# BÀI 1. TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN

## A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

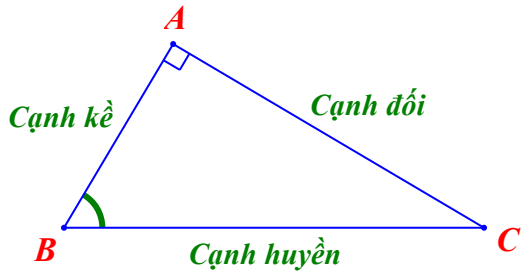
**Kiến thức cần nhớ**

### I. Khái niệm tỉ số lượng giác của góc nhọn

Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$, với góc nhọn $B$ thì:

Cạnh $BC$ là cạnh huyền.

Cạnh $AC$ là cạnh đối và cạnh $AB$ là cạnh kề.




Khi đó, ta có 4 tỉ số lượng giác của góc nhọn $B$ như sau:

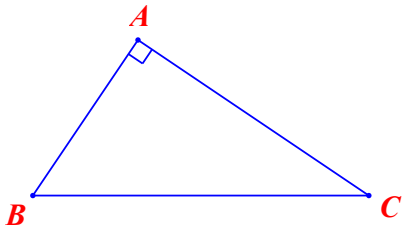
$\sin B = \dfrac{AC}{BC}$ (tỉ số cạnh đối và cạnh kề) $\quad$ $\cos B = \dfrac{AB}{BC}$ (tỉ số cạnh kề và cạnh huyền)

$\tan B = \dfrac{AC}{AB}$ (tỉ số cạnh đối và cạnh kề) $\quad$ $\cot B = \dfrac{AB}{AC}$ (tỉ số cạnh kề và cạnh đối)

**Chú ý:** Giá trị *sin* và *cos* của một góc nhọn luôn nhỏ hơn 1 (vì trong tam giác vuông, cạnh huyền là cạnh lớn nhất).

### II. Tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau

Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$. Khi đó, góc $B$ và góc $C$ là hai góc phụ nhau.




**Định lí:**

Nếu hai góc phụ nhau thì sin góc này bằng cos góc kia và tan góc này bằng cot góc kia.

$\sin B = \cos C$ $\quad$ $\cos B = \sin C$ $\quad$ $\tan B = \cot C$ $\quad$ $\cot B = \tan C$

**Chú ý:** Một số công thức biến đổi

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ $\quad$ $\tan \alpha . \cot \alpha = 1$ $\quad$ $\tan \alpha = \dfrac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ $\quad$ $\cot \alpha = \dfrac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$

**Bảng tỉ số lượng giác của các góc đặc biệt:**

| | $30°$ | $45°$ | $60°$ |
|---|---|---|---|
| $\sin\alpha$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ |
| $\cos\alpha$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |
| $\tan\alpha$ | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | $1$ | $\sqrt{3}$ |
| $\cot\alpha$ | $\sqrt{3}$ | $1$ | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ |

## A. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

### I – MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

***Câu 1:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại A có góc nhọn $C$ bằng $\alpha$ Khi đó $\cos\alpha$ bằng

**A.** $\cos\alpha=\frac{AB}{BC}$ **B.** $\cos\alpha=\frac{AC}{BC}$

**C.** $\cos\alpha=\frac{AB}{AC}$ **D.** $\cos\alpha=\frac{AC}{AB}$

***Câu 2:*** Cho $\alpha$ là góc nhọn bất kì. Khẳng định đúng là

**A.** $\cos\alpha=\frac{1}{\tan\alpha}$ **B.** $\sin\alpha=\frac{1}{\tan\alpha}$

**C.** $\cot\alpha=\frac{1}{\tan\alpha}$ **D.** $\cot\alpha=\frac{1}{\sin\alpha}$

***Câu 3:*** Cho tam giác vuông có góc $\alpha$ là góc nhọn. Khẳng định sai là

**A.** Tỉ số giữa cạnh đối và cạnh huyền được gọi là cosin của góc $\alpha$, kí hiệu cos $\alpha$

**B.** Tỉ số giữa cạnh kề và cạnh huyền được gọi là cosin của góc $\alpha$, kí hiệu cos $\alpha$

**C.** Tỉ số giữa cạnh đối và cạnh kề được gọi là tang của góc $\alpha$, kí hiệu tan $\alpha$

**D.** Tỉ số giữa cạnh kề và cạnh đối được gọi là cosin của góc $\alpha$, kí hiệu cot $\alpha$

***Câu 4:*** Cho $\alpha$ là góc nhọn bất kì có $\tan\alpha=\frac{1}{7}$, khi đó $\cot\alpha$ bằng:

**A.** $\cot\alpha=\frac{1}{7}$ **B.** $\cot\alpha=\frac{-1}{7}$

**C.** $\cot\alpha=7$ **D.** $\cot\alpha=-7$

***Câu 5:*** Cho $\alpha;\ \beta$ là hai góc nhọn phụ nhau, khi đó:

**A.** $\sin\alpha=\cos\beta$ **B.** $\sin\alpha=\cot\beta$

**C.** $\sin\alpha=\tan\beta$ **D.** $\cos\alpha=\cot\beta$

***Câu 6:*** Tỉ số lượng giác của góc nào lớn hơn tỉ số lượng giác của góc $45°$?

**A.** $\sin 25°$ **B.** $\cos 25°$ **C.** $\cos 30°$ **D.** $\tan 50°$

***Câu 7:*** Tỉ số lượng giác của góc nào nhỏ hơn tỉ số lượng giác của góc $45°$?

**A.** $\cos 55°$ **B.** $\sin 75°$ **C.** $\cot 30°$ **D.** $\tan 40°$

## II – MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

***Câu 8:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại A Khi đó, trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

**A.** $\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{\cos C}{\cos B}$ **B.** $\sin B=\cos C$

**C.** $\sin B=\tan C$ **D.** $\tan B=\cos C$

***Câu 9:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại C có $AC=1cm,\ BC=2cm$. Tính tỉ số lượng giác sinB, cosB

**A.** $\sin B=\dfrac{1}{\sqrt{3}};\cos B=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\sin B=\dfrac{\sqrt{5}}{5};\cos B=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

**C.** $\sin B=\dfrac{1}{2};\cos B=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$ **D.** $\sin B=\dfrac{2\sqrt{5}}{5};\cos B=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

***Câu 10:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $C$ có $AC=1,2cm, BC=0,9cm$ .Tính các tỉ số lượng giác sinB, cosB

**A.** $\sin B=0,6;\ \cos B=0,8$ **B.** $\sin B=0,8;\ \cos B=0,6$

**C.** $\sin B=0,4;\ \cos B=0,8$ **D.** $\sin B=0,6;\ \cos B=0,4$

***Câu 11:*** Cho tam giác $ABC$, vuông tại A có $AB=3; AC=4$ .Chọn khẳng định sai?

**A.** $\sin B=\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{4}{5}$ **B.** $\cos B=\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{3}{5}$

**C.** $\tan B=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{4}{3}$ **D.** $\cot B=\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{4}{5}$

***Câu 12:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$, có $\widehat{B}=34°$ Khi đó:

**A.** $\sin B=\sin 34°=\dfrac{AB}{BC}$ **B.** $\cos B=\cos 34°=\dfrac{AB}{BC}$

**C.** $\tan B=\tan 34°=\dfrac{AC}{BC}$ **D.** $\cot B=\cot 34°=\dfrac{AC}{AB}$

***Câu 13:*** Không dùng MTBT, tính giá trị của biểu thức $M=\sin 35°12'-\sin 20°25'$ ( làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba )

**A.** $M=0,15$ **B.** $M=0,154$ **C.** $M=0,23$ **D.** $M=0,228$

***Câu 14:*** Không dùng MTBT, tìm độ đo của góc nhọn $x$ (làm tròn đến phút) của $\cot x=1,254$

**A.** $x\approx 51°25'$ **B.** $x\approx 51°52'$ **C.** $x\approx 38°34'$ **D.** $x\approx 38°43'$

***Câu 15:*** Không dùng MTBT, tính giá trị của biểu thức $K=\tan 76°-\cot 14°$

**A.** $K=0$ **B.** $K=1$ **C.** $K=2$ **D.** $K=3$

***Bài 16:*** Không dùng MTBT, tính giá trị của biểu thức $I=\dfrac{\sin 32°}{\cos 58°}$

**A.** $I=4$ **B.** $I=2$ **C.** $I=1$ **D.** $I=3$

## III – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

***Câu 17:*** Một cái thang dài 6m, được đặt tạo với mặt đất một góc $60°$, vậy chân thang cách tường bao nhiêu mét?

**A.** 3m **B.** $3,2$m **C.** $7,8$m **D.** $0,4m$

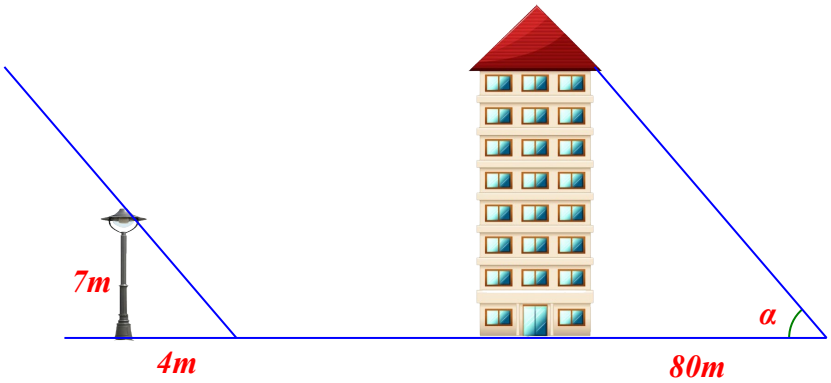
***Câu 18.*** Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài là $30m$, góc giữa đường chéo và chiều dài của mảnh vườn là $30°$. Tính chiều rộng của mảnh vườn hình chữ nhật đó.

**A.** $20\sqrt{3}m$ **B.** $10\sqrt{3}m$ **C.** $10\sqrt{6}\,m$ **D.** $20\sqrt{6}\,m$

***Câu 19:*** Một máy bay đang bay ở độ cao $12\,km$, khi hạ cánh xuống mặt đất, đường đi của máy bay tạo với mặt đất một góc nghiêng $\alpha$. Nếu cách sân bay $320km$ máy bay bắt hạ cánh thì góc nghiêng $\alpha$ làm tròn đến phút) là

**A.** $\alpha \approx 87°51'$ **B.** $\alpha \approx 87°52'$ **C.** $\alpha \approx 2°9'$ **D.** $\alpha \approx 2°8'$

***Câu 20:*** Một cột đèn cao $7m$ có bóng trên mặt đất dài $4m$, gần đó có một tòa nhà cao tầng có bóng trên mặt đất dài $80m$ ( hình vẽ ). Em hãy cho biết tòa nhà đó có bao nhiêu tầng, biết rằng mỗi tầng cao $2m$




**A.** 80 tầng **B.** 75 tầng
**C.** 70 tầng **D.** 60 tầng

## IV – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

***Câu 21:*** Một học sinh dùng giác kế, đứng cách chân cột cờ 10m rồi chỉnh mặt ngắm cao bằng mắt của mình để xác định góc " nâng " ( góc tạo bởi tia sáng đi thẳng từ cột cờ với mắt tạo với phương nằm ngang). Khi đó góc nâng đo được là $31°$, biết khoảng cách từ mặt sân đến mắt học sinh đó bằng $1,5m$, tính chiều cao cột cờ ( kết quả làm tròn đến một chữ số thập phân )

**A.** $6,0m$ **B.** $16,6m$ **C.** $7,5m$ **D.** $5,0\,m$

***Câu 22:*** Tính chiều cao của một ngọn núi ( làm tròn đến mét ), biết tại hai điểm A, B cách nhau 500m, người ta nhìn thấy đỉnh núi với góc nâng lần lượt là $34°$, $38°$

**A.** Chiều cao ngọn núi là $2667,7m$ **B.** Chiều cao ngọn núi là $2647,7m$
**C.** Chiều cao ngọn núi là $2467,7m$ **D.** Chiều cao ngọn núi là $2447,7m$

***Câu 23:*** Trên một quả đồi có một cái tháp cao $100m$, từ đỉnh B và chân C của tháp nhìn điểm A ở chân đồi dưới các góc tương ứng bằng $60°$ và $30°$ so với phương nằm ngang. Chiều cao $h$ của quả đồi là $70°$

**A.** $h=50m$ **B.** $h=45m$ **C.** $h=52m$ **D.** $h=47m$

***Câu 24:*** Từ nhà bạn An đến trường học, bạn phải đi đò qua một khúc sông rộng đến điểm A ( bờ bên kia) rồi từ A đi bộ đến trường tại điểm D ( ở hình bên ) Thực tế, do nước chảy nên chiếc đò bị dòng nước đẩy xiên một góc đưa bạn tới điểm C ( bờ bên kia ) Từ C bạn An đi bộ đến trường theo đường CD mất thời gian gấp đôi khi đi từ A đến trường theo đường AD. Độ dài quãng đường CD là (giả sử vận tốc đi bộ của bạn An không thay đổi ( chuyển động thẳng đều ) kết quả làm tròn đến hàng đơn vị )

**A.** $190m$ **B.** $220m$ **C.** $200m$ **D.** $210m$

***Câu 25:*** Nhà bạn Bình có gác lửng cao so với nền nhà là 3m. Ba của bạn Bình cần đặt một thang đi lên gác, biết khi đặt thang phải để thang tạo được với mặt đất một góc $70°$ thì đảm bảo sự an toàn khi sử dụng. Với kiến thức đã học, Bình hãy giúp Ba của mình tính chiều dài thang là bao nhiêu mét để sử dụng ( kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

**A.** $4,24$ **B.** $2,34$ **C.** $2,43$ **D.** $3,19$

## B. CÁC DẠNG TỰ LUẬN

### *Dạng 1. Tính tỉ số lượng giác của góc nhọn, tính cạnh, tính góc.*

**Phương pháp giải**

- ***Vận dụng các tỉ số lượng giác của góc $B$ và các công thức biến đổi (xem ở phần lý thuyết trên).***

**Bài 1.** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $C$ có $BC = 1,2m, AC = 0,9m.$ Tính các tỉ số lượng giác của góc $B$. Từ đó suy ra tỉ số lượng giác của góc $A$.

**Bài 2.** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$, đường cao $AH$. Hãy tính $\sin B$ và $\sin C$ trong các trường hợp sau (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 4):

a) $AB = 13cm; BH = 0,5dm.$

b) $AH = 3cm; CH = 4cm.$

**Bài 3.** Cho tam giác $ABC$ có $AB = a\sqrt{5}; BC = a\sqrt{3}; AC = a\sqrt{2}.$

a) Chứng minh tam giác $ABC$ là tam giác vuông.

b) Tính các tỉ số lượng giác của góc $B$. Từ đó suy ra tỉ số lượng giác của góc $A$.

**Bài 4.** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$. Hãy tính các tỉ số lượng giác của góc $C$ biết rằng: $\cos C = 0,6.$

**Bài 5.** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$, $AB = 5cm, \cot B = \frac{5}{8}.$ Tính độ dài các đoạn thẳng $AC$ và $BC.$

### *Dạng 2. Sắp thứ tự dãy các tỉ số lượng giác và tính giá trị biểu thức*

**Phương pháp giải**

***Để sắp xếp thứ tự dãy các tỉ số lượng giác cho trước, ta cần làm được hai bước sau:***

- ***Bước 1: Đưa về các tỉ số lượng giác trong các bài toán cùng loại bằng cách sử dụng tính chất: "Nếu hai góc phụ nhau thì sin góc này bằng cos góc kia, tan góc này bằng cot góc kia".***
- ***Bước 2: Với hai góc nhọn $\alpha, \beta$, ta có:***

$\sin\alpha < \sin\beta \Leftrightarrow \alpha < \beta$;
$\cos\alpha < \cos\beta \Leftrightarrow \alpha > \beta$;
$\tan\alpha < \tan\beta \Leftrightarrow \alpha < \beta$;
$\cot\alpha < \cot\beta \Leftrightarrow \alpha > \beta$.

**Bài 1.** Không dùng bảng số và máy tính, hãy so sánh:

a) $\sin 20°$ và $\sin 70°$.
b) $\cos 60°$ và $\cos 70°$.
c) $\tan 73°20'$ và $\tan 45°$.
d) $\cot 20°$ và $\cot 37°40'$.

**Bài 2.** Sắp xếp các tỉ số lượng giác sau theo thứ tự

a) Từ bé đến lớn: $\tan 42°, \cot 71°, \tan 38°, \cot 69°15', \tan 28°$.
b) Từ lớn đến bé: $\cos 67°, \sin 56°, \cos 63°41', \sin 74°, \cos 85°$.

**Bài 3.** Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = \sin 23° - \cos 67°$;
b) $B = \cos 34° - \sin 56°$;
c) $C = \tan 18° - \cot 72°$;
d) $D = \sin^2 10° + \cos^2 10°$;
e) $E = \sin^2 60° + \sin^2 30°$;
f) $F = \cos 25° - \sin 65°$;
g) $G = \tan 40° - \cot 50°$;
h) $H = \dfrac{1}{\cot 2°}.\tan 2°$.

**Bài 4.** Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = \dfrac{\sin 60°.\cos 30°}{2.\cot 45°}$;
b) $B = \sin 30° - 2\cos 60° + \tan 45°$;
c) $C = \sin 45° + \cot 60°.\cos 30°$;
d) $D = \cot 44°.\cot 45°.\cot 46°$;
e) $E = \dfrac{3.\cot 60°}{2\cos^2 60° - 1}$;
f) $F = \dfrac{\cos 60°}{1+\sin 60°} + \dfrac{1}{\tan 30°}$;
g) $G = 10 - \sin^2 45° + 3\cos^2 60° - 5\cos^3 45°$;
h) $H = \tan 45°.\cos 30°.\cot 30°$.

**Bài 5.** Không dùng bảng số và máy tính, hãy tính:

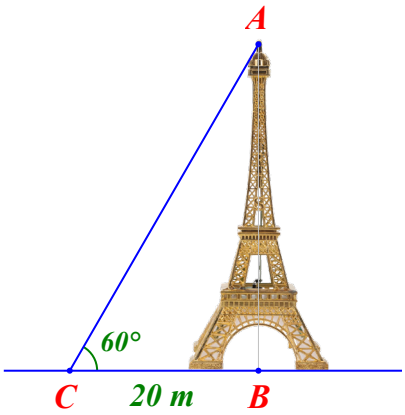
a) $A = \sin 10° + \sin 10° - \cos 50° - \cos 80°$;
b) $B = \cos^2 15° + \cos^2 55° + \cos^2 35° + \cos^2 75°$;
c) $C = \cos^2 81° + \cos^2 9° - 5.\cot 62°.\cot 28°$;
d) $D = \cos^2 20° + \cos^2 30° + \cos^2 40° + \cos^2 50° + \cos^2 60° + \cos^2 70°$;
e) $E = \sin^2 5° + \sin^2 25° + \sin^2 45° + \sin^2 65° + \sin^2 85°$.
f) $F = 12.\tan 32°.\tan 58° + \sin^2 51° + \sin^2 39° - \dfrac{8.\cot 35°}{\tan 55°}$;
g) $G = \sin^2 50° + \sin^2 40° - \tan 28° + \cot 62° - \dfrac{\cot 22°}{\tan 68°}$;
h) $H = \cot 13°.\cot 77° - \sin^2 26° - \dfrac{2\sin 37°}{3\cos 53°} - \sin^2 64°$.

***Dạng 3.Toán thực tế***

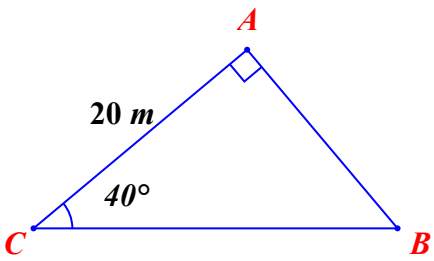
**Phương pháp giải**

- *Vận dụng các tỉ số lượng giác của góc $B$ và các công thức biến đổi (xem ở phần lý thuyết trên) để giải các bài toán thực tế.*

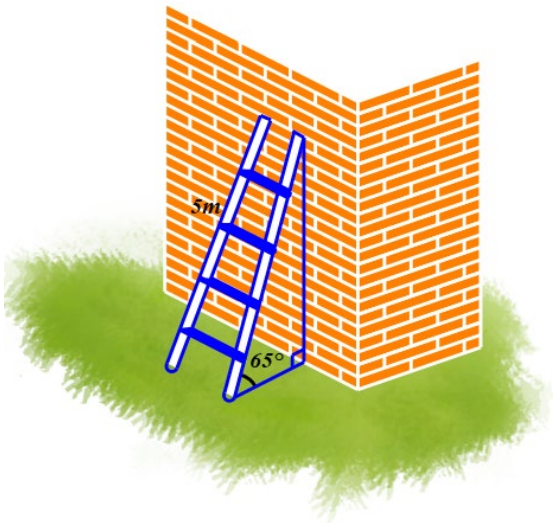
**Bài 1.** Vào thời điểm các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc $60°$, bóng của một cái tháp trên mặt đất dài $20m$ (hình vẽ bên). Tính chiều cao của tháp. (Kết quả làm tròn đến số thập phân thứ hai)



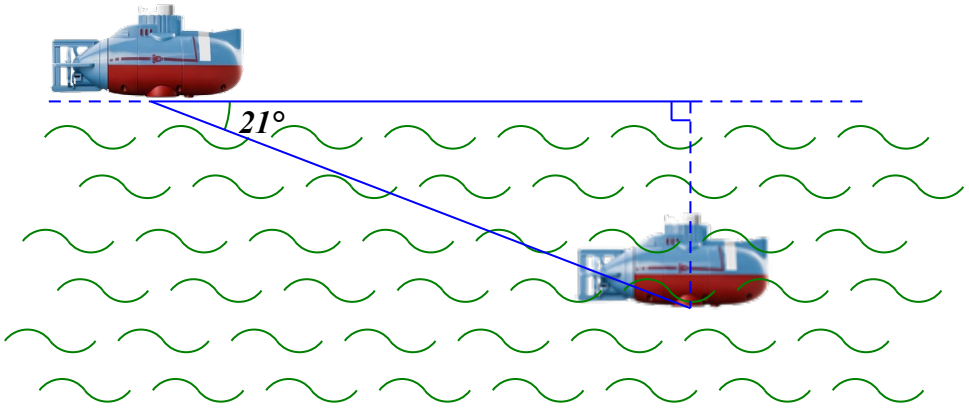

**Bài 2.** Để đo chiều cao của một tháp, không thể trèo lên đỉnh, người ta dùng thước dài, thước đo góc và đèn laser để thực hiện thao đó thu được kết quả như hình vẽ. Hãy tính chiều cao của tháp.




**Bài 3.** Đặt một chiếc thang dài $5$ mét vào bức tường như hình vẽ, để người trèo thang được an toàn, theo kinh nghiệm người ta đặt chiếc thang đó tạo với mặt đất góc $65°$. Hỏi khi đó chiếc thang đạt độ cao bao nhiêu?




**Bài 4.** Trong một buổi luyện tập, một tàu ngầm ở trên mặt biển bắt đầu lặn xuống và di chuyển theo một đường thẳng tạo với mặt nước biển một góc $21^0$. (Hình 30)




*Hình 30*

a) Khi tàu chuyển động theo hướng đó và đi được 250m thì tàu ở độ sâu bao nhiêu so với mặt nước (làm tròn đến hàng đơn vị).

b) Giả sử tốc độ trung bình của tàu là 9km/h thì sau bao lâu (tính từ lúc bắt đầu lặn) tàu ở độ sâu 200 mét (cách mặt nước biển 200m) (làm tròn đến phút).

**Bài 5.** Một khúc sông rộng khoảng $250\,m$. Một chiếc đò chèo qua sông bị dòng nước đẩy lệch đi một góc $40°$. Hỏi con đò phải đi thêm bao nhiêu mét nữa so với dự định ban đầu để qua được khúc sông ấy?

## C. ĐÁP ÁN BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM:

**BẢNG ĐÁP ÁN BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| B | C | D | C | A | D | D | C | C | B |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| D | D | B | A | C | B | A | B | B | A |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | | | | | |
| C | C | A | C | D | | | | | |

### HƯỚNG DẪN

***Câu 1:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại A có góc nhọn $C$ bằng $\alpha$ Khi đó $\cos\alpha$ bằng

**A.** $\cos\alpha = \dfrac{AB}{BC}$ **B.** $\cos\alpha = \dfrac{AC}{BC}$

**C.** $\cos\alpha = \dfrac{AB}{AC}$ **D.** $\cos\alpha = \dfrac{AC}{AB}$

### HƯỚNG DẪN

**Chọn B,** theo định nghĩa tỉ số lượng giác trong tam giác vuông.

***Câu 2:*** Cho $\alpha$ là góc nhọn bất kì. Khẳng định đúng là

**A.** $\cos\alpha = \dfrac{1}{\tan\alpha}$ **B.** $\sin\alpha = \dfrac{1}{\tan\alpha}$

**C.** $\cot\alpha = \dfrac{1}{\tan\alpha}$ **D.** $\cot\alpha = \dfrac{1}{\sin\alpha}$

### HƯỚNG DẪN

**Chọn C,** theo định nghĩa tỉ số lượng giác trong tam giác vuông.

***Câu 3:*** Cho tam giác vuông có góc $\alpha$ là góc nhọn. Khẳng định sai là

**A.** Tỉ số giữa cạnh đối và cạnh huyền được gọi là cosin của góc $\alpha$, kí hiệu cos $\alpha$

**B.** Tỉ số giữa cạnh kề và cạnh huyền được gọi là cosin của góc $\alpha$, kí hiệu cos $\alpha$

**C.** Tỉ số giữa cạnh đối và cạnh kề được gọi là tang của góc $\alpha$, kí hiệu tan $\alpha$

**D.** Tỉ số giữa cạnh kề và cạnh đối được gọi là cosin của góc $\alpha$, kí hiệu cot $\alpha$

### HƯỚNG DẪN

**Chọn D,** theo định nghĩa tỉ số lượng giác trong tam giác vuông.

***Câu 4:*** Cho $\alpha$ là góc nhọn bất kì có $\tan\alpha = \dfrac{1}{7}$, khi đó $\cot\alpha$ bằng:

**A.** $\cot\alpha = \dfrac{1}{7}$ **B.** $\cot\alpha = \dfrac{-1}{7}$

**C.** $\cot\alpha = 7$ **D.** $\cot\alpha = -7$

**HƯỚNG DẪN**

**Chọn C,** theo tính chất tỉ số lượng giác trong tam giác vuông

***Câu 5:*** Cho $\alpha$; $\beta$ là hai góc nhọn phụ nhau, khi đó:

**A.** $\sin\alpha = \cos\beta$ **B.** $\sin\alpha = \cot\beta$

**C.** $\sin\alpha = \tan\beta$ **D.** $\cos\alpha = \cot\beta$

**HƯỚNG DẪN**

**Chọn A** theo tính chất tỉ số lượng giác trong tam giác vuông

***Câu 6:*** Tỉ số lượng giác của góc nào lớn hơn tỉ số lượng giác của góc $45°$?

**A.** $\sin 25°$ **B.** $\cos 25°$

**C.** $\cos 30°$ **D.** $\tan 50°$

**HƯỚNG DẪN**

**Chọn D** theo tính chất tỉ số lượng giác trong tam giác vuông

***Câu 7:*** Tỉ số lượng giác của góc nào nhỏ hơn tỉ số lượng giác của góc $45°$?

**A.** $\cos 55°$ **B.** $\sin 75°$

**C.** $\cot 30°$ **D.** $\tan 40°$

**HƯỚNG DẪN**

**Chọn D** theo tính chất tỉ số lượng giác trong tam giác vuông

## II – MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

***Câu 8:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại A. Khi đó, trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

**A.** $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{\cos C}{\cos B}$ **B.** $\sin B = \cos C$

**C.** $\sin B = \tan C$ **D.** $\tan B = \cos C$

**HƯỚNG DẪN**

**Chọn C,** theo tính chất tỉ số lượng giác trong tam giác vuông

***Câu 9:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại C có $AC = 1cm,\ BC = 2cm$. Tính tỉ số lượng giác sinB, cosB

**A.** $\sin B = \dfrac{1}{\sqrt{3}}; \cos B = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\sin B = \dfrac{\sqrt{5}}{5}; \cos B = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

**C.** $\sin B = \dfrac{1}{2}; \cos B = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$ **D.** $\sin B = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}; \cos B = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$

**HƯỚNG DẪN**

Theo định lý Pytago, tính được AB=$\sqrt{5}$cm

$\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{5}}{5}; \cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

***Câu 10:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $C$ có $AC = 1,2cm, BC = 0,9cm$ .Tính các tỉ số lượng giác sinB, cosB

**A.** $\sin B = 0,6; \cos B = 0,8$ **B.** $\sin B = 0,8; \cos B = 0,6$

**C.** $\sin B = 0,4; \cos B = 0,8$ **D.** $\sin B = 0,6; \cos B = 0,4$

**HƯỚNG DẪN**

Theo định lý Pytago, tính được AB=1,5cm

Theo tỉ số lượng giác, ta có: $\sin B = 0,8; \cos B = 0,6$

***Câu 11:*** Cho tam giác $ABC$, vuông tại A có $AB = 3; AC = 4$ .Chọn khẳng định sai?

**A.** $\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5}$ **B.** $\cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5}$

**C.** $\tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{3}$ **D.** $\cot B = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5}$

**HƯỚNG DẪN**

Vì theo tỉ số lượng giác trong tam giác vuông: $\cot B = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}$

***Câu 12:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$, có $\widehat{B} = 34°$ Khi đó:

**A.** $\sin B = \sin 34° = \frac{AB}{BC}$ **B.** $\cos B = \cos 34° = \frac{AB}{BC}$

**C.** $\tan B = \tan 34° = \frac{AC}{BC}$ **D.** $\cot B = \cot 34° = \frac{AC}{AB}$

**HƯỚNG DẪN**

**Chọn B,** theo định nghĩa tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông

***Câu 13.*** Dùng MTBT, tính giá trị của biểu thức $M = \sin 35°12' - \sin 20°25'$ ( làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba )

**A.** $M = 0,15$ **B.** $M = 0,154$ **C.** $M = 0,23$ **D.** $M = 0,228$

**HƯỚNG DẪN**

Bấm máy tính

***Câu14.*** Dùng MTBT, tìm độ đo của góc nhọn $x$ ( làm tròn đến phút) của $\cot x = 1,254$

**A.** $x \approx 51°25'$ **B.** $x \approx 51°52'$ **C.** $x \approx 38°34'$ **D.** $x \approx 38°43'$

**HƯỚNG DẪN**

Bấm máy tính

***Câu 15.*** Không dùng MTBT, tính giá trị của biểu thức $K = \tan 76° - \cot 14°$

**A.** $K = 0$ **B.** $K = 1$ **C.** $K = 2$ **D.** $K = 3$

**HƯỚNG DẪN**

Vì $\tan 76° = \cot 14°$ nên $K = \tan 76° - \cot 14° = 0$

***Bài 16.*** Không dùng MTBT, tính giá trị của biểu thức $I = \dfrac{\sin 32°}{\cos 58°}$

**A.** $I = 4$ **B.** $I = 2$ **C.** $I = 1$ **D.** $I = 3$

**HƯỚNG DẪN**

Vì $\sin 32° = \cos 58°$ nên $\dfrac{\sin 32°}{\cos 58°} = 1$

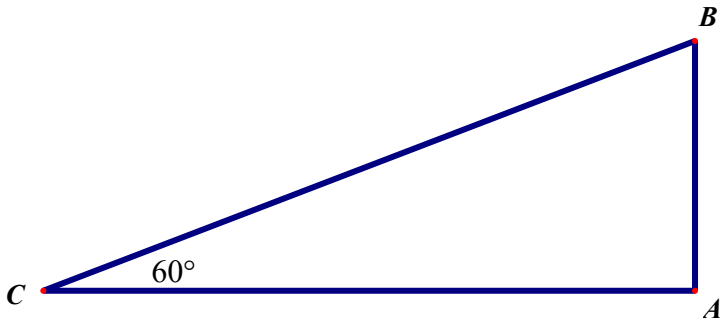
## III – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

***Câu 17:*** Một cái thang dài 6m, được đặt tạo với mặt đất một góc $60°$, vậy chân thang cách tường bao nhiêu mét?

**A.** 3m **B.** $3,2$m **C.** $7,8$m **D.** $0,4m$

**HƯỚNG DẪN**

Theo đề ta có hình vẽ minh họa sau :

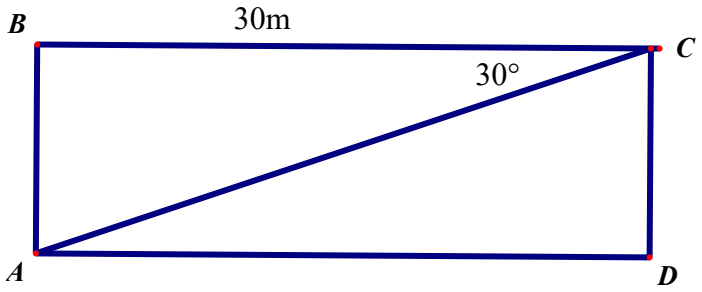



Chân thang cách tường số mét là : $AC = BC.\cos 60° = 6.\cos 60° = 6.\dfrac{1}{2} = 3\,(\text{m})$

***Câu 18.*** Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài là $30m$, góc giữa đường chéo và chiều dài của mảnh vườn là $30°$. Tính chiều rộng của mảnh vườn hình chữ nhật đó.

