồng thêm ít nhất bao nhiêu cây xanh nữa?



Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 46

Gọi  $x$  là số cây xanh lớp 9A cần trồng thêm ít nhất ( $x > 0$ ).

Số cây xanh lớp 9A trồng theo  $x$  là:  $x + 54$  (cây xanh).

Theo đề bài, để lớp 9A đạt được kế hoạch đề ra thì:

$$x + 54 \geq 100$$

$$x \geq 46.$$

Vậy lớp 9A đạt được kế hoạch đề ra thì phải trồng ít nhất 46 cây xanh.

**Câu 63.** Trong cuộc thi “Đố vui để học”, mỗi thí sinh phải trả lời 12 câu hỏi của ban tổ chức. Mỗi câu hỏi gồm bốn phương án, trong đó chỉ có một phương án đúng. Với mỗi câu hỏi, nếu trả lời đúng thì được cộng 5 điểm, trả lời sai bị trừ 2 điểm. Khi bắt đầu cuộc thi, mỗi thí sinh có sẵn 20 điểm. Thí sinh nào đạt từ 50 điểm trở lên sẽ được vào vòng thi tiếp theo. Hỏi thí sinh phải trả lời đúng ít nhất bao nhiêu câu thì được vào vòng thi tiếp theo?

**Trả lời:** .....

### Lời giải

**Đáp án:** 8

Gọi  $x$  là số câu trả lời đúng Điều kiện :  $x \in \mathbb{N}^*, x \leq 12$

Suy ra  $12 - x$  là số câu trả lời sai.

Số điểm được cộng là  $5x$ , số điểm bị trừ là  $2(12 - x)$ .

Vì muốn vào vòng thi tiếp theo mỗi thí sinh cần có ít nhất 50 điểm, ban đầu mỗi thí sinh có sẵn 20 điểm nên ta có:

$$5x - 2(12 - x) + 20 \geq 50$$

$$5x - 24 + 2x + 20 \geq 50$$

$$5x - 2x \geq 50 + 24 - 20$$

$$7x \geq 54$$

$$x \geq \frac{54}{7} \approx 7,7$$

Vậy muốn vào vòng thi tiếp theo, thí sinh cần trả lời đúng ít nhất 8 câu.

**Câu 64.** Gia đình Cô Thúy đã tiết kiệm được số tiền là 250 triệu đồng. Sau thời điểm đó, mỗi tháng gia đình Cô Thúy đều tiết kiệm được 10 triệu đồng. Gia đình Cô Thúy dự định mua một chiếc ô tô với giá tối thiểu là 370 triệu đồng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng gia đình Cô Thúy có thể mua được chiếc ô tô đó bằng số tiền tiết kiệm được?



**Trả lời:** .....

## Lời giải

**Đáp án:** 12

Gọi  $x$  (tháng) là thời gian gia đình Cô Thúy có thể mua được chiếc ô tô bằng số tiền tiết kiệm được.

Sau  $x$  tháng, số tiền gia đình Cô Thúy tiết kiệm được là:  $10x$  (triệu đồng).

Khi đó tổng số tiền gia đình Cô Thúy tiết kiệm được là:  $250 + 10x$  (triệu đồng).

Theo bài, gia đình Cô Thúy dự định mua một chiếc ô tô với giá tối thiểu là 370 triệu đồng nên ta có bất phương trình:  $250 + 10x \geq 370$ .

Giải bất phương trình:

$$250 + 10x \geq 370$$

$$10x \geq 120$$

$$x \geq 12.$$

Vậy sau ít nhất 12 tháng, gia đình Cô Thúy có thể mua được chiếc ô tô đó bằng số tiền tiết kiệm được.

**Câu 65.** Để lập đội tuyển năng khiếu về bóng rổ của trường THCS Nguyễn Hiền, thầy Nam đưa ra quy định tuyển chọn như sau: mỗi bạn dự tuyển sẽ được ném 15 quả bóng vào rổ, quả bóng vào rổ được cộng 2 điểm; quả bóng ném ra ngoài bị trừ 1 điểm. Nếu bạn nào có số điểm từ 15 điểm trở lên thì sẽ được chọn vào đội tuyển. Hỏi một học sinh muốn được chọn vào đội tuyển thì phải ném ít nhất bao nhiêu quả vào rổ?



Trả lời: .....

## Lời giải

**Đáp án:** 10

Gọi  $x$  là số quả bóng học sinh cần ném vào rổ ( $0 \leq x \leq 15$ ,  $x \in \mathbb{N}^*$ ).

Số quả bóng ném ra ngoài là:  $15 - x$  (quả).

Ném vào rổ  $x$  quả bóng được cộng  $2x$  (điểm).

Ném ra ngoài  $15 - x$  quả bóng bị trừ  $15 - x$  (điểm).

Vì vậy, sau khi ném 15 quả bóng thì học sinh đó sẽ có số điểm là:

$$2x - (15 - x) = 2x - 15 + x = 3x - 15 \text{ (điểm)}.$$

Theo bài, để được vào đội tuyển thì học sinh cần có số điểm từ 15 trở lên, nên ta có bất phương trình:

$$3x - 15 \geq 15$$

$$3x \geq 30$$

$$x \geq 10.$$

Mà  $0 \leq x \leq 15$ ,  $x \in \mathbb{N}^*$  nên  $0 \leq x \leq 10$ , do đó học sinh đó cần phải ném vào rổ ít nhất là 10 quả bóng thì mới được chọn vào đội tuyển.

**Câu 66.** Một kì thi Tiếng Anh gồm bốn kĩ năng: nghe, nói, đọc, viết. Kết quả của bài thi là điểm số trung bình của bốn kĩ năng này. Bạn Minh Nhi đã đạt được điểm số của ba kĩ năng nghe, đọc, viết lần lượt là 6,5; 6,5; 5,5. Hỏi bạn Minh Nhi cần đạt bao nhiêu điểm trong kĩ năng nói để đạt được của bài thi ít nhất là 6,25?

**Trả lời:** .....

### Lời giải

**Đáp án:** 6,5

Gọi  $x$  là điểm của kĩ năng nói.

Theo đề bài ta có

$$\frac{6,5 \cdot 2 + 5,5 + x}{4} \geq 6,25$$

$$18,5 + x \geq 25$$

$$x \geq 25 - 18,5$$

$$x \geq 6,5$$

Vậy bạn Minh Nhi cần đạt ít nhất 6,5 điểm nói.

**Câu 67.** Một nhà máy sản xuất xi măng mỗi ngày đều sản xuất được 100 tấn xi măng. Lượng xi măng tồn trong kho của nhà máy là 300 tấn. Hỏi nhà máy đó cần sản xuất trong ít nhất bao nhiêu ngày để có thể xuất đi 15300 tấn xi măng (tính cả lượng xi măng tồn trong kho)?

**Trả lời:** .....

### Lời giải

**Đáp án:** 150

Gọi  $x$  (ngày) là số ngày sản xuất xi măng của nhà máy đó ( $x > 0$ ).

Khối lượng xi măng sản xuất được sau  $x$  ngày là:  $100x$  (tấn).

Khối lượng xi măng tính cả lượng xi măng tồn trong kho sau  $x$  ngày là:  $100x + 300$  (tấn).

Theo bài, sau  $x$  ngày thì nhà máy xuất đi ít nhất 15300 tấn xi măng nên ta có bất phương trình:

$$100x + 300 \geq 15\,300.$$

Giải bất phương trình:

$$100x + 300 \geq 15\,300$$

$$100x \geq 15\,000$$

$$x \geq 150.$$

Vậy nhà máy đó cần sản xuất trong ít nhất là 150 ngày để có thể xuất đi 15300 tấn xi măng (tính cả lượng xi măng tồn trong kho).

**Câu 68.** Một ngân hàng đang áp dụng lãi suất gửi tiết kiệm kì hạn 1 tháng là 0,4%/ tháng. Hỏi nếu muốn có số tiền lãi hàng tháng ít nhất là 3 triệu đồng thì số tiền gửi tiết kiệm ít nhất là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn đến triệu đồng) ?

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 750

Gọi  $x$  (triệu đồng) là số tiền gửi tiết kiệm ( $x > 0$ ).

Khi đó số tiền lãi 1 tháng là  $0,4\% \cdot x = 0,004x$  (triệu đồng).

Để số tiền lãi hàng tháng ít nhất là 3 triệu đồng thì ta phải có:

$$0,004x \geq 3$$

$$x \geq 750.$$

Vậy số tiền tiết kiệm ít nhất là 750 triệu đồng để có số tiền lãi hàng tháng ít nhất là 3 triệu đồng.

**Câu 69.** Người ta dùng một loại xe tải để chở sữa tươi cho một nhà máy. Biết mỗi thùng sữa loại 180 ml nặng trung bình 10 kg. Theo khuyến nghị, trọng tải của xe (tức là tổng khối lượng tối đa cho phép mà xe có thể chở) là 5,25 tấn. Hỏi xe có thể chở được tối đa bao nhiêu thùng sữa như vậy, biết bác lái xe nặng 65 kg?

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 518

Đổi đơn vị:  $5,25 \text{ tấn} = 5\,250 \text{ kg}$ .

Gọi  $x$  (thùng) là số sữa mà xe có thể chở ( $x \in \mathbb{N}^*$ ).

Khi đó, khối lượng sữa mà xe chở là:  $10x$  (kg).

Tổng khối lượng sữa và bác tài xế là:  $65 + 10x$  (kg).

Do trọng tải (tổng khối lượng tối đa cho phép mà xe có thể chở) là 5 250 kg nên ta có:

$$65 + 10x \leq 5\,250$$

$$10x \leq 5\,185$$

$$x \leq 518,5.$$

Mà  $x \in \mathbb{N}^*$  nên xe tải đó có thể chở tối đa 518 thùng sữa.

**Câu 70.** Một nhà tài trợ dự kiến tổ chức một buổi đi dã ngoại tập thể nhằm giúp các bạn học sinh vùng cao trải nghiệm thực tế tại một trang trại trong 1 ngày (từ 14h00 ngày hôm trước đến 12h00 ngày hôm sau). Cho biết số tiền tài trợ dự kiến là 30 triệu đồng và giá thuê các dịch vụ và phòng nghỉ là 17 triệu đồng 1 ngày, giá mỗi suất ăn trưa, ăn tối là 60 000 đồng và mỗi suất ăn sáng là 30 000 đồng. Hỏi có thể tổ chức cho nhiều nhất bao nhiêu bạn tham gia được?

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 86

Gọi  $x$  là số bạn học sinh có thể tham gia được (học sinh) ( $x \in \mathbb{N}^*$ ).

Theo bài, số tiền còn lại sau khi thu dịch vụ và phòng nghỉ là:  $30 - 17 = 13$  (triệu đồng) = 13 000 (nghìn đồng).

Số tiền ăn sáng, ăn trưa và ăn tối của 1 bạn là:  $60\ 000 + 30\ 000 + 60\ 000 = 150\ 000$  (đồng) = 150 (nghìn đồng).

Như vậy, số tiền ăn của  $x$  bạn học sinh trong chuyến đi là  $150x$  (nghìn đồng).

Khi đó ta có:  $150x \leq 13\ 000$ .

$$\text{Suy ra } x \leq \frac{13000}{150} \text{ hay } x \leq \frac{260}{3} \approx 86,7$$

Mà  $x \in \mathbb{N}^*$  nên số bạn học sinh nhiều nhất có thể tham gia được là 86 bạn.

Vậy nhà tài trợ có thể tổ chức cho nhiều nhất 86 bạn tham gia được chuyến đi.