**A.** $20\sqrt{3}m$ **B.** $10\sqrt{3}m$ **C.** $10\sqrt{6}\,m$ **D.** $20\sqrt{6}\,m$

**HƯỚNG DẪN**



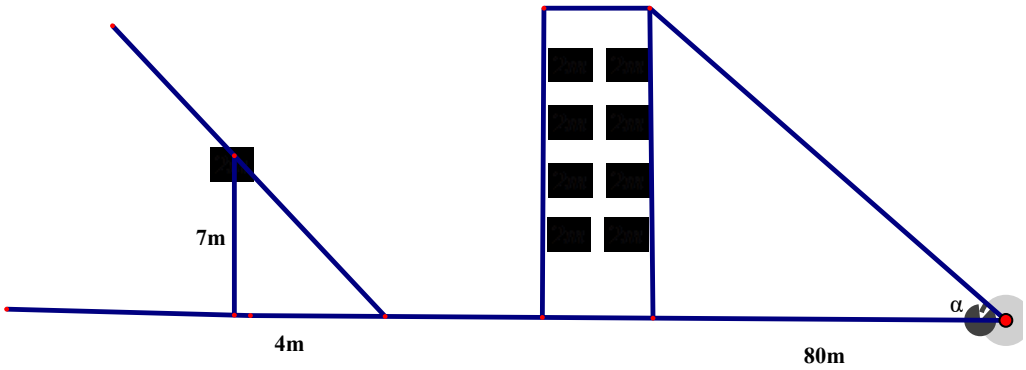

Chiều rộng của mảnh vườn hình chữ nhật là : $AB = BC.\tan C = 30.\tan 30° = 10\sqrt{3}$

***Câu 19:*** Một máy bay đang bay ở độ cao $12\,km$, khi hạ cánh xuống mặt đất, đường đi của máy bay tạo với mặt đất một góc nghiêng $\alpha$. Nếu cách sân bay $320km$ máy bay bắt hạ cánh thì góc nghiêng $\alpha$ ( làm tròn đến phút ) là

**A.** $\alpha \approx 87°51'$ **B.** $\alpha \approx 87°52'$ **C.** $\alpha \approx 2°9'$ **D.** $\alpha \approx 2°8'$

**HƯỚNG DẪN**

***Câu 20:*** Một cột đèn cao $7m$ có bóng trên mặt đất dài $4m$, gần đó có một tòa nhà cao tầng có bóng trên mặt đất dài $80m$ ( hình vẽ ). Em hãy cho biết tòa nhà đó có bao nhiêu tầng, biết rằng mỗi tầng cao $2m$




**A.** 80 tầng **B.** 75 tầng
**C.** 70 tầng **D.** 60 tầng

**HƯỚNG DẪN**

## IV – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

***Câu 21:*** Một học sinh dùng giác kế, đứng cách chân cột cờ 10m rồi chỉnh mặt ngắm cao bằng mắt của mình để xác định góc " nâng " ( góc tạo bởi tia sáng đi thẳng từ cột cờ với mắt tạo với phương nằm ngang). Khi đó góc nâng đo được là $31°$, biết khoảng cách từ mặt sân đến mắt học sinh đó bằng $1,5m$, tính chiều cao cột cờ ( kết quả làm tròn đến một chữ số thập phân )

**A.** $6,0m$ **B.** $16,6m$
**C.** $7,5m$ **D.** $5,0\,m$

**HƯỚNG DẪN**

***Câu 22:*** Tính chiều cao của một ngọn núi ( làm tròn đến mét ), biết tại hai điểm A, B cách nhau 500m, người ta nhìn thấy đỉnh núi với góc nâng lần lượt là $34°$, $38°$

**A.** Chiều cao ngọn núi là $2667,7m$

**B.** Chiều cao ngọn núi là $2647,7m$

**C.** Chiều cao ngọn núi là $2467,7m$

**D.** Chiều cao ngọn núi là $2447,7m$

**HƯỚNG DẪN**

***Câu 23:*** Trên một quả đồi có một cái tháp cao $100m$, từ đỉnh B và chân C của tháp nhìn điểm A ở chân đồi dưới các góc tương ứng bằng $60°$ và $30°$ so với phương nằm ngang. Chiều cao $h$ của quả đồi là $70°$

**A.** $h = 50m$

**B.** $h = 45m$

**C.** $h = 52m$

**D.** $h = 47m$

**HƯỚNG DẪN**

***Câu 24:*** Từ nhà bạn An đến trường học, bạn phải đi đò qua một khúc sông rộng đến điểm A ( bờ bên kia) rồi từ A đi bộ đến trường tại điểm D ( ở hình bên ) Thực tế, do nước chảy nên chiếc đò bị dòng nước đẩy xiên một góc đưa bạn tới điểm C ( bờ bên kia ) Từ C bạn An đi bộ đến trường theo đường CD mất thời gian gấp đôi khi đi từ A đến trường theo đường AD. Độ dài quãng đường CD là

( giả sử vận tốc đi bộ của bạn An không thay đổi ( chuyển động thẳng đều ) kết quả làm tròn đến hàng đơn vị )

**A.** $190m$

**B.** $220m$

**C.** $200m$

**D.** $210m$

**HƯỚNG DẪN**

***Câu 25:*** Nhà bạn Bình có gác lửng cao so với nền nhà là 3m. Ba của bạn Bình cần đặt một thang đi lên gác, biết khi đặt thang phải để thang tạo được với mặt đất một góc $70°$ thì đảm bảo sự an toàn khi sử dụng. Với kiến thức đã học, Bình hãy giúp Ba của mình tính chiều dài thang là bao nhiêu mét để sử dụng ( kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

**A.** $4,24$

**B.** $2,34$

**C.** $2,43$

**D.** $3,19$

## HƯỚNG DẪN

## D. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT CÁC DẠNG BÀI TỰ LUẬN

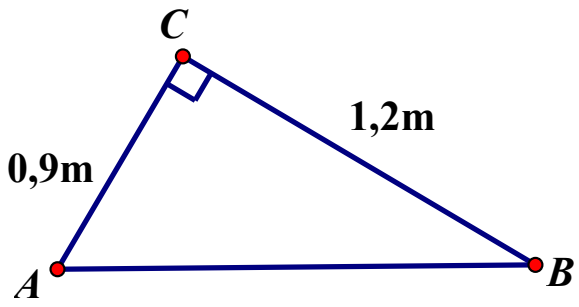
***Dạng 1.Tính tỉ số lượng giác của góc nhọn, tính cạnh, tính góc.***

**Phương pháp giải**

- ***Vận dụng các tỉ số lượng giác của góc $B$ và các công thức biến đổi (xem ở phần lý thuyết trên).***

**Bài 1.** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $C$ có $BC=1,2m, AC=0,9m.$ Tính các tỉ số lượng giác của góc $B$. Từ đó suy ra tỉ số lượng giác của góc $A$.

**Lời giải**




Áp dụng định lý Py-ta-go trong tam giác $ABC$ vuông tại $A$, ta có:

$AB^2=AC^2+BC^2=0,9^2+1,2^2=2,25$

$\Rightarrow AB=\sqrt{2,25}=1,5(m).$

Ta có:

$\sin B=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{0,9}{1,5}=\dfrac{3}{5};$

$\cos B=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{1,2}{1,5}=\dfrac{4}{5};$

$\tan B=\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{0,9}{1,2}=\dfrac{3}{4};$

$\cot B=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{1,2}{0,9}=\dfrac{4}{3}.$

Vì $\widehat{A}+\widehat{B}=90°$ là hai góc phụ nhau, nên ta có:

$\sin A=\cos B=\dfrac{4}{5};$

$\cos A=\sin B=\dfrac{3}{5};$

$\tan A=\cot B=\dfrac{4}{3};$

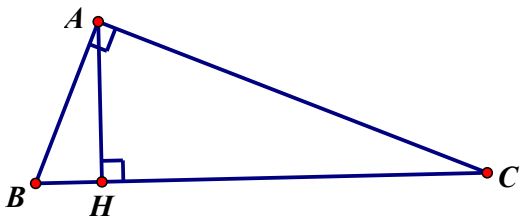
$\cot A=\tan B=\dfrac{3}{4}.$

**Bài 2.** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$, đường cao $AH$. Hãy tính $\sin B$ và $\sin C$ trong các trường hợp sau (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 4):

a) $AB = 13cm; BH = 0,5dm.$

b) $AH = 3cm; CH = 4cm.$

**Lời giải**




a) $BH = 0,5dm = 5cm.$

Áp dụng định lý Py-ta-go trong $\Delta ABH$ vuông tại $H$, ta có: $AH^2 = AB^2 - BH^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$

$\Rightarrow AH = \sqrt{144} = 12(cm).$

Ta có: $\sin B = \dfrac{AH}{AB} = \dfrac{12}{13}$

Vì $\widehat{B} + \widehat{C} = 90°$ là 2 góc phụ nhau

$\Rightarrow \sin C = \cos B = \dfrac{BH}{AB} = \dfrac{5}{13}$

Vậy $\sin B = \dfrac{12}{13}; \sin C = \dfrac{5}{13}.$

b) Áp dụng định lý Py-ta-go trong $\Delta AHC$ vuông tại $H$, ta có:

$AC^2 = AH^2 + CH^2 = 3^2 + 4^2 = 25$

$\Rightarrow CH = \sqrt{25} = 5(cm).$

Ta có: $\sin C = \dfrac{AH}{AC} = \dfrac{3}{5}.$

Mà $\sin B = \cos C = \dfrac{CH}{AC} = \dfrac{4}{5}$

Vậy $\sin B = \dfrac{4}{5}; \sin C = \dfrac{3}{5}.$

**Bài 3.** Cho tam giác $ABC$ có $AB = a\sqrt{5}; BC = a\sqrt{3}; AC = a\sqrt{2}.$

a) Chứng minh tam giác $ABC$ là tam giác vuông.

b) Tính các tỉ số lượng giác của góc $B$. Từ đó suy ra tỉ số lượng giác của góc $A$.

**Lời giải**

a) Ta có: $AB^2 = 5a; BC^2 = 3a; AC^2 = 2a.$

mà $AB^2 = 5a = AC^2 + BC^2$ (theo định lý Py-ta-go đảo)

$\Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại $C$.

b) Ta có:

$AB^2 = AC^2 + CB^2 = 0,9^2 + 1,2^2 = 2,25 \Rightarrow AB = \sqrt{2,25} = 1,5(m).$

$\Rightarrow \sin B = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{0,9}{1,5} = \dfrac{3}{5};$

$\cos B = \dfrac{CB}{AB} = \dfrac{1,2}{1,5} = \dfrac{4}{5};$

$\tan B = \dfrac{AC}{CB} = \dfrac{0,9}{1,2} = \dfrac{3}{4};$

$\cot B = \dfrac{CB}{AC} = \dfrac{1,2}{0,9} = \dfrac{4}{3}.$

Vì góc $A$ và góc $B$ là hai phụ nhau, nên ta có:

$\sin A = \cos B = \dfrac{4}{5};$

$\cos A = \sin B = \dfrac{3}{5};$

$\tan A = \cot B = \dfrac{4}{3};$

$\cot A = \tan B = \dfrac{3}{4}.$

**Bài 4.** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$. Hãy tính các tỉ số lượng giác của góc $C$ biết rằng $\cos C = 0,6.$

**Lời giải**

Ta có:

$+) \sin^2 C + \cos^2 C = 1 \Rightarrow \sin C = \sqrt{1-\cos^2 C} = \sqrt{1-0,6^2} = 0,8.$

$+) \tan C = \dfrac{\sin C}{\cos C} = \dfrac{0,8}{0,6} = \dfrac{4}{3}$

$\Rightarrow \cot C = \dfrac{1}{\tan C} = \dfrac{1}{\dfrac{4}{3}} = \dfrac{3}{4}.$

**Bài 5.** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$, $AB = 5cm, \cot B = \dfrac{5}{8}.$ Tính độ dài các đoạn thẳng $AC$ và $BC$.

**Lời giải**

Ta có:

$\cot B = \dfrac{AB}{AC} \Rightarrow AC = \dfrac{AB}{\cot B} = \dfrac{5}{\dfrac{5}{8}} = 8(cm).$

Áp dụng định Pytago trong tam giác $ABC$ vuông tại $A$, ta có:

$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 5^2 + 8^2 = 89 \Rightarrow BC = \sqrt{89}(cm).$

## *Dạng 2. Sắp thứ tự dãy các tỉ số lượng giác và tính giá trị biểu thức*

**Phương pháp giải**

***Để sắp xếp thứ tự dãy các tỉ số lượng giác cho trước, ta cần làm được hai bước sau:***

- ***Bước 1: Đưa về các tỉ số lượng giác trong các bài toán cùng loại bằng cách sử dụng tính chất: "Nếu hai góc phụ nhau thì sin góc này bằng cos góc kia, tan góc này bằng cot góc kia".***

➢ ***Bước 2: Với hai góc nhọn*** $\alpha, \beta$, ***ta có:***

$\sin\alpha < \sin\beta \Leftrightarrow \alpha < \beta;$

$\cos\alpha < \cos\beta \Leftrightarrow \alpha > \beta;$

$\tan\alpha < \tan\beta \Leftrightarrow \alpha < \beta;$

$\cot\alpha < \cot\beta \Leftrightarrow \alpha > \beta.$

**Bài 1.** Không dùng bảng số và máy tính, hãy so sánh:

a) $\sin 20°$ và $\sin 70°$.

b) $\cos 60°$ và $\cos 70°$.

c) $\tan 73°20'$ và $\tan 45°$.

d) $\cot 20°$ và $\cot 37°40'$.

**Lời giải**

a) Vì $\alpha = 20° < \beta = 70° \Rightarrow \sin 20° < \sin 70°$.

b) Vì $\alpha = 60° < \beta = 70° \Rightarrow \cos 60° > \cos 70°$.

c) Vì $\alpha = 73°20' < \beta = 45° \Rightarrow \tan 73°20' < \tan 45°$.

d) Vì $\alpha = 20° < \beta = 37°40' \Rightarrow \cot 20° > \cot 37°40'$.

**Bài 2.** Sắp xếp các tỉ số lượng giác sau theo thứ tự

a) Từ bé đến lớn: $\tan 42°, \cot 71°, \tan 38°, \cot 69°15', \tan 28°$.

b) Từ lớn đến bé: $\cos 67°, \sin 56°, \cos 63°41', \sin 74°, \cos 85°$.

**Lời giải**

a) Các tỉ số lượng giác sắp xếp từ bé đến lớn là: $\cot 71° < \cot 69°15' < \tan 28° < \tan 42° < \tan 71°$.

b) Các tỉ số lượng giác sắp xếp từ lớn đến bé là: $\sin 74° > \sin 56° > \cos 63°41' > \cos 67° > \cos 85°$.

**Bài 3.** Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = \sin 23° - \cos 67°;$

b) $B = \cos 34° - \sin 56°;$

c) $C = \tan 18° - \cot 72°;$

d) $D = \sin^2 10° + \sin^2 80°;$

e) $E = \sin^2 60° + \sin^2 30°;$

f) $F = \cos 25° - \sin 65°;$

g) $G = \tan 40° - \cot 50°;$

h) $H = \dfrac{1}{\cot 2°}.\tan 88°.$

**Lời giải**

a) $A = \sin 23° - \cos 67° = \sin 23° - \sin 23° = 1 - 1 = 0.$

b) $B = \cos 34° - \sin 56° = \cos 34° - \cos 34° = 1 - 1 = 0.$

c) $C = \tan 18° - \cot 72° = \tan 18° - \tan 18° = 1 - 1 = 0.$

d) $D = \sin^2 10° + \sin^2 80° = \sin^2 10° + \cos^2 10° = 1.$

e) $E = \sin^2 60° + \sin^2 30° = \sin^2 60° + \cos^2 60° = 1.$

f) $F = \cos 25° - \sin 65° = \cos 25° - \cos 25° = 0.$

g) $G = \tan 40° - \cot 50° = \tan 40°.\cot 40° = 1.$

h) $H = \dfrac{1}{\cot 2°}.\tan 88° = \dfrac{1}{\cot 2°}.\cot 2° = 1.$

**Bài 4.** Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = \dfrac{\sin 60°.\cos 30°}{2.\cot 45°};$

b) $B = \sin 30° - 2\cos 60° + \tan 45°;$

c) $C = \sin 45° + \cot 60°.\cos 30°;$

d) $D = \cot 44°.\cot 45°.\cot 46°;$

e) $E=\dfrac{3.\cot 60^\circ}{2\cos^2 60^\circ-1}$;

f) $F=\dfrac{\cos 60^\circ}{1+\sin 60^\circ}+\dfrac{1}{\tan 30^\circ}$;

g) $G=10-\sin^2 45^\circ+3\cos^2 60^\circ-5\cos^3 45^\circ$;

h) $H=\tan 45^\circ.\cos 30^\circ.\cot 30^\circ$.

**Lời giải**

a) $A=\dfrac{\sin 60^\circ.\cos 30^\circ}{2.\cot 45^\circ}=\dfrac{\dfrac{\sqrt{3}}{2}.\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{2.1}=\dfrac{\dfrac{3}{4}}{2}=\dfrac{3}{8}$

Vậy $A=\dfrac{3}{8}$.

b) $B=\sin 30^\circ-2\cos 60^\circ+\tan 45^\circ=\dfrac{1}{2}-2.\dfrac{1}{2}+1=\dfrac{1}{2}$.

Vậy $B=\dfrac{1}{2}$.

c) $C=\sin 45^\circ+\cot 60^\circ.\cos 30^\circ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{3}.\dfrac{1}{2}=\dfrac{\sqrt{6}}{12}$.

Vậy $C=\dfrac{\sqrt{6}}{12}$.

d) $D=\cot 44^\circ.\cot 45^\circ.\cot 46^\circ=\cot 44^\circ.\cot 45^\circ.\tan 44^\circ=1.\cot 45^\circ=1.1=1$.

Vậy $D=1$.

e) $E=\dfrac{3.\cot 60^\circ}{2\cos^2 60^\circ-1}=\dfrac{3.\dfrac{\sqrt{3}}{3}}{2.\left(\dfrac{1}{2}\right)^2-1}=\dfrac{\sqrt{3}}{\dfrac{1}{2}-1}=-2\sqrt{3}$.

Vậy $E=-2\sqrt{3}$.

f) $F=\dfrac{\cos 60^\circ}{1+\sin 60^\circ}+\dfrac{1}{\tan 30^\circ}=\dfrac{1+\dfrac{1}{2}}{1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}}+\cot 30^\circ=6-3\sqrt{3}+\sqrt{3}=6-2\sqrt{3}$.

Vậy $F=6-2\sqrt{3}$.

g) $G=10-\sin^2 45^\circ+3\cos^2 60^\circ-5\cos^3 45^\circ=10-\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+3.\left(\dfrac{1}{2}\right)^2-5.\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^3=\dfrac{41-5\sqrt{2}}{4}$.

Vậy $G=\dfrac{41-5\sqrt{2}}{4}$.

h) $H=\tan 45^\circ.\cos 30^\circ.\cot 30^\circ=1.\dfrac{\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3}=\dfrac{3}{2}$.

Vậy $H=\dfrac{3}{2}$.

**Bài 5.** Không dùng bảng số và máy tính, hãy tính:

a) $A=\sin 10^\circ+\sin 40^\circ-\cos 50^\circ-\cos 80^\circ$;

b) $B=\cos^2 15^\circ+\cos^2 55^\circ+\cos^2 35^\circ+\cos^2 75^\circ$;

c) $C=\cos^2 81°+\cos^2 9°-5.\cot 62°.\cot 28°$;

d) $D=\cos^2 20°+\cos^2 30°+\cos^2 40°+\cos^2 50°+\cos^2 60°+\cos^2 70°$;

e) $E=\sin^2 5°+\sin^2 25°+\sin^2 45°+\sin^2 65°+\sin^2 85°$.

f) $F=12.\tan 32°.\tan 58°+\sin^2 51°+\sin^2 39°-\dfrac{8.\cot 35°}{\tan 55°}$;

g) $G=\sin^2 50°+\sin^2 40°-\tan 28°+\cot 62°-\dfrac{\cot 22°}{\tan 68°}$;

h) $H=\cot 13°.\cot 77°-\sin^2 26°-\dfrac{2\sin 37°}{3\cos 53°}-\sin^2 64°$.

**Lời giải**

a) $A=\sin 10°+\sin 40°-\cos 50°-\cos 80°=\sin 10°+\sin 40°-\sin 40°-\sin 10°$

$=(\sin 10°-\sin 10°)-(\sin 40°+\sin 40°)=0$

Vậy $A=0$.

b) $B=\cos^2 15°+\cos^2 55°+\cos^2 35°+\cos^2 75°=\sin^2 75°+\cos^2 55°+\sin^2 55°+\cos^2 75°$

$=(\sin^2 75°+\cos^2 75°)+(\cos^2 55°+\sin^2 55°)=1+1=2$

Vậy $B=2$.

c) $C=\cos^2 81°+\cos^2 9°-5.\cot 62°.\cot 28°=\sin^2 9°+\cos^2 9°-5.\cot 62°.\tan 62°=1-5.1=-4$.

Vậy $C=-4$.

d) Ta có:

$D=\cos^2 20°+\cos^2 30°+\cos^2 40°+\cos^2 50°+\cos^2 60°+\cos^2 70°$

$=\sin^2 70°+\sin^2 60°+\sin^2 50°+\cos^2 50°+\cos^2 60°+\cos^2 70°$

$=(\sin^2 70°+\cos^2 70°)+(\sin^2 60°+\cos^2 60°)+(\sin^2 50°+\cos^2 50°)$

$=1+1+1=3$

Vậy $D=3$.

e) Ta có: $E=\sin^2 5°+\sin^2 25°+\sin^2 45°+\sin^2 65°+\sin^2 85°$

$=\cos^2 85°+\cos^2 65°+\sin^2 45°+\sin^2 65°+\sin^2 85°=(\cos^2 85°+\sin^2 85°)+(\cos^2 65°+\sin^2 65°)+\sin^2 45°$

$=1+1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}=2+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Vậy $E=2+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

f) $F=12.\tan 32°.\tan 58°+\sin^2 51°+\sin^2 39°-\dfrac{8.\cot 35°}{\tan 55°}$

$=12.\tan 32°.\cot 32°+\sin^2 51°+\cos^2 51°-\dfrac{8.\cot 35°}{\cot 35°}=12.1+1-8=5$

Vậy $F=5$.

g) $G=\sin^2 50°+\sin^2 40°-\tan 28°+\cot 62°-\dfrac{\cot 22°}{\tan 68°}$

$=\cos^2 40°+\sin^2 40°-\cot 62°+\cot 62°-\dfrac{\tan 68°}{\tan 68°}=1-1=0$

Vậy $G = 0$.

h) $H = \cot 13°.\cot 77° - \sin^2 26° - \dfrac{2\sin 37°}{3\cos 53°} - \sin^2 64°$

$= \cot 13°.\tan 13° - \sin^2 26° - \dfrac{2\sin 37°}{3\sin 37°} - \cos^2 26° = 1 - \left(\sin^2 26° + \cos^2 26°\right) - \dfrac{2}{3} = 1 - 1 - \dfrac{2}{3} = -\dfrac{2}{3}$

Vậy $H = -\dfrac{2}{3}$.

***Dạng 3.Toán thực tế***

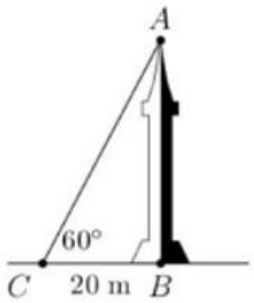
**Phương pháp giải**

- ***Vận dụng các tỉ số lượng giác của góc $B$ và các công thức biến đổi (xem ở phần lý thuyết trên) để giải các bài toán thực tế.***

**Bài 1.**

Vào thời điểm các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc $60°$, bóng của một cái tháp trên mặt đất dài $20m$ (hình vẽ bên). Tính chiều cao của tháp.

(Kết quả làm tròn đến số thập phân thứ hai)



**Lời giải**

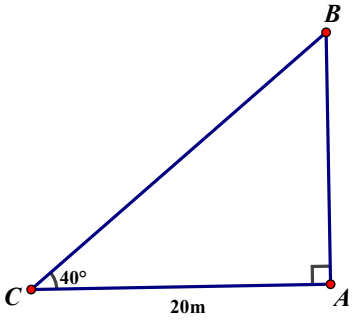
Xét $\Delta ABC$ vuông tại A, có:

$$\tan C = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \tan 60° = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{AB}{20}$$

$$\Rightarrow AB = 20\sqrt{3} \approx 34,64(m).$$

Vậy chiều cao của tháp là $34,64(m)$.

**Bài 2.** Để đo chiều cao của một tháp, không thể trèo lên đỉnh, người ta dùng thước dài, thước đo góc và đèn laser để thực hiện thao đó thu được kết quả như hình vẽ. Hãy tính chiều cao của tháp.



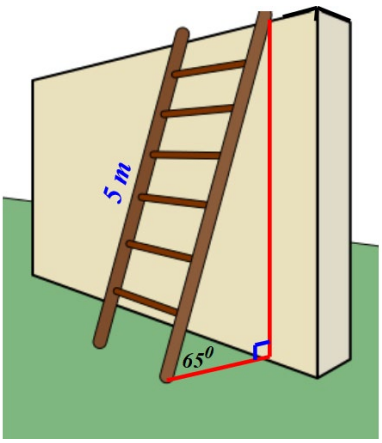

**Lời giải**

Chiều cao của một ngọn tháp chính là cạnh $AB$ của $\Delta ABC$

Ta có $\tan 40° = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AB = AC.\tan 40° = 20.0,84 \simeq 16,8(m)$

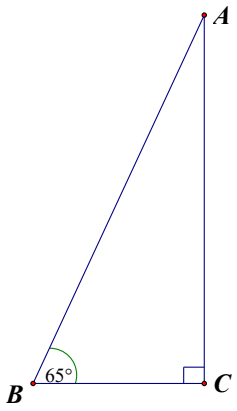
Vậy chiều cao của ngọn tháp đó là $16,8(m)$.

**Bài 3.** Đặt một chiếc thang dài $5$ mét vào bức tường như hình vẽ, để người trèo thang được an toàn, theo kinh nghiệm người ta đặt chiếc thang đó tạo với mặt đất góc $65°$. Hỏi khi đó chiếc thang đạt độ cao bao nhiêu?




**Lời giải**

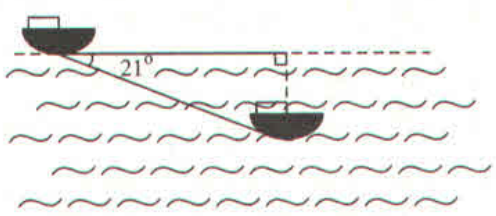
Từ bài toán đã cho ta hình vẽ sau:




Gọi $A$ là vị trí đỉnh thang, $B$ là vị trí chân thang, đoạn $BC$ là khoảng cách từ chân thang đến tường. Khi đó: $\Delta ABC$ vuông tại $C, AB = 5(m), \widehat{B} = 65°$.

Áp dụng hệ thức về cạnh và góc trong tam giác ta có: $AC = AB.\sin 65° = 5.\sin 65° \approx 4,53(m)$.

**Bài 4.** Trong một buổi luyện tập, một tàu ngầm ở trên mặt biển bắt đầu lặn xuống và di chuyển theo một đường thẳng tạo với mặt nước biển một góc $21^0$. (Hình 30)

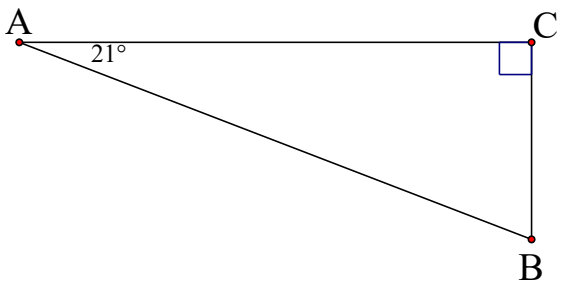



*Hình 30*

a) Khi tàu chuyển động theo hướng đó và đi được 250m thì tàu ở độ sâu bao nhiêu so với mặt nước (làm tròn đến hàng đơn vị).

b) Giả sử tốc độ trung bình của tàu là 9km/h thì sau bao lâu (tính từ lúc bắt đầu lặn) tàu ở độ sâu 200 mét (cách mặt nước biển 200m) (làm tròn đến phút).

**Lời giải**




a) Xét tam giác $ABC$ vuông tại C , $\widehat{CAB} = 21^0, AB = 250m$ . Áp dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn ta có:

$BC = AB.\sin 21^0 = 250 . \sin 21^0 \approx 90\ (m)$.

Vậy tàu ở độ sâu là 90m.

b) Khi tàu ở độ sâu 200 mét

Xét tam giác $ABC$ vuông tại C có:

$$AB = \frac{BC}{\sin 21^0} = \frac{200}{\sin 21^0} = 558,09(m) = 0,55809(km)$$

Thời gian tàu đạt độ sâu 200 mét là: $\frac{0,55809}{9} \approx 0,062$ (giờ) $\approx 4$ (phút)

Vậy sau 4 phút thì tàu ở độ sâu 200 mét.

**Bài 5.** Một khúc sông rộng khoảng $250\ m$. Một chiếc đò chèo qua sông bị dòng nước đẩy lệch đi một góc $40°$. Hỏi con đò phải đi thêm bao nhiêu mét nữa so với dự định ban đầu để qua được khúc sông ấy?

**Lời giải**

Theo đề bài ta có chiều rộng khúc sông là $250\ m$ và $\widehat{BAC} = 40°$ do đó ta có $AB = AC.\cos A$.

Suy ra $AC = \frac{AB}{\cos A} = \frac{250}{\cos 40°} \approx 326(m)$..

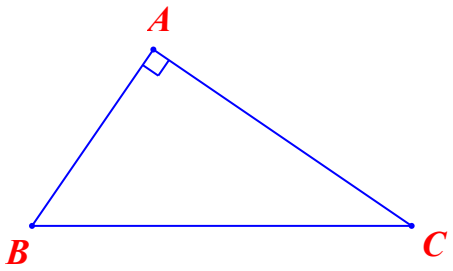
# BÀI 2. MỘT SỐ HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ GÓC TRONG TAM GIÁC VUÔNG

## A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

**Kiến thức cần nhớ**

***I. Hệ thức giữa cạnh huyền và cạnh góc vuông***

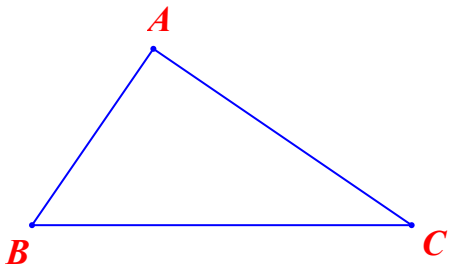
Trong một tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng cạnh huyền nhân với sin góc đối hoặc nhân với côsin góc kề




**Chẳng hạn:** Tam giác ABC vuông tại A, ta có: $AB = BC.\sin C = BC.\cos B$

***II. Hệ thức giữa cạnh huyền và cạnh góc vuông***

Trong một tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng cạnh góc vuông kia nhân với tang góc đối hoặc nhân với côtang góc kề

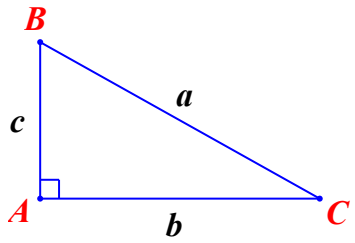



**Chẳng hạn:** Tam giác ABC vuông tại A, ta có: $AB = AC.\tan C = AC.\cot B$

## B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

### I – MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

***Câu 1:*** Cho hình vẽ. Hệ thức nào dưới đây đúng?



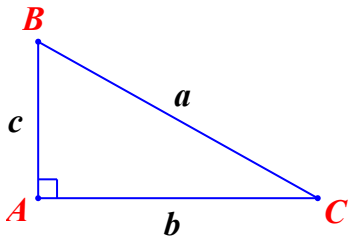

**A.** $b = a\sin B$ **B.** $b = a\sin C$.

**C.** $b = a\cos B$. **D.** $b = a\tan B$.

***Câu 1:*** Cho hình vẽ. Hệ thức nào dưới đây đúng?

**A.** $c = a\sin B$ **B.** $c = a\sin C$.

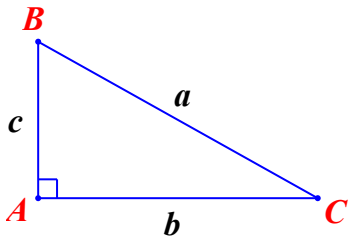
**C.** $c = a\cos B$. **D.** $c = a\tan B$.




***Câu 3:*** Cho hình vẽ . Hãy chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau:

**A.** $c = a\sin B$. **B.** $b = a\tan C$.

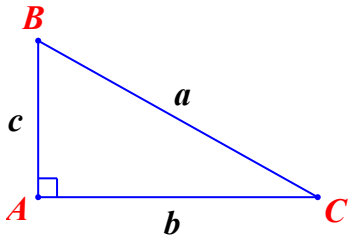
**C.** $b = c\tan B$. **D.** $c = a\tan B$.




***Câu 4:*** Cho hình vẽ . Hệ hệ thức nào dưới đây đúng?

**A.** $c = b\cot B$. **B.** $b = a\tan C$.

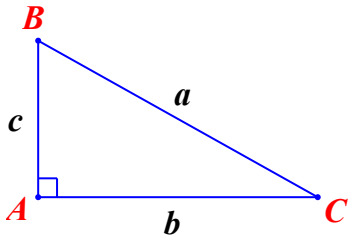
**C.** $b = c\tan C$. **D.** $c = a\tan B$.




***Câu 5:*** Cho hình vẽ . Hệ thức nào dưới đây đúng?

**A.** $a = b\sin B$. **B.** $a = \dfrac{b}{\sin B}$

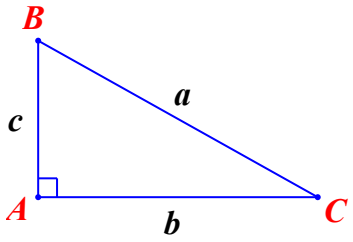
**C.** $a = \dfrac{b}{\sin C}$. **D.** $a = \dfrac{b}{\cos B}$.




***Câu 6:*** Cho hình vẽ. Hệ thức nào dưới đây đúng?

**A.** $a = \dfrac{c}{\sin B}$. **B.** $a = \dfrac{c}{\sin C}$

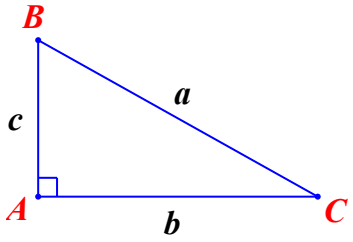
**C.** $a = \dfrac{c}{\tan C}$. **D.** $a = \dfrac{b}{\cot B}$.




***Câu 7:*** Cho hình vẽ bên. Hệ thức nào dưới đây đúng?

**A.** $a = \dfrac{c}{\sin B}$. **B.** $a = \dfrac{b}{\sin C}$.

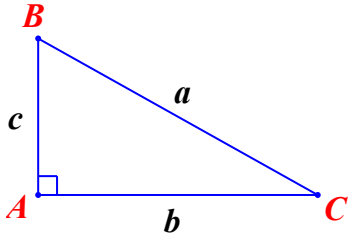
**C.** $a = \dfrac{c}{\tan C}$. **D.** $c = \dfrac{b}{\cot C}$.




***Câu 8:*** Cho hình vẽ. Hệ thức nào dưới đây là **sai?**

**A.** $a = \dfrac{b}{\sin B}$. **B.** $a = \dfrac{c}{\sin C}$.

**C.** $a = \dfrac{b}{\cos C}$. **D.** $a = \dfrac{b}{\cot C}$

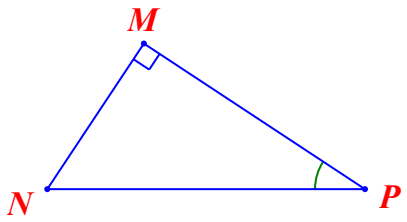


***Câu 9:*** Cho tam giác $MNP$ vuông tại $N$. Hệ thức nào sau đây là **đúng?**

**A.** $MN = MP.\sin P$. **B.** $MN = MP.\cos P$.

**C.** $MN = MP.\tan P$. **D.** $MN = MP.\cot P$.

***Câu 10:*** Cho tam giác $MNP$ vuông tại $N$. Hệ thức nào sau đây là đúng?




**A.** $NP = MP.\cos P$. **B.** $NP = MN.\cos P$.

**C.** $NP = MN.\tan P$. **D.** $NP = MP.\cot P$.

***Câu 11:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có $BC = a, AC = b, AB = c$. Chọn khẳng định sai?

**A.** $b = a.\sin B = a.\cos C$. **B.** $a = c.\tan B = c.\cot C$.

**C.** $a^2 = b^2 + c^2$. **D.** $c = a.\sin C = a.\cos B$.

***Câu 12:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có $BC = a, AC = b, AB = c, \widehat{ABC} = 50°$. Chọn khẳng định đúng?

**A.** $b = c.\sin 50°$. **B.** $b = a.\tan 50°$.

**C.** $b = c.\cot 50°$. **D.** $c = b.\cot 50°$.

## II – MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

***Câu 13:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có $AC = 10\,cm, \widehat{C} = 30°$. Tính $AB; BC$.

**A.** $AB = \dfrac{5\sqrt{3}}{3}; BC = \dfrac{20\sqrt{3}}{3}$. **B.** $AB = \dfrac{10\sqrt{3}}{3}; BC = \dfrac{14\sqrt{3}}{3}$.

**C.** $AB = \dfrac{10\sqrt{3}}{3}; BC = 20\sqrt{3}$. **D.** $AB = \dfrac{10\sqrt{3}}{3}; BC = \dfrac{20\sqrt{3}}{3}$.

***Câu 14:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có $AC = 20\,cm, \widehat{C} = 60°$. Tính $AB; BC$.

**A.** $AB = 20\sqrt{3}; BC = 40$. **B.** $AB = 20\sqrt{3}; BC = 40\sqrt{3}$.

**C.** $AB = 20; BC = 40$. **D.** $AB = 20; BC = 20\sqrt{3}$.

***Câu 15:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có $BC = 12\,cm; \widehat{B} = 40°$. Tính $AC; \widehat{C}$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

**A.** $AC \approx 7,71; \widehat{C} = 40°$. **B.** $AC \approx 7,72; \widehat{C} = 50°$.

**C.** $AC \approx 7,71; \widehat{C} = 50°$. **D.** $AC \approx 7,73; \widehat{C} = 50°$.

***Câu 16:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có $BC = 15\,cm, \widehat{B} = 55°$. Tính $AC; \widehat{C}$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

**A.** $AC \approx 12,29; \widehat{C} = 45°$. **B.** $AC \approx 12,29; \widehat{C} = 35°$.

**C.** $AC \approx 12,2; \widehat{C} = 35°$. **D.** $AC \approx 12,92; \widehat{C} = 40°$.

***Câu 17:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có $BC = 15\,cm, AB = 12\,cm$. Tính $AC; \widehat{B}$.

**A.** $AC = 8(cm); \widehat{B} \approx 36°52'$. **B.** $AC = 9(cm); \widehat{B} \approx 36°52'$.

**C.** $AC = 9(cm); \widehat{B} \approx 37°52'$. **D.** $AC = 9(cm); \widehat{B} \approx 36°55'$.

***Câu 18:*** Cho $\Delta ABC$ vuông tại $A$ có $BC = 26\,cm, AB = 10\,cm$. Tính $AC; \widehat{B}$ (làm tròn đến độ).

**A.** $AC = 22; \widehat{C} \approx 67°$. **B.** $AC = 24; \widehat{C} \approx 66°$.

**C.** $AC = 24; \widehat{C} \approx 67°$. **D.** $AC = 24; \widehat{C} \approx 68°$.

***Câu 19:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có $AC = 7cm, AB = 5cm$. Tính $BC; \widehat{C}$.

**A.** $BC = \sqrt{74}(cm); \widehat{C} \approx 35°32'$. **B.** $BC = \sqrt{74}(cm); \widehat{C} \approx 36°32'$.

**C.** $BC = \sqrt{74}(cm); \widehat{C} \approx 35°33'$. **D.** $BC = \sqrt{75}(cm); \widehat{C} \approx 35°32'$.

***Câu 20:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có $AB = 16, AB = 14$ và $\widehat{B} = 60°$. Tính $BC$.

**A.** $BC = 10$. **B.** $BC = 11$.

**C.** $BC = 9$. **D.** $BC = 12$.

***Câu 21:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có $AB = 12, AC = 15$ và $\widehat{B} = 60°$. Tính $BC$.

**A.** $BC = 3\sqrt{3} + 6$. **B.** $BC = 3\sqrt{13} + 6$.

**C.** $BC = 9$. **D.** $BC = 6$.

## III – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

***Câu 22:*** Cho tam giác $ABC$ có $AB = 4,\ AC = 3,5,\ \widehat{A} = 40°$.

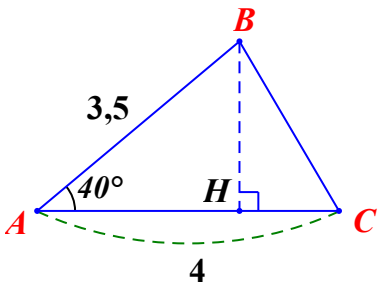
Diện tích tam giác $ABC$ là

**A.** 5 (đvdt).

**B.** 4,4 (đvdt).

**C.** 3 (đvdt).

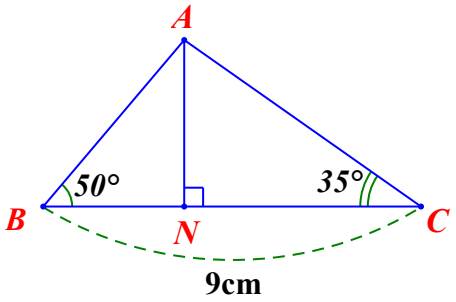
**D.** 3,5 (đvdt).



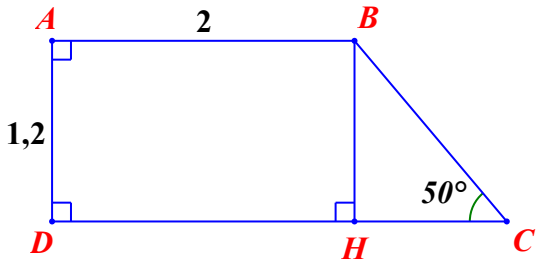

***Câu 23:*** Cho tam giác $ABC$ có $BC = 9cm, \widehat{ABC} = 50°$ và $\widehat{ACB} = 35°$. Gọi $N$ là chân đường vuông góc hạ từ $A$ xuống cạnh $BC$. Độ dài $AN$ gần nhất với giá trị nào dưới đây?

**A.** 5. **B.** 4.

**C.** 2. **D.** 3.




***Câu 24:*** Cho hình thang $ABCD$ có $\widehat{A} = \widehat{D} = 90°,\ \widehat{C} = 50°$. Biết $AB = 2, AD = 1,2$.




Diện tích hình thang $ABCD$ là

**A.** 3 (đvdt). **B.** 2 (đvdt). **C.** 4 (đvdt). **D.** 5 (đvdt).

## B. CÁC DẠNG TỰ LUẬN

### *Dạng 1. Tính độ dài cạnh của tam giác vuông*

**Phương pháp giải**

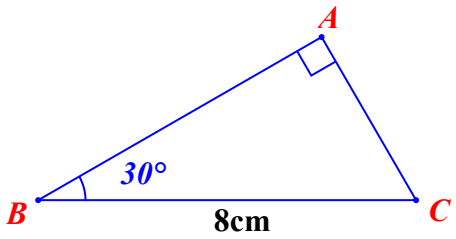
- ***Vận dụng hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông.***
- ***Tam giác ABC vuông tại A, ta có:***

$b = a.\sin B = a.\cos C; c = a.\sin C = a.\cos B;$

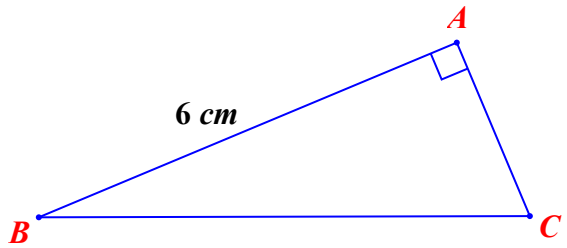
$b = c.\tan B = a.\cot C; c = b.\tan C = b.\cot B.$

***Bài 1.*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$, có $AB = 21cm$, $\widehat{C} = 40^0\ cm$. Hãy tính các độ dài các cạnh: $AC, BC$

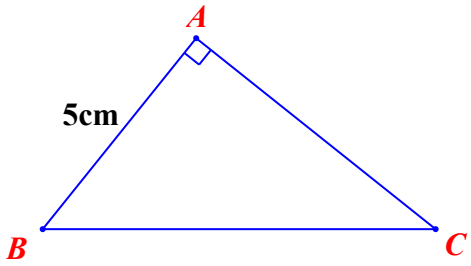
***Bài 2.*** Cho $\Delta ABC$ vuông tại $A$. Biết $\widehat{B} = 30°, BC = 8cm$. Tính $AB$.



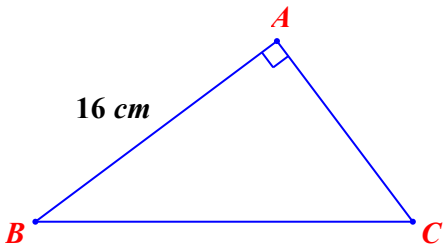

***Bài 3.*** Cho $\Delta ABC$ vuông tại $A$. Biết $AB = 6cm, \widehat{B} = \alpha, \tan\alpha = \frac{5}{12}$. Tính $AC$ và $BC$.




***Bài 4.*** Cho $\Delta ABC$ vuông tại $A$, biết $AB = 5cm, \cos\widehat{B} = \frac{5}{8}$. Tính $AC$ và $BC$.




***Bài 5.*** Cho $\Delta ABC$ vuông tại $A$. biết $AB = 16cm, \sin\widehat{B} = \frac{3}{5}$. Tính $BC$ và $AC$.




## *Dạng 2. Giải tam giác vuông*

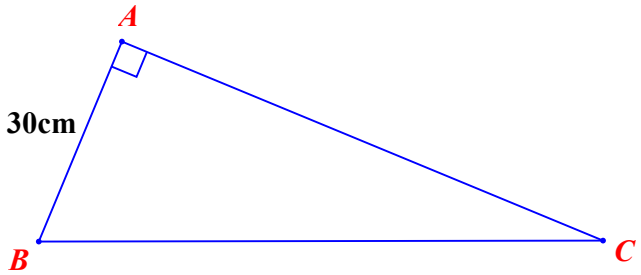
**Phương pháp giải**

- ***Vận dụng hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông.***
- ***Tam giác ABC vuông tại A, ta có:***

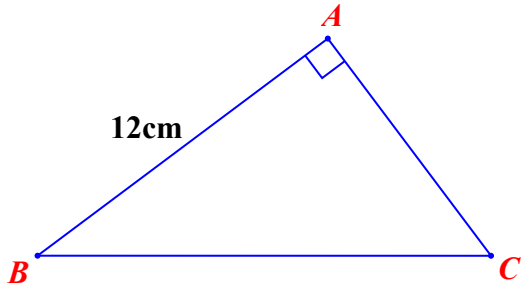
$b = a.\sin B = a.\cos C; c = a.\sin C = a.\cos B;$

$b = c.\tan B = a.\cot C; c = b.\tan C = b.\cot B.$

***Bài 6.*** Giải $\Delta ABC$ vuông tại $A$, biết: $AB = 30cm, \cot \hat{B} = \frac{5}{12}$.




***Bài 7.*** Giải $\Delta ABC$ vuông tại $A$, biết: $AB = 12cm, \tan \hat{B} = \frac{3}{4}$.




***Bài 8.*** Giải $\Delta ABC$ vuông tại $A$, biết: $b = 10cm, \hat{C} = 30^0$.

***Bài 9.*** Giải $\Delta ABC$ vuông tại $A$, biết: $c = 10cm, \hat{C} = 45^0$.

***Bài 10.*** Giải $\Delta ABC$ vuông tại $A$, biết: $a = 20cm, \hat{B} = 35^0$.

## *Dạng 3. Dùng hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông giải quyết một số bài toán thực tế liên quan*

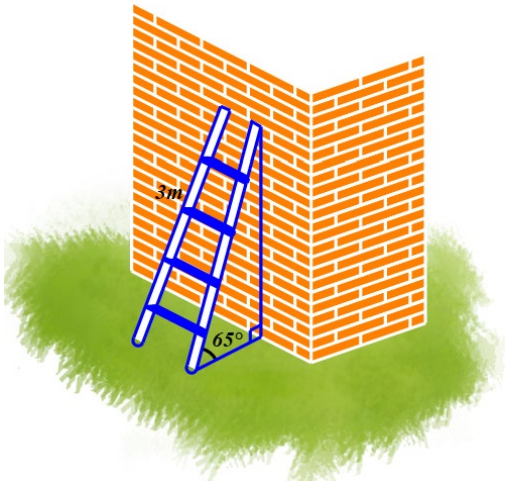
**Phương pháp giải**

- ***Vận dụng hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông.***
- ***Tam giác ABC vuông tại A, ta có:***

$b = a.\sin B = a.\cos C; c = a.\sin C = a.\cos B;$

$b = c.\tan B = a.\cot C; c = b.\tan C = b.\cot B.$

***Bài 11.*** Một người với chiều cao 1m4 leo lên 1 cái thang được đặt 1 góc nghiêng $65^0$ với với mặt đất. Người đó phải đi lên bao nhiêu bậc thang thì khoảng cách từ đỉnh đầu người đó với mặt đất là 3m. Biết rằng khoảng cách các bậc thang là 30cm.



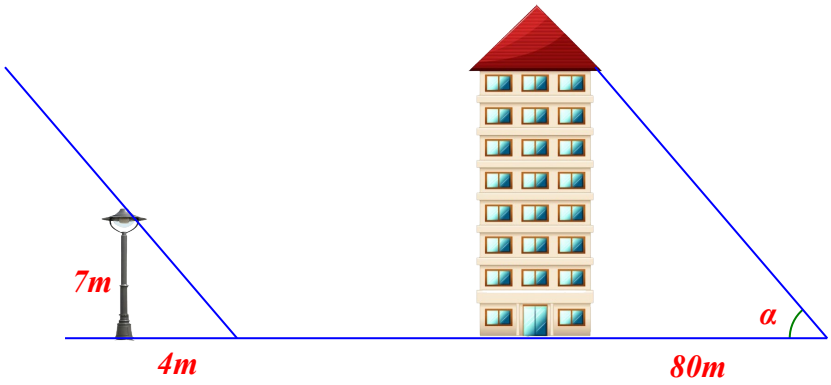

***Bài 12.*** Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ bằng $60^0$ và bóng của một tháp trên mặt đất dài 35m. Tính chiều cao của tháp (làm tròn đến mét).

***Bài 13.*** Một người trinh sát đứng cách 1 tòa nhà khoảng 10m. Góc " nâng" từ chỗ anh ta đứng tới nóc tòa nhà là $40^0$.

a) Tính chiều cao của tòa nhà.

b) Nếu anh ta dịch chuyển sao cho góc "nâng" là $35^0$ thì anh ta cách tòa nhà bao nhiêu mét? Khi đó anh ta tiến lại gần hay xa tòa nhà?

***Bài 14.*** Một cột đèn cao 7m có bóng trên mặt đất dài 4m. Gần đấy có một tòa nhà cao tầng có bóng trên mặt đấtlà 80m. Hãy cho biết toà nhà đó có bao nhiêu tầng, biết rằng mỗi tầng cao 2m?



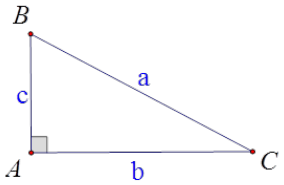
***Bài 15.*** Một con đò chèo qua một khúc sông bị dòng nước đẩy xiên một góc $70^0$ so với bờ nên phải chèo 300m mới sang được bờ bên kia. Hãy tính chiều rộng của khúc sông (làm tròn đến mét)

## C. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

| Câu | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Đáp án | A | B | C | A | B | B | D | D | A | A |
| Câu | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| Đáp án | B | D | D | A | C | B | B | C | A | A |
| Câu | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | | | | | |
| Đáp án | B | B | B | A | A | | | | | |

## I – MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

***Câu 1.*** Cho hình vẽ. Hệ thức nào dưới đây đúng?




**A.** $b = a\sin B$.

**B.** $b = a\sin C$.

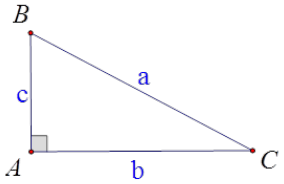
**C.** $b = a\cos B$.

**D.** $b = a\tan B$.

Hướng dẫn

Trong một tam giác vuông mỗi cạnh góc vuông bằng cạnh huyền nhân sin góc đối

***Câu 2.*** Cho hình vẽ.Hệ thức nào dưới đây đúng?




**A.** $c = a\sin B$.

**B.** $c = a\sin C$.

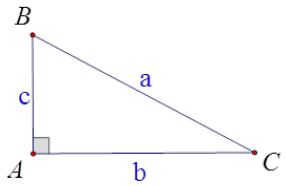
**C.** $c = a\cos B$.

**D.** $c = a\tan B$.

Hướng dẫn

Trong một tam giác vuông mỗi cạnh góc vuông bằng cạnh huyền nhân sin góc đối

***Câu 3.*** Cho hình vẽ . Hãy chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau:



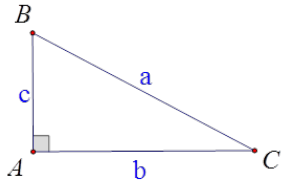

**A.** $c = a\sin B$. **B.** $b = a\tan C$.

**C.** $b = c\tan B$. **D.** $c = a\tan B$.

Hướng dẫn

Trong một tam giác vuông mỗi cạnh góc vuông bằng cạnh góc vuông kia nhân với tang góc đối

***Câu 4.*** Cho hình vẽ . Hệ hệ thức nào dưới đây đúng?



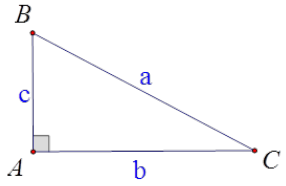

***A.*** $c = b\cot B$. **B.** $b = a\tan C$.

**C.** $b = c\tan C$. **D.** $c = a\tan B$.

Hướng dẫn

Trong một tam giác vuông mỗi cạnh góc vuông bằng cạnh góc vuông kia nhân với cô tang góc kề

***Câu 5.*** Cho hình vẽ . Hệ thức nào dưới đây đúng?



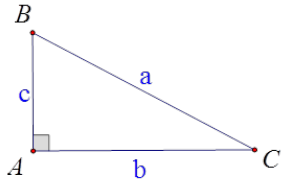

**A.** $a = b\sin B$. ***B.*** $a = \dfrac{b}{\sin B}$.

**C.** $a = \dfrac{b}{\sin C}$. **D.** $a = \dfrac{b}{\cos B}$.

Hướng dẫn

Xét ΔABC vuông tại A có $AC = BC.sinB$ hay $b = a.sinB$ suy ra $a = \dfrac{b}{\sin B}$

***Câu 6.*** Cho hình vẽ. Hệ thức nào dưới đây đúng?



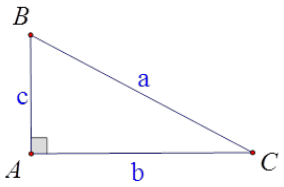
**A.** $a=\dfrac{c}{\sin B}$. **B.** $a=\dfrac{c}{\sin C}$.

**C.** $a=\dfrac{c}{\tan C}$. **D.** $a=\dfrac{b}{\cot B}$.

Hướng dẫn

Xét ΔABC vuông tại A có $AB=BC.\sin C$ hay $c=a.\sin C$ suy ra $a=\dfrac{c}{\sin C}$

***Câu 7.*** Cho hình vẽ bên. Hệ thức nào dưới đây đúng?



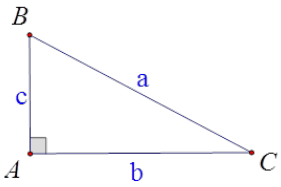

**A.** $a=\dfrac{c}{\sin B}$. **B.** $a=\dfrac{b}{\sin C}$.

**C.** $a=\dfrac{c}{\tan C}$. **D.** $c=\dfrac{b}{\cot C}$.

Hướng dẫn

Xét ΔABC vuông tại A có $AC=AB.\cot C$ hay $b=c.\cot C$ suy ra $c=\dfrac{b}{\cot C}$

***Câu 8.*** Cho hình vẽ. Hệ thức nào dưới đây là **sai?**




**A.** $a=\dfrac{b}{\sin B}$. **B.** $a=\dfrac{c}{\sin C}$.

**C.** $a=\dfrac{b}{cosC}$. **D.** $a=\dfrac{b}{\cot C}$.

Hướng dẫn

Xét ΔABC vuông tại A có $\begin{cases}AC=BC.\sin B\\AC=BC.\cos C\end{cases}$ hay $\begin{cases}b=a.\sin B\\b=a.\cos C\end{cases}$ suy ra $\begin{cases}a=\dfrac{b}{\sin B}\\a=\dfrac{b}{\cos C}\end{cases}$

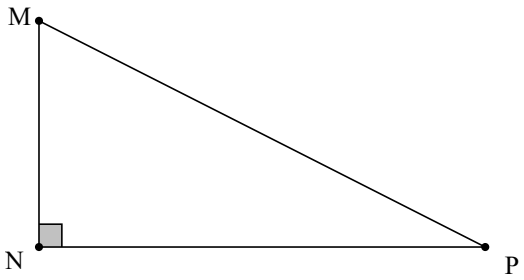
Suy ra đáp án D sai

***Câu 9:*** Cho tam giác $MNP$ vuông tại $N$. Hệ thức nào sau đây là **đúng?**

***A.*** $MN=MP.\sin P$. **B.** $MN=MP.\cos P$.

**C.** $MN = MP.\tan P$. **D.** $MN = MP.\cot P$.

Hướng dẫn



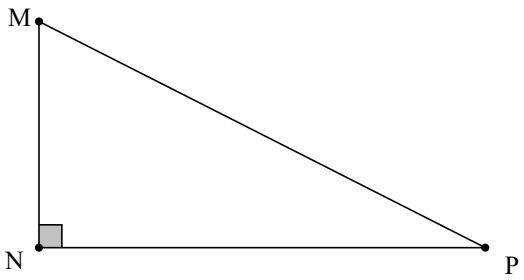

Xét ΔMNP vuông tại N có $MN = MP.\sin P$. Suy ra đáp án A đúng

***Câu 10:*** Cho tam giác $MNP$ vuông tại $N$. Hệ thức nào sau đây là đúng?

***A.*** $NP = MP.\cos P$. **B.** $NP = MN.\cos P$.

**C.** $NP = MN.\tan P$. **D.** $NP = MP.\cot P$.

Hướng dẫn



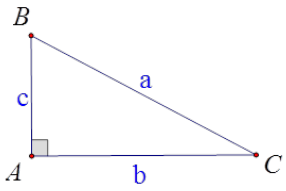

Xét ΔMNP vuông tại N có $NP = MP.\cos P$ . Đáp án A

***Câu 11:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có $BC = a, AC = b, AB = c$. Chọn khẳng định sai?

**A.** $b = a.\sin B = a.\cos C$. ***B.*** $a = c.\tan B = c.\cot C$.

**C.** $a^2 = b^2 + c^2$. **D.** $c = a.\sin C = a.\cos B$.

Hướng dẫn




Ta có $AB = BC.sinC = BC.cosB$ hay $c = a.sinC = a.cosB$

Suy ra $a = \dfrac{c}{\sin C} = \dfrac{c}{\cos B}$ Suy ra B sai

***Câu 12:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có $BC = a, AC = b, AB = c, \widehat{ABC} = 50°$. Chọn khẳng định đúng?

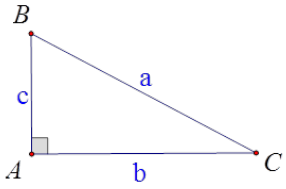
**A.** $b = c.\sin 50°$.

**B.** $b = a.\tan 50°$.

**C.** $b = c.\cot 50°$.

**D.** $c = b.\cot 50°$.

Hướng dẫn




Ta có $AB = AC.cotB$ hay $c = b.\cot 50°$ Suy ra D đúng

## II – MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

***Câu 13:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có $AC = 10\,cm, \widehat{C} = 30°$. Tính $AB; BC$.

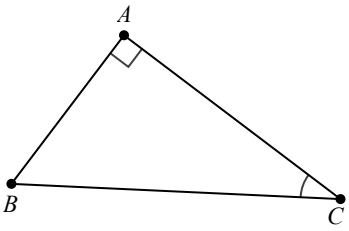
**A.** $AB = \dfrac{5\sqrt{3}}{3}; BC = \dfrac{20\sqrt{3}}{3}$.

**B.** $AB = \dfrac{10\sqrt{3}}{3}; BC = \dfrac{14\sqrt{3}}{3}$.

**C.** $AB = \dfrac{10\sqrt{3}}{3}; BC = 20\sqrt{3}$.

**D.** $AB = \dfrac{10\sqrt{3}}{3}; BC = \dfrac{20\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn:




Xét tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có: $\tan C = \dfrac{AB}{AC} \Rightarrow AB = AC.\tan C = 10.\tan 30° = \dfrac{10\sqrt{3}}{3}$;

$\cos C = \dfrac{AC}{BC} \Rightarrow BC = \dfrac{AC}{\cos C} = \dfrac{10}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{20\sqrt{3}}{3}$. Vậy $AB = \dfrac{10\sqrt{3}}{3}; BC = \dfrac{20\sqrt{3}}{3}$.

Đáp án cần chọn là D.

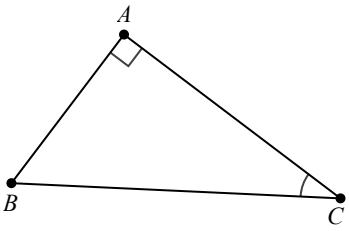
***Câu 14:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có $AC = 20\,cm, \widehat{C} = 60°$. Tính $AB; BC$.

**A.** $AB = 20\sqrt{3}; BC = 40$.

**B.** $AB = 20\sqrt{3}; BC = 40\sqrt{3}$.

**C.** $AB = 20; BC = 40$.

**D.** $AB = 20; BC = 20\sqrt{3}$.




Hướng dẫn

Xét tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có: $\tan C = \dfrac{AB}{AC} \Rightarrow AB = AC.\tan C = 20.\tan 30^\circ = 20\sqrt{3}$;

$\cos C = \dfrac{AC}{BC} \Rightarrow BC = \dfrac{AC}{\cos C} = \dfrac{20}{\dfrac{1}{2}} = 40$. Vậy $AB = 20\sqrt{3}; BC = 40$.