**Câu 71.** Trong một cuộc thi tuyển dụng việc làm, ban tổ chức quy định mỗi người ứng tuyển phải trả lời 25 câu hỏi ở vòng sơ tuyển. Mỗi câu hỏi này có sẵn bốn đáp án, trong đó chỉ có một đáp án đúng. Người ứng tuyển chọn đáp án đúng sẽ được cộng thêm 2 điểm, chọn đáp án sai bị trừ đi 1 điểm. Ở vòng sơ tuyển, ban tổ chức tặng cho mỗi người dự thi 5 điểm và theo quy định người ứng tuyển phải trả lời hết 25 câu hỏi; người nào có số điểm từ 25 trở lên mới được dự thi vòng tiếp theo. Hỏi người ứng tuyển phải trả lời chính xác ít nhất bao nhiêu câu hỏi ở vòng sơ tuyển thì mới được vào vòng tiếp theo?

**Trả lời:** .....

### Lời giải

**Đáp án:** 17

Gọi  $x$  là số câu trả lời đúng ( $0 \leq x \leq 25$ ,  $x \in \mathbb{N}^*$ ).

Số câu trả lời sai là:  $25 - x$  (câu).

Trả lời đúng  $x$  câu hỏi được cộng  $2x$  (điểm).

Trả lời sai  $25 - x$  câu hỏi bị trừ  $25 - x$  (điểm).

Vì vậy, sau khi trả lời 25 câu thì người dự thi sẽ có số điểm là:

$$2x - (25 - x) = 2x - 25 + x = 3x - 25 \text{ (điểm)}.$$

Theo bài, để được dự thi tiếp vòng sau thì cần có số điểm từ 25 trở lên, nên ta có bất phương trình:

$$3x - 25 \geq 25$$

$$3x \geq 50$$

$$x \leq \frac{50}{3} \approx 16,7$$

Mà  $0 \leq x \leq 25$ ,  $x \in \mathbb{N}^*$  nên người ứng tuyển cần phải trả lời chính xác ít nhất là 17 câu hỏi thì mới được dự thi tiếp vòng sau.

**Câu 72.** Công ty Viettel cung cấp dịch vụ Internet với mức chi phí ban đầu là 300 000 đồng và chi phí trả hàng tháng là 72 000 đồng. Công ty FPT cung cấp dịch vụ Internet không tính chi phí ban đầu, nhưng chi phí trả hàng tháng là 90 000 đồng. Anh Tuấn đã đăng ký dịch vụ Internet của công ty Viettel, hỏi anh Tuấn phải sử dụng dịch vụ Internet của công ty Viettel ít nhất bao nhiêu tháng thì tổng chi phí sử dụng sẽ rẻ hơn nếu sử dụng của công ty FPT.

Trả lời: .....

**Lời giải****Đáp án:** 17

Giả sử sau  $n$  (tháng) thì tổng số tiền anh Tuấn phải chi trả cho công ty Viettel sẽ ít hơn nếu sử dụng dịch vụ của công ty FPT.

Tổng số tiền mà anh Tuấn phải trả cho công ty Viettel là:  $300\,000 + 72\,000.n$  (đồng)

Tổng số tiền mà anh Tuấn phải trả nếu sử dụng dịch vụ của công ty FPT là:  $90\,000.n$  (đồng)

Theo đề bài, ta có:

$$300\,000 + 72\,000.n < 90\,000.n$$

$$18000n > 300000$$

$$n > 16,67$$

Vậy anh Tuấn cần sử dụng ít nhất 17 tháng thì tổng chi phí sử dụng sẽ rẻ hơn nếu sử dụng của công ty FPT.

**Câu 73.** Bạn Minh mang 120 nghìn đồng đi mua vở. Bạn Minh mua hai loại vở: loại I giá 10 nghìn đồng/quyển; loại II giá 8 nghìn đồng/quyển. Tìm số quyển vở loại I nhiều nhất mà bạn Minh có thể mua được, biết bạn Minh đã mua 5 quyển vở loại II.

Trả lời: .....

**Lời giải****Đáp án:** 8

Gọi  $x$  là số quyển vở loại I mà bạn Minh đã mua  $x \in \mathbb{N}^*$ .

Giá tiền bạn Minh mua  $x$  quyển vở loại I là:  $10x$  (nghìn đồng).

Giá tiền bạn Minh mua 5 quyển vở loại II là:  $8 \cdot 5 = 40$  (nghìn đồng).

Tổng số tiền bạn Minh dùng để mua hai loại vở trên là:  $10x + 40$  (nghìn đồng).

Do bạn Minh mang 120 nghìn đồng đi mua vở nên tổng số tiền bạn Minh mua vở không lớn hơn 120 nghìn đồng, khi đó ta có bất phương trình:

$$10x + 40 \leq 120$$

$$10x \leq 80$$

$$x \leq 8.$$

Vậy bạn Minh có thể mua được nhiều nhất 8 quyển vở loại I.

**Câu 74.** Vòi thứ nhất chảy vào bể không chứa nước, chảy được 60  $l$  nước mỗi phút. Cùng lúc đó, vòi thứ hai chảy từ bể ra, chảy được lượng nước bằng  $\frac{1}{3}$  lượng nước chảy vào của vòi thứ nhất. Hỏi hai vòi chảy sau ít nhất bao nhiêu giờ thì trong bể có không ít hơn 1200  $l$  nước?

Trả lời: .....

**Lời giải****Đáp án:** 0,5

Gọi  $x$  (phút) là thời gian hai vòi chảy ( $x > 0$ ).

Lượng nước vòi thứ nhất chảy vào bể là:  $60x$  (l).

Do vòi thứ hai chảy từ bể ra, chảy được lượng nước bằng  $\frac{1}{3}$  lượng nước chảy vào của vòi thứ nhất nên ta

có lượng nước vòi thứ hai chảy ra là:  $\frac{1}{3} \cdot 60x = 20x$  (l).

Khi đó, lượng nước có trong bể sau  $x$  phút là:  $60x - 20x = 40x$  (l).

Theo bài, trong bể có không ít hơn 1200 l nước nên ta có bất phương trình:

$$40x \geq 1200.$$

Giải bất phương trình:

$$40x \geq 1200$$

$$x \geq 30.$$

Vậy hai vòi chảy sau ít nhất 30 phút hay 0,5 giờ thì trong bể có không ít hơn 1200 l nước.

**Câu 75.** Bác Tùng đi du lịch từ Hà Nội vào Thành phố Hồ Chí Minh với quãng đường 1595 km. Trung bình mỗi ngày, Bác Tùng đi được 295 km. Gọi  $t$  là số ngày mà Bác Tùng đã đi. Tìm  $t$  sao cho quãng đường còn lại Bác Tùng phải đi ít hơn 415 km sau  $t$  ngày đã đi.

**Trả lời:** .....

### Lời giải

**Đáp án:** 5

Quãng đường Bác Tùng đã đi trong  $t$  ngày là:  $295t$  (km) với  $t \in \mathbb{N}^*$

Quãng đường còn lại Bác Tùng phải đi là:  $1595 - 295t$  (km).

Do quãng đường còn lại Bác Tùng phải đi ít hơn 415 km sau  $t$  ngày nên ta có bất phương trình:

$$1595 - 295t < 415$$

Giải bất phương trình:

$$1595 - 295t < 415$$

$$-295t < -1180$$

$$t > 4 \quad (1)$$

Ngoài ra, quãng đường còn lại Bác Tùng phải đi phải lớn hơn 0 nên ta có bất phương trình:

$$1595 - 295t > 0.$$

Giải bất phương trình:

$$1595 - 295t > 0$$

$$-295t > -1595$$

$$t < \frac{319}{59} \approx 5,4 \quad (2)$$

Từ (1), (2) và  $t \in \mathbb{N}^*$  suy ra  $t = 5$ .

Vậy  $t = 5$ .

**Câu 76.** Cô Minh Nhân sử dụng dịch vụ điện thoại di động với giá cước gọi nội mạng và gọi ngoại mạng lần lượt là 1 200 đồng/phút và 2 000 đồng/phút. Trong tháng 12, Cô Minh Nhân đã sử dụng 90 phút

Cô Minh Nhân phải trả trong tháng 12 không vượt quá 200 000 đồng?

Trả lời: .....

### Lời giải

**Đáp án:** 46

Gọi  $x$  là số phút gọi ngoại mạng của Cô Minh Nhân trong tháng 10 ( $x > 0$ ).

Số tiền Cô Minh Nhân sử dụng để gọi ngoại mạng là:  $2\,000x$  (đồng).

Số tiền Cô Minh Nhân sử dụng 90 phút gọi nội mạng là:  $1\,200 \cdot 90 = 108\,000$  (đồng).

Tổng tiền cước Cô Minh Nhân phải trả trong tháng 12 là:

$108\,000 + 2\,000x$  (đồng).

Do tiền cước Cô Minh Nhân phải trả trong tháng 12 không vượt quá 200 000 đồng nên ta có bất phương trình:

$108\,000 + 2000x \leq 200\,000$ .

Giải bất phương trình:

$108\,000 + 2\,000x \leq 200\,000$

$2\,000x \leq 200\,000 - 108\,000$

$2\,000x \leq 9\,200$

$x \leq 46$ .

Vậy Cô Minh Nhân có thể sử dụng nhiều nhất 46 phút gọi ngoại mạng.

**Câu 77.** Một trang trại thu được ít nhất 20,8 triệu đồng do bán cà chua và khoai tây. Giá bán cà chua là 18 nghìn đồng/kg và giá bán khoai tây là 25 nghìn đồng/kg. Tính số kilôgam cà chua ít nhất mà trang trại đó đã bán, biết trang trại này đã bán 400 kg khoai tây.



Trả lời: .....

### Lời giải

**Đáp án:** 600

Gọi  $x$  là số kilôgam cà chua mà trang trại đó đã bán ( $x > 0$ ).

Số tiền trang trại thu được khi bán  $x$  kg cà chua là:  $18x$  (nghìn đồng).

Số tiền trang trại thu được khi bán 400 kg khoai tây là:

$25 \cdot 400 = 10\,000$  (nghìn đồng)

Do trang trại thu được ít nhất 20,8 triệu đồng = 20 800 nghìn đồng do bán cà chua và khoai tây nên ta có bất phương trình:

$$18x + 10\,000 \geq 20\,800.$$

Giải bất phương trình:

$$18x + 10\,000 \geq 20\,800$$

$$18x \geq 20\,800 - 10\,000$$

$$18x \geq 10\,800$$

$$x \geq 600.$$

Vậy trang trại đó đã bán được ít nhất 600 kg cà chua.

**Câu 78.** Một người muốn sử dụng yến mạch và gạo lứt để tạo món ăn kiêng. Giá yến mạch và gạo lứt lần lượt là 70 000 đồng/kg và 30 000 đồng/kg. Tìm số kilôgam gạo lứt nhiều nhất mà người đó có thể mua, biết người đó đã mua 1 kg yến mạch và số tiền người đó bỏ ra không vượt quá 190 000 đồng.

**Trả lời:** .....

### Lời giải

**Đáp án:** 4

Gọi  $x$  là số kilôgam gạo lứt mà người đó đã mua ( $x > 0$ ).

Số tiền người đó đã mua  $x$  kg gạo lứt là:  $30\,000x$  (đồng).

Số tiền người đó đã mua 1 kg yến mạch là:  $70\,000 \cdot 1 = 70\,000$  (đồng).

Tổng số tiền người đó đã bỏ ra là:  $70\,000 + 30\,000x$  (đồng).