Đáp án cần chọn là A.

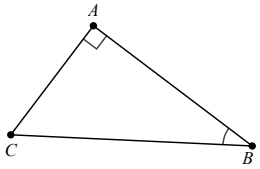
***Câu 15:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có $BC = 12\,cm; \widehat{B} = 40^\circ$. Tính $AC; \widehat{C}$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

**A.** $AC \approx 7,71; \widehat{C} = 40^\circ$.

**B.** $AC \approx 7,72; \widehat{C} = 50^\circ$.

**C.** $AC \approx 7,71; \widehat{C} = 50^\circ$.

**D.** $AC \approx 7,73; \widehat{C} = 50^\circ$.




Hướng dẫn

Xét tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có

+ $\sin B = \dfrac{AC}{BC} \Rightarrow AC = BC.\sin B = 12.\sin 40^\circ \approx 7,71$.

+ $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{C} = 180^\circ - 40^\circ - 90^\circ = 50^\circ$.

Vậy $AC \approx 7,71; \widehat{C} = 50^\circ$.

Đáp án cần chọn là C.

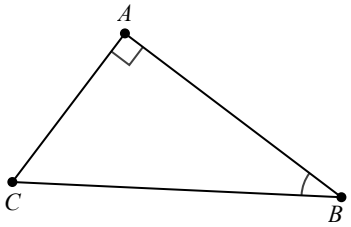
***Câu 16:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có $BC = 15\,cm, \widehat{B} = 55^\circ$. Tính $AC; \widehat{C}$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

**A.** $AC \approx 12,29; \widehat{C} = 45°$.

**B.** $AC \approx 12,29; \widehat{C} = 35°$.

**C.** $AC \approx 12,2; \widehat{C} = 35°$.

**D.** $AC \approx 12,92; \widehat{C} = 40°$.




Hướng dẫn

Xét tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có

$+ \sin B = \dfrac{AC}{BC} \Rightarrow AC = BC.\sin B = 15.\sin 55° \approx 12,29$.

$+ \widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180° \Rightarrow \widehat{C} = 180° - 55° - 90° = 35°$.

Vậy $AC \approx 12,29; \widehat{C} = 35°$.

Đáp án cần chọn là B.

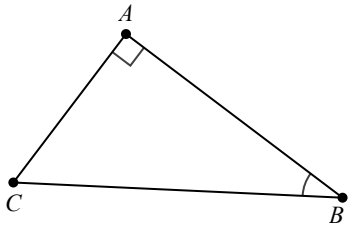
***Câu 17:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có $BC = 15\,cm, AB = 12\,cm$. Tính $AC; \widehat{B}$.

**A.** $AC = 8(cm); \widehat{B} \approx 36°52'$.

**B.** $AC = 9(cm); \widehat{B} \approx 36°52'$.

**C.** $AC = 9(cm); \widehat{B} \approx 37°52'$.

**D.** $AC = 9(cm); \widehat{B} \approx 36°55'$.




Hướng dẫn

Xét tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có:

$+ BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9(cm)$.

$+ \sin B = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{9}{15} = \dfrac{3}{5} \Rightarrow \widehat{B} \approx 36°52'$.

Vậy $AC = 9(cm); \widehat{B} \approx 36°52'$.

Đáp án cần chọn là B.

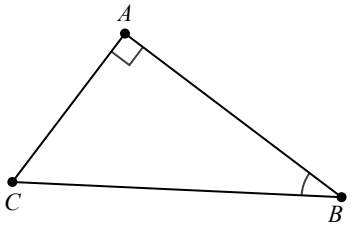
***Câu 18:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có $BC = 26\,cm, AB = 10\,cm$. Tính $AC; \widehat{B}$ (làm tròn đến độ).

**A.** $AC = 22; \widehat{C} \approx 67°$.

**B.** $AC = 24; \widehat{C} \approx 66°$.

**C.** $AC = 24; \widehat{C} \approx 67°$.

**D.** $AC = 24; \widehat{C} \approx 68°$.




Hướng dẫn

Xét tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có:

$+\ BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24(cm)$.

$+\ \sin B = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{24}{26} = \dfrac{12}{13} \Rightarrow \widehat{B} \approx 67°$.

Vậy $AC = 24; \widehat{C} \approx 67°$.

Đáp án cần chọn là C.

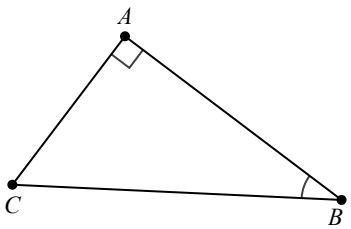
***Câu 19:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có $AC = 7cm, AB = 5cm$. Tính $BC; \widehat{C}$.

**A.** $BC = \sqrt{74}(cm); \widehat{C} \approx 35°32'$.

**B.** $BC = \sqrt{74}(cm); \widehat{C} \approx 36°32'$.

**C.** $BC = \sqrt{74}(cm); \widehat{C} \approx 35°33'$.

**D.** $BC = \sqrt{75}(cm); \widehat{C} \approx 35°32'$.




Hướng dẫn

Xét tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có:

$+\ BC^2 = AB^2 + AC^2 = 5^2 + 7^2 = 74 \Rightarrow BC = \sqrt{74}(cm)$.

$+\ \tan C = \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{5}{7} \Rightarrow \widehat{C} \approx 35°32'$

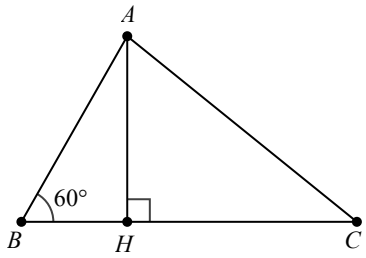
Vậy $BC = \sqrt{74}(cm); \widehat{C} \approx 35°32'$.

Đáp án cần chọn là A.

***Câu 20:*** Cho tam giác $ABC$ có $AB = 16, AB = 14$ và $\widehat{B} = 60°$. Tính $BC$.

**A.** $BC = 10$. **B.** $BC = 11$.

**C.** $BC = 9$. **D.** $BC = 12$.




Hướng dẫn

Kẻ đường cao $AH$.

Xét tam giác vuông $ABH$, ta có: $BH = AB.\cos B = AB.\cos 60° = 16.\dfrac{1}{2} = 8$

$AH = AB.\sin B = AB.\sin 60° = 16.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}$.

Áp dụng định lý Pytago vào tam giác vuông $AHC$ ta có:

$HC^2 = AC^2 - AH^2 = 14^2 - (8\sqrt{3})^2 = 196 - 192 = 4$.

Suy ra $HC = 2$.

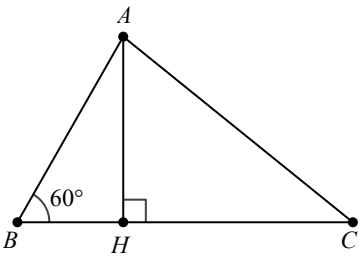
Vậy $BC = CH + HB = 2 + 8 = 10$.

Đáp án cần chọn là A.

***Câu 21:*** Cho tam giác $ABC$ có $AB = 12, AC = 15$ và $\widehat{B} = 60°$. Tính $BC$.

**A.** $BC = 3\sqrt{3} + 6$. **B.** $BC = 3\sqrt{13} + 6$.

**C.** $BC = 9$. **D.** $BC = 6$.




Hướng dẫn

Kẻ đường cao $AH$.

Xét tam giác vuông $ABH$, ta có: $BH = AB.\cos B = AB.\cos 60° = 12.\dfrac{1}{2} = 6$

$AH = AB.\sin B = AB.\sin 60° = 12.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$.

Áp dụng định lý Pytago vào tam giác vuông $AHC$ ta có: $HC^2 = AC^2 - AH^2 = 15^2 - (6\sqrt{3})^2 = 117$.

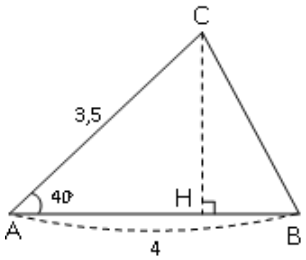
Suy ra $HC = 3\sqrt{13}$.

Vậy $BC = CH + HB = 3\sqrt{13} + 6$.

Đáp án cần chọn là B.

## III – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

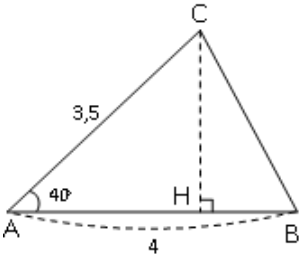
***Câu 22:*** Cho tam giác $ABC$ có $AB = 4$, $AC = 3,5$, $\widehat{A} = 40°$.




Diện tích tam giác $ABC$ là

**A.** 5 (đvdt). **B.** 4,4 (đvdt).

**C.** 3 (đvdt). **D.** 3,5 (đvdt).



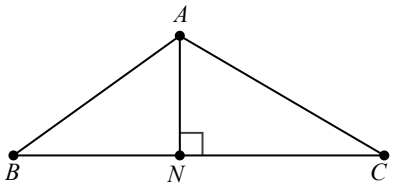

Hướng dẫn

Xét tam giác $HAC$ vuông tại $H$, ta có: $CH = AC.\sin\widehat{HAC} = 3,5.\sin 40° \approx 2,2$

Diện tích của tam giác $ABC$ là: $S = \frac{1}{2}AB.CH = \frac{1}{2}.4.2,2 = 4,4$ (đvdt).

Chọn đáp án B

***Câu 23:*** Cho tam giác $ABC$ có $BC = 9cm, \widehat{ABC} = 50°$ và $\widehat{ACB} = 35°$. Gọi $N$ là chân đường vuông góc hạ từ $A$ xuống cạnh $BC$. Độ dài $AN$ gần nhất với giá trị nào dưới đây?




**A.** $5$.

***B.*** $4$.

**C.** $2$.

**D.** $3$.

Hướng dẫn

Đặt $BN = x (0 < x < 11) \Rightarrow NC = 11 - x$.

Xét tam giác $ABN$ vuông tại $N$ có $AN = BN.\tan B = x.\tan 40°$

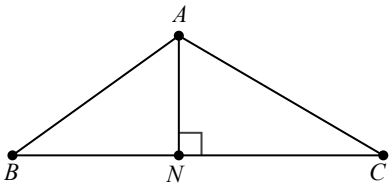
Xét tam giác $ACN$ vuông tại $N$ có $AN = CN.\tan C = (11 - x).\tan 30°$

Nên $x\tan 40° = (11 - x).\tan 30° \Rightarrow x \approx 4,48$ (thoả mãn).

Khi đó $AN = BN.\tan B = 4,48.\tan 40° \approx 3,76\,(cm)$.

Đáp án cần chọn là B.

***Câu 24:*** Cho tam giác $ABC$ có $BC = 9cm, \widehat{ABC} = 50°$ và $\widehat{ACB} = 35°$. Gọi $N$ là chân đường vuông góc hạ từ $A$ xuống cạnh $BC$. Độ dài $AC$ gần nhất với giá trị nào dưới đây?




***A.*** $7$.

**B.** $6$.

**C.** $5$.

**D.** $4$.

Hướng dẫn

Đặt $BN = x (0 < x < 11) \Rightarrow NC = 11 - x$.

Xét tam giác $ABN$ vuông tại $N$ có $AN = BN.\tan B = x.\tan 40°$

Xét tam giác $ACN$ vuông tại $N$ có $AN = CN.\tan C = (11 - x).\tan 30°$

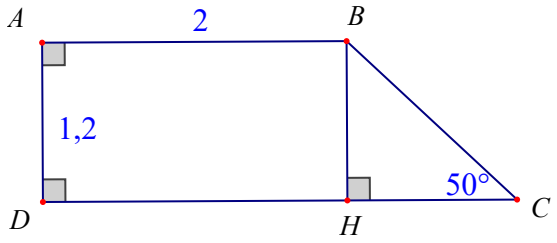
Nên $x\tan 40° = (11 - x).\tan 30° \Rightarrow x \approx 4,48$ (thoả mãn).

Khi đó $AN = BN.\tan B = 4,48.\tan 40° \approx 3,76\,(cm)$.

Xét tam giác $ACN$ vuông tại $N$ có $\sin C = \dfrac{AN}{AC} \Rightarrow AC = \dfrac{AN}{\sin C} = 7,52$

Đáp án cần chọn là A.

***Câu 25.*** Cho hình thang $ABCD$ có $\widehat{A} = \widehat{D} = 90°$, $\widehat{C} = 50°$. Biết $AB = 2, AD = 1,2$.




Diện tích hình thang $ABCD$ là

**A.** 3 (đvdt). **B.** 2 (đvdt).
**C.** 4 (đvdt). **D.** 5 (đvdt).

Hướng dẫn

Vì $BH \perp CD$ ta có $ABHD$ là hình chữ nhật nên $BH = AD = 1,2,\ DH = AB = 2$

Xét tam giác vuông $HBC$, $\widehat{H} = 90^0$, ta có:

$HC = HB.\cot C = 1,2.\cot 50° \approx 1,0$.

$CD = CH + HD \approx 1 + 2 = 3$

Diện tích hình thang $ABCD$ là: $S = \dfrac{(AB + CD)AD}{2} \approx \dfrac{(2+3).1,2}{2} = 3$ (đvdt).

## C. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TỰ LUẬN

### *Dạng 1. Tính độ dài cạnh của tam giác vuông*

**Phương pháp giải**

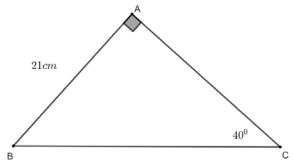
- ***Vận dụng hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông.***
- ***Tam giác ABC vuông tại A, ta có:***

  $b = a.\sin B = a.\cos C; c = a.\sin C = a.\cos B;$

  $b = c.\tan B = a.\cot C; c = b.\tan C = b.\cot B.$

***Bài 1.*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$, có $AB = 21cm$ cm, $\widehat{C} = 40^0$ cm. Hãy tính các độ dài các cạnh: $AC, BC$.

**Lời giải:**




Xét $\Delta ABC$ vuông tại A, ta có:

$AC = AB.\cot C$

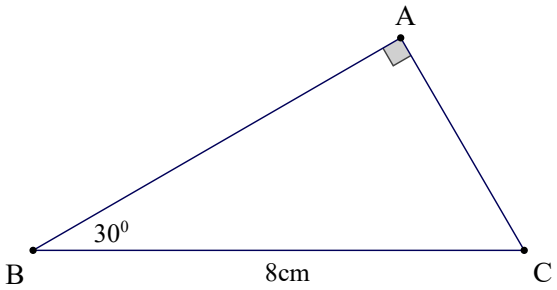
$AB = 21.\cot 40^0$

$AB \approx 25(cm)$

$\sin C = \dfrac{AB}{BC}$

$\sin 40^0 = \dfrac{21}{BC}$

***Bài 2.*** Cho $\Delta ABC$ vuông tại A. Biết $\hat{B} = 30°, BC = 8cm$. Tính $AB$.




**Lời giải:**

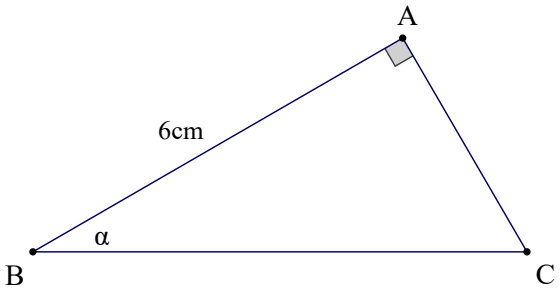
Xét $\Delta ABC$ vuông tại A, ta có:

$AB = BC.\cos B$

$AB = 8.\cos 30^0$

$AB = 4\sqrt{3}(cm)$

***Bài 3.*** Cho $\Delta ABC$ vuông tại A. Biết $AB = 6cm, \hat{B} = \alpha, \tan\alpha = \dfrac{5}{12}$. Tính AC.




**Lời giải:**

Xét $\Delta ABC$ vuông tại A, ta có:

$AC = AB.\tan B$

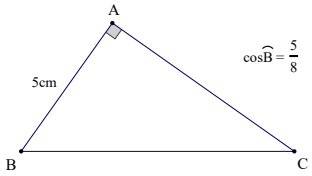
$AC = 6.\dfrac{5}{12}$

$AC = 2,5(cm)$

***Bài 4.*** Cho $\Delta ABC$ vuông tại A, biết $AB = 5cm, \cos \hat{B} = \dfrac{5}{8}$. Tính AC và BC.

**Lời giải:**

Xét $\Delta ABC$ vuông tại A, ta có:




$\cos B = \dfrac{AB}{BC}$

$\dfrac{5}{8} = \dfrac{5}{BC}$

$BC = 8(cm)$

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

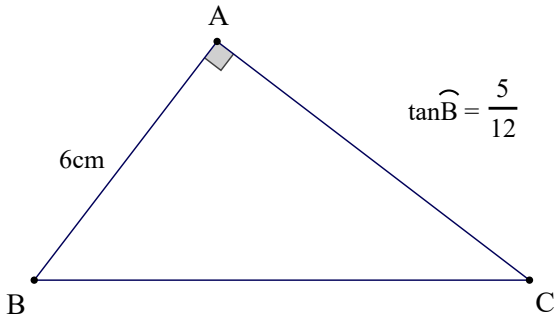
$8^2 = 5^2 + AC^2$

$AC^2 = 39$

$AC = \sqrt{39}(cm)$

**Bài 5.** Cho $\Delta ABC$ vuông tại A. biết $AB = 6cm, \tan \hat{B} = \frac{5}{12}$. Tính độ dài AC và BC.

**Lời giải:**




Xét $\Delta ABC$ vuông tại A, ta có:

$AC = AB.\tan B$

$AC = 6.\frac{5}{12}$

$AC = 2,5(cm)$

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$BC^2 = 6^2 + 2,5^2$

$BC^2 = 42,25$

$BC = 6,5(cm)$

## *Dạng 2. Giải tam giác vuông*

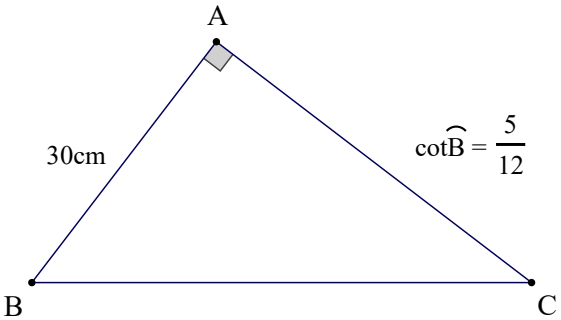
**Phương pháp giải**

- ***Vận dụng hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông.***
- ***Tam giác ABC vuông tại A, ta có:***

  $\boldsymbol{b = a.\sin B = a.\cos C; c = a.\sin C = a.\cos B;}$

  $\boldsymbol{b = c.\tan B = a.\cot C; c = b.\tan C = b.\cot B.}$

**Bài 6.** Giải $\Delta ABC$ vuông tại A, biết: $AB = 30cm, \cot \hat{B} = \frac{5}{12}$.



**Lời giải:**

Xét $\Delta ABC$ vuông tại A, ta có:

$\cot B = \dfrac{AB}{AC}$

$\dfrac{5}{12} = \dfrac{3}{AC}$

$AC = 7,2(cm)$

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$BC^2 = 3^2 + 6,5^2$

$BC^2 = 51,25$

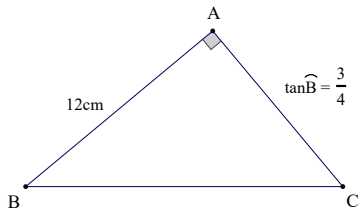
$BC = \dfrac{\sqrt{205}}{2}(cm)$

$\cot B = \dfrac{5}{12}$

$\hat{B} \approx 67^0 23'$

$\Rightarrow \hat{C} \approx 22^0 37'$

***Bài 7.*** Giải $\Delta ABC$ vuông tại A, biết: $AB = 12cm, \tan \hat{B} = \dfrac{3}{4}$.




**Lời giải:**

Xét $\Delta ABC$ vuông tại A, ta có:

$AC = AB.\tan B$

$AC = 12.\dfrac{3}{4}$

$AC = 9(cm)$

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$BC^2 = 12^2 + 9^2$

$BC^2 = 225$

$BC = 15(cm)$

$\tan B = \dfrac{3}{4}$

$\hat{B} \approx 36^0 52'$

$\hat{C} \approx 53^0 8'$

***Bài 8.*** Giải $\Delta ABC$ vuông tại A, biết: $b = 10cm, \widehat{C} = 30^0$.

**Lời giải:**

Xét $\Delta ABC$ vuông tại A, ta có:

$AB = AC.\tan C$

$AB = 10.\tan 30^0$

$AB = \dfrac{10\sqrt{3}}{3}(cm)$

$\cos C = \dfrac{AC}{BC}$

$\cos 30^0 = \dfrac{10}{BC}$

$BC = \dfrac{20\sqrt{3}}{3}(cm)$

$\widehat{B} + \widehat{C} = 90^0$

$\widehat{B} + 30^0 = 90^0$

$\widehat{B} = 60^0$

***Bài 9.*** Giải $\Delta ABC$ vuông tại A, biết: $c = 10cm, \widehat{C} = 45^0$.

**Lời giải:**

Xét $\Delta ABC$ vuông tại A, ta có:

$\widehat{B} + \widehat{C} = 90^0$

$\widehat{B} + 45^0 = 90^0$

$\widehat{B} = 45^0$

$AC = AB.\tan B$

$AC = 10.\tan 45^0$

$AC = 10(cm)$

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$BC^2 = 10^2 + 10^2$

$BC^2 = 200$

$BC = 10\sqrt{2}(cm)$

***Bài 10.*** Giải $\Delta ABC$ vuông tại A, biết: $a = 20cm, \widehat{B} = 35^0$.

**Lời giải:**

Xét $\Delta ABC$ vuông tại A, ta có:

$\widehat{B}+\widehat{C}=90^0$

$35^0+\widehat{C}=90^0$

$\widehat{C}=55^0$

$AC=BC.\sin B$

$AC=20.\sin 35^0$

$AC\approx 11,5(cm)$

$AB=BC.\sin C$

$AB=20.\sin 55^0$

$AB\approx 16,4(cm)$

***Dạng 3. Dùng hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông giải quyết một số bài toán thực tế liên quan***

**Phương pháp giải**

- ***Vận dụng hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông.***
- ***Tam giác ABC vuông tại A, ta có:***

  $\boldsymbol{b=a.\sin B=a.\cos C;c=a.\sin C=a.\cos B;}$

  $\boldsymbol{b=c.\tan B=a.\cot C;c=b.\tan C=b.\cot B.}$

***Bài 11.*** Một người với chiều cao 1m4 leo lên 1 cái thang được đặt 1 góc nghiêng $65^0$ với với mặt đất. Người đó phải đi lên bao nhiêu bậc thang thì khoảng cách từ đỉnh đầu người đó với mặt đất là 3m. Biết rằng khoảng cách các bậc thang là 30cm.

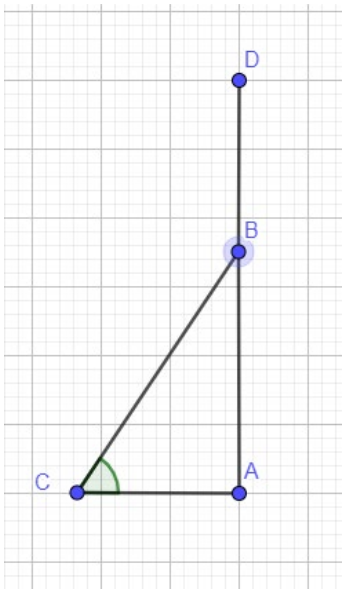
**Lời giải:**

Đổi: 1m4=1,4m

Gọi chiều dài của cái thang là BC (m)

Chiều cao từ đỉnh thang đến mặt đất là AB (m)

Chiều cao người là BD (m)




Ta có:

$AB = AD - BD$
$\Rightarrow AB = 3 - 1,4$
$\Rightarrow AB = 1,6(m)$

Xét $\Delta ABC$ vuông tại A, ta có:

$$\sin C = \frac{AB}{BC}$$
$$\Rightarrow \sin 65^0 = \frac{1,6}{BC}$$
$$\Rightarrow BC = \frac{1,6}{\sin 65^0}$$
$$\Rightarrow BC \approx 1,8\left(m\right)$$
$$\Rightarrow BC \approx 180(cm)$$

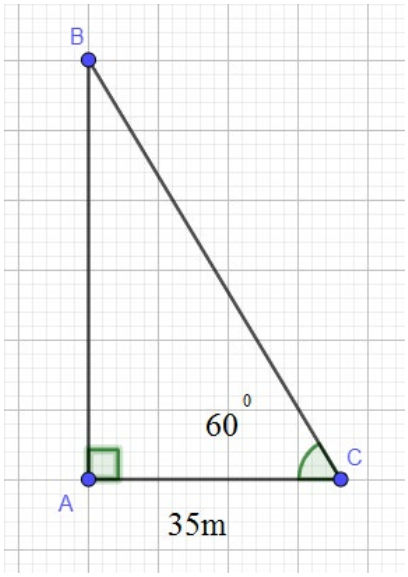
Số bậc thang người đó leo lên là:

$180 : 30 \approx 6$ (bậc)

Vậy người đó phải đi lên khoảng 6 bậc thang thì khoảng cách từ đỉnh đầu người đó với mặt đất là 3m.

***Bài 12.*** Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ bằng $60^0$ và bóng của một tháp trên mặt đất dài 35m. Tính chiều cao của tháp (làm tròn đến mét).

**Lời giải:**




Gọi chiều cao của tháp là AB (m)

Bóng của tháp trên mặt đất là AC (m)

Xét $\Delta ABC$ vuông tại A, ta có:

$$\tan C = \frac{AB}{AC}$$
$$\Rightarrow \tan 60^0 = \frac{AB}{35}$$
$$\Rightarrow AB = 35.\tan 60^0$$
$$\Rightarrow AB = 35\sqrt{3}$$
$$\Rightarrow AB \approx 61(m)$$

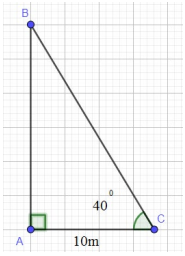
Vậy chiều của tháp khoảng 61 mét.

***Bài 13.*** Một người trinh sát đứng cách 1 tòa nhà khoảng 10m. Góc " nâng" từ chỗ anh ta đứng tới nóc tòa nhà là $40^0$.

a) Tính chiều cao của tòa nhà.

b) Nếu anh ta dịch chuyển sao cho góc "nâng" là $35^0$ thì anh ta cách tòa nhà bao nhiêu mét? Khi đó anh ta tiến lại gần hay xa tòa nhà?

**Lời giải:**




a) Gọi cao tòa nhà là AB (m)

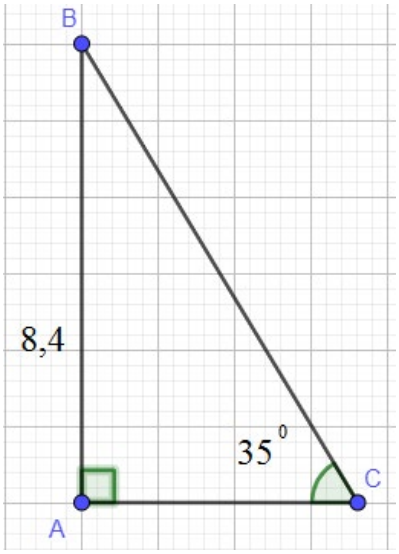
Khoảng cách từ người trinh sát đến tòa nhà là AC (m)

Xét $\Delta ABC$ vuông tại A, ta có:

$$\tan C = \frac{AB}{AC}$$
$$\Rightarrow \tan 40^0 = \frac{AB}{10}$$
$$\Rightarrow AB = 10.\tan 40^0$$
$$\Rightarrow AB \approx 8,4(m)$$

Vậy chiều cao tòa nhà khoảng 8,4 mét.

b)



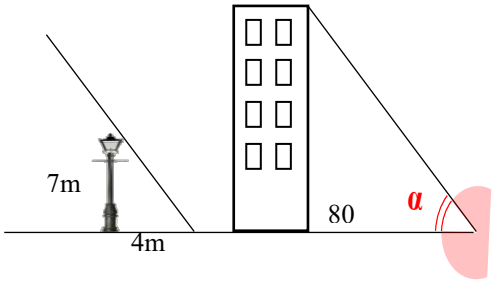

Xét $\Delta ABC$ vuông tại A, ta có:

$$\tan C = \frac{AB}{AC}$$
$$\Rightarrow \tan 35^0 \approx \frac{8,4}{AC}$$
$$\Rightarrow AC \approx \frac{8,4}{\tan 35^0}$$
$$\Rightarrow AC \approx 12(m)$$

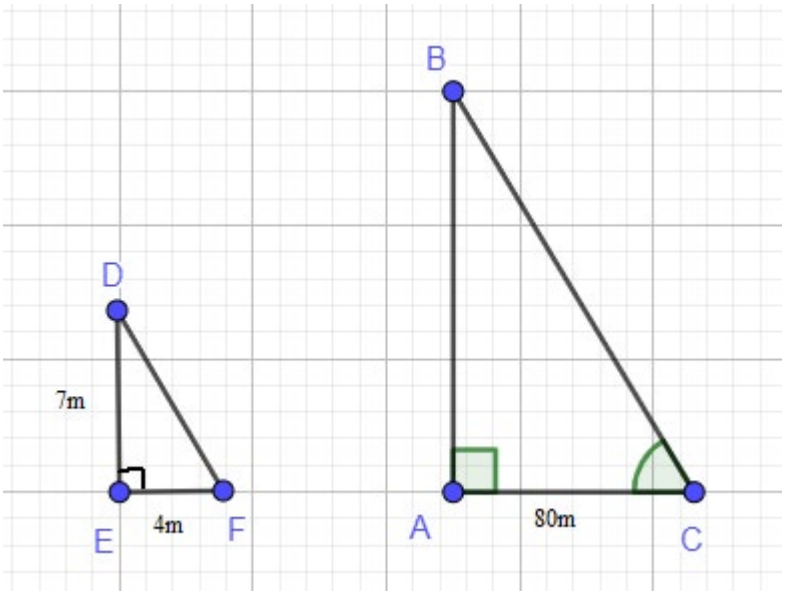
Vậy nếu anh ta dịch chuyển sao cho góc "nâng" là $35^0$ thì anh ta cách tòa nhà khoảng 12 mét.

Khi đó anh ta tiến xa tòa nhà (vì 12m>10m)

***Bài 14.*** Một cột đèn cao 7m có bóng trên mặt đất dài 4m. Gần đấy có một tòa nhà cao tầng có bóng trên mặt đấtlà 80m. Hãy cho biết toà nhà đó có bao nhiêu tầng, biết rằng mỗi tầng cao 2m?




**Lời giải:**




Gọi chiều cao tòa nhà là AB (m)

Bóng của tòa nhà trên mặt đất là AC (m)

Chiều cao của cột đèn là ED (m)

Bóng của cột đèn trên mặt đất là EF (m)

**CÁCH 1:**

Xét $\Delta EDF$ vuông tại E, ta có:

$$\tan F = \frac{DE}{EF}$$
$$\Rightarrow \tan F = \frac{7}{4}$$
$$\Rightarrow \widehat{F} \approx 60^0 15'$$

Ta có: DF//BC (Vì các tia nắng mặt trời)

$$\Rightarrow \widehat{C} = \widehat{F} \approx 60^0 15'$$

Xét $\Delta ABC$ vuông tại A, ta có:

$$\tan C = \frac{AB}{AC}$$
$$\Rightarrow \tan 60^0 15' \approx \frac{AB}{80}$$
$$\Rightarrow AB \approx 80.\tan 60^0 15'$$
$$\Rightarrow AB \approx 140(m)$$

Vậy chiều cao tòa nhà khoảng 140 mét.

Số tầng của tòa nhà:

$140 : 2 \approx 70$ (tầng)

Vậy tòa nhà khoảng 70 tầng.