Theo bài, số tiền người đó bỏ ra không vượt quá 190 000 đồng nên ta có bất phương trình:

$$70\,000 + 30\,000x \leq 190\,000.$$

Giải bất phương trình:

$$70\,000 + 30\,000x \leq 190\,000$$

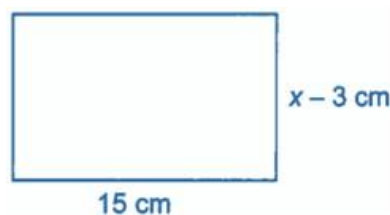
$$30\,000x \leq 190\,000 - 70\,000$$

$$30\,000x \leq 120\,000$$

$$x \leq 4.$$

Vậy người đó có thể mua nhiều nhất 4 kg gạo lứt.

**Câu 79.** Cho hình chữ nhật có chiều dài và chiều rộng như hình vẽ bên dưới. Biết chiều dài của một hình chữ nhật thì luôn lớn hơn hoặc bằng chiều rộng và  $x$  (cm) là số nguyên. Hỏi có bao nhiêu giá trị  $x$  thỏa mãn hình chữ nhật đó?



**Trả lời:** .....

### Lời giải

**Đáp án:** 15

Vì chiều dài hình chữ nhật luôn lớn hơn hoặc bằng chiều rộng nên ta có:

$$x - 3 \leq 15$$

$$x \leq 15 + 3$$

$$x \leq 18 \quad (1)$$

Chiều rộng hình chữ nhật phải là một số dương nên ta có:

$$x - 3 > 0$$

$$x > 3 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta được:  $3 < x \leq 18$ .

Mà  $x \in \mathbb{Z}$  nên  $x = \{4, 5, \dots, 17, 18\}$

Vậy có 15 giá trị  $x$  cần tìm

**Câu 80.** Bạn Trúc Linh phải làm 4 bài kiểm tra tiếng Anh: nghe, nói, đọc và viết. Bài nghe, nói, đọc bạn Trúc Linh đạt điểm số lần lượt là 78, 83 và 89. Hỏi bài kiểm tra viết, bạn Trúc Linh phải đạt điểm số là bao nhiêu để điểm số trung bình Bạn Trúc Linh đạt được của cả 4 bài kiểm tra ít nhất là 85?

**Trả lời:** .....

### Lời giải

**Đáp án:** 90

Gọi điểm bài kiểm tra viết của Bạn Trúc Linh là  $x$ .

Điểm trung bình 4 bài kiểm tra của Bạn Trúc Linh là:  $\frac{78+83+89+x}{4} = \frac{250+x}{4}$

Điểm trung bình của 4 bài kiểm tra của Bạn Trúc Linh cần đạt được ít nhất là 85 nên ta có:

$$\frac{250+x}{4} \geq 85$$

$$250+x \geq 85 \cdot 4$$

$$250+x \geq 340$$

$$x \geq 340 - 250$$

$$x \geq 90$$

Vậy bài thi viết của Bạn Trúc Linh cần đạt ít nhất là 90 điểm.

**Câu 81.** Một quả táo có giá 20 nghìn đồng, một quả lê có giá 12 nghìn đồng. Bạn Minh Tuyền có 200 nghìn đồng, bạn ấy muốn mua mỗi loại ít nhất 5 quả. Hỏi tổng số quả táo và lê nhiều nhất mà bạn Minh Tuyền có thể mua được là bao nhiêu?

**Trả lời:** .....

### Lời giải

**Đáp án:** 13

Gọi  $x$  (quả) là tổng số quả táo và lê bạn Minh Tuyền có thể mua được ( $x \in \mathbb{N}$ )

Mỗi loại bạn Minh Tuyền mua ít nhất 5 quả và giá mỗi quả táo cao hơn mỗi quả lê, do đó bạn ấy chỉ nên mua 5 quả táo.

Khi đó, số quả lê bạn Minh Tuyền đã mua là  $x - 5$  (quả).

Số tiền bạn Minh Tuyền mua 5 quả táo là:  $5.20 = 100$  (nghìn đồng).

Số tiền bạn Minh Tuyền mua  $x - 5$  quả lê là:  $12.(x - 5)$  (nghìn đồng).

Bạn Minh Tuyền có 200 nghìn đồng để mua táo và lê nên ta có:

$$100 + 12(x - 5) \leq 200$$

$$12x - 60 \leq 100$$

$$12x \leq 160$$

$$x \leq \frac{40}{3} \approx 13,3$$

Vậy bạn Minh Tuyền có thể mua nhiều nhất 13 quả táo và lê.

**Câu 82.** Bình xăng của một chiếc xe ô tô đang chứa 40 lít xăng. Biết rằng nếu xe đi 15 km thì tiêu thụ hết 1 lít xăng. Hỏi xe có thể đi được quãng đường tối đa là bao nhiêu kilômét với lượng xăng đó?

**Trả lời:** .....

### Lời giải

**Đáp án:** 600

Gọi  $S$  (km) là quãng đường tối đa mà xe ô tô đi được ( $S > 0$ ).

Do xe đi 15 km thì tiêu thụ hết 1 lít xăng, bình xăng chứa 40 lít xăng nên ta có bất phương trình:

$$S \leq 15.40$$

$$S \leq 600.$$

Vậy quãng đường tối đa mà ô tô đi được là 600 km.

**Câu 83.** Bạn Tuấn đi học ở Singapore, bạn ấy đã đạt điểm số của hai môn là 67 và 74 điểm. Muốn có phần thưởng bạn Tuấn phải đạt môn thứ ba bao nhiêu điểm? Biết rằng muốn đoạt giải thưởng thì điểm trung bình tối thiểu của ba môn phải là 75.

**Trả lời:** .....

### Lời giải

**Đáp án:** 84

Gọi  $x$  là điểm số môn thứ ba bạn Tuấn phải đạt được ( $0 < x < 100$ ).

Tổng điểm 3 môn của bạn Tuấn là:  $67 + 74 + x$ .

Trung bình điểm 3 môn bạn Tuấn đạt được là:  $\frac{67 + 74 + x}{3} \geq 75$

Do điểm trung bình tối thiểu của ba môn phải là 75 nên ta có bất phương trình:

$$\frac{67 + 74 + x}{3} \geq 75$$

$$67 + 74 + x \geq 75,3$$

$$x \geq 84$$

Vậy bạn Tuấn phải đạt tối thiểu 84 điểm ở môn thứ ba để đoạt giải thưởng.

**Câu 84.** Tổng chi phí của một công ty sản xuất nước rửa tay là 80 triệu đồng/quý. Giá mỗi chai nước rửa tay là 18 000 đồng. Hỏi trung bình mỗi quý, công ty đó phải bán ít nhất bao nhiêu chai nước rửa tay để thu lợi nhuận không dưới 328 triệu đồng sau bốn quý?

Trả lời: .....

**Lời giải****Đáp án:** 9000Gọi  $x$  là số chai nước rửa tay mà công ty đó bán được trung bình mỗi quý ( $x \in \mathbb{N}^*$ ).Mỗi quý công ty thu được số tiền là 18 000 $x$  (đồng).Lợi nhuận công ty thu về mỗi quý là: 18 000 $x$  – 80 000 000 (đồng).

Lợi nhuận công ty thu về sau bốn quý là:

4(18 000 $x$  – 80 000 000) (đồng).

Theo bài, công ty đó thu lợi nhuận không dưới 328 triệu đồng sau bốn quý nên ta có bất phương trình:

$$4(18 000x - 80 000 000) \geq 328 000 000.$$

Giải bất phương trình:

$$4(18 000x - 80 000 000) \geq 328 000 000$$

$$72 000x - 320 000 000 \geq 328 000 000$$

$$72 000x \geq 328 000 000 + 320 000 000$$

$$72 000x \geq 648 000 000$$

$$x \geq 9 000.$$

Vậy trung bình mỗi quý công ty đó phải bán ít nhất 9 000 chai nước rửa tay.

**Câu 85.** Một xí nghiệp đã sản xuất hai loại hộp giấy có dạng hình hộp chữ nhật để đựng đồ ăn. Hộp giấy loại I có chiều rộng là  $x$  (cm), chiều dài hơn chiều rộng là 9 (cm), chiều cao là 18 (cm) và hộp giấy loại II có chiều rộng là 10 (cm), chiều dài hơn chiều rộng là 5 (cm), chiều cao là  $x + 1$  (cm) với  $x > 0$ . Tổng diện tích xung quanh của 25 hộp giấy loại I hơn tổng diện tích xung quanh của 20 hộp giấy loại II không dưới 175  $\text{dm}^2$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $x$ , biết rằng diện tích giấy dán mép hộp không đáng kể.

Trả lời: .....

**Lời giải****Đáp án:** 13

$$\text{Đổi } 175 \text{ dm}^2 = 17 500 \text{ cm}^2.$$

Chiều dài của hình hộp giấy loại I là:  $x + 9$  (cm).

Diện tích xung quanh của hình hộp giấy loại I là:

$$2(x + x + 9) \cdot 18 = 72x + 324 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Diện tích xung quanh của 25 hộp giấy loại I là:

$$25(72x + 324) \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Chiều dài của hộp giấy loại II là:  $10 + 5 = 15$  (cm).

Diện tích xung quanh của hình hộp giấy loại II là:

$$2(10 + 15)(x + 1) = 50(x + 1) \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Diện tích xung quanh của 20 hộp giấy loại II là:

$$20 \cdot 50(x + 1) \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Do diện tích xung quanh của 25 hộp giấy loại I hơn tổng diện tích xung quanh của 20 hộp giấy loại II không dưới  $175 \text{ dm}^2$  nên ta có bất phương trình:

$$25(72x + 324) - 20 \cdot 50(x + 1) \geq 17\,500.$$

Giải bất phương trình:

$$25(72x + 324) - 20 \cdot 50(x + 1) \geq 17\,500$$

$$1\,800x + 8\,100 - 1\,000x - 1\,000 \geq 17\,500$$

$$800x \geq 10\,400$$

$$x \geq 13$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $x$  là 13.

**Câu 86.** Tìm nghiệm nguyên  $x$  nhỏ nhất của bất phương trình  $4(2 - 3x) - (5 - x) \leq 11 - x$ .

Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 0

$$4(2 - 3x) - (5 - x) \leq 11 - x$$

$$8 - 24x - 5 + x \leq 11 - x$$

$$-22x \leq 8$$

$$x \geq -\frac{4}{11}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:  $x \geq -\frac{4}{11}$

Vì  $x$  là nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình đã cho nên  $x = 0$

**Câu 87.** Tìm nghiệm nguyên  $x$  lớn nhất của bất phương trình  $5(x - 1) - x(7 - x) \geq x^2$ .

Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** -3

$$5(x - 1) - x(7 - x) \geq x^2$$

$$5x - 5 - 7x + x^2 \geq x^2$$

$$-2x \geq 5$$

$$x \leq -\frac{5}{2}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:  $x \leq -\frac{5}{2}$

Vì  $x$  là nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình đã cho nên  $x = -3$

**Câu 88.** Tìm nghiệm nguyên  $x$  lớn nhất của bất phương trình  $1 - 2x > \frac{7x - 11}{-5}$ .

Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** -3

$$1 - 2x > \frac{7x - 11}{-5}$$

$$\frac{-5(1 - 2x)}{-5} < \frac{7x - 11}{-5}$$

$$-5 + 10x < 7x - 11$$

$$3x < -6$$

$$x < -2$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:  $x < -2$

Vì  $x$  là nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình đã cho nên  $x = -3$

**Câu 89.** Tìm nghiệm nguyên  $x$  nhỏ nhất của bất phương trình  $3x - \frac{x+2}{3} > \frac{3(x-2)}{2} + 5 - x$ .

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 2

$$3x - \frac{x+2}{3} > \frac{3(x-2)}{2} + 5 - x$$

$$18x - 2(x+2) > 9(x-2) + 6(5-x)$$

$$18x - 2x - 4 > 9x - 18 + 30 - 6x$$

$$13x > 16$$

$$x > \frac{16}{13}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:  $x > \frac{16}{13}$

Vì  $x$  là nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình đã cho nên  $x = 2$

**Câu 90.** Nếu giá trị của biểu thức  $x - 1 - (2x - 3)$  âm thì giá trị nhỏ nhất của số nguyên  $x$  bằng bao nhiêu?

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 3

Giá trị của biểu thức  $x - 1 - (2x - 3)$  âm tức là  $x - 1 - (2x - 3) < 0$

Ta có:

$$x - 1 - (2x - 3) < 0$$

$$x - 1 - 2x + 3 < 0$$

$$-x < -2$$

$$x > 2$$

Vì  $x$  là số nguyên nhỏ nhất nên  $x = 3$

**Câu 91.** Nếu giá trị của biểu thức  $\frac{4x-2}{3} - x + 3$  dương thì giá trị nhỏ nhất của số nguyên  $x$  bằng bao nhiêu?

Trả lời: .....

**Lời giải****Đáp án:** -6

Giá trị của biểu thức  $\frac{4x-2}{3} - x + 3$  dương tức là  $\frac{4x-2}{3} - x + 3 > 0$

Ta có:

$$\frac{4x-2}{3} - x + 3 > 0$$

$$4x - 2 - 3x + 9 > 0$$

$$x > -7$$

Vì  $x$  là số nguyên nhỏ nhất nên  $x = -6$

**Câu 92.** Nếu giá trị của biểu thức  $\frac{3x+1}{6} - \frac{x-4}{12}$  không âm thì giá trị nhỏ nhất của số nguyên  $x$  bằng

bao nhiêu?

Trả lời: .....

**Lời giải****Đáp án:** 0

Giá trị của biểu thức  $\frac{3x+1}{6} - \frac{x-4}{12}$  không âm tức là  $\frac{3x+1}{6} - \frac{x-4}{12} \geq 0$

Ta có:

$$\frac{3x+1}{6} - \frac{x-4}{12} \geq 0$$

$$2(3x+1) - (x-4) \geq 0$$

$$6x + 2 - x + 4 \geq 0$$

$$7x \geq -6$$

$$x \geq -\frac{6}{7}$$

Vì  $x$  là số nguyên nhỏ nhất nên  $x = 0$

**Câu 93.** Nếu giá trị của biểu thức  $\frac{2x+1}{3} - \frac{x-4}{4}$  không dương thì giá trị lớn nhất của số nguyên  $x$  bằng

bao nhiêu?

Trả lời: .....

**Lời giải****Đáp án:** -4

Giá trị của biểu thức  $\frac{2x+1}{3} - \frac{x-4}{4}$  không dương tức là  $\frac{2x+1}{3} - \frac{x-4}{4} \leq 0$

Ta có:

$$\frac{2x+1}{3} - \frac{x-4}{4} \leq 0$$

$$4(2x+1) - 3(x-4) \leq 0$$

$$8x+4-3x+12 \leq 0$$

$$5x \leq -16$$

$$x \leq -\frac{16}{5}$$

Vì  $x$  là số nguyên lớn nhất nên  $x = -4$

**Câu 94.** Để giá trị biểu thức  $\frac{3x-1}{2} - 3x$  nhỏ hơn giá trị biểu thức  $4 - \frac{x-8}{3}$  thì giá trị nhỏ nhất của số

nguyên  $x$  bằng bao nhiêu?

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** -6

Giá trị biểu thức  $\frac{3x-1}{2} - 3x$  nhỏ hơn giá trị biểu thức  $4 - \frac{x-8}{3}$  tức là  $\frac{3x-1}{2} - 3x < 4 - \frac{x-8}{3}$

Ta có:

$$\frac{3x-1}{2} - 3x < 4 - \frac{x-8}{3}$$

$$3(3x-1) - 18x < 24 - 2(x-8)$$

$$9x - 3 - 18x < 24 - 2x + 16$$

$$-7x < 43$$

$$x > -\frac{43}{7}$$

Vì  $x$  là số nguyên nhỏ nhất nên  $x = -6$

**Câu 95.** Để giá trị biểu thức  $3x - \frac{x+2}{3}$  không nhỏ hơn giá trị biểu thức  $\frac{3(x-2)}{2} + 5 - x$  thì giá trị nhỏ

nhất của số nguyên  $x$  bằng bao nhiêu?

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 2

Giá trị biểu thức  $3x - \frac{x+2}{3}$  không nhỏ hơn giá trị biểu thức  $\frac{3(x-2)}{2} + 5 - x$  tức là giá trị biểu thức

$3x - \frac{x+2}{3}$  lớn hơn hoặc bằng giá trị biểu thức  $\frac{3(x-2)}{2} + 5 - x$ , do đó  $3x - \frac{x+2}{3} \geq \frac{3(x-2)}{2} + 5 - x$ .

Ta có:

$$3x - \frac{x+2}{3} \geq \frac{3(x-2)}{2} + 5 - x$$

$$18x - 2(x+2) \geq 3.3(x-2) + 6(5-x)$$

$$18x - 2x - 4 \geq 9x - 18 + 30 - 6x$$

$$13x \geq 16$$

$$x \geq \frac{16}{13}$$

Vì  $x$  là số nguyên nhỏ nhất nên  $x = 2$

**Câu 96.** Để giá trị biểu thức  $\frac{10x-5}{6} + \frac{x+3}{4}$  lớn hơn giá trị biểu thức  $\frac{7x+3}{2} - \frac{12-x}{3}$  thì giá trị lớn

nhất của số nguyên  $x$  bằng bao nhiêu?

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 14

Giá trị biểu thức  $\frac{10x-5}{6} + \frac{x+3}{4}$  lớn hơn giá trị biểu thức  $\frac{7x+3}{2} - \frac{12-x}{3}$  tức là

$$\frac{10x-5}{6} + \frac{x+3}{4} > \frac{7x+3}{2} - \frac{12-x}{3}$$

Ta có:

$$\frac{10x-5}{6} + \frac{x+3}{4} > \frac{7x+3}{2} - \frac{12-x}{3}$$

$$\frac{10x-5}{6} + \frac{x+3}{4} > \frac{7x+3}{2} - \frac{12-x}{3}$$

$$2(10x-5) + 3(x+3) > 6(7x+3) - 4(12-x)$$

$$20x - 10 + 3x + 9 > 21x + 18 - 48 + 4x$$

$$-2x > -29$$

$$x < \frac{29}{2}$$

Vì  $x$  là số nguyên lớn nhất nên  $x = 14$

**Câu 97.** Để giá trị biểu thức  $\frac{x(x+2)}{3} + \frac{(x-1)(x+2)}{2}$  không lớn hơn giá trị biểu thức  $\frac{5(x+1)^2}{6} + 1$  thì giá

trị nhỏ nhất của số nguyên  $x$  bằng bao nhiêu?

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** -5

Giá trị biểu thức  $\frac{x(x+2)}{3} + \frac{(x-1)(x+2)}{2}$  không lớn hơn giá trị biểu thức  $\frac{5(x+1)^2}{6} + 1$  tức là giá trị biểu

thức  $\frac{x(x+2)}{3} + \frac{(x-1)(x+2)}{2}$  nhỏ hơn hoặc bằng giá trị biểu thức  $\frac{5(x+1)^2}{6} + 1$ , do đó

$$\frac{x(x+2)}{3} + \frac{(x-1)(x+2)}{2} \leq \frac{5(x+1)^2}{6} + 1$$

Ta có:

$$\frac{x(x+2)}{3} + \frac{(x-1)(x+2)}{2} \leq \frac{5(x+1)^2}{6} + 1$$

$$2x(x+2) + 3(x-1)(x+2) \leq 5(x+1)^2 + 6$$

$$2x^2 + 4x + 3(x^2 + 2x - x - 2) \leq 5(x^2 + 2x + 1) + 6$$

$$2x^2 + 4x + 3x^2 + 3x - 6 \leq 5x^2 + 10x + 5 + 6$$

$$-3x \leq 17$$

$$x \geq -\frac{17}{3}$$

Vì  $x$  là số nguyên nhỏ nhất nên  $x = -5$

**Câu 98.** Biết  $m = m_0$  thì bất phương trình  $(m-3)x - \frac{1}{2025} < 0$  là bất phương trình bậc nhất một ẩn ( $m$  là tham số). Tính giá trị  $m_0$ .

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 3

$(m-3)x - \frac{1}{2025} < 0$  là bất phương trình bậc nhất một ẩn khi  $m-3 \neq 0$  hay  $m \neq 3$

Vậy  $m \neq 3$  thì bất phương trình đã cho là bất phương trình bậc nhất một ẩn. Do đó  $m_0 = 3$

**Câu 99.** Biết  $m = m_0$  thì bất phương trình  $(1-2m)x + 2 \geq 0$  là bất phương trình bậc nhất một ẩn ( $m$  là tham số). Tính giá trị  $m_0$ .

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 0,5

$(1-2m)x + 2 \geq 0$  là bất phương trình bậc nhất một ẩn khi  $1-2m \neq 0$  hay  $m \neq \frac{1}{2}$

Vậy  $m \neq \frac{1}{2}$  thì bất phương trình đã cho là bất phương trình bậc nhất một ẩn. Do đó  $m_0 = \frac{1}{2} = 0,5$

**Câu 100.** Giá trị của  $m$  bằng bao nhiêu để bất phương trình  $(1-5m)x - 2025 \geq 0$  không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn ( $m$  là tham số).

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 0,2

Để bất phương trình  $(1 - 5m)x - 2025 \geq 0$  không phải bất phương trình bậc nhất ẩn thì  $1 - 5m = 0$  hay

$$m = \frac{1}{5}.$$

Vậy  $m = \frac{1}{5} = 0,2$  thì bất phương trình đã cho không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

**PHẦN IV. Câu tự luận. Mỗi câu hỏi thí sinh trình bày cách giải tự luận.****Câu 101.** Giải bất phương trình sau :  $2(x+1) \geq 2x-1$ .**Lời giải**

$$2(x+1) \geq 2x-1$$

$$2x+2 \geq 2x-1$$

$$2x-2x \geq -1-2$$

$$0.x \geq -3 \text{ luôn đúng với mọi } x$$

Vậy bất phương trình đã cho có vô số nghiệm

**Câu 102.** Giải bất phương trình sau :  $2(2x+1) > 3(3x-2)$ .**Lời giải**

$$2(2x+1) > 3(3x-2)$$

$$4x+2 > 9x-6$$

$$4x-9x > -6-2$$

$$-5x > -8$$

$$x < \frac{8}{5}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:  $x < \frac{8}{5}$ **Câu 103.** Giải bất phương trình sau :  $2(3x-1)-2x \geq 3(1-x)$ .**Lời giải**

$$2(3x-1)-2x \geq 3(1-x)$$

$$6x-2-2x \geq 3-3x$$

$$6x-2x+3x \geq 3+2$$

$$7x \geq 5$$

$$x \geq \frac{5}{7}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:  $x \geq \frac{5}{7}$ **Câu 104.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x-1}{4} + \frac{1}{2} > \frac{3-2x}{2}$ .**Lời giải**

$$\frac{x-1}{4} + \frac{1}{2} > \frac{3-2x}{2}$$

$$\frac{x-1}{4} + \frac{2}{4} > \frac{2(3-2x)}{4}$$

$$x-1+2 > 2(3-2x)$$

$$x-1+2 > 6-4x$$

$$5x > 5$$

$$x > 1$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:  $x > 1$

**Câu 105.** Tìm tất cả các nghiệm nguyên dương của bất phương trình:  $\frac{x}{2} + \frac{2x-1}{3} \leq 2$ .

**Lời giải**

$$\frac{x}{2} + \frac{2x-1}{3} \leq 2$$

$$3x + 2(2x-1) \leq 12$$

$$3x + 4x - 2 \leq 12$$

$$7x \leq 14$$

$$x \leq 2$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:  $x \leq 2$

Do đó các nghiệm nguyên dương của bất phương trình là:  $x = 1; x = 2$

**Câu 106.** Tìm tất cả các nghiệm nguyên âm của bất phương trình:  $\frac{3x+5}{2} - 1 > \frac{x+2}{3} + x$ .

**Lời giải**

$$\frac{3x+5}{2} - 1 > \frac{x+2}{3} + x$$

$$3(3x+5) - 6 > 2(x+2) + 6x$$

$$9x + 15 - 6 > 2x + 4 + 6x$$

$$9x - 2x - 6x > 4 - 15 + 6$$

$$x > -5$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:  $x > -5$

Do đó các nghiệm nguyên âm của bất phương trình là:  $x = -4; x = -3; x = -2; x = -1$