**CÁCH 2:**

Xét $\Delta EDF$ và $\Delta ABC$ ta có:

$$\begin{cases}\widehat{E}=\widehat{A}=90^0\\ \widehat{F}=\widehat{C}(cmt)\end{cases}$$

$\Rightarrow \Delta EDF \backsim \Delta ABC(g-g)$

$\Rightarrow \dfrac{ED}{AB}=\dfrac{EF}{AC}=\dfrac{DF}{BC}$

$\Rightarrow \dfrac{ED}{AB}=\dfrac{EF}{AC}$

$\Rightarrow \dfrac{7}{AB}=\dfrac{4}{80}$

$\Rightarrow AB=\dfrac{80.7}{4}$

$\Rightarrow AB=140(m)$

Vậy chiều cao tòa nhà là 140 mét.

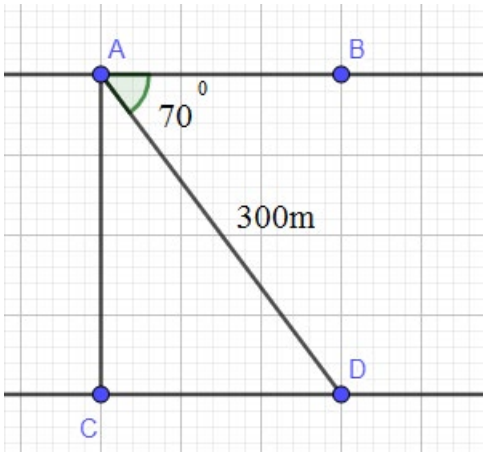
Số tầng của tòa nhà:

$140:2=70$ (tầng)

Vậy tòa nhà là 70 tầng.

***Bài 15.*** Một con đò chèo qua một khúc sông bị dòng nước đẩy xiên một góc $70^0$ so với bờ nên phải chèo 300m mới sang được bờ bên kia. Hãy tính chiều rộng của khúc sông ( làm tròn đến mét ).

**Lời giải:**




Gọi chiều rộng của khúc sông là AC (m)

Quãng đường con đò chèo qua sông khi bị dòng nước đẩy xiên là AD (m)

Bờ sông là AB và CD.

Ta có: AB//CD

$\Rightarrow \widehat{ADC}=\widehat{BAD}=70^0$ (2 góc so le trong)

Xét $\Delta ACD$ vuông tại C, ta có:

$$\sin D = \frac{AC}{AD}$$
$$\Rightarrow \sin 70^0 = \frac{AC}{300}$$
$$\Rightarrow AC = 300.\sin 70^0$$
$$\Rightarrow AC \approx 282\left(m\right)$$

Vậy chiều rộng của khúc sông khoảng 282 mét.

# BÀI 3. ỨNG DỤNG CỦA TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN

## A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

**Kiến thức cần nhớ**

### 1. Khái niệm tỉ số lượng giác của góc nhọn

Cho góc nhọn $\alpha$. Xét $\Delta ABC$ vuông tại $A$ có góc nhọn $B$ bằng $\alpha$. Ta có:

+ Tỉ số giữa cạnh đối và cạnh huyền gọi là sin của $\alpha$, kí hiệu $\sin\alpha$

+ Tỉ số giữa cạnh kề và cạnh huyền gọi là côsin của $\alpha$, kí hiệu là $\cos\alpha$

+ Tỉ số giữa cạnh đối và cạnh kề của góc $\alpha$ gọi là tang của $\alpha$, kí hiệu $\tan\alpha$

+ Tỉ số giữa cạnh kề và cạnh đối của góc $\alpha$ gọi là côtang $\alpha$, kí hiệu $\cot\alpha$.

* sin, côsin của góc nhọn luôn dương và bé hơn 1 vì trong tam giác vuông, cạnh huyền dài nhất

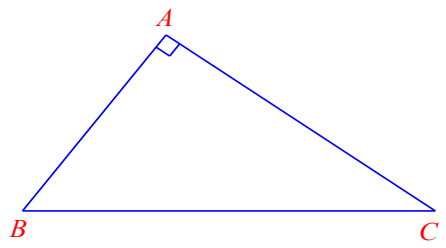
Ta có bảng các giá trị lượng giác đặc biệt:

| $\alpha$ | $\sin\alpha$ | $\cos\alpha$ | $\tan\alpha$ | $\cot\alpha$ |
|---|---|---|---|---|
| $30°$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | $\sqrt{3}$ |
| $45°$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $1$ | $1$ |
| $60°$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $\sqrt{3}$ | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ |

***) Chú ý:** Cách tính chính xác cạnh đối và cạnh kề của góc cần viết tỉ số lượng giác

Chẳng hạn:

Viết tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác $\Delta ABC$ vuông tại $A$.




Xét $\Delta ABC$ vuông tại $A$, có:

$$\sin B = \frac{AC}{BC} \qquad \sin C = \frac{AB}{BC}$$

$$\cos B = \frac{AB}{BC} \qquad \cos C = \frac{AC}{BC}$$

$$\tan B = \frac{AC}{AB} \qquad \tan C = \frac{AB}{AC}$$

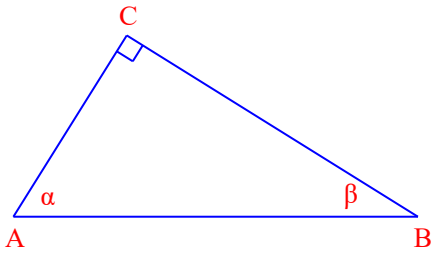
$$\cot B = \frac{AB}{AC} \qquad \cot C = \frac{AC}{AB}$$

### 2. Tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau

* Nếu hai góc phụ nhau thì sin góc này bằng côsin góc kia, tang góc này bằng côtang góc kia.

* Cho $\alpha$ và $\beta$ là hai góc phụ nhau, khi đó:

$\sin\alpha = \cos\beta$, $\sin\beta = \cos\alpha$, $\tan\alpha = \cot\beta$, $\cot\alpha = \tan\beta$



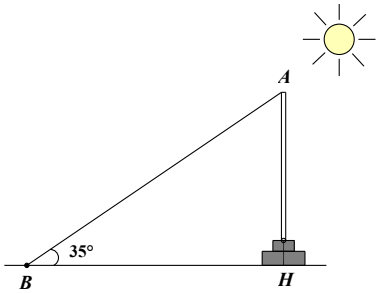

**3. Sử dụng máy tính cầm tay tính tỉ số lượng giác của góc nhọn.**

* Để tìm góc $\alpha$ khi biết $\cot\alpha$, ta có thể tìm góc $(90°-\alpha)$ vì $\tan(90°-\alpha)=\cot\alpha$ rồi suy ra $\alpha$.

## A. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

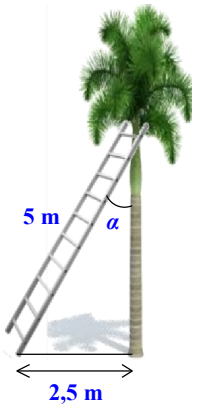
### I – MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

**Câu 1:** Tại một thời điểm trong ngày, các tia nắng mặt trời tạo với phương ngang một góc bằng $35°$, khi đó cột $AH$ có bóng trên mặt đất là đoạn $BH$ dài $7,2$ m. Trong các hệ thức sau, hệ thức nào đúng khi tính chiều cao của cột $AH$?



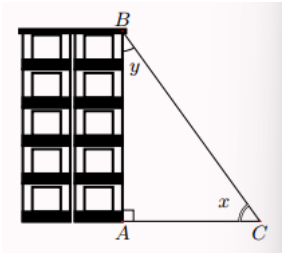

**A.** $AH=7,2.\cos 35°$. **B.** $AH=7,2.\sin 35°$. **C.** $AH=7,2.\tan 35°$. **D.** $AH=7,2.\cot 55°$.

**Câu 2:** Một chiếc thang có chiều dài từ chân lên đến nấc thang cuối là $5$ m được đặt vào thân cây cau như hình vẽ dưới đây, người ta đo được khoảng cách từ chân thang đến gốc cây cau là $2,5$ m. Tính góc $\alpha$ tạo bởi thang và thân cây cau (*làm tròn kết quả đến độ*).




**A.** $\alpha=60°$. **B.** $\alpha=45°$. **C.** $\alpha=40°$. **D.** $\alpha=30°$.

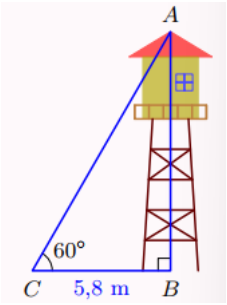
**Câu 3:** Tia nắng chiếu qua điểm $B$ của tòa nhà tạo với mặt đất một góc $x$ và tạo với cạnh $AB$ của tòa nhà một góc $y$ (hình vẽ). Cho biết $\cos x\approx 0,78$ và $\cot x\approx 1,25$. Tính $\sin y$ và $\tan y$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).




**A.** Sin y $\approx$0,75; tan y $\approx$ 1,45 **B.** Sin y $\approx$0,78; tan y $\approx$ 1,25

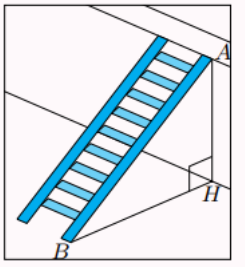
**C.** Sin y $\approx$0,35; tan y $\approx$ 1,35 **D.** Sin y $\approx$0,45; tan y $\approx$ 1,15

**Câu 4:** Tính chiều cao của tháp canh trong hình bên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



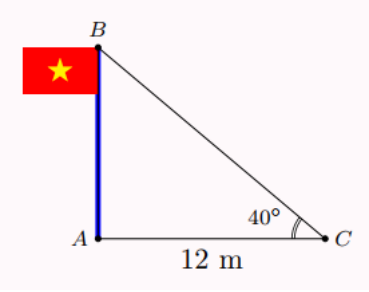

**A.** $10,05(m)$ **B.** $10,04(m)$ **C.** $10,045(m)$ **D.** $10,03(m)$

**Câu 5:** Hình bên mô tả một chiếc thang có chiều dài $AB = 4$ m được đặt dựa vào tường, khoảng cách từ chân thang đến chân tường là $BH = 1,5$ m. Tính góc tạo bởi cạnh $AB$ và phần tường nằm ngang trên mặt đất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)




**A.** $67^0$ **B.** $69^0$ **C.** $66^0$ **D.** $68^0$

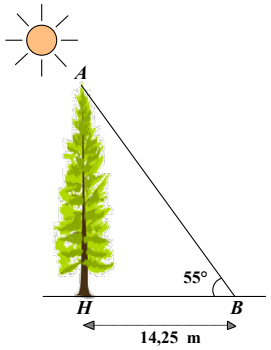
**Câu 6:** Tam giác $ABC$ ở hình bên (có $\widehat{A} = 90°$) mô tả cột cờ $AB$ và bóng nắng của cột cờ trên mặt đất là $AC$. Người ta đo được độ dài $AC = 12m$ và $\widehat{C} = 40°$. Tính chiều cao $AB$ của cột cờ. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm của mét).




**A.** $10,06(m)$ **B.** $10,069(m)$ **C.** $10,07(m)$ **D.** $10,7(m)$

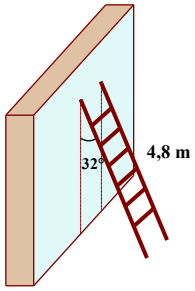
## II – MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

**Câu 7:** Tại một thời điểm trong ngày, các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc bằng $55°$, bóng của một cây xanh trên mặt đất dài $14,25$ m (*tham khảo hình vẽ*). Tính chiều cao $AH$ của cây ra đơn vị mét và làm tròn kết quả đến hai chữ số phần thập phân.



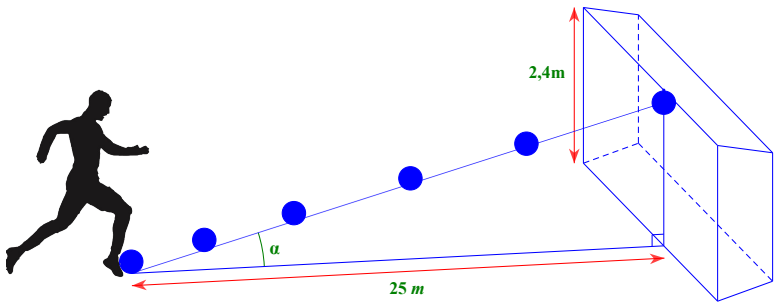

**A.** $AH \approx 20,00$ m. **B.** $AH \approx 20,35$ m. **C.** $AH \approx 11,67$ m. **D.** $AH \approx 22,50$ m.

**Câu 8:** Một cái thang dài $4,8$ m dựa vào tường và tạo với tường một góc $32°$. Chiều cao của thang so với mặt đất là bao nhiêu mét? (*làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất*)




**A.** 3,6 m. **B.** 4,0 m. **C.** 4,1 m. **D.** 4,5 m.

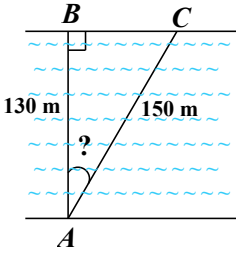
**Câu 9:** Một cầu thủ sút bóng bị va vào mép xà ngang của cầu môn và bị bật ngược trở lại. Biết cầu môn cao $2,4$ m và khoảng cách từ vị trí sút bóng đến chân cầu môn là $25$ m. Tính góc $\alpha$ tạo bởi đường đi của quả bóng và mặt đất *(kết quả làm tròn đến phút)*.




**A.** $\alpha = 5°30'$. **B.** $\alpha \approx 5°20'$. **C.** $\alpha \approx 5°31'$. **D.** $\alpha \approx 5°29'$.

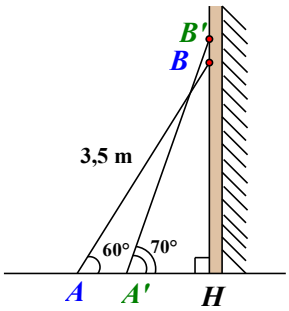
***Câu 10:*** Một khúc sông rộng khoảng $130$ m. Một con đò dự định chèo từ bờ bên này sang bờ bên kia theo phương vuông góc với bờ sông, nhưng do bị dòng nước đẩy xiên nên phải chèo

khoảng 150 m mới sang được bờ bên kia. Vậy dòng nước đã đẩy con đò lệch đi một góc so với phương dự định ban đầu là bao nhiêu độ? *(làm tròn kết quả đến độ)*



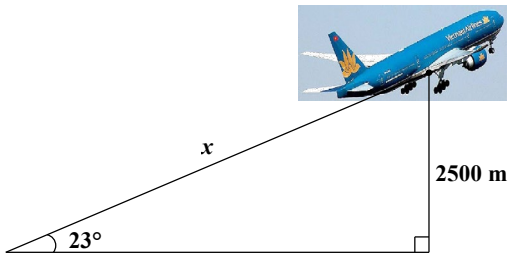

**A.** $30°$. **B.** $29°$. **C.** $41°$. **D.** $60°$.

**Câu 11:** Trên một cái thang dài $3,5$ m người ta ghi: "Để đảm bảo an toàn khi dùng thang, phải đặt thang này tạo với mặt đất một góc có độ lớn từ $60°$ đến $70°$". Gọi $x\,(\text{m})$ (với $x>0$) là khoảng cách từ chân thang đến chân tường để đảm bảo an toàn khi sử dụng chiếc thang này, tìm điều kiện của $x$.




**A.** $1,20<x<1,75$. **B.** $1,20\le x\le 1,75$.
**C.** $x=1,20$ hoặc $x=1,75$. **D.** $1,20\le x<1,75$.

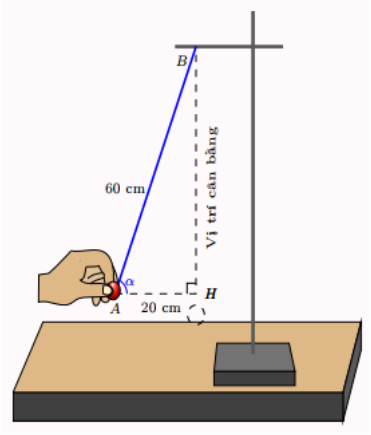
**Câu 12:** Một máy bay cất cánh theo phương hợp với mặt đất một góc $23°$. Hỏi muốn đạt độ cao $2500$ m, máy bay phải bay một đoạn đường $x$ dài bao nhiêu mét? *(làm tròn kết quả đến mét)*




**A.** $x\approx 7061$ m. **B.** $x\approx 6398$ m. **C.** $x\approx 4716$ m. **D.** $x\approx 5890$ m.

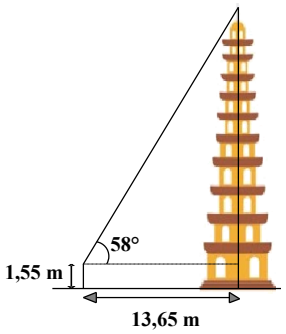
## III – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG THẤP

**Câu 13:** Treo quả cầu kim loại nhỏ vào giá thí nghiệm bằng sợi dây mảnh nhẹ không dãn. Khi quả cầu đứng yên tại vị trí cân bằng, dây treo có phương thẳng đứng. Kéo quả cầu khỏi vị trí cân bằng một đoạn nhỏ rồi buông ra thì quả cầu sẽ chuyển động qua lại quanh vị trí cân bằng. Khi kéo quả cầu khỏi vị trí cân bằng, giả sử tâm $A$ của quả cầu cách $B$ một khoảng $AB=60$ cm và cách vị trí cân bằng một khoảng $AH=20$ cm. Tính số đo góc $\alpha$ tạo bởi sợi dây $BA$ và vị trí cân bằng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ).



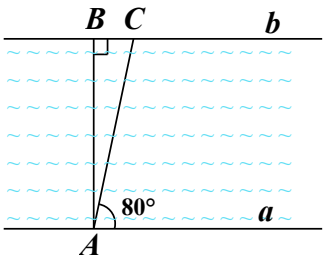

A. $18^0$ B. $19^0$ C. $20^0$ D. $21^0$

**Câu 14:** Một người đứng cách chân tháp $13,65$ m nhìn lên đỉnh tháp với phương nhìn hợp với phương nằm ngang một góc bằng $58°$. Biết mắt của người đó cách chân của mình một khoảng $1,55$ m, hỏi tháp cao bao nhiêu mét? (*làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai*)




**A.** $23,38$ m. **B.** $21,84$ m. **C.** $23,39$ m. **D.** $21,85$ m.

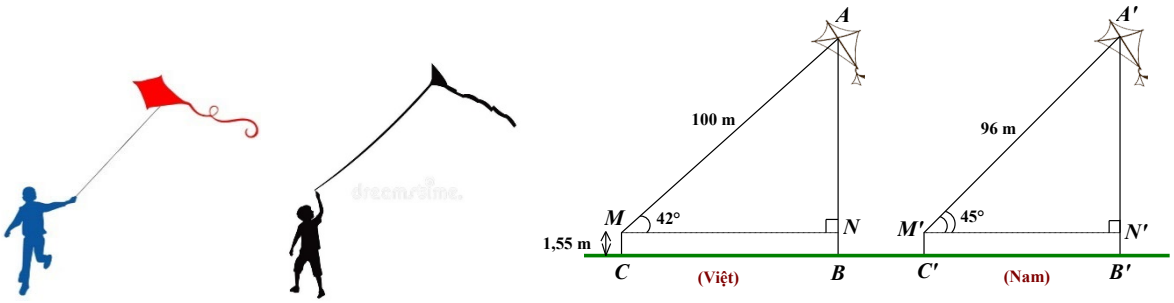
**Câu 15:** Một con thuyền đi với vận tốc $2$ km/h từ bờ bên này sang bờ bên kia hết $36$ phút. Do nước chảy mạnh nên đường đi của con thuyền đẩy lệch và tạo với bờ sông một góc một góc $80°$ ) (*tham khảo hình vẽ*). Nếu coi khúc sông đó có hai bờ song song thì chiều rộng của khúc sông đó là bao nhiêu mét? *(làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).*




**A.** $1218,5$ m. **B.** $1181,8$ m. **C.** $208,4$ m. **D.** $6910,5$ m.

**Câu 16:** Hai bạn Việt và Nam cùng chơi thả diều trên một bãi đất phẳng, sợi dây diều của bạn Việt có độ dài $100$ m và dây diều tạo với phương ngang một góc $42°$ còn sợi dây diều của bạn Nam có độ dài $96$ m và dây diều tạo với phương ngang một góc $45°$. Cho biết tầm mắt của cả hai bạn đều là $1,55$ m và coi các dây diều được thả hết và căng thẳng (*tham khảo*

*hình vẽ*). Trong các kết luận sau, kết luận nào đúng? *(làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)*.



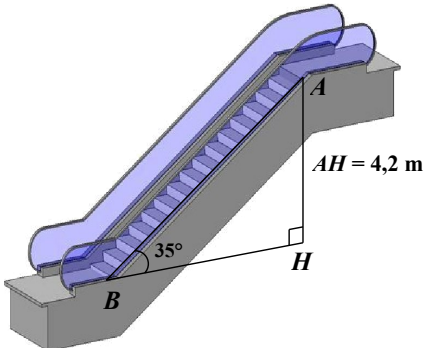

**A.** So với mặt đất thì diều của bạn Việt lên cao hơn diều của bạn Nam và cao hơn $0,25$ m .

**B.** So với mặt đất thì diều của bạn Nam lên cao hơn diều của bạn Việt và cao hơn $0,97$ m .

**C.** So với mặt đất thì diều của bạn Nam lên cao hơn diều của bạn Việt và cao hơn $1,03$ m .

**D.** So với mặt đất thì diều của hai bạn Việt và Nam lên cao bằng nhau.

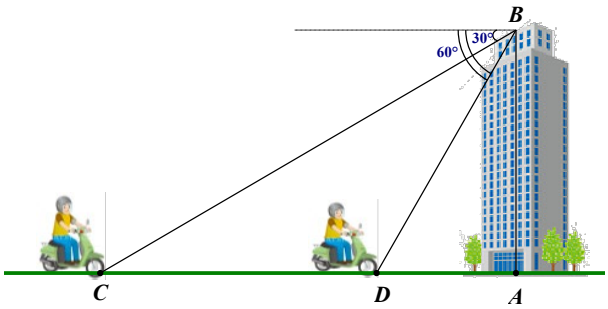
**Câu 17:** Để phục vụ việc di chuyển của khách hàng giữa các tầng hàng trong siêu thị, người chủ đầu tư thường cho lắp hệ thống thang cuốn tự động. Biết rằng thang cuốn có góc nghiêng là $35°$ so với phương ngang và tốc độ truyền là $0,65$ m/s , khoảng cách giữa hai tầng liên tiếp là $4,2$ m . Hỏi một người khi bước vào thang cuốn và đứng yên thì cần bao nhiêu giây để có thể di chuyển từ tầng $1$ lên tầng $2$ ? (*làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất*)




**A.** $11,3$ giây. **B.** $11,2$ giây. **C.** $7,9$ giây. **D.** $7,8$ giây.

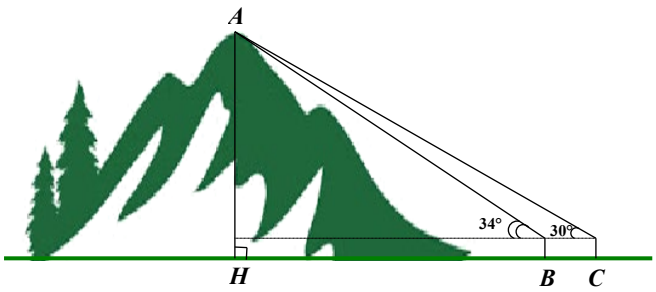
## III – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

**Câu 18:** Một người đang ở trên tầng thượng của một tòa nhà quan sát con đường chạy thẳng đến chân tòa nhà. Anh ta nhìn thấy một người điều khiển chiếc xe máy đi về phía tòa nhà với phương nhìn tạo với phương nằm ngang một góc bằng $30°$. Sau $6$ phút, người quan sát vẫn nhìn thấy người điều khiển chiếc xe máy với phương nhìn tạo với phương nằm ngang một góc bằng $60°$. Hỏi sau bao nhiêu phút nữa thì xe máy sẽ chạy đến chân tòa nhà? Cho biết vận tốc xe máy không đổi.



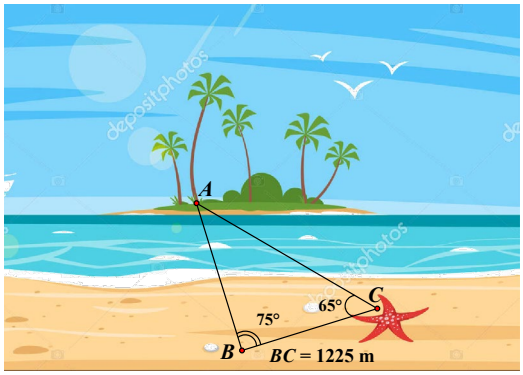

**A.** 5 phút. **B.** 4,5 phút. **C.** 3,5 phút. **D.** 3 phút.

**Câu 19:** Để xác định chiều cao $AH$ của một ngọn núi, người quan sát đứng từ hai vị trí $B$ và $C$ cách nhau 475 m trên mặt đất. Tại vị trí $B$, người đó quan sát đỉnh núi với phương nhìn tạo với phương nằm ngang một góc bằng $34°$; tại vị trí $C$, người đó quan sát đỉnh núi với phương nhìn tạo với phương nằm ngang một góc bằng $30°$ (*như hình vẽ*). Tính chiều cao của ngọn núi (đơn vị mét), biết rằng tầm mắt của người quan sát là 1,6 m và giả thiết ba điểm $H$, $B$, $C$ thẳng hàng *(kết quả làm tròn đến số thập phân thứ nhất)*.




**A.** 1845,5 m. **B.** 2153,8 m. **C.** 1905,5 m. **D.** 219,6 m.

**Câu 20:** Để xác định khoảng cách từ một gốc cây $A$ trên một hòn đảo nhỏ giữa biển đến vị trí con sao biển $C$ trên bãi cát (*như hình bên dưới*), người ta chọn một điểm $B$ trên bãi biển cách điểm $C$ một khoảng 1225 m và dùng giác kế ngắm xác định được $\widehat{ABC} = 75^\circ$; $\widehat{ACB} = 65^\circ$. Tính khoảng cách $AC$ *(kết quả làm tròn đến đơn vị mét)*.




**A.** 1841 m. **B.** 1783 m. **C.** 1652 m. **D.** 1906 m.

## C. CÁC DẠNG TỰ LUẬN

### *Dạng 1.* Tính tỉ số lượng giác của góc nhọn, tính cạnh, tính góc.

**Phương pháp giải**

- Nắm vững công thức các tỉ số lượng giác của một góc.
- Xác định chính xác cạnh đối, cạnh kề đối với một góc, từ đó đưa ra mối liên hệ để tính được tỉ số lượng giác của góc, tính được số đo góc.
- Giải tam giác là tìm ra tất cả các cạnh và các góc của tam giác đó.

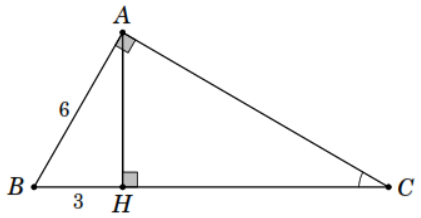
**Bài 1.** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$. Biết $AB=3\text{cm}, AC=4\text{cm}$. Tính tỉ số lượng giác của góc nhọn $B$

**Bài 2.** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$, có $AB=5\text{cm}$, $AC=12\text{cm}$. Hãy tính các tỉ số lượng giác của góc $B$

**Bài 3.** Tam giác $ABC$ vuông tại $A$, $AB=1,5$ cm; $BC=3,5$ cm. Tính tỉ số lượng giác của góc $C$ rồi suy ra các tỉ số lượng giác của góc $B$.

**Bài 4.** Tam giác $ABC$ cân tại $A$, có $BC=6$, đường cao $AH=4$. Tính các tỉ số lượng giác của góc $B$.

**Bài 5.** Tính $\tan C$ cho hình dưới đây




**Bài 6.** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $C$. Trong đó $AC=0,9\text{m}, BC=1,2\text{m}$. Tính các tỉ số lượng giác của góc $B$. Từ đó suy ra các tỉ số lượng giác của góc $A$.

### *Dạng 2.* So sánh các tỉ số lượng giác mà không dùng máy tính hoặc bảng số

**Phương pháp giải:** Để sắp thứ tự dãy các tỉ số lượng giác cho trước, ta cần làm được hai bước sau:

- ***Bước 1.*** Đưa về các tỉ số lượng giác trong bài toán cùng loại bằng cách sử dụng tính chất: "Nếu hai góc phụ nhau thì sin góc này bằng cos góc kia, tan góc này bằng cot góc kia".
- ***Bước 2***: Với hai góc nhọn $\alpha;\beta$, ta có:

$$\sin\alpha<\sin\beta\Leftrightarrow\alpha<\beta;\qquad \cos\alpha<\cos\beta\Leftrightarrow\alpha<\beta;$$
$$\tan\alpha<\tan\beta\Leftrightarrow\alpha<\beta;\qquad \cot\alpha<\cot\beta\Leftrightarrow\alpha>\beta$$

**Bài 1.** Hãy viết tỉ số lượng giác của các góc sau thành tỉ số lượng giác của các góc nhỏ hơn $45^\circ$

$\sin 75^\circ, \cos 60^\circ, \tan 80^\circ, \cot 50^\circ$

**Bài 2.** Sắp xếp các tỉ số lượng giác sau theo thứ tự tăng dần: $\sin 70^\circ, \cos 30^\circ, \cos 40^\circ, \sin 51^\circ$

**Bài 3.** Sắp xếp các tỉ số lượng giác sau theo thứ tự tăng dần

a) $\cot 40^\circ, \tan 40^\circ, \cot 43^\circ, \tan 42^\circ$ b) $\tan 52^\circ, \cot 63^\circ, \tan 72^\circ, \cot 31^\circ$

**Bài 4.** Không dùng máy tính, hãy sắp xếp các tỉ số lượng giác sau theo thứ tự tăng dần :

a) $\sin 40^\circ, \cos 28^\circ, \sin 65^\circ, \cos 88^\circ, \cos 20^\circ$

b) $\tan 32^\circ, \cot 28^\circ, \tan 56^\circ, \cot 67^\circ$ .

**Bài 5.** So sánh các số sau:

a) $\sin 5^\circ$ và $\sin 6^\circ$ b) $\sin 35^\circ$ và $\sin 17^\circ$ c) $\sin 12^\circ$ và $\sin 78^\circ$

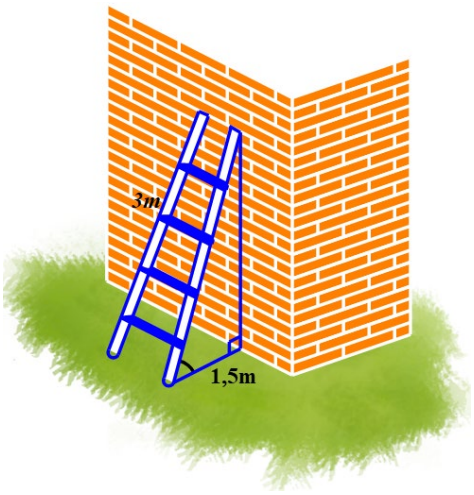
c) $\sin 15^\circ$ và $\cos 15^\circ$ d) $\cos 85^\circ$ và $\sin 10^\circ$ e) $\sin 1^\circ$ và $\cos 89^\circ$

## *Dạng 3.* Bài toán thực tế.

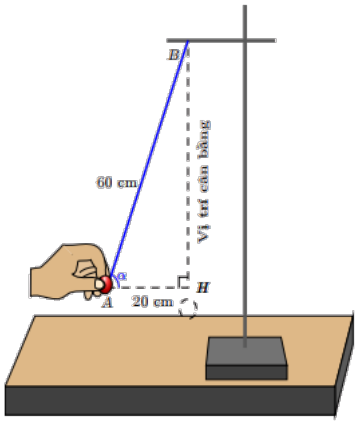
**Phương pháp giải**

- ***Từ đề bài dựng được tam giác vuông, đưa ra các số đo góc và cạnh.***
- ***Đưa bài toán thực tế về tài toán tỉ số lượng giác và giải quyết.***

**Bài 1.** Hình bên mô tả một chiếc thang có chiều dài $AB = 4$ m được đặt dựa vào tường, khoảng cách từ chân thang đến chân tường là $BH = 1,5$ m. Tính góc tạo bởi cạnh $AB$ và phần nằm ngang trên mặt đất (làm tròn đến hàng đơn vị)




**Bài 2.** Treo quả cầu kim loại nhỏ vào giá thí nghiệm bằng sợi dây mảnh nhẹ không dãn. Khi quả cầu đứng yên tại vị trí cân bằng, dây treo có phương thẳng đứng. Kéo quả cầu khỏi vị trí cân bằng một đoạn nhỏ rồi buông ra thì quả cầu sẽ chuyển động qua lại quanh vị trí cân bằng. Khi kéo quả cầu khỏi vị trí cân bằng, giả sử tâm $A$ của quả cầu cách $B$ một khoảng $AB = 60$ cm và cách vị trí cân bằng một khoảng $AH = 20$ cm. Tính số đo góc $\alpha$ tạo bởi sợi dây $BA$ và vị trí cân bằng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ).