**Câu 107.** Giải bất phương trình sau :  $x - \frac{5x}{6} - 3 > \frac{x}{3} - \frac{x}{6}$ .

**Lời giải**

$$x - \frac{5x}{6} - 3 > \frac{x}{3} - \frac{x}{6}$$

$$6x - 5x - 18 > 2x - x$$

$$x - 18 > x$$

$$0 \cdot x > 18 \text{ (vô lý)}$$

Vậy bất phương trình đã cho vô nghiệm

**Câu 108.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x+1}{2} + \frac{x+2}{3} \geq 1 - \frac{x+3}{4}$ .

**Lời giải**

$$\frac{x+1}{2} + \frac{x+2}{3} \geq 1 - \frac{x+3}{4}$$

$$6(x+1) + 4(x+2) \geq 12 - 3(x+3)$$

$$6x+6+4x+8 \geq 12-3x-9$$

$$10x+14 \geq 3-3x$$

$$10x+3x \geq 3-14$$

$$13 \geq -11$$

$$x \geq -\frac{11}{13}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:  $x \geq \frac{5}{7}$

**Câu 109.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{4x-2}{3} - x + 3 \leq \frac{1-5x}{4}$

**Lời giải**

$$\frac{4x-2}{3} - x + 3 \leq \frac{1-5x}{4}$$

$$\frac{4(4x-2) + 12(-x+3)}{12} \leq \frac{3(1-5x)}{12}$$

$$16x-8-12x+36 \leq 3-15x$$

$$4x+28 \leq 3-15x$$

$$19x \leq -25$$

$$x \leq -\frac{25}{19}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:  $x \leq -\frac{25}{19}$

**Câu 110.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{2x+1}{-3} - \frac{2x^2+3}{-4} > \frac{x(5-3x)}{-6} - \frac{4x+1}{-5}$

**Lời giải**

$$\frac{2x+1}{-3} - \frac{2x^2+3}{-4} > \frac{x(5-3x)}{-6} - \frac{4x+1}{-5}$$

$$\frac{-2x-1}{3} + \frac{2x^2+3}{4} > \frac{-x(5-3x)}{6} + \frac{4x+1}{5}$$

$$\frac{20(-2x-1) + 15(2x^2+3)}{60} > \frac{-10x(5-3x) + 12(4x+1)}{60}$$

$$\frac{-40x-20+30x^2+45}{60} > \frac{-50x+30x^2+48x+12}{60}$$

$$30x^2-40x+25 > 30x^2-2x+12$$

$$-38x > -13$$

$$x < \frac{13}{38}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:  $x < \frac{13}{38}$

**Câu 111.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{5x^2-3}{5} + \frac{3x-1}{4} < \frac{x(2x+3)}{2} - 5$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \frac{5x^2-3}{5} + \frac{3x-1}{4} &< \frac{x(2x+3)}{2} - 5 \\ \frac{4(5x^2-3) + 5(3x-1)}{20} &< \frac{10x(2x+3) - 5 \cdot 20}{20} \\ \frac{20x^2 - 12 + 15x - 5}{20} &< \frac{20x^2 + 30x - 100}{20} \\ 20x^2 + 15x - 17 &< 20x^2 + 30x - 100 \\ -15x &< -83 \\ 15x &> 83 \\ x &> \frac{83}{15} \end{aligned}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:  $x > \frac{83}{15}$

**Câu 112.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{5x-2}{-3} - \frac{2x^2-x}{-2} > \frac{x(1-3x)}{-3} - \frac{5x}{-4}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \frac{5x-2}{-3} - \frac{2x^2-x}{-2} &> \frac{x(1-3x)}{-3} - \frac{5x}{-4} \\ \frac{-5x+2}{3} + \frac{2x^2-x}{2} &> \frac{-x+3x^2}{3} + \frac{5x}{4} \\ \frac{4(-5x+2) + 6(2x^2-x)}{12} &> \frac{4(-x+3x^2) + 3 \cdot 5x}{12} \\ -20x + 8 + 12x^2 - 6x &> -4x + 12x^2 + 15x \\ -26x + 8 &> 11x \\ -37x &> -8 \\ 37x &< 8 \\ x &< \frac{8}{37} \end{aligned}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:  $x < \frac{8}{37}$

**Câu 113.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x(x+2)}{3} + \frac{(x-1)(x+2)}{2} \geq \frac{5(x+1)^2}{6} + 1.$

**Lời giải**

$$\frac{x(x+2)}{3} + \frac{(x-1)(x+2)}{2} \geq \frac{5(x+1)^2}{6} + 1$$

$$2x(x+2) + 3(x-1)(x+2) \geq 5(x+1)^2 + 6$$

$$2x^2 + 4x + 3(x^2 + x - 2) \geq 5(x^2 + 2x + 1) + 6$$

$$2x^2 + 4x + 3x^2 + 3x - 6 \geq 5x^2 + 10x + 5 + 6$$

$$5x^2 + 7x - 6 \geq 5x^2 + 10x + 11$$

$$7x - 10x \geq 11 + 6$$

$$-3x \geq 17$$

$$x \leq -\frac{17}{3}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:  $x \leq -\frac{17}{3}$

**Câu 114.** Tìm tất cả các nghiệm nguyên âm của bất phương trình:

$$\frac{x^2 + 2x + 8}{2} - \frac{x^2 - x + 1}{6} > \frac{x^2 + x + 1}{3} - \frac{x + 1}{4}$$

**Lời giải**

$$\frac{x^2 + 2x + 8}{2} - \frac{x^2 - x + 1}{6} > \frac{x^2 + x + 1}{3} - \frac{x + 1}{4}$$

$$6(x^2 + 2x + 8) - 2(x^2 - x + 1) > 4(x^2 + x + 1) - 3(x + 1)$$

$$6x^2 + 12x + 48 - 2x^2 + 2x - 2 > 4x^2 + 4x + 4 - 3x - 3$$

$$4x^2 + 14x + 46 > 4x^2 + 7x + 1$$

$$14x - 7x > 1 - 46$$

$$7x > -45$$

$$x > -\frac{45}{7} (\approx -6,4)$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:  $x > -\frac{45}{7}$

Do đó các nghiệm nguyên âm của bất phương trình là:  $x = -6; x = -5; x = -4; x = -3; x = -2; x = -1$

**Câu 115.** Với những giá trị nào của  $x$  thì giá trị của biểu thức  $A = 6x - 1 - (3x + 9)$  âm?

**Lời giải**

Giá trị của biểu thức  $A$  âm tức là  $6x - 1 - (3x + 9) < 0$

Ta có:

$$6x - 1 - (3x + 9) < 0$$

$$6x - 1 - 3x - 9 < 0$$

$$3x < 10$$

$$x < \frac{10}{3}$$

Vậy  $x < \frac{10}{3}$  là giá trị cần tìm.

**Câu 116.** Với những giá trị nào của  $x$  thì giá trị của biểu thức  $B = 8x - 7 - (2x - 1)$  không âm?

**Lời giải**

Giá trị của biểu thức  $B$  không âm tức là  $8x - 7 - (2x - 1) \geq 0$

Ta có:

$$8x - 7 - (2x - 1) \geq 0$$

$$8x - 7 - 2x + 1 \geq 0$$

$$6x \geq 6$$

$$x \geq 1$$

Vậy  $x \geq 1$  là giá trị cần tìm.

**Câu 117.** Với những giá trị nào của  $x$  thì giá trị của biểu thức  $A = 6x - 1 - (3x + 9)$  nhỏ hơn giá trị của biểu thức  $B = 8x - 7 - (2x - 1)$ ?

**Lời giải**

Giá trị biểu thức  $A$  nhỏ hơn giá trị biểu thức  $B$  tức là  $A < B$  hay  $6x - 1 - (3x + 9) < 8x - 7 - (2x - 1)$

Ta có:

$$6x - 1 - (3x + 9) < 8x - 7 - (2x - 1)$$

$$6x - 1 - 3x - 9 < 8x - 7 - 2x + 2$$

$$-3x < 5$$

$$x > -\frac{5}{3}$$

Vậy  $x > -\frac{5}{3}$  là giá trị cần tìm.

**Câu 118.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x-85}{15} + \frac{x-74}{13} + \frac{x-67}{11} \leq 6$ .

**Lời giải**

$$\frac{x-85}{15} + \frac{x-74}{13} + \frac{x-67}{11} \leq 6$$

$$\frac{x-85}{15} - 1 + \frac{x-74}{13} - 2 + \frac{x-67}{11} - 3 \leq 0$$

$$\frac{x-85-15}{15} + \frac{x-74-26}{13} + \frac{x-67-33}{11} \leq 0$$

$$\frac{x-100}{15} + \frac{x-100}{13} + \frac{x-100}{11} \leq 0$$

$$(x-100) \left( \frac{1}{15} + \frac{1}{13} + \frac{1}{11} \right) \leq 0$$

$$x-100 \leq 0 \quad (\text{vì } \frac{1}{15} + \frac{1}{13} + \frac{1}{11} > 0)$$

$$x \leq 100$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là:  $x \leq 100$

**Câu 119.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x+1}{35} + \frac{x+3}{33} \geq \frac{x+5}{31} + \frac{x+7}{29}$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \frac{x+1}{35} + \frac{x+3}{33} &\geq \frac{x+5}{31} + \frac{x+7}{29} \\ \frac{x+1}{35} + 1 + \frac{x+3}{33} + 1 &\geq \frac{x+5}{31} + 1 + \frac{x+7}{29} + 1 \\ \frac{x+36}{35} + \frac{x+36}{33} &\geq \frac{x+36}{31} + \frac{x+36}{29} \\ \frac{x+36}{35} + \frac{x+36}{33} - \frac{x+36}{31} - \frac{x+36}{29} &\geq 0 \\ (x+36) \left( \frac{1}{35} + \frac{1}{33} - \frac{1}{31} - \frac{1}{29} \right) &\geq 0 \end{aligned}$$

$$x+36 \leq 0 \quad (\text{vì } \frac{1}{35} + \frac{1}{33} - \frac{1}{31} - \frac{1}{29} < 0)$$

$$x \leq -36$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là:  $x \leq -36$

**Câu 120.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x+2004}{2005} + \frac{x+2005}{2006} < \frac{x+2006}{2007} + \frac{x+2007}{2008}$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \frac{x+2004}{2005} + \frac{x+2005}{2006} &< \frac{x+2006}{2007} + \frac{x+2007}{2008} \\ \frac{x+2004}{2005} - 1 + \frac{x+2005}{2006} - 1 &< \frac{x+2006}{2007} - 1 + \frac{x+2007}{2008} - 1 \\ \frac{x-1}{2005} + \frac{x-1}{2006} - \frac{x-1}{2007} - \frac{x-1}{2008} &< 0 \\ (x-1) \left( \frac{1}{2005} + \frac{1}{2006} - \frac{1}{2007} - \frac{1}{2008} \right) &< 0 \end{aligned}$$

$$x-1 < 0 \quad (\text{do } \frac{1}{2005} + \frac{1}{2006} - \frac{1}{2007} - \frac{1}{2008} > 0)$$

$$x < 1$$

Vậy bất phương trình đã cho có nghiệm  $x < 1$ .

**Câu 121.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x-2}{2002} + \frac{x-4}{2000} < \frac{x-3}{2001} + \frac{x-5}{1999}$ .

**Lời giải**

$$\frac{x-2}{2002} + \frac{x-4}{2000} < \frac{x-3}{2001} + \frac{x-5}{1999}$$

$$\frac{x-2}{2002} - 1 + \frac{x-4}{2000} - 1 < \frac{x-3}{2001} - 1 + \frac{x-5}{1999} - 1$$

$$\frac{x-2004}{2002} + \frac{x-2004}{2000} < \frac{x-2004}{2001} + \frac{x-2004}{1999}$$

$$(x-2004) \left( \frac{1}{2002} + \frac{1}{2000} - \frac{1}{2001} - \frac{1}{1999} \right) < 0$$

$$x-2004 > 0 \text{ (do } \frac{1}{2002} + \frac{1}{2000} - \frac{1}{2001} - \frac{1}{1999} < 0)$$

$$x > 2004$$

Vậy bất phương trình đã cho có nghiệm  $x > 2004$

**Câu 122.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x+1}{65} + \frac{x+3}{63} - \frac{x+5}{61} - \frac{x+7}{59} < 0$ .

**Lời giải**

$$\frac{x+1}{65} + \frac{x+3}{63} - \frac{x+5}{61} - \frac{x+7}{59} < 0$$

$$\frac{x+1}{65} + 1 - \left( \frac{x+5}{61} + 1 \right) - \left( \frac{x+7}{59} + 1 \right) < 0$$

$$\frac{x+65}{65} + \frac{x+65}{63} - \frac{x+65}{61} - \frac{x+65}{59} < 0$$

$$(x+65) \left( \frac{1}{65} + \frac{1}{63} - \frac{1}{61} - \frac{1}{59} \right) < 0$$

$$x+65 > 0 \text{ (vì } \frac{1}{65} + \frac{1}{63} - \frac{1}{61} - \frac{1}{59} < 0)$$

$$x > -65$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là:  $x > -65$

**Câu 123.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x+29}{31} - \frac{x+27}{33} \leq \frac{x+17}{43} - \frac{x+15}{45}$ .

**Lời giải**

$$\frac{x+29}{31} - \frac{x+27}{33} \leq \frac{x+17}{43} - \frac{x+15}{45}$$

$$\frac{x+29}{31} + 1 - \left( \frac{x+27}{33} + 1 \right) \leq \left( \frac{x+17}{43} + 1 \right) - \left( \frac{x+15}{45} + 1 \right)$$

$$\frac{x+60}{31} - \frac{x+60}{33} \leq \frac{x+60}{43} - \frac{x+60}{45}$$

$$\frac{x+60}{31} - \frac{x+60}{33} - \frac{x+60}{43} + \frac{x+60}{45} \leq 0$$

$$(x+60) \left( \frac{1}{31} - \frac{1}{33} - \frac{1}{43} + \frac{1}{45} \right) \leq 0$$

$$x+60 \leq 0 \text{ (vì } \frac{1}{31} - \frac{1}{33} - \frac{1}{43} + \frac{1}{45} > 0)$$

$$x \leq -60$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là:  $x \leq -60$

**Câu 124.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x+6}{1999} + \frac{x+8}{1997} \geq \frac{x+10}{1995} + \frac{x+12}{1993}$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \frac{x+6}{1999} + \frac{x+8}{1997} &\geq \frac{x+10}{1995} + \frac{x+12}{1993} \\ \frac{x+6}{1999} + 1 + \frac{x+8}{1997} + 1 &\geq \frac{x+10}{1995} + 1 + \frac{x+12}{1993} + 1 \\ \frac{x+2025}{1999} + \frac{x+2025}{1997} &\geq \frac{x+2025}{1995} + \frac{x+2025}{1993} \\ \frac{x+2025}{1999} + \frac{x+2025}{1997} - \frac{x+2025}{1995} - \frac{x+2025}{1993} &\geq 0 \\ (x+2025) \left( \frac{1}{1999} + \frac{1}{1997} - \frac{1}{1995} - \frac{1}{1993} \right) &\geq 0 \end{aligned}$$

$$x+2025 \leq 0 \quad (\text{vì } \frac{1}{1999} + \frac{1}{1997} - \frac{1}{1995} - \frac{1}{1993} < 0)$$

$$x \leq -2025$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là:  $x \leq -2025$

**Câu 125.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x-2}{2023} + \frac{x-3}{2024} < \frac{x-4}{2025} + \frac{x-5}{2026}$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \frac{x-2}{2023} + \frac{x-3}{2024} &< \frac{x-4}{2025} + \frac{x-5}{2026} \\ \frac{x-2}{2023} + \frac{x-3}{2024} - \frac{x-4}{2025} - \frac{x-5}{2026} &< 0 \\ \left( \frac{x-2}{2023} + 1 \right) + \left( \frac{x-3}{2024} + 1 \right) + \left( -\frac{x-4}{2025} - 1 \right) + \left( -\frac{x-5}{2026} - 1 \right) &< 0 \\ \frac{x-2+2023}{2023} + \frac{x-3+2024}{2024} + \left( \frac{-x+4-2025}{2025} \right) + \left( \frac{-x+5-2026}{2026} \right) &< 0 \\ \frac{x+2021}{2023} + \frac{x+2021}{2024} - \left( \frac{x+2021}{2025} \right) - \left( \frac{x+2021}{2026} \right) &< 0 \\ (x+2021) \left( \frac{1}{2023} + \frac{1}{2024} - \frac{1}{2025} - \frac{1}{2026} \right) &< 0 \end{aligned}$$

$$x+2021 < 0 \quad (\text{vì } \frac{1}{15} + \frac{1}{13} + \frac{1}{11} > 0)$$

$$x < -2021$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là:  $x < -2021$

**Câu 126.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x+1}{2026} + \frac{x+2}{2025} - \frac{x+3}{2024} - \frac{x+4}{2023} \geq 0$ .

**Lời giải**

$$\frac{x+1}{2026} + \frac{x+2}{2025} - \frac{x+3}{2024} - \frac{x+4}{2023} \geq 0$$

$$\frac{x+1}{2026} + 1 + \frac{x+2}{2025} + 1 - \left( \frac{x+3}{2024} + 1 \right) - \left( \frac{x+4}{2023} + 1 \right) \geq 0$$

$$\frac{x+2027}{2026} + \frac{x+2027}{2025} - \frac{x+2027}{2024} - \frac{x+2027}{2023} \geq 0$$

$$(x+2027) \left( \frac{1}{2026} + \frac{1}{2025} - \frac{1}{2024} - \frac{1}{2023} \right) \geq 0$$

$$x+2027 \leq 0 \quad (\text{vì } \frac{1}{2026} + \frac{1}{2025} - \frac{1}{2024} - \frac{1}{2023} < 0)$$

$$x \leq -2027$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là:  $x \leq -2027$

**Câu 127.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x-3}{2011} + \frac{x-2}{2012} \leq \frac{x-2012}{2} + \frac{x-2011}{3}$ .

**Lời giải**

$$\frac{x-3}{2011} + \frac{x-2}{2012} \leq \frac{x-2012}{2} + \frac{x-2011}{3}$$

$$\frac{x-3}{2011} - 1 + \frac{x-2}{2012} - 1 \leq \frac{x-2012}{2} - 1 + \frac{x-2011}{3} - 1$$

$$\frac{x-2014}{2011} + \frac{x-2014}{2012} \leq \frac{x-2014}{2} + \frac{x-2014}{3}$$

$$\frac{x-2014}{2011} + \frac{x-2014}{2012} - \frac{x-2014}{2} - \frac{x-2014}{3} \leq 0$$

$$(x-2014) \left( \frac{1}{2011} + \frac{1}{2012} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) \leq 0$$

$$x-2014 \leq 0 \quad (\text{vì } \frac{1}{2011} + \frac{1}{2012} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} < 0)$$

$$x \leq 2014$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là:  $x \leq 2014$

**Câu 128.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x+1}{2029} + \frac{x+2}{2028} + \frac{x+3}{2027} + \frac{x+4}{2026} + 4 > 0$ .

**Lời giải**

$$\frac{x+1}{2029} + \frac{x+2}{2028} + \frac{x+3}{2027} + \frac{x+4}{2026} + 4 > 0$$

$$\frac{x+1}{2029} + 1 + \frac{x+2}{2028} + 1 + \frac{x+3}{2027} + 1 + \frac{x+4}{2026} + 1 > 0$$

$$\frac{x+2030}{2029} + \frac{x+2030}{2028} + \frac{x+2030}{2027} + \frac{x+2030}{2026} > 0$$

$$(x+2030) \left( \frac{1}{2029} + \frac{1}{2028} + \frac{1}{2027} + \frac{1}{2026} \right) > 0$$

$$x + 2030 > 0 \text{ (vì } \frac{1}{2029} + \frac{1}{2028} + \frac{1}{2027} + \frac{1}{2026} > 0 \text{)}$$

$$x > -2030$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là:  $x > -2030$

**Câu 129.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x-2}{2023} + \frac{x-3}{2024} < \frac{x-4}{2025} + \frac{x-5}{2026}$ .

**Lời giải**

$$\frac{x-2}{2023} + \frac{x-3}{2024} < \frac{x-4}{2025} + \frac{x-5}{2026}$$

$$\frac{x-2}{2023} + 1 + \frac{x-3}{2024} + 1 < \frac{x-4}{2025} + 1 + \frac{x-5}{2026} + 1$$

$$\frac{x-2021}{2023} + \frac{x-2021}{2024} < \frac{x-2021}{2025} + \frac{x-2021}{2026}$$

$$\frac{x-2021}{2023} + \frac{x-2021}{2024} - \frac{x-2021}{2025} - \frac{x-2021}{2026} < 0$$

$$(x-2021) \left( \frac{1}{2023} + \frac{1}{2024} - \frac{1}{2025} - \frac{1}{2026} \right) < 0$$

$$x-2021 < 0 \text{ (vì } \frac{1}{2023} + \frac{1}{2024} - \frac{1}{2025} - \frac{1}{2026} > 0 \text{)}$$

$$x < 2021$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là:  $x < 2021$

**Câu 130.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x+1987}{2002} + \frac{x+1988}{2003} > \frac{x+1989}{2004} + \frac{x+1990}{2005}$ .