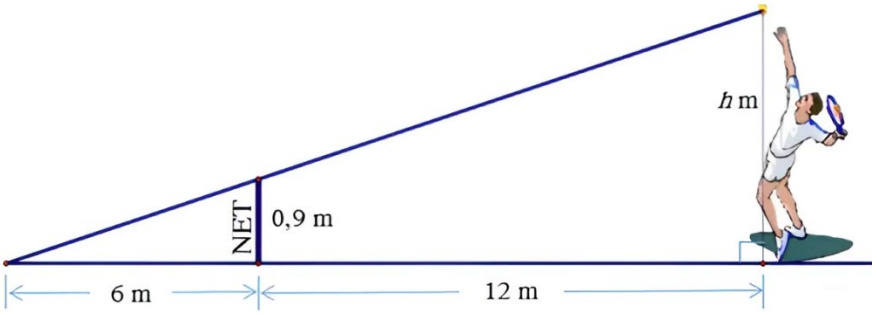



**Bài 3.** Một con sông rộng 250m. Một chiếc đò ngang chèo vuông góc với dòng nước, nhưng vì nước chảy nên phải di chuyển 320m mới sang được đến bờ bên kia. Hãy xác định xem, dòng nước đã làm chiếc đò bơi lệch đi một góc bao nhiêu độ ?

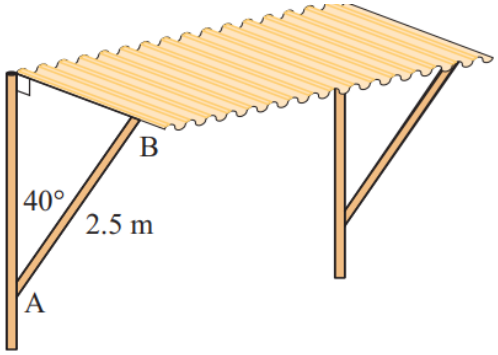
**Bài 4.** Một vận động viên đánh quần vợt đang giao banh. Từ độ cao h, anh ta muốn banh rơi ở vị trí cách lưới 6m như hình bên dưới.

a) Tìm góc tạo bởi mặt sân và đường bay của banh ở hình bên dưới, biết banh bay chạm mép lưới.

b) Tìm độ cao h khi giao banh để banh không chạm lưới.




**Bài 5.** Một thanh chống dài 2,5m, hợp với tường một góc 40° để chống một tấm nhựa che nắng như hình vẽ. Hỏi khoảng cách từ tường đến vị trí đặt đầu thanh chống trên tấm nhựa là bao nhiêu?



## D. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

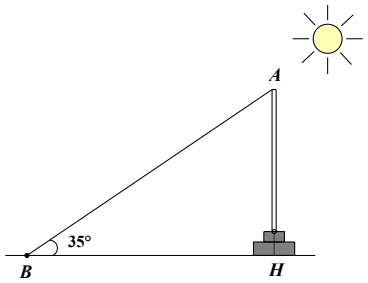
### BẢNG ĐÁP ÁN

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1.C | 2.D | 3.B | 4.A | 5.D | 6.C | 7.B | 8.C | 9.D | 10.A |
| 11.B | 12.B | 13.B | 14.C | 15.B | 16.B | 17.A | 18.D | 19.C | 20.A |

### HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

## I. MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT.

**Câu 1:** Tại một thời điểm trong ngày, các tia nắng mặt trời tạo với phương ngang một góc bằng $35°$, khi đó cột $AH$ có bóng trên mặt đất là đoạn $BH$ dài $7,2$ m. Trong các hệ thức sau, hệ thức nào đúng khi tính chiều cao của cột $AH$?



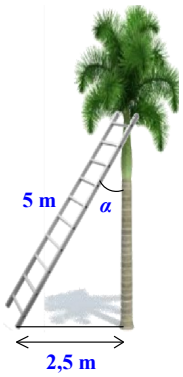

**A.** $AH = 7,2.\cos 35°$.
**B.** $AH = 7,2.\sin 35°$.
**C.** $AH = 7,2.\tan 35°$.
**D.** $AH = 7,2.\cot 55°$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét $\Delta AHB$ vuông tại $H$, áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc nhọn trong tam giác vuông, ta có $AH = BH.\tan B \Rightarrow AH = 7,2.\tan 35°$.

**Câu 2:** Một chiếc thang có chiều dài từ chân lên đến nấc thang cuối là $5$ m được đặt vào thân cây cau như hình vẽ dưới đây, người ta đo được khoảng cách từ chân thang đến gốc cây cau là $2,5$ m. Tính góc $\alpha$ tạo bởi thang và thân cây cau (*làm tròn kết quả đến độ*).




**A.** $\alpha = 60°$.
**B.** $\alpha = 45°$.
**C.** $\alpha = 40°$.
**D.** $\alpha = 30°$.

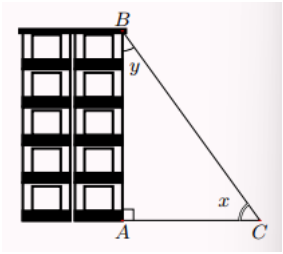
**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $\sin\alpha = \frac{2,5}{5} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30°$.

Vậy góc hợp bởi thang và thân cây cau là $\alpha = 30°$.

**Câu 3:** Tia nắng chiếu qua điểm $B$ của tòa nhà tạo với mặt đất một góc $x$ và tạo với cạnh $AB$ của tòa nhà một góc $y$ (hình vẽ). Cho biết $\cos x \approx 0,78$ và $\cot x \approx 1,25$. Tính $\sin y$ và $\tan y$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).




**A.** Sin y $\approx$0,75; tan y $\approx$ 1,45 **B.** Sin y $\approx$0,78; tan y $\approx$ 1,25

**C.** Sin y $\approx$0,35; tan y $\approx$ 1,35 **D.** Sin y $\approx$0,45; tan y $\approx$ 1,15

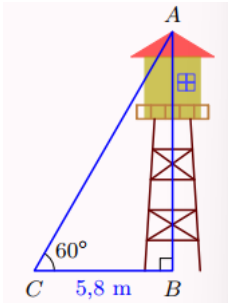
**Lời giải**

Xét $\Delta ABC$ vuông tại A

Có góc $x$ và góc $y$ là hai góc phụ nhau nên $\sin y = \cos x \approx 0,78$

Và $\tan y = \cot x \approx 1,25$

**Câu 4:** Tính chiều cao của tháp canh trong hình bên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).




**Lời giải**

Xét $\Delta ABC$ vuông tại $B$

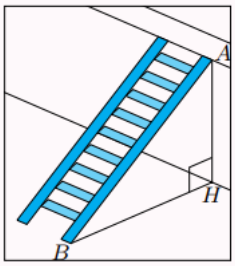
Áp dụng tỉ số lượng giác trong tam giác trong tam giác vuông ABC ta có

$\tan C = \frac{AB}{CB}$, suy ra $AB = BC \cdot \tan C$ hay $AB = 5,8 \cdot \tan 60° = 5,8 \cdot \sqrt{3} \approx 10,05$ (m)

Vậy chiều cao của tháp canh gần bằng $10,05$ mét.

**A.** $10,05(m)$ **B.** $10,04(m)$ **C.** $10,045(m)$ **D.** $10,03(m)$

**Câu 5:** Hình bên mô tả một chiếc thang có chiều dài $AB = 4\,\text{m}$ được đặt dựa vào tường, khoảng cách từ chân thang đến chân tường là $BH = 1,5\,\text{m}$. Tính góc tạo bởi cạnh $AB$ và phần tường nằm ngang trên mặt đất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)




**Lời giải**

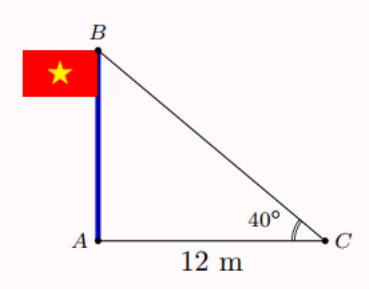
Ta có, góc tạo bởi cạnh $AB$ và phương năm ngang trên mặt đất là $\widehat{ABH}$

Xét tam giác $ABH$ vuông tại $H$, ta có: $\text{Cos}\,\widehat{ABH} = \dfrac{BH}{AB} = \dfrac{1,5}{4} = 0,375$

Vậy $\widehat{ABH} \approx 68°$.

**A.** $67^0$ **B.** $69^0$ **C.** $66^0$ **D.** $68^0$

**Câu 6:** Tam giác $ABC$ ở hình bên (có $\widehat{A} = 90°$) mô tả cột cờ $AB$ và bóng nắng của cột cờ trên mặt đất là $AC$. Người ta đo được độ dài $AC = 12m$ và $\widehat{C} = 40°$. Tính chiều cao $AB$ của cột cờ. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm của mét).



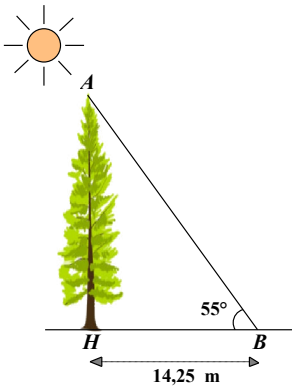

**Lời giải**

Vì tam giác $ABC$ vuông tại $A$ nên $AB = AC.\tan\widehat{C} = 12.\tan 40° \approx 10,07(m)$

**A.** $10,06(m)$ **B.** $10,069(m)$ **C.** $10,07(m)$ **D.** $10,7(m)$

## II. MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU.

**Câu 7:** Tại một thời điểm trong ngày, các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc bằng $55°$, bóng của một cây xanh trên mặt đất dài $14,25\,\text{m}$ (*tham khảo hình vẽ*). Tính chiều cao $AH$ của cây ra đơn vị mét và làm tròn kết quả đến hai chữ số phần thập phân.




**A.** $AH \approx 20,00$ m. **B.** $AH \approx 20,35$ m. **C.** $AH \approx 11,67$ m. **D.** $AH \approx 22,50$ m.

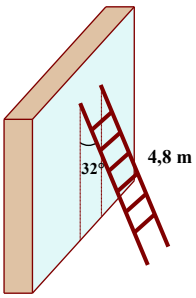
**Lời giải**

**Chọn B**

Xét $\Delta AHB$ vuông tại $H$, áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc nhọn trong tam giác vuông, ta có $AH = BH.\tan B \Rightarrow AH = 14,25.\tan 55° \approx 20,35\ (\text{m})$.

Vậy chiều cao của cây là $AH \approx 20,35$ m.

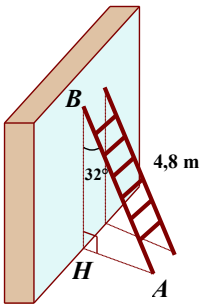
**Câu 8:** Một cái thang dài $4,8$ m dựa vào tường và tạo với tường một góc $32°$. Chiều cao của thang so với mặt đất là bao nhiêu mét? (*làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất*)




**A.** 3,6 m. **B.** 4,0 m. **C.** 4,1 m. **D.** 4,5 m.

**Lời giải**

**Chọn C**



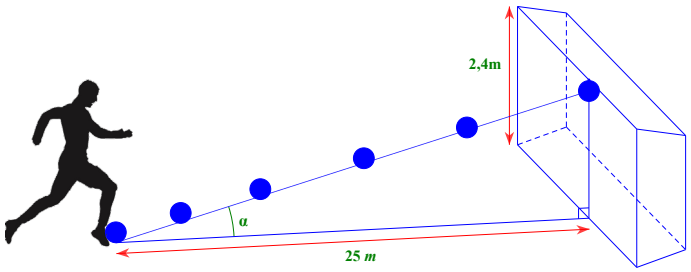

+ Gắn dữ kiện của bài toán vào mô hình Toán học như trên hình vẽ.

+ $\Delta AHB$ vuông tại $H$, áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc nhọn trong tam giác vuông ta có:

$BH = AB.\cos\widehat{HBA} = 4,8.\cos 32° \approx 4,1\ (\text{m})$.

Vậy chiều cao của thang so với mặt đất là $4,1$ m.

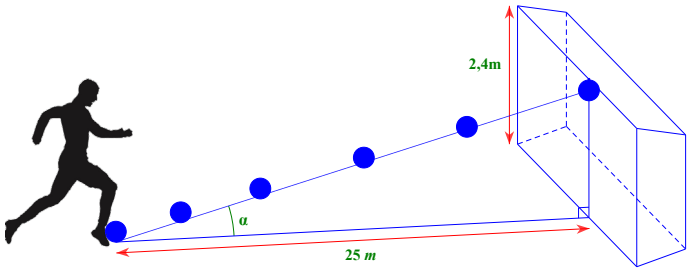
**Câu 9:** Một cầu thủ sút bóng bị va vào mép bên trên của cầu môn và bị bật ngược trở lại. Biết cầu môn cao $2,4$ m và khoảng cách từ vị trí sút bóng đến chân cầu môn là $25$ m. Tính góc $\alpha$ tạo bởi đường đi của quả bóng và mặt đất *(kết quả làm tròn đến phút)*.




**A.** $\alpha = 5°30'$. **B.** $\alpha \approx 5°20'$. **C.** $\alpha \approx 5°31'$. **D.** $\alpha \approx 5°29'$.

**Lời giải**

**Chọn D**




+ Tam giác $AHB$ vuông tại $H$ có $\tan A = \tan\alpha = \dfrac{BH}{AH} = \dfrac{2,4}{25} = \dfrac{11}{125} \Rightarrow \alpha \approx 5°29'$.

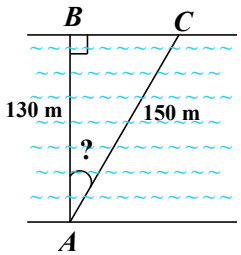
Vậy góc tạo bởi đường đi của quả bóng và mặt đất là $\alpha \approx 5°29'$.

***Câu 10:*** Một khúc sông rộng khoảng $130$ m. Một con đò dự định chèo từ bờ bên này sang bờ bên kia theo phương vuông góc với bờ sông, nhưng do bị dòng nước đẩy xiên nên phải chèo khoảng $150$ m mới sang được bờ bên kia. Vậy dòng nước đã đẩy con đò lệch đi một góc so với phương dự định ban đầu là bao nhiêu độ? *(làm tròn kết quả đến độ)*

**A.** $30°$. **B.** $29°$. **C.** $41°$. **D.** $60°$.

**Lời giải**

**Chọn A**




+ Gắn dữ kiện của bài toán vào mô hình Toán học như trên hình vẽ.

+ Tam giác $ABC$ vuông tại $B$ có $\cos A = \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{130}{150} = \dfrac{13}{15} \Rightarrow \widehat{BAC} \approx 30^\circ$

Vậy dòng nước đã đẩy con đò lệch đi một góc so với phương dự định ban đầu khoảng $30^\circ$.

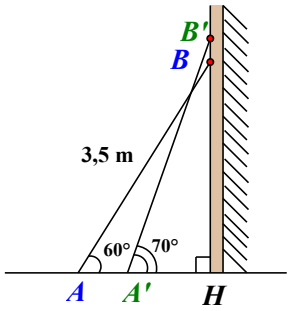
**Câu 11:** Trên một cái thang dài $3,5$ m người ta ghi: "Để đảm bảo an toàn khi dùng thang, phải đặt thang này tạo với mặt đất một góc có độ lớn từ $60^\circ$ đến $70^\circ$". Gọi $x\,(\text{m})$ (với $x>0$) là khoảng cách từ chân thang đến chân tường để đảm bảo an toàn khi sử dụng chiếc thang này, tìm điều kiện của $x$. Trong các kết quả sau, kết quả nào đúng?

(*làm tròn kết quả đến hai chữ số phần thập phân*).

**A.** $1,20 < x < 1,75$.
**B.** $1,20 \le x \le 1,75$.
**C.** $x = 1,20$ hoặc $x = 1,75$.
**D.** $1,20 \le x < 1,75$.

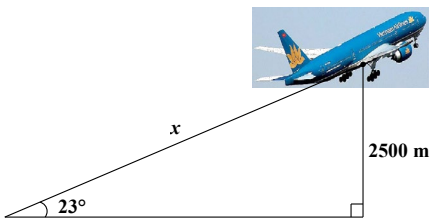
**Lời giải**

**Chọn B**




+ Gắn dữ kiện của bài toán vào mô hình Toán học như trên hình vẽ.
Khi thang tạo với mặt đất một góc có độ lớn $60^\circ$ và $70^\circ$ thì khoảng cách từ chân thang đến chân tường lần lượt là $AH$ và $A'H'$.
+ Tam giác $ABH$ vuông tại $H$ có $AH = AB.\cos A = 3,5.\cos 60^\circ = 1,75\,(\text{m})$.
+ Tam giác $A'B'H$ vuông tại $H$ có $A'H = A'B'.\cos A' = 3,5.\cos 70^\circ \approx 1,20\,(\text{m})$.
Do đó $1,20 \le x \le 1,75$.

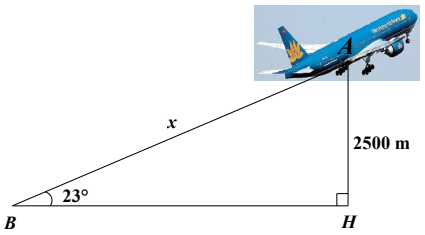
**Câu 12:** Một máy bay cất cánh theo phương hợp với mặt đất một góc $23^\circ$. Hỏi muốn đạt độ cao $2500$ m, máy bay phải bay một đoạn đường $x$ dài bao nhiêu mét?
*(làm tròn kết quả đến mét)*




**A.** $x \approx 7061$ m. **B.** $x \approx 6398$ m. **C.** $x \approx 4716$ m. **D.** $x \approx 5890$ m.

**Lời giải**

**Chọn B**




+ Gắn dữ kiện của bài toán vào mô hình Toán học như trên hình vẽ

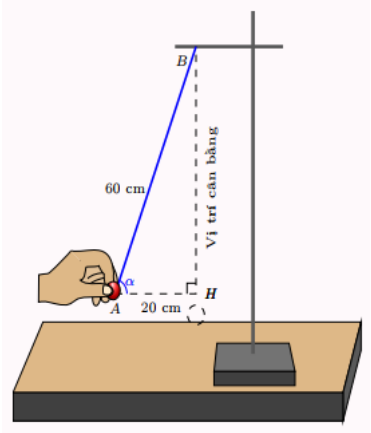
Xét tam giác $AHB$ vuông tại $H$, ta có:

$\sin B = \dfrac{AH}{AB} \Rightarrow x = AB = \dfrac{AH}{\sin B} = \dfrac{2500}{\sin 23°} \approx 6398\ (\text{m})$

Vậy $x \approx 6398$ m.

## III. MỨC ĐỘ VẬN DỤNG THẤP

**Câu 13:** Treo quả cầu kim loại nhỏ vào giá thí nghiệm bằng sợi dây mảnh nhẹ không dãn. Khi quả cầu đứng yên tại vị trí cân bằng, dẫy treo có phương thẳng đứng. Kéo quả cầu khỏi vị trí cân bằng một đoạn nhỏ rồi buông ra thì quả cầu sẽ chuyển động qua lại quanh vị trí cân bằng. Khi kéo quả cầu khỏi vị trí cân bằng, giả sử tâm $A$ của quả cầu cách $B$ một khoảng $AB = 60$ cm và cách vị trí cân bằng một khoảng $AH = 20$ cm. Tính số đo góc $\alpha$ tạo bởi sợi dây $BA$ và vị trí cân bằng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ).




**Lời giải**

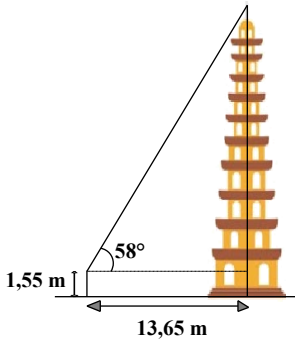
Xét $\Delta ABH$ vuông tại $H$, ta có $\sin\alpha = \dfrac{AH}{AB} = \dfrac{20}{60} = \dfrac{1}{3}$

Do đó $\alpha \approx 19°$

Vậy góc tạo bởi sợi dây $BA$ và vị trí cân bằng có số đo khoảng $19°$.

A. $18^0$ B. $19^0$ C. $20^0$ D. $21^0$

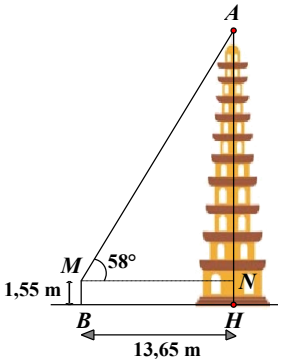
**Câu 14:** Một người đứng cách chân tháp $13{,}65$ m nhìn lên đỉnh tháp với phương nhìn hợp với phương nằm ngang một góc bằng $58°$. Biết mắt của người đó cách chân của mình một khoảng $1{,}55$ m, hỏi tháp cao bao nhiêu mét? (*làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai*)




**A.** $23,38$ m. **B.** $21,84$ m. **C.** $23,39$ m. **D.** $21,85$ m.

**Lời giải**

**Chọn C**




+ Gắn dữ kiện của bài toán vào mô hình Toán học như trên hình vẽ

Gọi $N$ là hình chiếu của $M$ lên đoạn $AH$.

Vì $MN$ và $BH$ là các đoạn thẳng nằm trên phương ngang; $MB$ và $NH$ nằm trên phương thẳng đứng nên tứ giác $MBHN$ là hình chữ nhật.

Suy ra: $NH = MB = 1,55$ m; $MN = BH = 13,65$ m.

+ Tam giác $ANM$ vuông tại $N$ nên $AN = MN.\tan M$

(áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc nhọn trong tam giác vuông)

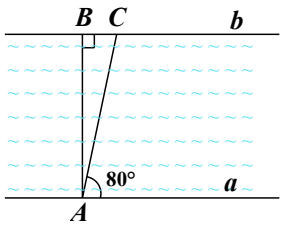
Ta có: $AH = AN + NH$

$\Rightarrow AH = MN.\tan M + NH$

$\Rightarrow AH = 13,65.\tan 58° + 1,55 \approx 23,39\ (\text{m})$

Vậy chiều cao của tháp là $23,39$ m.

**Câu 15:** Một con thuyền đi với vận tốc $2$ km/h từ bờ bên này sang bờ bên kia hết $36$ phút. Do nước chảy mạnh nên đường đi của con thuyền tạo với bờ một góc $80°$ (tham khảo hình vẽ). Nếu coi khúc sông đó có hai bờ song song thì chiều rộng của khúc sông đó là bao nhiêu mét ? *(làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).*




**A.** 1218,5 m. **B.** 1181,8 m. **C.** 208,4 m. **D.** 6910,5 m.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đổi 36 phút = 0,6 giờ; 2 km/h = 2 000 m/h.

Quãng đường sông thuyền đã đi là $AC = 2\,000.0,6 = 1\,200\ (\text{m})$

Vì hai bờ được coi là song song nên $\widehat{ACB} = 80^\circ$

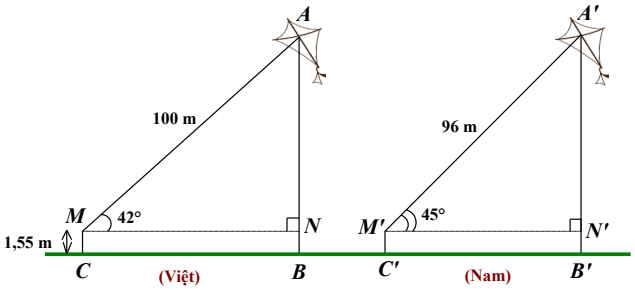
+ Tam giác $ABC$ vuông tại $B$ nên $AB = AC.\sin C$

(áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc nhọn trong tam giác vuông)

$\Rightarrow AB = 1\,200.\sin 80^\circ \approx 1181,8\ (\text{m})$

Vậy chiều rộng của khúc sông đó là 1181,8 m.

**Câu 16:** Hai bạn Việt và Nam cùng chơi thả diều trên một bãi đất phẳng, sợi dây diều của bạn Việt có độ dài 100 m và dây diều tạo với phương ngang một góc $42^\circ$ còn sợi dây diều của bạn Nam có độ dài 96 m và dây diều tạo với phương ngang một góc $45^\circ$. Cho biết tầm mắt của cả hai bạn đều là 1,55 m và coi các dây diều được thả hết và căng thẳng (tham khảo hình vẽ). Trong các kết luận sau, kết luận nào đúng? *(làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)*.




**A.** So với mặt đất thì diều của bạn Việt lên cao hơn diều của bạn Nam và cao hơn 0,25 m.

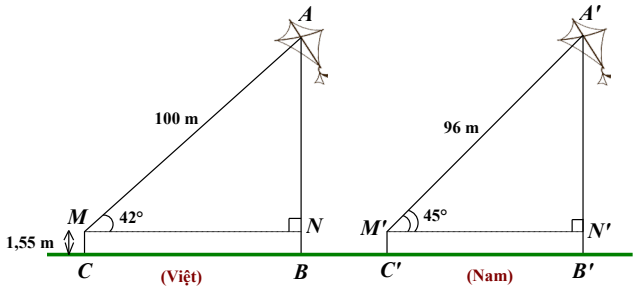
**B.** So với mặt đất thì diều của bạn Nam lên cao hơn diều của bạn Việt và cao hơn 0,97 m.

**C.** So với mặt đất thì diều của bạn Nam lên cao hơn diều của bạn Việt và cao hơn 1,03 m.

**D.** So với mặt đất thì diều của hai bạn Việt và Nam lên cao bằng nhau.

**Lời giải**

**Chọn B**




Theo bài ra ta có $MC = NB = 1,55$ m và $M'C' = N'B' = 1,55$ m.

+ Tam giác $ANM$ vuông tại $N$ nên $AN = AM.\sin M$

(áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc nhọn trong tam giác vuông)

So với mặt đất thì diều của bạn Việt có độ cao là $AB = AN + NB$

$\Rightarrow AB = 100.\sin 42° + 1,55 \approx 68,46\ (\text{m})\ (1)$

+ Tam giác $A'N'M'$ vuông tại $N'$ nên $A'N' = A'M'.\sin M'$

(áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc nhọn trong tam giác vuông)

So với mặt đất thì diều của bạn Nam có độ cao là $A'B' = A'N' + N'B'$

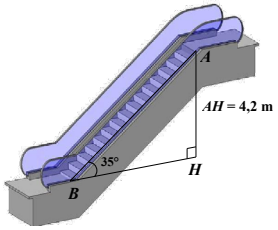
$\Rightarrow A'B' = 96.\sin 45° + 1,55 \approx 69,43\ (\text{m})\ (2)$

Từ $(1)$ và $(2)$ suy ra $A'B' > AB$, hay diều của bạn Nam lên cao hơn diều của bạn Việt.

Vậy so với mặt đất thì diều của bạn Nam lên cao hơn diều của bạn Việt và cao hơn số mét là: $69,43 - 68,46 = 0,97\ (\text{m})$.

Vậy so với mặt đất thì diều của bạn Nam lên cao hơn diều của bạn Việt và cao hơn $0,97$ m .

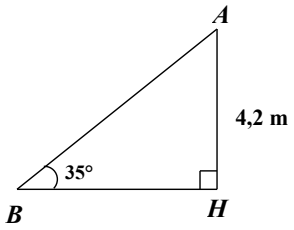
**Câu 17:** Để phục vụ việc di chuyển của khách hàng giữa các tầng hàng trong siêu thị, người chủ đầu tư thường cho lắp hệ thống thang cuốn tự động. Biết rằng thang cuốn có góc nghiêng là $35°$ so với phương ngang và tốc độ truyền là $0,65$ m/s, khoảng cách giữa hai tầng liên tiếp là $4,2$ m. Hỏi một người khi bước vào thang cuốn và đứng yên thì cần bao nhiêu giây để có thể di chuyển từ tầng $1$ lên tầng $2$? (*làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất*)




**A.** $11,3$ giây. **B.** $11,2$ giây. **C.** $7,9$ giây. **D.** $7,8$ giây.

**Lời giải**

**Chọn A**



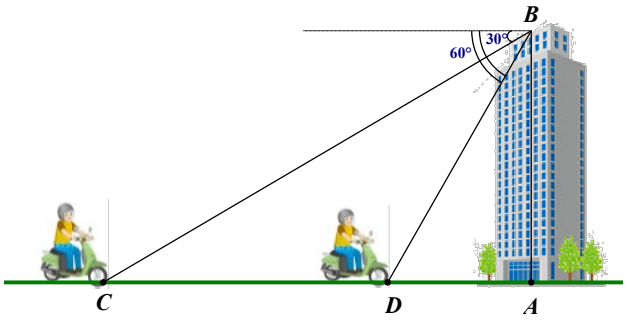

Độ dài thang máy từ 1 lên tầng 2 là đoạn $AB$.

+ Xét $\Delta AHB$ vuông tại $H$ có: $\sin B = \dfrac{AH}{AB} \Rightarrow AB = \dfrac{AH}{\sin B} = \dfrac{4,2}{\sin 35°}\,(\text{m})$

Vì thang máy có tốc độ truyền là $0,65$ m/s nên thời gian để một người di chuyển từ tầng 1 lên tầng 2 bằng thang cuốn là: $\dfrac{AB}{0,65} = \dfrac{4,2}{0,65.\sin 35°} \approx 11,3$ (giây).

## IV – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

**Câu 18:** Một người đang ở trên tầng thượng của một tòa nhà quan sát con đường chạy thẳng đến chân tòa nhà. Anh ta nhìn thấy một người điều khiển chiếc xe máy đi về phía tòa nhà với phương nhìn tạo với phương nằm ngang một góc bằng $30°$. Sau 6 phút, người quan sát vẫn nhìn thấy người điều khiển chiếc xe máy với phương nhìn tạo với phương nằm ngang một góc bằng $60°$. Hỏi sau bao nhiêu phút nữa thì xe máy sẽ chạy đến chân tòa nhà? Cho biết vận tốc xe máy không đổi.




**A.** 5 phút. **B.** 4,5 phút. **C.** 3,5 phút. **D.** 3 phút.

**Lời giải**

**Chọn D**

Do Mặt đất là phương ngang nên $\widehat{BCA} = 30°$ và $\widehat{BDA} = 60°$.

Gọi $x$ (m/phút) là vận tốc xe máy, điều kiện $x > 0$.

Vì xe máy đi từ $C$ đến $D$ trong 6 phút nên $CD = 6x\,(\text{m})$

Xét $\Delta ABC$ vuông tại $A$, áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc nhọn trong tam giác ta có:

$AC = AB.\cot\widehat{BCA} = AB.\cot 30^{\circ} = AB.\tan 60^{\circ} = \sqrt{3}AB$ (do $\cot 30^{\circ} = \tan 60^{\circ}$) (1)

Xét $\Delta ABD$ vuông tại $A$, áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc nhọn trong tam giác ta có:

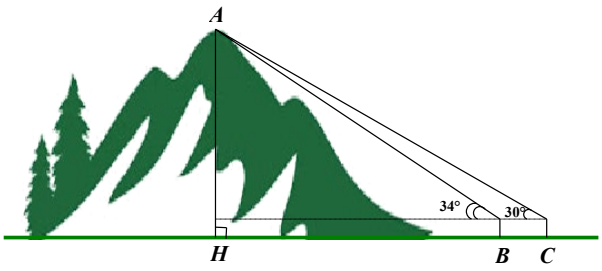
$AD = AB.\cot \widehat{BDA} = AB.\cot 60^\circ = AB.\tan 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}AB}{3}$ (do $\cot 60^\circ = \tan 30^\circ$) $(2)$

Từ $(1)$ và $(2)$ suy ra $AC - AD = AB\left(\sqrt{3} - \dfrac{\sqrt{3}}{3}\right) \Rightarrow CD = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}AB$.

Xét tỉ số $\dfrac{AD}{CD} = \dfrac{\sqrt{3}AB}{3} : \dfrac{2\sqrt{3}}{3}AB = \dfrac{1}{2} \Rightarrow AD = \dfrac{1}{2}CD = \dfrac{1}{2}.6x = 3x$ (m)

Vậy thời gian để xe máy chạy từ $D$ đến tòa nhà là $\dfrac{3x}{x} = 3$ (phút).

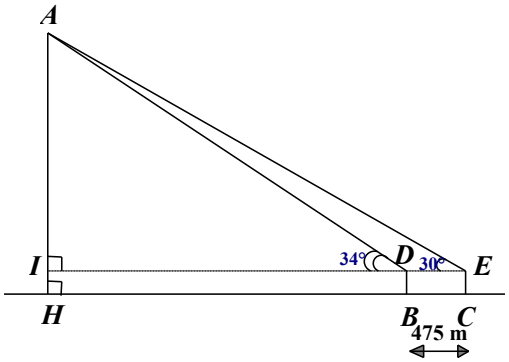
**Câu 19:** Để xác định chiều cao $AH$ của một ngọn núi, người quan sát đứng từ hai vị trí $B$ và $C$ cách nhau 475 m trên Mặt đất. Tại vị trí $B$, người đó quan sát đỉnh núi với phương nhìn tạo với phương nằm ngang một góc bằng $34°$; tại vị trí $C$, người đó quan sát đỉnh núi với phương nhìn tạo với phương nằm ngang một góc bằng $30°$ (*như hình vẽ dưới đây*). Tính chiều cao của ngọn núi (đơn vị mét), biết rằng tầm mắt của người quan sát là 1,6 m và giả thiết ba điểm $H$, $B$, $C$ thẳng hàng *(kết quả làm tròn đến số thập phân thứ nhất)*.




**A.** 1845,5 m. **B.** 2153,8 m. **C.** 1905,5 m. **D.** 219,6 m.

**Lời giải**

**Chọn C**




Gọi $D$ và $E$ lần lượt là điểm đặt mắt khi người quan sát đỉnh núi đứng ở vị trí $B$ và $C$.

Gọi $I$ là hình chiếu của điểm $D$ trên $AH$.

So với mặt đất thì $BD$ và $CE$ là phương thẳng đứng; $HC$ và $IE$ là phương ngang nên các tứ giác $IHBD$, $IHCE$, $DBCE$ là hình chữ nhật.

Do đó $DE = BC = 475$ m; $IH = DB = EC = 1,6$ m.

$\Delta AID$ vuông tại $I$ nên:

$ID = AI.\cot \widehat{ADI} = AI.\cot 34^\circ = AI.\tan 56^\circ$ (do $\cot 34^\circ = \tan 56^\circ$) $(1)$

$\Delta AIE$ vuông tại $I$ nên:

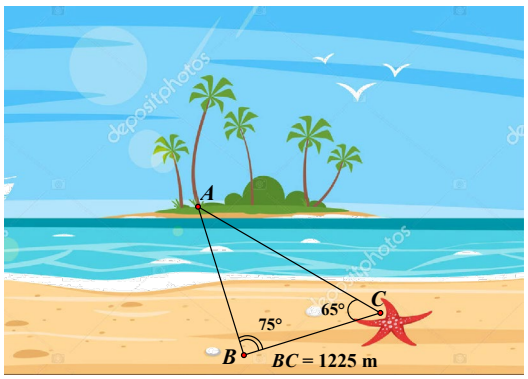
$IE = AI.\cot \widehat{AEI} = AI.\cot 30^\circ = AI.\tan 60^\circ$ (do $\cot 30^\circ = \tan 60^\circ$) $(2)$

Từ $(1)$ và $(2)$ suy ra $IE - ID = AI.\left(\tan 60^\circ - \tan 56^\circ\right)$

$\Rightarrow 475 = AI.\left(\tan 60^\circ - \tan 56^\circ\right) \Rightarrow AI = \dfrac{475}{\tan 60^\circ - \tan 56^\circ} \approx 1903,9\ (\text{m})$

Do đó chiều cao $AH$ của ngọn núi là $AH = AI + IH \approx 1903,9$ m $+ 1,6$ m $= 1905,5$ m.

**Câu 20:** Để xác định khoảng cách từ một gốc cây $A$ trên một hòn đảo nhỏ giữa biển đến vị trí con sao biển $C$ trên bãi cát (như hình bên dưới), người ta chọn một điểm $B$ trên bãi biển cách điểm $C$ một khoảng 1225 m và dùng giác kế ngắm xác định được $\widehat{ABC} = 75^\circ$; $\widehat{ACB} = 65^\circ$. Tính khoảng cách $AC$ *(kết quả làm tròn đến đơn vị mét)*.




**A.** 1841 m. **B.** 1783 m. **C.** 1652 m. **D.** 1906 m.

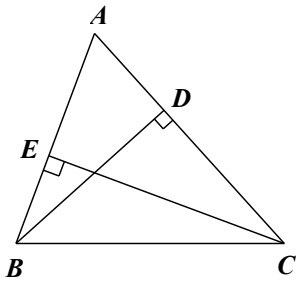
**Lời giải**

**Chọn A**

+) Trước tiên ta chứng minh bài toán $(*)$:

Nếu $\Delta ABC$ là tam giác nhọn thì $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C}$ với $a = BC; b = AC; c = AB$.

Thật vậy! Xét tam giác nhọn $ABC$, kẻ các đường cao $BD, CE$ thì các đường cao này nằm trong tam giác (như hình vẽ dưới đây).




$\Delta ADB$ vuông tại $D$, áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc nhọn trong tam giác vuông ta có:

$BD = AB.\sin\widehat{BAC} = c.\sin A \quad (1)$

$\Delta CDB$ vuông tại $D$, áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc nhọn trong tam giác vuông ta có:

$BD = BC.\sin\widehat{ACB} = a.\sin C \quad (2)$

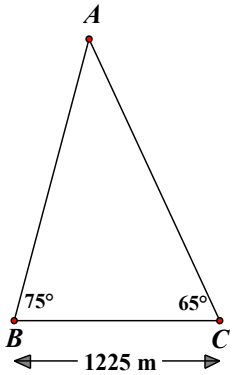
Từ $(1)$ và $(2)$ suy ra $c.\sin A = a.\sin C \Rightarrow \dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{c}{\sin C}$

Chứng minh tương tự, ta được $b.\sin A = a.\sin B \Rightarrow \dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B}$

Do đó $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C}$.

Bài toán $(*)$ được chứng minh.

+) Xét $\Delta ABC$, có $\widehat{ABC} = 75^\circ$ và $\widehat{ACB} = 65^\circ$.




Áp dụng định lý tổng ba góc trong một tam giác, ta có:

$\widehat{BAC} = 180^\circ - \left(\widehat{ABC} + \widehat{ACB}\right) = 180^\circ - \left(75^\circ + 65^\circ\right) = 40^\circ$

Vì $\widehat{ABC} = 75^\circ$; $\widehat{ACB} = 65^\circ$ và $\widehat{BAC} = 40^\circ$ nên $\Delta ABC$ nhọn.

Áp dụng bài toán $(*)$ đã chứng ở trên, ta được: $\dfrac{BC}{\sin A} = \dfrac{AC}{\sin B}$.

$\Rightarrow \dfrac{1225}{\sin 40^\circ} = \dfrac{AC}{\sin 75^\circ} \Rightarrow AC = \dfrac{1225.\sin 75^\circ}{\sin 40^\circ} \approx 1841 \ (\text{m})$.

Vậy khoảng cách $AC$ là $1841$ m.

## D. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TỰ LUẬN

### Dạng 1. Tính tỉ số lượng giác của góc nhọn.

**Bài 1.** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$. Biết $AB = 3\,\text{cm}, AC = 4\,\text{cm}$. Tính tỉ số lượng giác của góc nhọn $B$

**Lời giải**

$\Delta ABC$ vuông tại $A$ nên $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ (cm)

Ta có $\sin B = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{3}{5}$; $\tan B = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{4}{3}$; $\cos B = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{4}{5}$; $\cot B = \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{3}{4}$.

**Bài 2.** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$, có $AB = 5\,\text{cm}$, $AC = 12\,\text{cm}$. Hãy tính các tỉ số lượng giác của góc $B$

**Lời giải**

Xét $\Delta ABC$ vuông tại $A$ nên $BC = \sqrt{AC^2 + AB^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13$ (cm)

Ta có $\sin A = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{12}{13}$; $\cos A = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{5}{13}$ $\tan\alpha = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{12}{5}$; $\cot A = \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{5}{12}$

**Bài 3.** Tam giác $ABC$ vuông tại $A$, $AB = 1{,}5$ cm; $BC = 3{,}5$ cm. Tính tỉ số lượng giác của góc $C$ rồi suy ra các tỉ số lượng giác của góc $B$.

**Lời giải**

$\Delta ABC$ vuông tại $A$ nên $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{3{,}5^2 - 1{,}5^2} = \sqrt{10}$ (cm)

$\cos B = \sin C = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{1{,}5}{3{,}5} \approx 0{,}4286$; $\sin B = \cos C = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{\sqrt{10}}{3{,}5} \approx 0{,}9035$

$\cot B = \tan C = \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{1{,}5}{\sqrt{10}} \approx 0{,}4743$ ; $\tan B = \cot C = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\sqrt{10}}{1{,}5} \approx 2{,}1082$

**Bài 4.** Tam giác $ABC$ cân tại $A$, có $BC = 6$, đường cao $AH = 4$. Tính các tỉ số lượng giác của góc $B$.

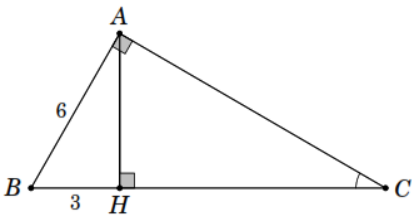
**Lời giải**

$\Delta ABC$ cân tại $A$, đường cao $AH$ nên $H$ là trung điểm của $BC$ nên $BH = HC = 3$ và áp dụng định lí Phytagore tính được $AB = \sqrt{AH^2 + HB^2} = 5$.

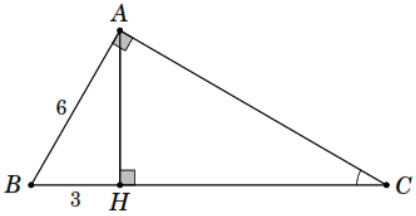
Từ đó tính được:

$\sin B=\dfrac{AH}{AB}=\dfrac{4}{5};\ \cos B=\dfrac{BH}{AB}=\dfrac{3}{5};\ \tan B=\dfrac{AH}{AB}=\dfrac{4}{3};\ \cot B=\dfrac{BH}{AH}=\dfrac{3}{4}.$

**Bài 5.** Tính $\tan C$ cho hình dưới đây




**Lời giải**




Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác $ABH$ vuông tại $H$, ta có:

$AH=\sqrt{AB^2-BH^2}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}$.

Do góc $B$ và góc $C$ là hai góc phụ nhau nên ta có: $\tan C=\cot B=\dfrac{BH}{AH}=\dfrac{3}{3\sqrt{3}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

**Bài 6.** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $C$. Trong đó $AC=0,9\,\text{m}, BC=1,2\,\text{m}$. Tính các tỉ số lượng giác của góc $B$. Từ đó suy ra các tỉ số lượng giác của góc $A$.

**Lời giải**

Áp dụng định lý Phythagore ta có:

$AB=\sqrt{CA^2+CB^2}=\sqrt{0,9^2+1,2^2}=1,5(m).$

Vì góc $A$ và góc $B$ phụ nhau nên

$\sin B=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{0,9}{1,5}=\dfrac{3}{5}=\cos A;\ \tan B=\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{0,9}{1,2}=\dfrac{3}{4}=\cot A$

$\cos B=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{1,2}{1,5}=\dfrac{4}{5}=\sin A;\ \cot B=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{1,2}{0,9}=\dfrac{4}{3}=\tan A$

***Dạng 2.*** **So sánh các tỉ số lượng giác mà không dùng máy tính hoặc bảng số**

**Bài 1.** Hãy viết tỉ số lượng giác của các góc sau thành tỉ số lượng giác của các góc nhỏ hơn $45^\circ$

$\sin 75^\circ,\cos 60^\circ,\tan 80^\circ,\cot 50^\circ$

**Lời giải**

$\sin 75^\circ=\cos 15^\circ;\ \cos 60^\circ=\sin 30^\circ\ \ \tan 80^\circ=\cot 10^\circ;\ \cot 50^\circ=\tan 40^\circ$

**Bài 2.** Sắp xếp các tỉ số lượng giác sau theo thứ tự tăng dần: $\sin 70^\circ,\cos 30^\circ,\cos 40^\circ,\sin 51^\circ$

**Lời giải**

$\sin 70^\circ = c\cos 20^\circ ; \sin 51^\circ = c\cos 39^\circ$ từ đó ta có: $\cos 40^\circ < \sin 51^\circ < \cos 30^\circ < \sin 70^\circ$

**Bài 3.** Sắp xếp các tỉ số lượng giác sau theo thứ tự tăng dần

a) $\cot 40^\circ, \tan 40^\circ, \cot 43^\circ, \tan 42^\circ$ b) $\tan 52^\circ, \cot 63^\circ, \tan 72^\circ, \cot 31^\circ$

**Lời giải**

a) $\cot 40^\circ = \tan 50^\circ ; \cot 43^\circ = \tan 47^\circ$ từ đó ta có: $\tan 40^\circ < \tan 42^\circ < \cot 43^\circ < \cot 40^\circ$

b) $\cot 63^\circ = \tan 27^\circ$ ; $\cot 31^\circ = \tan 59^\circ$ từ đó ta có: $\cot 63^\circ < \tan 52^\circ < \cot 31^\circ < \tan 72^\circ$,

**Bài 4.** Không dùng máy tính, hãy sắp xếp các tỉ số lượng giác sau theo thứ tự tăng dần :

a) $\sin 40^\circ, \cos 28^\circ, \sin 65^\circ, \cos 88^\circ, \cos 20^\circ$

b) $\tan 32^\circ, \cot 28^\circ, \tan 56^\circ, \cot 67^\circ$ .

**Lời giải:**

a) Ta có: $\cos 28^\circ = \sin 62^\circ$, $\cos 88^\circ = \sin 2^\circ$, $\cos 20^\circ = \sin 70^\circ$.

Vì $\sin 2^\circ < \sin 40^\circ < \sin 62^\circ < \sin 65^\circ < \sin 70^\circ$ nên:

$$\cos 88^\circ < \sin 40^\circ < \cos 28^\circ < \sin 65^\circ < \cos 20^\circ$$

b) Ta có: $\cot 28^\circ = \tan 62^\circ$, $\cot 67^\circ = \tan 23^\circ$.

Vì $\tan 23^\circ < \tan 32^\circ < \tan 56^\circ < \tan 62^\circ$ nên:

$\cot 67^\circ < \tan 32^\circ < \tan 56^\circ < \cot 28^\circ$.

**Bài 5.** So sánh các số sau:

a) $\sin 5^\circ$ và $\sin 6^\circ$ b) $\sin 35^\circ$ và $\sin 17^\circ$ c) $\sin 12^\circ$ và $\sin 78^\circ$

c) $\sin 15^\circ$ và $\cos 15^\circ$ d) $\cos 85^\circ$ và $\sin 10^\circ$ e) $\sin 1^\circ$ và $\cos 89^\circ$

**Lời giải:**

a) $\sin 5^\circ < \sin 6^\circ$. b) $\sin 35^\circ > \sin 17^\circ$. c) $\sin 12^\circ < \sin 78^\circ$.

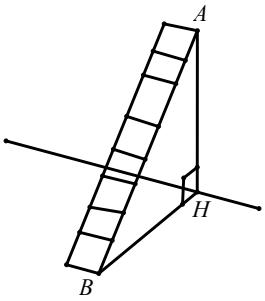
c) Vì $\cos 15^\circ = \sin 75^\circ$ mà $\sin 15^\circ < \sin 75^\circ$ nên $\sin 15^\circ < \cos 15^\circ$.

d) Vì $\cos 85^\circ = \sin 5^\circ$, mà $\sin 5^\circ < \sin 10^\circ$ nên $\cos 85^\circ < \sin 10^\circ$.

e) $\sin 1^\circ = \cos 89^\circ$.

***Dạng 3.*** **Bài toán thực tế.**

**Bài 1.** Hình bên mô tả một chiếc thang có chiều dài $AB = 4$ m được đặt dựa vào tường, khoảng cách từ chân thang đến chân tường là $BH = 1,5$ m. Tính góc tạo bởi cạnh $AB$ và phần nằm ngang trên mặt đất (làm tròn đến hàng đơn vị)




**Lời giải**

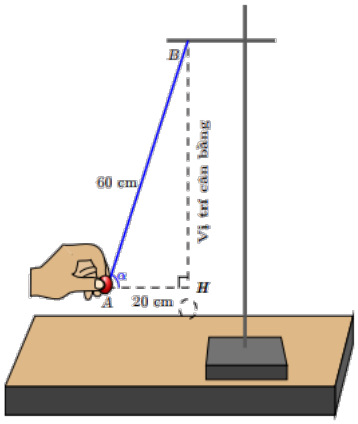
Ta có, góc tạo bởi cạnh $AB$ và phương năm ngang trên mặt đất là $\widehat{ABH}$

Xét tam giác $ABH$ vuông tại $H$, ta có $\cos\widehat{ABH} = \dfrac{BH}{AB} = \dfrac{1,5}{4} = 0,375$

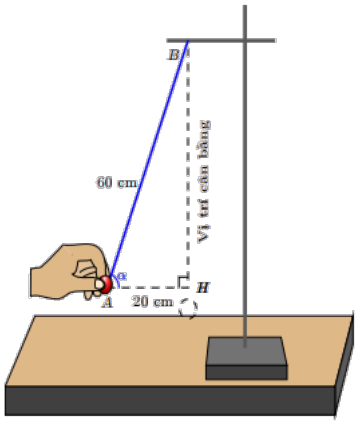
Do đó: $\widehat{ABH} \approx 68°$

Vậy góc tạo bởi cạnh $AB$ và phần nằm ngang trên mặt đất là $68°$.

**Bài 2.** Treo quả cầu kim loại nhỏ vào giá thí nghiệm bằng sợi dây mảnh nhẹ không dãn. Khi quả cầu đứng yên tại vị trí cân bằng, dẫy treo có phương thẳng đứng. Kéo quả cầu khỏi vị trí cân bằng một đoạn nhỏ rồi buông ra thì quả cầu sẽ chuyển động qua lại quanh vị trí cân bằng. Khi kéo quả cầu khỏi vị trí cân bằng, giả sử tâm $A$ của quả cầu cách $B$ một khoảng $AB = 60\,\text{cm}$ và cách vị trí cân bằng một khoảng $AH = 20\,\text{cm}$. Tính số đo góc $\alpha$ tạo bởi sợi dây $BA$ và vị trí cân bằng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ).




**Lời giải**

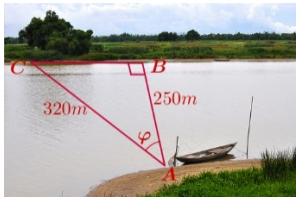



Xét $\Delta ABH$ vuông tại $H$, ta có $\sin\alpha = \dfrac{AH}{AB} = \dfrac{20}{60} = \dfrac{1}{3}$. Do đó $\alpha \approx 19°$

Vậy góc tạo bởi sợi dây $BA$ và vị trí cân bằng có số đo khoảng $19°$.

**Bài 3.** Một con sông rộng $250$m. Một chiếc đò ngang chèo vuông góc với dòng nước, nhưng vì nước chảy nên phải di chuyển $320$m mới sang được đến bờ bên kia. Hãy xác định xem, dòng nước đã làm chiếc đò bơi lệch đi một góc bao nhiêu độ ?

**Lời giải**




Ta ký hiệu các điểm đường như hình vẽ . Trong đó : $AB = 250$m là chiều rộng của khúc sông.

$AC = 320$m là chiều dài mà chiếc đò bơi đến bờ bên kia và $\widehat{BAC} = \varphi$ là góc lệch của con đò khi bị dòng nước đẩy.

$AB$ vuông góc với $BC$. Xét $\Delta ABC$ vuông tại $B$ có:

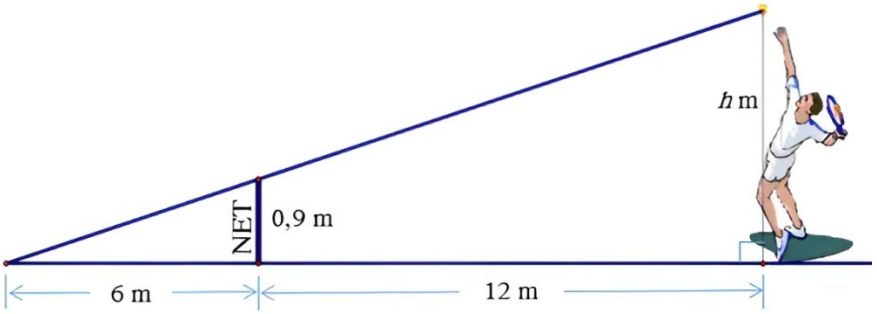
$$\cos BAC = \cos\varphi = \frac{AB}{AC} = \frac{25}{32} \Rightarrow \varphi \approx 38,62°$$

Vậy chiếc đò bị dòng nước đẩy lệch một góc là: $\varphi = 38,62°$.

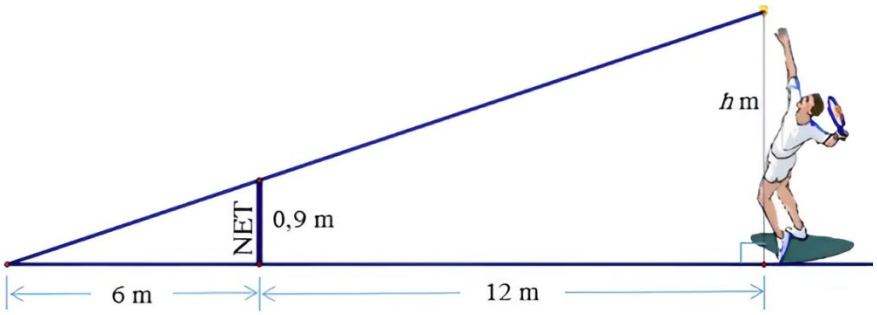
**Bài 4.** Một vận động viên đánh quần vợt đang giao banh. Từ độ cao $h$, anh ta muốn banh rơi ở vị trí cách lưới $6$m như hình bên dưới.

a) Tìm góc tạo bởi mặt sân và đường bay của banh ở hình bên dưới, biết banh bay chạm mép lưới.

b) Tìm độ cao $h$ khi giao banh để banh không chạm lưới.




**Lời giải**



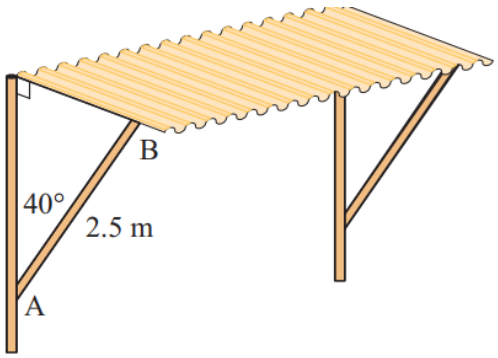

a) Trong tam giác vuông $ABC$ ta có: $\tan\widehat{BAC}=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{0,9}{6}=0,15\Rightarrow\widehat{BAC}=8,5^{\circ}.$

b) Khi giao banh để banh không chạm lưới $\widehat{BAC}>8,5^{\circ}\Leftrightarrow\dfrac{DE}{AE}>0,15\Leftrightarrow\dfrac{h}{18}>0,15$

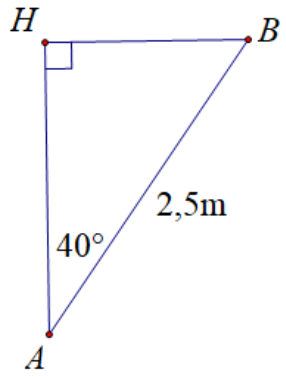
$\Leftrightarrow h>18.0,15=2,7(\text{m}).$

Vậy độ cao h khi giao banh để banh không chạm lưới là $2,7\,\text{m}$

**Bài 5.** Một thanh chống dài $2,5\text{m}$, hợp với tường một góc $40^{\circ}$ để chống một tấm nhựa che nắng như hình vẽ. Hỏi khoảng cách từ tường đến vị trí đặt đầu thanh chống trên tấm nhựa là bao nhiêu?



**Lời giải:**




Ta có sơ đồ sau:

Xét $\Delta HAB$ vuông tại $H$, ta có:

$$\sin\widehat{HAB}=\frac{HB}{AB}\Rightarrow HB=AB.\sin\widehat{HAB}=2,5.\sin 40^\circ\approx 1,6\ (\text{m}).$$

Vậy khoảng cách từ tường đến vị trí đặt đầu thanh chống trên tấm nhựa

là khoảng $1,6\text{m}$.

**Bài tập về nhà:**

**Bài 1:** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$. Hãy tính tỉ số lượng giác của góc $B$ nếu biết:

$AB=0,9cm;\ \text{BC}=1,5\text{cm}$

**Lời giải**

$\Delta ABC$ vuông tại $A$ nên $AC=\sqrt{BC^2-AB^2}=\sqrt{(1,5)^2-(0,9)^2}=1,2\ (\text{cm})$

Ta có $\sin B=\frac{AC}{BC}=\frac{4}{5};\quad \tan B=\frac{AC}{AB}=\frac{4}{3};\ \cos B=\frac{AB}{BC}=\frac{3}{5};\quad \cot B=\frac{AB}{AC}=\frac{3}{4}.$

**Bài 2:** Sắp xếp các tỉ số lượng giác sau theo thứ tự tăng dần: $\cos 34^\circ,\sin 57^\circ,\cos 52^\circ$

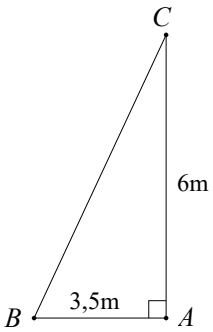
**Lời giải**

$\sin 57^\circ=c\cos 33^\circ$ từ đó ta có: $\sin 57^\circ<\cos 34^\circ<\cos 52^\circ$

**Bài 3:** Một cột đèn điện $AB$ cao $6\text{m}$ có bóng in trên mặt đất là $AC$ dài $3,5\text{m}$. Hãy tính $\widehat{BCA}$ (làm tròn đến phút) mà tia nắng mặt trời tạo với mặt đất.

**Lời giải**

Hình vẽ minh họa bài toán:

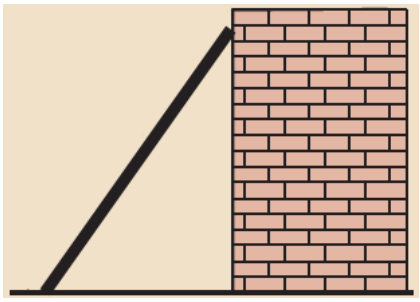



$\Delta ABC$ vuông tại $A$, ta có

$$\tan C=\frac{AB}{AC}\Rightarrow\tan C=\frac{6}{3,5}\Rightarrow\widehat{C}\approx 59^\circ 45'$$

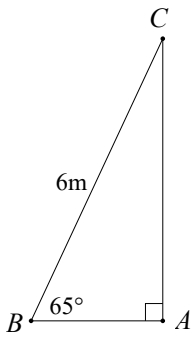
Vậy $\widehat{BCA} \approx 59°45'$

**Bài 4:** Trường bạn An có một chiếc thang dài $6$ mét. Cần đặt chân thang cách chân tường một khoảng cách bằng bao nhiêu để nó tạo được với mặt đất một góc "an toàn" là $65°$ (tức là đảm bảo thang không bị đổ khi sử dụng)



**Lời giải**

Hình vẽ minh họa bài toán:




Xét $\Delta ABC$ vuông tại $A$, ta có:

$\cos B = \dfrac{AB}{BC}$ (tỉ số lượng giác của góc nhọn)

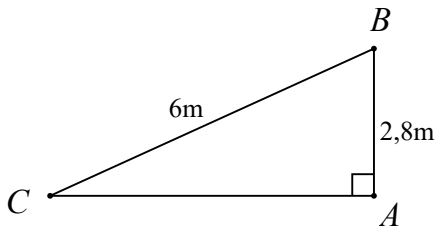
$\Rightarrow AB = BC \,.\cos B = 6 \,.\cos 65° \approx 2,5 (\text{m})$

Vậy cần đặt chân thang cách chân tường một khoảng $2,5$ m.

**Bài 5:** Một cầu trượt trong công viên có độ dài mặt trượt là $6$ m và có độ cao là $2,8$ m. Tính độ dốc của cầu trượt (làm tròn đến độ).

**Lời giải**

Hình vẽ minh họa bài toán:




Độ dốc của cầu trượt là số đo $\widehat{C}$

$\Delta ABC$ vuông tại $A$, ta có

$\sin C = \dfrac{AB}{BC} \Rightarrow \sin C = \dfrac{2,8}{6} \Rightarrow \widehat{C} \approx 28°$

Vậy cây cầu trượt có độ dốc khoảng $28°$

# BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG IV

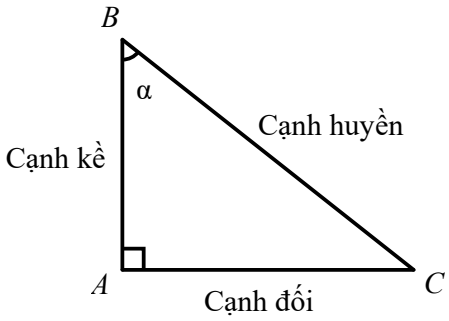
## A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

**Kiến thức cần nhớ**

### I. Tỉ số lượng giác của góc nhọn.

### 1. Khái niệm tỉ số lượng giác của góc nhọn.

- Cho góc nhọn $\alpha$. Xét tam giác vuông $ABC$ vuông tại $A$ có $\widehat{B}=\alpha$
  - Tỉ số giữa cạnh đối và cạnh huyền gọi là sin của $\alpha$, kí hiệu sin $\alpha$
  - Tỉ số giữa cạnh kề và cạnh huyền gọi là côsin của $\alpha$, kí hiệu cos $\alpha$.
  - Tỉ số giữa cạnh đối và cạnh kề của góc $\alpha$ gọi là tan của $\alpha$, kí hiệu tan $\alpha$.
  - Tỉ số giữa cạnh kề và cạnh đối của góc $\alpha$ gọi là côtan của $\alpha$, kí hiệu cot $\alpha$.




***Chú ý:***

- $\sin\alpha=\dfrac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh huyền}};\cos\alpha=\dfrac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh huyền}};\tan\alpha=\dfrac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh kề}};\cot\alpha=\dfrac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh đối}}$
- $\tan\alpha=\dfrac{1}{\cot\alpha};\sin\alpha<1;\cos\alpha<1$

### 2. Tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau

Nếu hai góc phụ nhau thì sin góc này bằng côsin góc kia, tang góc này bằng côtang góc kia.

**Nhận xét:** Với $0^\circ<\alpha<90^\circ$ ta có:

$$\sin\left(90^\circ-\alpha\right)=\cos\alpha;\qquad \cos\left(90^\circ-\alpha\right)=\sin\alpha$$

$$\tan\left(90^\circ-\alpha\right)=\cot\alpha;\qquad \cot\left(90^\circ-\alpha\right)=\tan\alpha$$

**Bảng lượng giác của một số góc đặc biệt**

| Tỉ số lượng giác góc $\alpha$ | $30^0$ | $45^0$ | $60^0$ |
|---|---|---|---|
| $\sin\alpha$ | $\dfrac{1}{2}$ | $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ | $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ |
| $\cos\alpha$ | $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ | $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ | $\dfrac{1}{2}$ |
| $\tan\alpha$ | $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ | $1$ | $\sqrt{3}$ |
| $\cot\alpha$ | $\sqrt{3}$ | $1$ | $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ |

**3. Sử dụng máy tính cầm tay tính tỉ số lượng giác của góc nhọn.**

- Để tìm góc $\alpha$ khi biết $\cot\alpha$, ta có thể tìm góc $(90°-\alpha)$ vì $\tan(90°-\alpha)=\cot\alpha$ rồi suy ra $\alpha$.

**II. Một số hệ thức giữa cạnh, góc trong tam giác vuông**

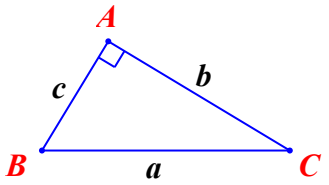
**1. Tính cạnh góc vuông theo cạnh huyền và tỉ số lượng giác của góc nhọn**

Trong tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng cạnh huyền nhân với sin góc đối hoặc nhân với *cô*sin góc kề.

*+ Trong tam giác $ABC$ vuông tại $A$ ta có*

$b = a.\sin B = a.\cos C$

$c = a.\sin C = a.\cos B$



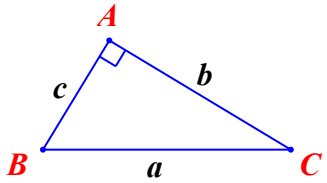

**2. Tính cạnh góc vuông theo cạnh góc vuông còn lại và tỉ số lượng giác của góc nhọn**

Trong tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng cạnh góc vuông kia nhân với tan góc đối hoặc nhân với cot góc kề.

*+ Trong tam giác $ABC$ vuông tại $A$ ta có*

$b = c.\tan B = a.\cot C$

$c = b.\tan C = b.\cot B$




**3. Giải tam giác vuông**

Giải tam giác vuông là tìm tất cả các cạnh và các góc còn lại của tam giác vuông đó khi biết trước hai cạnh hoặc một cạnh và một góc nhọn.

**III. Ứng dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn**

- Ước lượng khoảng cách
- Ước lượng chiều cao

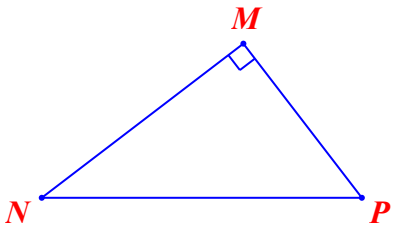
## B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

### I – MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

***Câu 1:*** Cho tam giác $MNP$ vuông tại $M$. Khi đó $\cos\widehat{MNP}$ bằng:

**A.** $\dfrac{MN}{NP}$ **B.** $\dfrac{MP}{NP}$

**C.** $\dfrac{MN}{MP}$ **D.** $\dfrac{MP}{MN}$



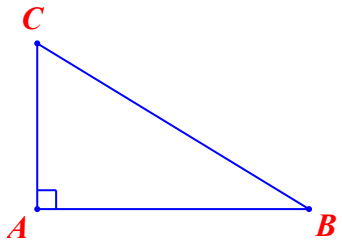

***Câu 2:*** Nếu tam giác $ABC$ vuông tại $A$, $AB=3$, $BC=5$ thì $\sin C$ bằng:

**A.** $\dfrac{5}{3}$. **B.** $\dfrac{3}{5}$. **C.** $\dfrac{4}{5}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

***Câu 3:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$, $AB=4$ và $AC=3$. Khẳng định đúng là:

**A.** $\sin B=\dfrac{4}{5}$. **B.** $\cos B=\dfrac{3}{5}$

**C.** $\tan B=\dfrac{3}{4}$. **D.** $\cot B=\dfrac{3}{4}$



***Câu 4:*** Cho tam giác $MNP$ vuông tại $N$. Hệ thức nào sau đây là đúng:

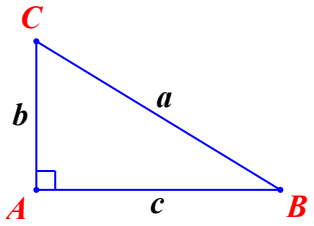
**A.** $MN = MP.\sin P$ **B.** $MN = MP.\cos P$

**C.** $MN = MP.\tan P$ **D.** $MN = MP.\cot P$

***Câu 5:*** Cho hình vẽ bên, hãy chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau:

**A.** $c = a\sin B$. **B.** $b = a\tan C$.

**C.** $b = c\tan B$. **D.** $c = a\tan B$.




***Câu 6:*** Cho $\alpha$ và $\beta$ là góc nhọn bất kỳ thỏa mãn $\alpha + \beta = 90^o$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

**A.** $\tan\alpha = \sin\beta$ **B.** $\tan\alpha = \cot\beta$ **C.** $\tan\alpha = \cos\alpha$ **D.** $\tan\alpha = \tan\beta$

***Câu 7:*** Khẳng định nào sau đây là **đúng**? Cho hai góc phụ nhau thì

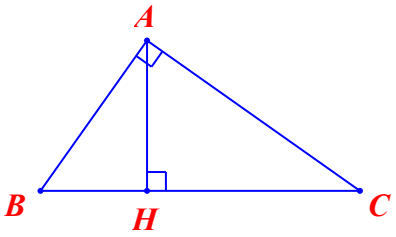
**A.** sin góc nọ bằng cosin góc kia **B.** sin hai góc bằng nhau

**C.** tan góc nọ bằng cotan góc kia **D.** Cả A, C đều đúng.

***Câu 8:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$, chiều cao $AH$. Chọn câu sai

**A.** $\sin B = \dfrac{AH}{AB}$ **B.** $\cos C = \dfrac{AC}{BC}$

**C.** $\tan B = \dfrac{AC}{AB}$ **D.** $\tan C = \dfrac{AH}{AC}$




## II – MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

***Câu 9:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $C$ có $BC = 1,2cm, AC = 0,9cm$. Tính các tỉ số lượng giác $\sin B; \cos B$.

**A.** $\tan B = 0,6; \cos B = 0,8$ **B.** $\sin B = 0,4; \cos B = 0,8$

**C.** $\sin B = 0,8; \cos B = 0,6$ **D.** $\sin B = 0,6; \cos B = 0,4$

***Câu 10:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có $BC = 8cm, AC = 6cm$. Tính tỉ số lượng giác $\tan C$ ( làm tròn đến hàng phần trăm).

**A.** $\tan C \approx 0,87$ **B.** $\tan C \approx 0,86$ **C.** $\tan C \approx 0,88$ **D.** $\tan C \approx 0,89$

***Câu 11:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có $BC = 9cm, AC = 5cm$. Tính tỉ số lượng giác $\tan C$ (làm tròn đến hàng phần mười).

**A.** $\tan C \approx 0,67$ **B.** $\tan C \approx 0,5$ **C.** $\tan C \approx 1,4$ **D.** $\tan C \approx 1,5$

***Câu 12:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có $AC = 10cm, \widehat{C} = 30°$. Tính $AB; BC$

**A.** $AB = \dfrac{5\sqrt{3}}{3}; BC = \dfrac{20\sqrt{3}}{3}$ **B.** $AB = \dfrac{10\sqrt{3}}{3}; BC = \dfrac{14\sqrt{3}}{3}$

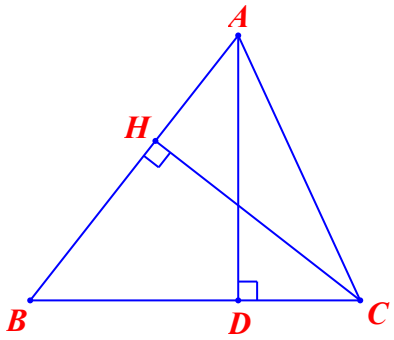
**C.** $AB = \dfrac{10\sqrt{3}}{3}; BC = 20\sqrt{3}$ **D.** $AB = \dfrac{10\sqrt{3}}{3}; BC = \dfrac{20\sqrt{3}}{3}$

***Câu 13:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có $BC = 12cm, \widehat{B} = 40°$. Tính $AC; \widehat{C}$. (làm tròn đến hàng phần trăm)

**A.** $AC \approx 7,71; \widehat{C} = 40°$ **B.** $AC \approx 7,72; \widehat{C} = 50°$

**C.** $AC \approx 7,71; \widehat{C} = 50°$ **D.** $AC \approx 7,73; \widehat{C} = 50°$

***Câu 14 :*** Cho hình vẽ bên. Hệ thức nào dưới đây đúng?




**A.** $HC = BC\sin B$.

**B.** $HC = BC\cos B$.

**C.** $HC = BC\tan B$.

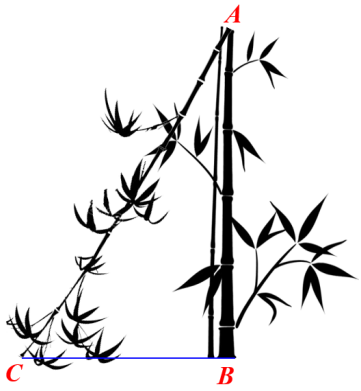
**D.** $HC = BC\cot B$.

## III – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

***Câu 15:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$, đường cao $AH$ có $AB = 13cm, BH = 0,5dm$. Tính tỉ số lượng giác $\sin C$ ( làm tròn đến hàng phần trăm).

**A.** $\sin C \approx 0,35$ **B.** $\sin C \approx 0,37$ **C.** $\sin C \approx 0,39$ **D.** $\tan C \approx 1,5$

***Câu 16.*** Một cây tre cao $9m$ bị gió bão làm gãy ngang thân, ngọn cây chạm đất cách gốc $3m$. Hỏi điểm gãy cách gốc bao nhiêu mét?



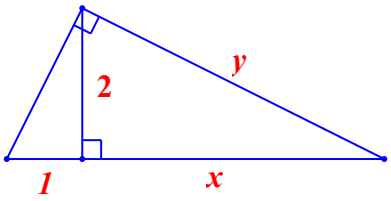

**A.** 4 m

**B.** 5 m

**C.** 6 m

**D.** 7 m

***Câu 17:*** Cho tam giác vuông như hình vẽ. Kết quả nào sau đây đúng?



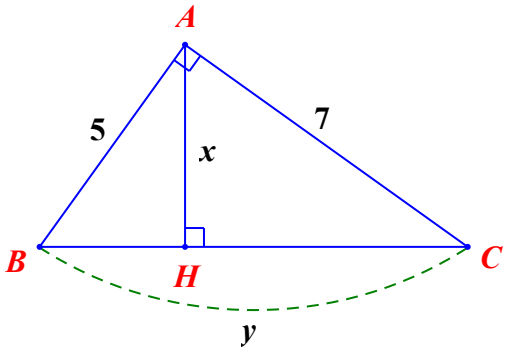

**A.** $x = 4, y = 16$.

**B.** $x = 4, y = 2\sqrt{5}$.

**C.** $x = 2, y = 8$.

**D.** $x = 2, y = 2\sqrt{2}$.

***Câu 18 :*** Tính $x, y$ trong hình vẽ sau:




**A.** $x = \dfrac{35\sqrt{74}}{74}; y = \sqrt{74}$

**B.** $y = \dfrac{35\sqrt{74}}{74}; y = \sqrt{74}$

**C.** $x = 4; y = 6$

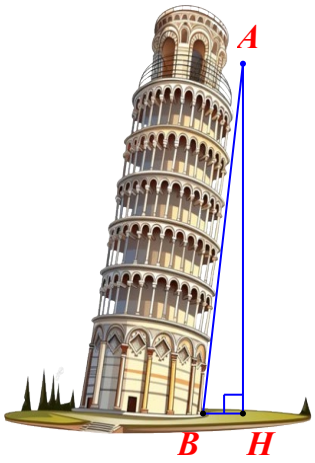
**D.** $x = 2,8; y = 7,2$

## IV – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

***Câu 19:*** Năm 1990, tháo nghiêng ở thành phố Pisa (Italia) bắt đầu quá trình trùng tu nhằm giảm độ nghiêng của tháp. Sau 10 năm trùng tu, vào năm 2001, các kĩ sư đã thành công trong việc đưa độ nghiêm của tháp chỉ còn khoảng $4°$

(Nguồn: *http://en.wikipedia.org/wiki/Leaning_Tower_of_Pisa.).*

Giả sử một người đứng trên tháp (tại vị trí $A$), cách mặt đất một khoảng là $AH = 45\,\text{m}$, thả một vật rơi xuống đất (Hình bên). Tính khoảng cách từ vị trí chạm đất (vị trí $H$) đó đến chân tháp (vị trí $B$) (làm tròn kết quả đến hàng trăm của mét).




**A.** $3{,}14\,\text{m}$ **B.** $3{,}15\,\text{m}$

**C.** $3{,}16\,\text{m}$. **D.** $3{,}17\,\text{m}$.

***Câu 20:*** Cho $ABCD$ là hình thang vuông tại $A$ và $D$. Đường chéo $BD$ vuông góc với $BC$. Biết $AD = 12\,\text{cm}, DC = 25\,\text{cm}$. Tính độ dài $BC$, biết $BC < 20$

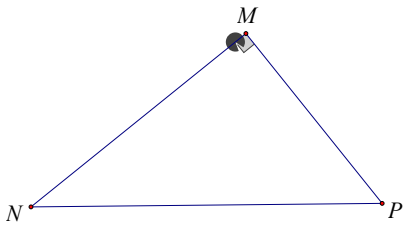
**A.** $BC = 15\,\text{cm}$. **B.** $BC = 16\,\text{cm}$. **C.** $BC = 14\,\text{cm}$. **D.** $BC = 17\text{cm}$.

## D. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

| Câu | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Đáp án | A | B | C | A | C | B | D | D | A | C |
| Câu | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| Đáp án | D | D | C | A | D | A | B | A | D | C |

## I – MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

***Câu 1:*** Cho tam giác $MNP$ vuông tại $M$. Khi đó $\cos\widehat{MNP}$ bằng:




**A.** $\dfrac{MN}{NP}$ **B.** $\dfrac{MP}{NP}$ **C.** $\dfrac{MN}{MP}$ **D.** $\dfrac{MP}{MN}$

**Lời giải**

Ta có $\cos\widehat{MNP}=\dfrac{MN}{NP}$.

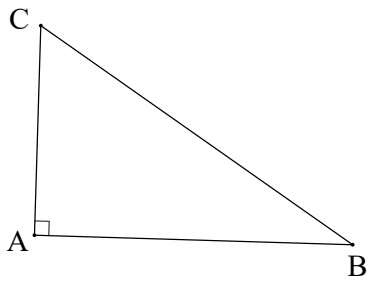
***Câu 2:*** Nếu tam giác $ABC$ vuông tại $A$, $AB=3$, $BC=5$ thì $\sin C$ bằng:

**A.** $\dfrac{5}{3}$. **B.** $\dfrac{3}{5}$. **C.** $\dfrac{4}{5}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

**Lời giải**

$\sin C=\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{3}{5}$.

***Câu 3:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$, $AB=4$ và $AC=3$. Khẳng định đúng là:




**A.** $\sin B=\dfrac{4}{5}$. **B.** $\cos B=\dfrac{3}{5}$. **C.** $\tan B=\dfrac{3}{4}$. **D.** $\cot B=\dfrac{3}{4}$

**Lời giải**

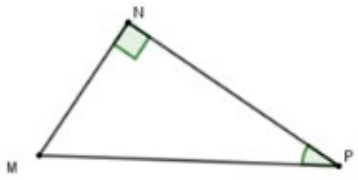
$\tan B=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{3}{4}$.

***Câu 4:*** Cho tam giác $MNP$ vuông tại $N$. Hệ thức nào sau đây là đúng:

**A.** $MN=MP.\sin P$ **B.** $MN=MP.\cos P$

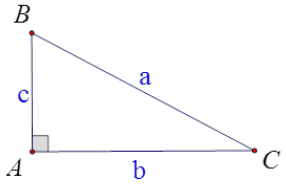
**C.** $MN=MP.\tan P$ **D.** $MN=MP.\cot P$

**Lời giải**




Ta có $\sin P = \dfrac{MN}{MP} \Rightarrow MN = MP.\sin P$

***Câu 5:*** Cho hình vẽ bên, hãy chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau:




**A.** $c = a\sin B$. **B.** $b = a\tan C$. **C.** $b = c\tan B$. **D.** $c = a\tan B$.

**Lời giải**

$\tan B = \dfrac{b}{c} \Rightarrow b = c\tan B$.

***Câu 6:*** Cho $\alpha$ và $\beta$ là góc nhọn bất kỳ thỏa mãn $\alpha + \beta = 90^o$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

**A.** $\tan\alpha = \sin\beta$ **B.** $\tan\alpha = \cot\beta$ **C.** $\tan\alpha = \cos\alpha$ **D.** $\tan\alpha = \tan\beta$

**Lời giải**

Với hai góc $\alpha, \beta$ mà $\alpha + \beta = 90^o$

Ta có $\sin\alpha = \cos\beta; \cos\alpha = \sin\beta; \tan\alpha = \cot\beta; \cot\alpha = \tan\beta.$

***Câu 7:*** Khẳng định nào sau đây là **đúng**? Cho hai góc phụ nhau thì

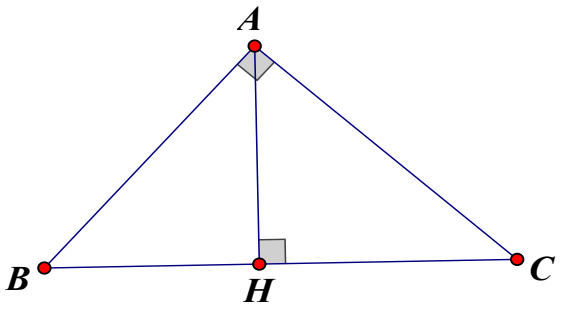
**A.** sin góc nọ bằng cosin góc kia **B.** sin hai góc bằng nhau

**C.** tan góc nọ bằng cotan góc kia **D.** Cả A, C đều đúng.

**Lời giải**

Với hai góc phụ nhau thì sin góc này bằng cosin góc kia và tan góc nọ bằng cotan góc kia.

***Câu 8:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$, chiều cao $AH$.




Chọn câu sai

**A.** $\sin B = \dfrac{AH}{AB}$ **B.** $\cos C = \dfrac{AC}{BC}$ **C.** $\tan B = \dfrac{AC}{AB}$ **D.** $\tan C = \dfrac{AH}{AC}$

**Lời giải**

Vì $\tan C = \dfrac{AH}{HC} = \dfrac{AB}{AC}$

Xét tam giác $AHB$ vuông tại H có $\sin B = \dfrac{AH}{AB}$ nên A đúng

Xét tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có $\cos C = \dfrac{AC}{BC}$ nên B đúng

Xét tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có $\tan B = \dfrac{AC}{AB}$ nên C đúng

Xét tam giác $AHC$ vuông tại $H$ có $\tan C = \dfrac{AH}{CH}$ nên D sai

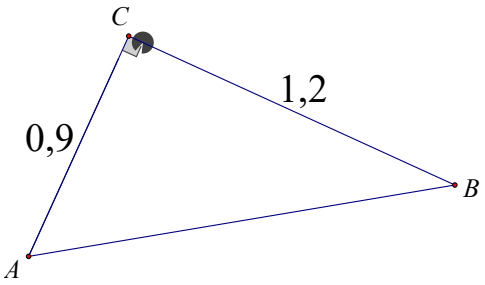
## II – MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

***Câu 9:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $C$ có $BC = 1,2\,\text{cm}, AC = 0,9\,\text{cm}$. Tính các tỉ số lượng giác $\sin B; \cos B$.

**A.** $\tan B = 0,6; \cos B = 0,8$ **B.** $\sin B = 0,4; \cos B = 0,8$

**C.** $\sin B = 0,8; \cos B = 0,6$ **D.** $\sin B = 0,6; \cos B = 0,4$

**Lời giải**



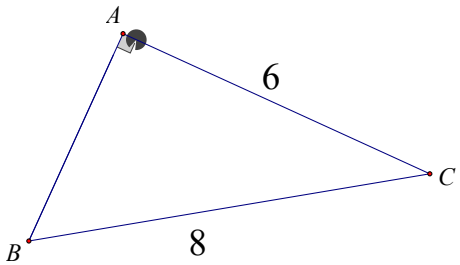

Theo định lý Py – ta – go ta có: $AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow AB = \sqrt{0,9^2 + 1,2^2} = 1,5$

Xét tam giác $ABC$ vuông tại $C$ có $\sin B = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{0,9}{1,5} = \dfrac{3}{5} = 0,6$ và $\cos B = \dfrac{BC}{AB} = \dfrac{1,2}{1,5} = \dfrac{4}{5} = 0,8$

***Câu 10:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có $BC = 8cm, AC = 6cm$. Tính tỉ số lượng giác $\tan C$ ( làm tròn đến hàng phần trăm).

**A.** $\tan C \approx 0,87$ **B.** $\tan C \approx 0,86$ **C.** $\tan C \approx 0,88$ **D.** $\tan C \approx 0,89$

**Lời giải**




Theo định lý Py – ta – go ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow AB = \sqrt{8^2 - 6^2} \approx 5,29$

Xét tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có $\tan C = \dfrac{AB}{AC} \approx \dfrac{5,29}{6} \approx 0,88.$

***Câu 11:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có $BC = 9cm, AC = 5cm$. Tính tỉ số lượng giác $\tan C$ (làm tròn đến hàng phần mười).

**A.** $\tan C \approx 0,67$ **B.** $\tan C \approx 0,5$ **C.** $\tan C \approx 1,4$ **D.** $\tan C \approx 1,5$

**Lời giải**

Theo định lý Py – ta – go ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow AB = \sqrt{9^2 - 5^2} = 2\sqrt{14}$

Xét tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có $\tan C = \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{2\sqrt{14}}{5} \approx 1,5.$

***Câu 12:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có $AC = 10cm, \widehat{C} = 30°$. Tính $AB; BC$

**A.** $AB = \dfrac{5\sqrt{3}}{3}; BC = \dfrac{20\sqrt{3}}{3}$ **B.** $AB = \dfrac{10\sqrt{3}}{3}; BC = \dfrac{14\sqrt{3}}{3}$

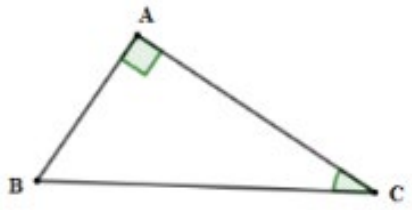
**C.** $AB = \dfrac{10\sqrt{3}}{3}; BC = 20\sqrt{3}$ **D.** $AB = \dfrac{10\sqrt{3}}{3}; BC = \dfrac{20\sqrt{3}}{3}$

**Lời giải**

Xét tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có:

$\tan C = \dfrac{AB}{AC} \Rightarrow AB = AC.\tan C = 10.\tan 30° = \dfrac{10\sqrt{3}}{3}.$

$\cos C = \dfrac{AC}{BC} \Rightarrow BC = \dfrac{AC}{\cos C} = \dfrac{10}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{20\sqrt{3}}{3}$




Vậy $AB = \dfrac{10\sqrt{3}}{3}; BC = \dfrac{20\sqrt{3}}{3}.$

***Câu 13:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có $BC = 12cm, \widehat{B} = 40°$. Tính $AC; \widehat{C}$. (làm tròn đến hàng phần trăm)

**A.** $AC \approx 7,71; \widehat{C} = 40°$ **B.** $AC \approx 7,72; \widehat{C} = 50°$

**C.** $AC \approx 7,71; \widehat{C} = 50°$ **D.** $AC \approx 7,73; \widehat{C} = 50°$

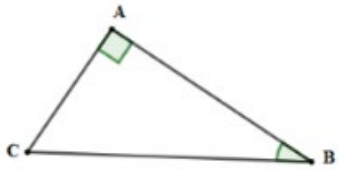
**Lời giải**

Xét Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có

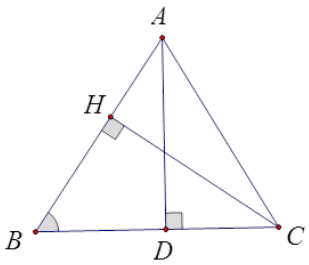
+) $\sin B = \dfrac{AC}{BC} \Rightarrow AC = BC.\sin B = 12.\sin 40° \approx 7,71(\text{cm})$

+) $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180° \Rightarrow \widehat{C} = 180° - 40° - 90° = 50°$

Vậy $AC \approx 7,71(\text{cm}); \widehat{C} = 50°.$




***Câu 14 :*** Cho hình vẽ bên. Hệ thức nào dưới đây đúng?




**A.** $HC = BC\sin B$. **B.** $HC = BC\cos B$.

**C.** $HC = BC\tan B$. **D.** $HC = BC\cot B$.

**Lời giải**

Xét tam giác vuông $BHC\left(\widehat{BHC}=90°\right)$, ta có: $HC=BC.\sin B$.

## III – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

***Câu 15:*** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$, đường cao $AH$ có $AB=13\,\text{cm}, BH=0,5\,\text{dm}$. Tính tỉ số lượng giác $\sin C$ ( làm tròn đến hàng phần trăm).

**A.** $\sin C\approx 0,35$ **B.** $\sin C\approx 0,37$ **C.** $\sin C\approx 0,39$ **D.** $\tan C\approx 1,5$

**Lời giải**

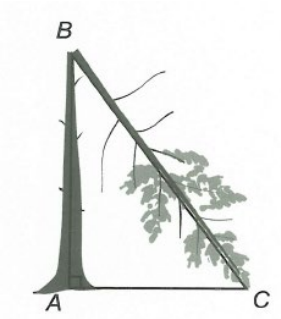
Đổi $0,5\,\text{dm}=5\,\text{cm}$

Xét tam giác $ABC$ vuông tại $A$,
theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có

$$AB^2=BH.BC\Rightarrow BC=\frac{AB^2}{BH}=\frac{13^2}{5}=33,8\,\text{cm}$$

$$\Rightarrow \sin C=\frac{AB}{BC}=\frac{13}{33,8}\approx 0,38$$

***Câu 16.*** Một cây tre cao $9\,\text{m}$ bị gió bão làm gãy ngang thân, ngọn cây chạm đất cách gốc $3\,\text{m}$. Hỏi điểm gãy cách gốc bao nhiêu mét?




**A.** $4\,\text{m}$ **B.** $5\,\text{m}$ **C.** $6\,\text{m}$ **D.** $7\,\text{m}$

**Lời giải**

Khoảng cách từ gốc cây đến chỗ bị gãy là $AB$.
Khoảng cách từ chỗ thân tre bị gãy đến ngọn cây là $BC$.
Khoảng cách từ ngọn cây chạm đất đến gốc là $AC$.

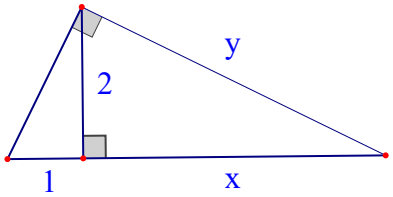
Đặt độ dài $AB=x>0$ suy ra: $BC=9-x$.

Áp dụng định lí Py-ta-go cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$, ta có:

$$AB^2+AC^2=BC^2\Leftrightarrow x^2+3^2=(9-x)^2\Leftrightarrow x^2+9=81-18x+x^2\Leftrightarrow 18x=72\Leftrightarrow x=4.$$

Vậy điểm gãy cách gốc 4 m.

***Câu 17:*** Cho tam giác vuông như hình vẽ. Kết quả nào sau đây đúng?




**A.** $x=4, y=16$. **B.** $x=4, y=2\sqrt{5}$.

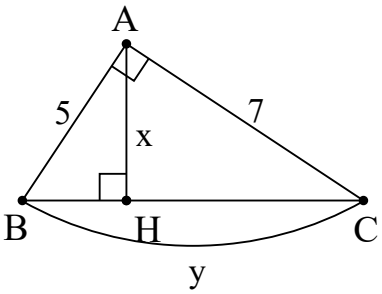
**C.** $x=2, y=8$. **D.** $x=2, y=2\sqrt{2}$.

**Lời giải**

$2^2=1.x \Rightarrow x=4$

$2^2+x^2=y^2 \Rightarrow y=2\sqrt{5}$.

***Câu 18 :*** Tính $x, y$ trong hình vẽ sau:




**A.** $x=\dfrac{35\sqrt{74}}{74}; y=\sqrt{74}$ **B.** $y=\dfrac{35\sqrt{74}}{74}; y=\sqrt{74}$

**C.** $x=4; y=6$ **D.** $x=2,8; y=7,2$

**Lời giải**

Theo định lý Pytago ta có: $BC^2=AB^2+AC^2 \Leftrightarrow BC^2=74 \Leftrightarrow BC=\sqrt{74}$.

Áp dụng hệ thức giữa cạnh và đường cao trong tam giác vuông ta có:

$$AH.BC=AB.AC \Leftrightarrow AH=\frac{AB.AC}{BC} \Leftrightarrow AH=\frac{5.7}{\sqrt{74}} \Leftrightarrow AH=\frac{35\sqrt{74}}{74}$$

Vậy $x=\dfrac{35\sqrt{74}}{74}; y=\sqrt{74}$.

## IV – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

***Câu 19:*** Năm 1990, tháo nghiêng ở thành phố Pisa (Italia) bắt đầu quá trình trùng tu nhằm giảm độ nghiêng của tháp. Sau 10 năm trùng tu, vào năm 2001, các kĩ sư đã thành công trong việc đưa độ nghiêm của tháp chỉ còn khoảng $4°$

(Nguồn: *http://en.wikipedia.org/wiki/Leaning_Tower_of_Pisa.).*

Giả sử một người đứng trên tháp (tại vị trí $A$), cách mặt đất một khoảng là $AH=45\,\text{m}$, thả một vật rơi xuống đất (Hình bên). Tính khoảng cách từ vị trí chạm đất (vị trí $H$) đó đến chân tháp (vị trí $B$) (làm tròn kết quả đến hàng trăm của mét).

**A.** 3,14 m **B.** 3,15 m .

**C.** 3,16 m . **D.** 3,17 m .

**Lời giải**

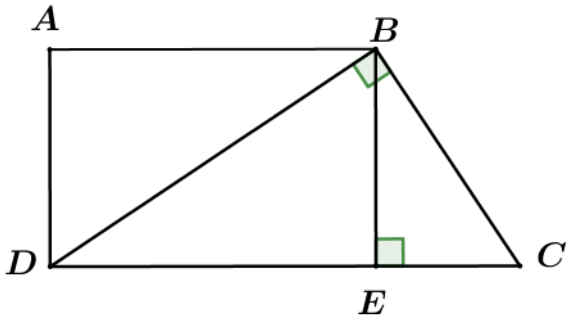
Xét tam giác $ABH$ vuông tại $H$ ta có $BH = AH.\tan\widehat{A} = 45.\tan 4° \approx 3{,}15(\text{m})$

Vậy khoảng cách từ vị trí chạm đất đến chân tháp là $3{,}15(\text{m})$

***Câu 20:*** Cho $ABCD$ là hình thang vuông tại $A$ và $D$ . Đường chéo $BD$ vuông góc với $BC$ . Biết $AD = 12\,\text{cm}, DC = 25\,\text{cm}$ . Tính độ dài $BC$ , biết $BC < 20$

**A.** $BC = 15\,\text{cm}$ . **B.** $BC = 16\,\text{cm}$ . **C.** $BC = 14\,\text{cm}$ . **D.** $BC = 17\text{cm}$ .

**Lời giải**




Kẻ $BE \perp DC\,(E \in DC)$ suy ra tứ giác $ABDE$ là hình chữ nhật ( vì $\widehat{A} = \widehat{D} = \widehat{E} = 90^0$ )

$\Rightarrow BE = AD = 12cm$ . Đặt $BC = x\ \ (0 < x < 20) \Rightarrow BD^2 = DC^2 - BC^2 = 625 - x^2$ .

Ta lại có $\dfrac{1}{BD^2} + \dfrac{1}{BC^2} = \dfrac{1}{BE^2}\ hay \dfrac{1}{625 - x^2} + \dfrac{1}{x^2} = \dfrac{1}{144}$

$x^2\left(625 - x^2\right) = 144.625$

$x^4 - 625x^2 - 90000 = 0$

$\left(x^2 - 225\right)\left(x^2 + 400\right) = 0 x^2 = 225$

$x = 15(\text{cm})$

Vậy $BC = 15\,\text{cm}$