**Lời giải**

$$\frac{x+1987}{2002} + \frac{x+1988}{2003} > \frac{x+1989}{2004} + \frac{x+1990}{2005}$$

$$\frac{x+1987}{2002} - 1 + \frac{x+1988}{2003} - 1 > \frac{x+1989}{2004} - 1 + \frac{x+1990}{2005} - 1$$

$$\frac{x-15}{2002} + \frac{x-15}{2003} > \frac{x-15}{2004} + \frac{x-15}{2005}$$

$$\frac{x-15}{2002} + \frac{x-15}{2003} - \frac{x-15}{2004} - \frac{x-15}{2005} > 0$$

$$(x-15) \left( \frac{1}{2002} + \frac{1}{2003} - \frac{1}{2004} - \frac{1}{2005} \right) > 0$$

$$x-15 > 0 \text{ (vì } \frac{1}{2002} + \frac{1}{2003} - \frac{1}{2004} - \frac{1}{2005} > 0 \text{)}$$

$$x > 15$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là:  $x > 15$

**Câu 131.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x-1}{99} + \frac{x-3}{97} + \frac{x-5}{95} < \frac{x-2}{98} + \frac{x-4}{96} + \frac{x-6}{94}$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \frac{x-1}{99} + \frac{x-3}{97} + \frac{x-5}{95} &< \frac{x-2}{98} + \frac{x-4}{96} + \frac{x-6}{94} \\ \frac{x-1}{99} - 1 + \frac{x-3}{97} - 1 + \frac{x-5}{95} - 1 &< \frac{x-2}{98} - 1 + \frac{x-4}{96} - 1 + \frac{x-6}{94} - 1 \\ \frac{x-100}{99} + \frac{x-100}{97} + \frac{x-100}{95} &< \frac{x-100}{98} + \frac{x-100}{96} + \frac{x-100}{94} \\ \frac{x-100}{99} + \frac{x-100}{97} + \frac{x-100}{95} - \frac{x-100}{98} - \frac{x-100}{96} - \frac{x-100}{94} &< 0 \\ (x-100) \left( \frac{1}{99} + \frac{1}{97} + \frac{1}{95} - \frac{1}{98} - \frac{1}{96} - \frac{1}{94} \right) &< 0 \end{aligned}$$

$$x-100 > 0 \quad (\text{vì } \frac{1}{99} + \frac{1}{97} + \frac{1}{95} - \frac{1}{98} - \frac{1}{96} - \frac{1}{94} < 0)$$

$$x > 100$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là:  $x > 100$

**Câu 132.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x+1}{99} + \frac{x+3}{97} + \frac{x+5}{95} < \frac{x+2}{98} + \frac{x+4}{96} + \frac{x+6}{94}$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \frac{x+1}{99} + \frac{x+3}{97} + \frac{x+5}{95} &< \frac{x+2}{98} + \frac{x+4}{96} + \frac{x+6}{94} \\ \frac{x+1}{99} + 1 + \frac{x+3}{97} + 1 + \frac{x+5}{95} + 1 &< \frac{x+2}{98} + 1 + \frac{x+4}{96} + 1 + \frac{x+6}{94} + 1 \\ \frac{x+100}{99} + \frac{x+100}{97} + \frac{x+100}{95} &< \frac{x+100}{98} + \frac{x+100}{96} + \frac{x+100}{94} \\ \frac{x+100}{99} + \frac{x+100}{97} + \frac{x+100}{95} - \frac{x+100}{98} - \frac{x+100}{96} - \frac{x+100}{94} &< 0 \\ (x+100) \left( \frac{1}{99} + \frac{1}{97} + \frac{1}{95} - \frac{1}{98} - \frac{1}{96} - \frac{1}{94} \right) &< 0 \end{aligned}$$

$$x+100 > 0 \quad (\text{vì } \frac{1}{99} + \frac{1}{97} + \frac{1}{95} - \frac{1}{98} - \frac{1}{96} - \frac{1}{94} < 0)$$

$$x > -100$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là:  $x > -100$

**Câu 133.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x-10}{1994} + \frac{x-8}{1996} + \frac{x-6}{1998} > \frac{x-1998}{6} + \frac{x-1996}{8} + \frac{x-1994}{10}$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \frac{x-10}{1994} + \frac{x-8}{1996} + \frac{x-6}{1998} &> \frac{x-1998}{6} + \frac{x-1996}{8} + \frac{x-1994}{10} \\ \frac{x-10}{1994} - 1 + \frac{x-8}{1996} - 1 + \frac{x-6}{1998} - 1 &> \frac{x-1998}{6} - 1 + \frac{x-1996}{8} - 1 + \frac{x-1994}{10} - 1 \\ \frac{x-2004}{1994} + \frac{x-2004}{1996} + \frac{x-2004}{1998} &> \frac{x-2004}{6} + \frac{x-2004}{8} + \frac{x-2004}{10} \\ \frac{x-2004}{1994} + \frac{x-2004}{1996} + \frac{x-2004}{1998} - \frac{x-2004}{6} - \frac{x-2004}{8} - \frac{x-2004}{10} &> 0 \\ (x-2004) \left( \frac{1}{1994} + \frac{1}{1996} + \frac{1}{1998} - \frac{1}{6} - \frac{1}{8} - \frac{1}{10} \right) &> 0 \end{aligned}$$

$$x-2004 < 0 \quad (\text{vì } \frac{1}{1994} + \frac{1}{1996} + \frac{1}{1998} - \frac{1}{6} - \frac{1}{8} - \frac{1}{10} < 0)$$

$$x < 2004$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là:  $x < 2004$

**Câu 134.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x-1995}{5} - \frac{x-5}{1995} + \frac{x-1997}{3} - \frac{x-3}{1997} + \frac{x-1999}{1} - \frac{x-1}{1999} < 0.$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \frac{x-1995}{5} - \frac{x-5}{1995} + \frac{x-1997}{3} - \frac{x-3}{1997} + \frac{x-1999}{1} - \frac{x-1}{1999} &< 0 \\ \left( \frac{x-1995}{5} - 1 \right) - \left( \frac{x-5}{1995} - 1 \right) + \left( \frac{x-1997}{3} - 1 \right) - \left( \frac{x-3}{1997} - 1 \right) + \left( \frac{x-1999}{1} - 1 \right) - \left( \frac{x-1}{1999} - 1 \right) &< 0 \\ \frac{x-2000}{5} - \frac{x-2000}{1995} + \frac{x-2000}{3} - \frac{x-2000}{1997} + \frac{x-2000}{1} - \frac{x-2000}{1999} &< 0 \\ (x-2000) \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{1995} + \frac{1}{3} - \frac{1}{1997} + 1 - \frac{1}{1999} \right) &< 0 \end{aligned}$$

$$x-2000 < 0 \quad (\text{vì } \frac{1}{5} - \frac{1}{1995} + \frac{1}{3} - \frac{1}{1997} + 1 - \frac{1}{1999} > 0)$$

$$x < 2000$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là:  $x < 2000$

**Câu 135.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{1909-x}{91} + \frac{1907-x}{93} + \frac{1905-x}{95} + \frac{1903-x}{97} > -4.$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \frac{1909-x}{91} + \frac{1907-x}{93} + \frac{1905-x}{95} + \frac{1903-x}{97} &> -4 \\ \frac{1909-x}{91} + 1 + \frac{1907-x}{93} + 1 + \frac{1905-x}{95} + 1 + \frac{1903-x}{97} + 1 &> 0 \\ \frac{2000-x}{91} + \frac{2000-x}{93} + \frac{2000-x}{95} + \frac{2000-x}{97} &> 0 \\ (2000-x) \left( \frac{1}{91} + \frac{1}{93} + \frac{1}{95} + \frac{1}{97} \right) &> 0 \end{aligned}$$

$$2000-x > 0 \quad (\text{vì } \frac{1}{91} + \frac{1}{93} + \frac{1}{95} + \frac{1}{97} > 0)$$

$$2000 - x > 0$$

$$-x > -2000$$

$$x < 2000$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là:  $x < 2000$

**Câu 136.** Giải bất phương trình sau :  $\frac{x-29}{1970} + \frac{x-27}{1972} + \frac{x-25}{1974} > \frac{x-1970}{29} + \frac{x-1972}{27} + \frac{x-1974}{25}$ .

**Lời giải**

$$\frac{x-29}{1970} + \frac{x-27}{1972} + \frac{x-25}{1974} > \frac{x-1970}{29} + \frac{x-1972}{27} + \frac{x-1974}{25}$$

$$\frac{x-29}{1970} - 1 + \frac{x-27}{1972} - 1 + \frac{x-25}{1974} - 1 > \frac{x-1970}{29} - 1 + \frac{x-1972}{27} - 1 + \frac{x-1974}{25} - 1$$

$$\frac{x-1999}{1970} + \frac{x-1999}{1972} + \frac{x-1999}{1974} > \frac{x-1999}{29} + \frac{x-1999}{27} + \frac{x-1999}{25}$$

$$\frac{x-1999}{1970} + \frac{x-1999}{1972} + \frac{x-1999}{1974} - \frac{x-1999}{29} - \frac{x-1999}{27} - \frac{x-1999}{25} > 0$$

$$(x-1999) \left( \frac{1}{1970} + \frac{1}{1972} + \frac{1}{1974} - \frac{1}{29} - \frac{1}{27} - \frac{1}{25} \right) > 0$$

$$x-1999 < 0 \quad (\text{vì } \frac{1}{1970} + \frac{1}{1972} + \frac{1}{1974} - \frac{1}{29} - \frac{1}{27} - \frac{1}{25} < 0)$$

$$x < 1999$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là:  $x < 1999$

**Câu 137.** Cho bất phương trình  $(m-1)x + mx + 3 < 0$  (1) với  $m$  là tham số.

a) Giải bất phương trình (1) khi  $m = 0$ .

b) Tìm điều kiện của tham số  $m$  để bất phương trình (1) là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

**Lời giải**

a) Thay  $m = 0$  vào bất phương trình (1), ta có:

$$-x + 3 < 0$$

$$-x < -3$$

$$x > 3$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là:  $x > 3$

b)  $(m-1)x + mx + 3 < 0$  hay  $(2m-1)x + 3 < 0$

Để bất phương trình (1) là bất phương trình bậc nhất một ẩn thì  $2m-1 \neq 0$  hay  $m \neq \frac{1}{2}$ .

Vậy  $m \neq \frac{1}{2}$  thì bất phương trình đã cho là bất phương trình bậc nhất một ẩn

**Câu 138.** Tìm điều kiện của  $m$  để bất phương trình  $(2m+1)x - mx \geq 2026$  không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn ( $m$  là tham số).

**Lời giải**

$$(2m+1)x - mx \geq 2026 \text{ hay } (m+1)x - 2026 \geq 0$$

Để bất phương trình  $(m+1)x - 2026 \geq 0$  là bất phương trình bậc nhất một ẩn thì  $m+1 \neq 0$  hay  $m \neq -1$ .

Vậy  $m \neq -1$  thì bất phương trình đã cho là bất phương trình bậc nhất một ẩn

**Câu 139.** Cho bất phương trình  $(2m-1)x > 4m^3 - mx$  (1) với  $m$  là tham số.

a) Giải bất phương trình (1) khi  $m = -1$ .

b) Tìm điều kiện của tham số  $m$  để bất phương trình (1) không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

**Lời giải**

a) Thay  $m = -1$  vào bất phương trình (1), ta có:

$$-3x > -4 + x$$

$$-4x > -4$$

$$x < \frac{-4}{-4}$$

$$x < 1$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là:  $x < 1$

b)  $(2m-1)x > 4m^3 - mx$  hay  $(3m-1)x - 4m^3 > 0$

Để bất phương trình (1) không phải bất phương trình bậc nhất ẩn thì  $3m-1=0$  hay  $m = \frac{1}{3}$ .

Vậy  $m = \frac{1}{3}$  thì bất phương trình đã cho không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

**Câu 140.** Cho bất phương trình  $(m-4)x \leq m^2 - 3mx$  (1) với  $m$  là tham số.

a) Giải bất phương trình (1) khi  $m = 4$ .

b) Tìm điều kiện của tham số  $m$  để bất phương trình (1) là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

**Lời giải**

a) Thay  $m = 4$  vào bất phương trình (1), ta có:

$$0 \leq 16 - 12x$$

$$12x \leq 16$$

$$x \leq \frac{4}{3}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là:  $x \leq \frac{4}{3}$

b)  $(m-4)x \leq m^2 - 3mx$  hay  $(4m-4)x - m^2 \leq 0$

Để bất phương trình (1) không phải bất phương trình bậc nhất một ẩn thì  $4m-4=0$  hay  $m=1$ .

Vậy  $m=1$  thì bất phương trình đã cho không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

**Câu 141.** Cho bất phương trình  $(m^2 + 3m - 4)x + m^2 - 2m + 2025 \geq 0$  (1) với  $m$  là tham số.

a) Giải bất phương trình (1) khi  $m = -1$ .

b) Tìm điều kiện của tham số  $m$  để bất phương trình (1) vô nghiệm.

### Lời giải

a) Thay  $m = -1$  vào bất phương trình (1), ta có:

$$(1-3-4)x+1+2+2025 \geq 0$$

$$-6x \geq -2028$$

$$x \leq \frac{-2028}{-6}$$

$$x \leq 338$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là:  $x \leq 338$

b) Để bất phương trình (1) vô nghiệm thì  $m^2 + 3m - 4 = 0$  và  $m^2 - 2m + 2025 < 0$

Ta có

$$m^2 + 3m - 4 = 0$$

$$m^2 - m + 4m - 4 = 0$$

$$m(m-1) + 4(m-1) = 0$$

$$(m+4)(m-1) = 0$$

$$m+4 = 0 \text{ hay } m-1 = 0$$

$$m = -4 \text{ hay } m = 1$$

+ Với  $m = -4$  ta có:  $(-4)^2 - 2(-4) + 2025 < 0$  hay  $2017 < 0$  (vô lí). Do đó  $m = -4$  không thỏa

+ Với  $m = 1$  ta có:  $1^2 - 2 \cdot 1 + 2025 < 0$  hay  $2024 < 0$  (vô lí). Do đó  $m = 1$  không thỏa

Vậy không có giá trị  $m$  nào thỏa

**Câu 142.** Cho bất phương trình  $(4-m^2)x^2 - (m+2)x - 5 \leq 0$  (1) với  $m$  là tham số.

a) Giải bất phương trình (1) khi  $m = 2$ .

b) Tìm điều kiện của tham số  $m$  để bất phương trình (1) là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

### Lời giải

a) Thay  $m = 2$  vào bất phương trình (1), ta có:

$$-4x - 5 \leq 0$$

$$-4x \leq 5$$

$$x \geq -\frac{5}{4}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là:  $x \geq -\frac{5}{4}$

b) Để bất phương trình (1) là bất phương trình bậc nhất một ẩn thì

$$4 - m^2 = 0 \text{ và } m + 2 \neq 0$$

$$\text{hay } m = -2; m = 2 \text{ và } m \neq -2$$

suy ra  $m = 2$

Vậy  $m = 2$  thì bất phương trình đã cho là bất phương trình bậc nhất một ẩn

**Câu 143.** Cho bất phương trình  $(m^2 - 9)x^2 + (m - 3)x + 1 > 0$  (1) với  $m$  là tham số.

a) Giải bất phương trình (1) khi  $m = -3$ .

b) Tìm điều kiện của tham số  $m$  để bất phương trình (1) là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

### Lời giải

a) Thay  $m = -3$  vào bất phương trình (1), ta có:

$$0 \cdot x^2 - 6x + 1 > 0$$

$$-6x > -1$$

$$x < \frac{1}{6}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là:  $x < \frac{1}{6}$

b) Để bất phương trình (1) là bất phương trình bậc nhất một ẩn thì

$$m^2 - 9 = 0 \text{ và } m - 3 \neq 0$$

$$\text{hay } m = -3; m = 3 \text{ và } m \neq 3$$

$$\text{suy ra } m = -3$$

Vậy  $m = -3$  thì bất phương trình đã cho là bất phương trình bậc nhất một ẩn

**Câu 144.** Cho bất phương trình  $(4m^2 - 1)x^2 - (2m + 1)x - 4 \leq 0$  (1) với  $m$  là tham số.

a) Giải bất phương trình (1) khi  $m = -\frac{1}{2}$ .

b) Tìm điều kiện của tham số  $m$  để bất phương trình (1) là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

### Lời giải

a) Thay  $m = -\frac{1}{2}$  vào bất phương trình (1), ta có:

$$0 \cdot x^2 - 0 \cdot x - 4 \leq 0$$

$$0 \cdot x \leq 4 \text{ đúng với mọi } x$$

Vậy bất phương trình có vô số nghiệm.

b) Để bất phương trình (1) là bất phương trình bậc nhất một ẩn thì

$$4m^2 - 1 = 0 \text{ và } -(2m + 1) \neq 0$$

$$\text{hay } m = -\frac{1}{2}; m = \frac{1}{2} \text{ và } m \neq -\frac{1}{2}$$

$$\text{suy ra } m = \frac{1}{2}$$

Vậy  $m = \frac{1}{2}$  thì bất phương trình đã cho là bất phương trình bậc nhất một ẩn

**Câu 145.** Cho bất phương trình  $m^2x - 25x < 2025 + m^2$  (1) với  $m$  là tham số.

a) Giải bất phương trình (1) khi  $m = -5$ .

b) Tìm điều kiện của tham số  $m$  để bất phương trình (1) là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

### Lời giải

a) Thay  $m = -5$  vào bất phương trình (1), ta có:

$$25x - 25x < 2025 + 25$$

$$0 \cdot x < 2050 \text{ đúng với mọi } x$$

Vậy bất phương trình có vô số nghiệm.

b)  $m^2x - 25x < 2025 + m^2$  hay  $(m^2 - 25)x - 2025 - m^2 < 0$

Để bất phương trình (1) là bất phương trình bậc nhất một ẩn thì:

$$m^2 - 25 \neq 0$$

$$\text{hay } (m - 5)(m + 5) \neq 0$$

$$\text{do đó } m - 5 \neq 0 \text{ và } m + 5 \neq 0$$

$$\text{suy ra } m \neq 5 \text{ và } m \neq -5$$

Vậy  $m \neq -5$  và  $m \neq 5$  thì bất phương trình đã cho là bất phương trình bậc nhất một ẩn

**Câu 146.** Cho bất phương trình  $(4 - m^2)x + 12x + 2m^2 \leq 0$  (1) với  $m$  là tham số.

a) Giải bất phương trình (1) khi  $m = -2$ .

b) Tìm điều kiện của tham số  $m$  để bất phương trình (1) là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

### Lời giải

a) Thay  $m = -2$  vào bất phương trình (1), ta có:

$$0 \cdot x + 12x + 8 \leq 0$$

$$12x \leq -8$$

$$x \leq \frac{-8}{12}$$

$$x \leq -\frac{2}{3}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là:  $x \leq -\frac{2}{3}$

b)  $(4 - m^2)x + 12x + 2m^2 \leq 0$  hay  $(16 - m^2)x + 2m^2 \leq 0$

Để bất phương trình (1) là bất phương trình bậc nhất một ẩn thì:

$$16 - m^2 \neq 0$$

$$\text{hay } (4 - m)(4 + m) \neq 0$$

do đó  $4 - m \neq 0$  và  $4 + m \neq 0$

suy ra  $m \neq 4$  và  $m \neq -4$

Vậy  $m \neq -4$  và  $m \neq 4$  thì bất phương trình đã cho là bất phương trình bậc nhất một ẩn

**Câu 147.** Cho bất phương trình  $(1 - 8m^2)x \leq 4 + m^2x$  (1) với  $m$  là tham số.

a) Giải bất phương trình (1) khi  $m = 0$ .

b) Tìm điều kiện của tham số  $m$  để bất phương trình (1) không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

### Lời giải

a) Thay  $m = 0$  vào bất phương trình (1), ta có:  $x \leq 4$

Vậy nghiệm của bất phương trình là:  $x \leq 4$

b)  $(1 - 8m^2)x \leq 4 + m^2x$  hay  $(1 - 9m^2)x - 4 \leq 0$

Để bất phương trình (1) không phải bất phương trình bậc nhất một ẩn thì

$$1 - 9m^2 = 0$$

$$\text{hay } (1 - 3m)(1 + 3m) = 0$$

do đó  $1 - 3m = 0$  hoặc  $1 + 3m = 0$

$$\text{suy ra } m = \frac{1}{3} \text{ hoặc } m = -\frac{1}{3}$$

Vậy  $m = -\frac{1}{3}$  và  $m = \frac{1}{3}$  thì bất phương trình đã cho không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

**Câu 148.** Cho bất phương trình  $(4m^2 - 6)x \leq 3m + 3x$  (1) với  $m$  là tham số.

a) Giải bất phương trình (1) khi  $m = 0$ .

b) Tìm điều kiện của tham số  $m$  để bất phương trình (1) không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

### Lời giải

a) Thay  $m = 0$  vào bất phương trình (1), ta có:

$$-6x \leq 3x$$

$$-9x \leq 0$$

$$x \geq 0$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là:  $x \geq 0$

b)  $(4m^2 - 6)x \leq 3m + 3x$  hay  $(4m^2 - 9)x - 3m \leq 0$

Để bất phương trình (1) không phải bất phương trình bậc nhất một ẩn thì

$$4m^2 - 9 = 0$$

$$\text{hay } (2m - 3)(2m + 3) = 0$$

do đó  $2m - 3 = 0$  hoặc  $2m + 3 = 0$

$$\text{suy ra } m = \frac{2}{3} \text{ hoặc } m = -\frac{2}{3}$$

Vậy  $m = -\frac{2}{3}$  và  $m = \frac{2}{3}$  thì bất phương trình đã cho không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

**Câu 149.** Cho bất phương trình  $\left(\frac{1}{2026} + m^2\right)x - 2025 < 0$  (1) với  $m$  là tham số.

a) Giải bất phương trình (1) khi  $m = 0$ .

b) Tìm điều kiện của tham số  $m$  để bất phương trình (1) không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

### Lời giải

a) Thay  $m = 0$  vào bất phương trình (1), ta có:

$$\frac{1}{2026}x - 2025 < 0$$

$$\frac{1}{2026}x < 2025$$

$$x < 4102650$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là:  $x < 4102650$

b) Để bất phương trình (1) không phải bất phương trình bậc nhất một ẩn thì  $\frac{1}{2026} + m^2 = 0$

$$\text{Ta có: } \frac{1}{2026} + m^2 > 0 \text{ với mọi } m$$

$$\text{Nên } \frac{1}{2026} + m^2 \neq 0 \text{ với mọi } m$$

Vậy không có giá trị  $m$  nào thỏa yêu cầu bài toán.

**Câu 150.** Cho bất phương trình  $(9m^2 - 4)x > m^2 - 3x$  (1) với  $m$  là tham số.

a) Giải bất phương trình (1) khi  $m = -1$ .

b) Tìm điều kiện của tham số  $m$  để bất phương trình (1) không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

### Lời giải

a) Thay  $m = -1$  vào bất phương trình (1), ta có:

$$5x > 1 - 3x$$

$$8x > 1$$

$$x > \frac{1}{8}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là:  $x > \frac{1}{8}$

$$\text{b) } (9m^2 - 4)x > m^2 - 3x \text{ hay } (9m^2 - 1)x - m^2 > 0$$

Để bất phương trình (1) không phải bất phương trình bậc nhất một ẩn thì

$$9m^2 - 1 = 0$$

$$\text{hay } (3m - 1)(3m + 1) = 0$$

$$\text{do đó } 3m - 1 = 0 \text{ hoặc } 3m + 1 = 0$$

$$\text{suy ra } m = \frac{1}{3} \text{ hoặc } m = -\frac{1}{3}$$

Vậy  $m = \frac{1}{3}$  và  $m = -\frac{1}{3}$  thì bất phương trình đã cho không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn.