

Câu 4: Cho $a > 1 > b$, chọn khẳng định **không** đúng

- A. $a - 1 > 0$. B. $a - b < 0$. C. $1 - b > 0$. D. $b - a < 0$.

Câu 5: Cho $a > b$ và $c > 0$, chọn kết luận đúng

- A. $ac > bc$. B. $bc \geq ac$. C. $ac \leq bc$ D. $bc > ac$.

Câu 6: Hãy chọn câu đúng. Nếu $a > b$ thì

- A. $2a \leq 2b$. B. $3b < 3a$. C. $4b > 4a$. D. $5b \geq 5a$.

Câu 7: Cho $a + 1 \leq b + 2$. So sánh 2 số $2a + 2$ và $2b + 4$. Khẳng định nào dưới đây là đúng

- A. $2a + 2 > 2b + 4$. B. $2a + 2 < 2b + 4$.
C. $2a + 2 \geq 2b + 4$. D. $2a + 2 \leq 2b + 4$.

Câu 8: Cho $-3x - 1 < -3y - 1$. So sánh x và y . Đáp án nào sau đây là đúng

- A. $x < y$. B. $x > y$. C. $x = y$. D. $x \leq y$.

II. MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU.

Câu 9: So sánh m và n biết $m + \frac{1}{2} = n$.

- A. $m < n$. B. $n \leq m$. C. $m > n$. D. $m \geq n$.

Câu 10: Cho $a - 3 < b$. So sánh $a + 10$ và $b + 13$.

- A. $a + 10 < b + 13$. B. $a + 10 > b + 13$.
C. $a + 10 = b + 13$. D. $a + 10 \geq b + 13$.

Câu 11: Hãy chọn câu **sai**. Nếu $a < b$ thì

- A. $4a + 1 < 4b + 5$. B. $7 - 2a > 4 - 2b$.
C. $4a - 2 < 4b - 2$. D. $6 - 3a < 6 - 3b$.

Câu 12: Cho $a > b > 0$. So sánh a^2 và ab ; a^3 và b^3 .

- A. $a^2 < ab$ và $a^3 > b^3$. B. $a^2 > ab$ và $a^3 > b^3$.
C. $a^2 < ab$ và $a^3 < b^3$. D. $a^2 > ab$ và $a^3 < b^3$.

Câu 13: Với mọi a, b, c . Khẳng định nào sau đây là đúng

- A. $a^2 + b^2 + c^2 \leq 2ab + 2bc - 2ca$. B. $a^2 + b^2 + c^2 \geq 2ab + 2bc - 2ca$.
C. $a^2 + b^2 + c^2 > 2ab + 2bc - 2ca$. D. $a^2 + b^2 + c^2 < 2ab + 2bc - 2ca$.

Câu 14: Với mọi a, b khẳng định nào sau đây đúng

- A. $\frac{a^2 + b^2}{2} < ab$. B. $\frac{a^2 + b^2}{2} \leq ab$. C. $\frac{a^2 + b^2}{2} \geq ab$. D. $\frac{a^2 + b^2}{2} > ab$.

III. MỨC ĐỘ VẬN DỤNG.

Câu 15: Với x, y bất kỳ. Chọn khẳng định đúng.

- A. $(x + y)^2 \leq 4xy$. B. $(x + y)^2 > 4xy$. C. $(x + y)^2 < 4xy$. D. $(x + y)^2 \geq 4xy$.

Câu 16: Cho $x + y > 1$. Chọn khẳng định đúng

- A. $x^2 + y^2 > \frac{1}{2}$. B. $x^2 + y^2 < \frac{1}{2}$. C. $x^2 + y^2 = \frac{1}{2}$. D. $x^2 + y^2 \leq \frac{1}{2}$.

Câu 17: Với mọi $x > 0$; $y > 0$ khẳng định nào đúng trong các khẳng định sau

(1): $(x+y)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \geq 4$

(2): $x^2 + y^3 \leq 0$

(3): $(x+y)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) < 4$

A. (1).

B. (2).

C. (3).

D. (1); (2).

Câu 18: Khẳng định nào sau đây đúng với mọi a, b là các số thực dương?

A. $\frac{(a+b)^2}{ab} < 4$.

B. $\frac{(a+b)^2}{ab} \geq 4$.

C. $\frac{(a+b)^2}{ab} \leq 4$.

D. $\frac{(a+b)^2}{ab} > 4$.

IV. MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

Câu 19: Khẳng định nào sau đây đúng với mọi a, b, c ?

A. $3(a^2 + b^2 + c^2) \geq (a+b+c)^2$.

B. $3(a^2 + b^2 + c^2) \leq (a+b+c)^2$.

C. $3(a^2 + b^2 + c^2) \geq (a+b+c)^2$.

D. $3(a^2 + b^2 + c^2) < (a+b+c)^2$.

Câu 20: Cho $x + y \geq 2$. Chọn khẳng định đúng

A. $x^2 + y^2 \geq 2$.

B. $x^2 + y^2 \leq 2$.

C. $x^2 + y^2 \geq 2$.

D. $x^2 + y^2 > 2$.

C. CÁC DẠNG TỰ LUẬN

Dạng 1. Viết bất đẳng thức theo định nghĩa

Phương pháp giải

➤ Sử dụng các kí hiệu $>, <, \geq, \leq$ để viết các bất đẳng thức.

Bài 1. Dùng kí hiệu để viết bất đẳng thức tương ứng trong mỗi trường hợp sau:

a) x nhỏ hơn -3

b) x nhỏ hơn hoặc bằng 5

Bài 2. Dùng kí hiệu để viết bất đẳng thức tương ứng trong mỗi trường hợp sau:

a) Tốc độ của xe gắn máy trên đoạn đường này phải đạt tối thiểu 40 km/h.

b) Cân nặng của học sinh lớp 6A đạt tối đa 50 kg.

Bài 3. Dùng kí hiệu để viết bất đẳng thức tương ứng trong mỗi trường hợp sau:

a) x là số không âm.

b) x là số lớn hơn $2,3$.

Bài 4. Dùng kí hiệu để viết bất đẳng thức trong mỗi trường hợp sau: “Số giờ làm việc tối thiểu của công nhân trong một ngày là 8 giờ”

Bài 5. Dùng kí hiệu để viết bất đẳng thức trong mỗi trường hợp sau: “Trong một ngày học sinh có thể học tối đa 8 tiết học”

Dạng 2. Liên hệ giữa thứ tự và phép cộng**Phương pháp giải**

- **Vận dụng quy tắc:** Khi cộng cùng một số vào hai vế của một bất đẳng thức ta được bất đẳng thức mới cùng chiều với bất đẳng thức đã cho.

Bài 6. Cho $a > b$, hãy so sánh:

a) $a - 3$ với $b - 3$.

b) $a + 7$ với $b + 7$.

Bài 7. Cho $a - 3 > b - 3$. So sánh hai số a và b .

Bài 8. Cho $a < b$. So sánh $a + (-3)$ và $b + 3$.

Bài 9. Cho $a + 3 < b - 2$. So sánh hai số a và b .

Bài 10. Cho $a + 6 < b$. So sánh hai số $a - 7$ và $b - 13$.

Dạng 3. Liên hệ giữa thứ tự và phép nhân**Phương pháp giải**

- **Vận dụng quy tắc:**
- Khi nhân hai vế của một bất đẳng thức với cùng một số dương ta được bất đẳng thức mới cùng chiều với bất đẳng thức đã cho.
 - Khi nhân hai vế của một bất đẳng thức với cùng một số âm ta được bất đẳng thức mới ngược chiều với bất đẳng thức đã cho.

Bài 11. Cho $a > b$, hãy so sánh:

a) $3a$ với $3b$.

b) $-5a$ với $-5b$.

Bài 12. Cho $a + 1 \leq b + 2$. So sánh $2a + 2$ và $2b + 4$.

Bài 13. Cho $a + 5 > b - 3$. So sánh $-2a - 10$ và $-2b + 6$.

Bài 14. Cho $3a + 3 < 3b - 6$. So sánh $a + 1$ và $b - 1$.

Bài 15. Cho $a > b > 0$. So sánh:

a) a^2 và ab .

b) a^3 và b^3 .

Dạng 4. Bài tập tổng hợp**Phương pháp giải**

- **Vận dụng linh hoạt quy tắc liên hệ giữa thứ tự và phép cộng với quy tắc liên hệ giữa thứ tự và phép nhân để giải bài toán.**

Bài 16. Cho $x > y$, hãy so sánh $-5x + 6$ và $-5y + 6$

Bài 17. Cho $x > y$, hãy so sánh $3x + 5$ và $3y - 4$.

Bài 18. Cho $2a + 3 \geq 2b + 4$. Chứng minh rằng: $2a + 1 > 2b$.

Bài 19. Cho $3 - 4a \geq 3 - 4b$. Chứng minh rằng: $4a + 3 \leq 4b + 3$.

Bài 20. Cho $2a + 1 \geq 2b - 3$. Chứng minh rằng: $a + 2 \geq b$.

B. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Đáp án	A	B	D	B	A	B	D	B	A	A
Câu	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Đáp án	D	B	B	C	D	A	A	B	C	A

I. MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT.

Câu 1: Biết rằng $m > n$ với m, n bất kỳ, chọn câu đúng.

- A.** $m-3 > n-3$. **B.** $m+3 < n+3$. **C.** $m-2 < n-2$. **D.** $n+2 > m+2$.

Lời giải

Chọn A

Vì $m > n$ “cộng vào hai vế của bất đẳng thức với cùng một số -3 ” ta được:

$$m-3 > n-3.$$

Câu 2: Cho biết $a > b$. Có bao nhiêu khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

(I): $a-1 > b-1$ (II): $a-1 > b$ (III): $a+2 > b+1$

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

+ Vì $a > b$, cộng hai vế của bất đẳng thức với -1 ta được: $a-1 > b-1 \Rightarrow$ (I) đúng.

+ Vì $a-1 > b-1$ (cmt) mà $b-1 < b$ nên ta chưa đủ dữ kiện để nói rằng $a-1 > b \Rightarrow$ (II) sai.

+ Vì $a > b$, cộng hai vế của bất đẳng thức với 2 ta được: $a+2 > b+2$ mà

$$b+2 > b+1 \text{ nên } a+2 > b+1 \Rightarrow$$
 (III) đúng.

Do đó có 2 khẳng định đúng.

Câu 3: Cho $x+5 \geq y+5$, so sánh x và y . Chọn đáp án sai

- A.** $x = y$. **B.** $x \geq y$. **C.** $x > y$. **D.** $x < y$.

Lời giải

Chọn D

Cộng hai vế của bất đẳng thức $x-5 \leq y-5$ với 5 ta được: $x-5+5 \leq y-5+5 \Rightarrow x \leq y$

Câu 4: Cho $a > 1 > b$, chọn khẳng định **không** đúng.

- A. $a-1 > 0$. B. $a-b < 0$. C. $1-b > 0$. D. $b-a < 0$.

Lời giải**Chọn B**

Từ $a > b$, cộng $-b$ vào hai vế ta được $a-b > b-b$, tức là $a-b > 0$.

Do đó D đúng, B sai.

Ngoài ra A, C đúng vì:

Cộng cả hai vế của bất đẳng thức với (-1) ta được:

$$a+(-1) > 1+(-1) \text{ hay } a-1 > 0.$$

Cộng cả hai vế của bất đẳng thức $1 > b$ với $-b$ ta được:

$$1+(-b) > b+(-b) \text{ hay } 1-b > 0.$$

Câu 5: Cho $a > b$ và $c > 0$, chọn kết luận đúng

- A. $ac > bc$. B. $bc \geq ac$. C. $ac \leq bc$. D. $bc > ac$.

Lời giải**Chọn A**

Khi nhân cả hai vế của bất đẳng thức với cùng một số dương, ta được một bất đẳng thức mới cùng chiều với bất đẳng thức đã cho.

Từ đó với $a > b$ và $c > 0$ thì $ac > bc$ nên A đúng.

Câu 6: Hãy chọn câu đúng. Nếu $a > b$ thì

- A. $2a \leq 2b$. B. $3b < 3a$. C. $4b > 4a$. D. $3(a-1) \leq 3(b-1)$.

Lời giải**Chọn B**

+ Với $a > b$, nhân cả hai vế của bất đẳng thức với -3 ta được: $-3a < -3b$.

Tiếp tục cộng hai vế của bất đẳng thức với 1 ta được: $-3a + 1 < -3b + 1$ nên A sai.

+ Vì $a > b$ và $-3 < 0$ nên $-3a < -3b$ nên B đúng.

+ Vì $a > b$ và $3 > 0$ nên $3a > 3b$ nên C sai.

+ Vì $a > b \Leftrightarrow a - 1 > b - 1 \Leftrightarrow 3(a - 1) > 3(b - 1)$ nên D sai

Câu 7: Cho $a + 1 \leq b + 2$. So sánh 2 số $2a + 2$ và $2b + 4$. Khẳng định nào dưới đây là đúng

A. $2a + 2 > 2b + 4$. B. $2a + 2 < 2b + 4$. C. $2a + 2 \geq 2b + 4$. D. $2a + 2 \leq 2b + 4$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Vì } a + 1 \leq b + 2 \Leftrightarrow 2(a + 1) \leq 2(b + 2) \Leftrightarrow 2a + 2 \leq 2b + 4$$

Nên D đúng.

Câu 8: Cho $-3x - 1 < -3y - 1$. So sánh x và y . Đáp án nào sau đây là đúng

A. $x < y$. B. $x > y$. C. $x = y$. D. $x \leq y$.

Lời giải

Chọn B

Theo đề bài ta có:

$$-3x - 1 < -3y - 1$$

$$\Rightarrow -3x - 1 + 1 < -3y - 1 + 1$$

$$\Rightarrow -3x < -3y$$

$$\Rightarrow -3x \left(-\frac{1}{3} \right) > -3y \left(-\frac{1}{3} \right)$$

$$\Rightarrow x > y$$

II. MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

Câu 9: So sánh m và n biết $m + \frac{1}{2} = n$.

A. $m < n$.

B. $n \leq m$.

C. $m > n$.

D. $m \geq n$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } m + \frac{1}{2} = n \Rightarrow m - n = -\frac{1}{2} \Rightarrow m - n < 0 \Rightarrow m < n.$$

Câu 10: Cho $a - 3 < b$. So sánh $a + 10$ và $b + 13$.

A. $a + 10 < b + 13$.

B. $a + 10 > b + 13$.

C. $a + 10 = b + 13$.

D. $a + 10 \geq b + 13$.

Lời giải

Chọn A

Cộng cả hai vế của bất đẳng thức $a - 3 < b$ với 13 ta được:

$$a - 3 < b \Rightarrow a - 3 + 13 < b + 13 \Rightarrow a + 10 < b + 13.$$

Câu 11: Hãy chọn câu **sai**. Nếu $a < b$ thì

A. $4a + 1 < 4b + 5$.

B. $7 - 2a > 4 - 2b$.

C. $4a - 2 < 4b - 2$.

D. $6 - 3a < 6 - 3b$.

Lời giải

Chọn D

+ Vì $a < b \Leftrightarrow 4a < 4b \Leftrightarrow 4a + 1 < 4b + 1 < 4b + 5$ hay $4a + 1 < 4b + 5$ nên A đúng.

+ Vì $a < b \Leftrightarrow -2a > -2b \Leftrightarrow 7 - 2a > 7 - 2b > 4 - 2b$ hay $7 - 2a > 4 - 2b$ nên B đúng.

+ Vì $a < b \Leftrightarrow 4a < 4b \Leftrightarrow 4a - 2 < 4b - 2$ nên C đúng.

+ Vì $a < b \Leftrightarrow -3a > -3b \Leftrightarrow 6 - 3a > 6 - 3b$ nên D sai.

Câu 12: Cho $a > b > 0$. So sánh a^2 và ab ; a^3 và b^3 .

A. $a^2 < ab$ và $a^3 > b^3$.

B. $a^2 > ab$ và $a^3 > b^3$.

C. $a^2 < ab$ và $a^3 < b^3$.

D. $a^2 > ab$ và $a^3 < b^3$.

Lời giải

Chọn B

* Với $a > b > 0$ ta có:

$$+) a.a > a.b \Leftrightarrow a^2 > ab$$

$$+) \text{Ta có: } a^2 > ab \Rightarrow a^2.a > a.ab \Leftrightarrow a^3 > a^2b$$

$$\text{Mà } a > b > 0 \Rightarrow ab > b.b \Leftrightarrow ab > b^2 \Rightarrow ab.a > b^2.b \Rightarrow a^2.b > b^3.$$

$$\Rightarrow a^2b > b^3 \Rightarrow a^3 > a^2b > b^3 \Rightarrow a^3 > b^3$$

Vậy $a^2 > ab$ và $a^3 > b^3$.

Câu 13: Với mọi a, b, c . Khẳng định nào sau đây là đúng

A. $a^2 + b^2 + c^2 \leq 2ab + 2bc - 2ca$.

B. $a^2 + b^2 + c^2 \geq 2ab + 2bc - 2ca$.

C. $a^2 + b^2 + c^2 > 2ab + 2bc - 2ca$.

D. $a^2 + b^2 + c^2 < 2ab + 2bc - 2ca$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$a^2 + b^2 + c^2 - (2ab + 2bc - 2ca)$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc + 2ca$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2a(-b) + 2c(-b) + 2ac$$

$$= [a + (-b) + c]^2 = (a - b + c)^2 \geq 0, \text{ với mọi } a, b, c.$$

$$\text{Do đó } a^2 + b^2 + c^2 - (2ab + 2bc - 2ca) \geq 0.$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 \geq 2ab + 2bc - 2ca.$$

Dấu “=” xảy ra khi $a - b + c = 0$.

Câu 14: Với mọi a, b khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\frac{a^2 + b^2}{2} < ab$.

B. $\frac{a^2 + b^2}{2} \leq ab$.

C. $\frac{a^2 + b^2}{2} \geq ab$.

D. $\frac{a^2 + b^2}{2} > ab$.

Lời giải

Chọn C

Xét hiệu:

$$\frac{a^2 + b^2}{2} - ab = \frac{a^2 + b^2 - 2ab}{2} = \frac{(a-b)^2}{2} \geq 0 \text{ (luôn đúng).}$$

$$\text{Vậy } \frac{a^2 + b^2}{2} \geq ab.$$

III. MỨC ĐỘ VẬN DỤNG.

Câu 15: Với x, y bất kỳ. Chọn khẳng định đúng.

A. $(x+y)^2 \leq 4xy$. B. $(x+y)^2 > 4xy$. C. $(x+y)^2 < 4xy$. D. $(x+y)^2 \geq 4xy$.

Lời giải

Chọn D

Xét hiệu

$$P = (x+y)^2 - 4xy = x^2 + 2xy + y^2 - 4xy = x^2 - 2xy + y^2 = (x-y)^2$$

Mà $(x-y)^2 \geq 0$ với $\forall x, y$

Nên $P \geq 0; \forall x, y$. Suy ra $(x+y)^2 \geq 4xy$

Câu 16: Cho $x+y > 1$. Chọn khẳng định đúng

A. $x^2 + y^2 > \frac{1}{2}$. B. $x^2 + y^2 < \frac{1}{2}$. C. $x^2 + y^2 = \frac{1}{2}$. D. $x^2 + y^2 \leq \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Từ $x+y > 1$, bình phương hai vế (hai vế đều dương) được $x^2 + 2xy + y^2 > 1$ (1)

Từ $(x-y)^2 \geq 0$ suy ra $x^2 - 2xy + y^2 \geq 0$. (2)

Cộng từng vế (1) với (2) được $2x^2 + 2y^2 > 1$.

Chia hai vế cho 2 được $x^2 + y^2 > \frac{1}{2}$.

Câu 17: Với mọi $x > 0; y > 0$ khẳng định nào đúng trong các khẳng định sau

(1) $(x+y)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \geq 4$ (2): $x^2 + y^3 \leq 0$ (3): $(x+y)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) < 4$

A. (1).

B. (2).

C. (3).

D. (1); (2).

Lời giải**Chọn A**

Theo đề bài ta có:

$$(1): (x+y)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \geq 4 \Leftrightarrow 1 + \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 1 \geq 4 \Leftrightarrow \frac{x^2 + y^2}{xy} \geq 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 \geq 2xy \text{ (do } x > 0, y > 0 \Rightarrow xy > 0).$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2xy \geq 0 \Leftrightarrow (x-y)^2 \geq 0 \text{ với mọi } x, y$$

Nên khẳng định (1) đúng

$$(2): x^2 + y^3 \leq 0$$

$$\text{Với } \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 > 0 \\ y^3 > 0 \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^3 > 0$$

 \Rightarrow Khẳng định (2) sai.Khẳng định (1) đúng \Rightarrow Khẳng định (3) sai.**Câu 18:** Khẳng định nào sau đây đúng với mọi a, b là các số thực dương?

A. $\frac{(a+b)^2}{ab} < 4.$

B. $\frac{(a+b)^2}{ab} \geq 4.$

C. $\frac{(a+b)^2}{ab} \leq 4.$

D. $\frac{(a+b)^2}{ab} > 4.$

Lời giải**Chọn B**

$$\text{Xét } \frac{(a+b)^2}{ab} - 4 = \frac{a^2 + 2ab + b^2 - 4ab}{ab}$$

$$= \frac{a^2 - 2ab + b^2}{ab} = \frac{(a-b)^2}{ab}.$$

Do $ab > 0$ và $(a-b)^2 \geq 0$, với mọi a, b nên $\frac{(a-b)^2}{ab} \geq 0$ hay $\frac{(a+b)^2}{ab} \geq 4.$

IV. MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

Câu 19: Khẳng định nào sau đây đúng với mọi a, b, c ?

A. $3(a^2 + b^2 + c^2) \geq (a + b + c)^2$.

B. $3(a^2 + b^2 + c^2) \leq (a + b + c)^2$.

C. $3(a^2 + b^2 + c^2) \geq (a + b + c)^2$.

D. $3(a^2 + b^2 + c^2) < (a + b + c)^2$.

Lời giải

Chọn C

Xét hiệu:

$$\begin{aligned} & 3(a^2 + b^2 + c^2) - (a + b + c)^2 \\ &= 3a^2 + 3b^2 + 3c^2 - a^2 - b^2 - c^2 - 2ab - 2bc - 2ac \\ &= 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ac \\ &= (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \geq 0 \end{aligned}$$

(vì $(a - b)^2 \geq 0$; $(b - c)^2 \geq 0$; $(c - a)^2 \geq 0$ với mọi a, b, c)

Nên $3(a^2 + b^2 + c^2) \geq (a + b + c)^2$.

Dấu “=” xảy ra khi $a = b = c$.

Câu 20: Cho $x + y \geq 2$. Chọn khẳng định đúng

A. $x^2 + y^2 \geq 2$.

B. $x^2 + y^2 \leq 2$.

C. $x^2 + y^2 \geq 2$.

D. $x^2 + y^2 > 2$.

Lời giải

Chọn A

Từ $x + y \geq 2$, bình phương hai vế (hai vế đều dương) được:

$$x^2 + 2xy + y^2 \geq 4 \quad (1)$$

Từ $(x - y)^2 \geq 0$ suy ra $x^2 - 2xy + y^2 \geq 0 \quad (2)$.

Cộng từng vế (1) với (2) được: $2x^2 + 2y^2 \geq 4$.

Chia cả hai vế cho 2 ta được: $x^2 + y^2 \geq 2$.

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi: } \begin{cases} x+y=2 \\ (x-y)^2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=2 \\ x=y \end{cases} \Leftrightarrow x=y=1.$$

E. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TỰ LUẬN

Dạng 1: Viết bất đẳng thức theo định nghĩa

Bài 1. Dùng kí hiệu để viết bất đẳng thức tương ứng trong mỗi trường hợp sau:

- x nhỏ hơn -3
- x nhỏ hơn hoặc bằng 5

Lời giải

- $x < -3$
- $x \leq 5$

Bài 2. Dùng kí hiệu để viết bất đẳng thức tương ứng trong mỗi trường hợp sau:

- Tốc độ của xe gắn máy trên đoạn đường này phải đạt tối thiểu 40 km/h.
- Cân nặng của học sinh lớp 6A đạt tối đa 50 kg.

Lời giải

- Gọi tốc độ của xe gắn máy là x km/h, ta có $x \geq 40$
- Gọi cân nặng của học sinh lớp 6A là x kg, ta có $x \leq 50$

Bài 3. Dùng kí hiệu để viết bất đẳng thức tương ứng trong mỗi trường hợp sau:

- x là số không âm.
- x là số lớn hơn $2,3$.

Lời giải

- $x \geq 0$
- $x > 2,3$

Bài 4. Dùng kí hiệu để viết bất đẳng thức trong mỗi trường hợp sau: “Số giờ làm việc tối thiểu của công nhân trong một ngày là 8 giờ”

Lời giải

Gọi x giờ là số giờ làm việc tối thiểu của công nhân trong một ngày, ta có $x \geq 8$

Bài 5. Dùng kí hiệu để viết bất đẳng thức trong mỗi trường hợp sau: “Trong một ngày học sinh có thể học tối đa 8 tiết học”

Lời giải

Gọi x tiết là số tiết học trong một ngày của học sinh, ta có $x \leq 8$

Dạng 2: Liên hệ giữa thứ tự và phép cộng

Bài 6. Cho $a > b$, hãy so sánh:

- $a-3$ với $b-3$.
- $a+7$ với $b+7$.

Lời giải

a) Vì $a > b$ nên $a + (-3) > b + (-3)$ hay $a - 3 > b - 3$.

b) Vì $a > b$ nên $a + 7 > b + 7$

Bài 7. Cho $a - 3 > b - 3$. So sánh hai số a và b .

Lời giải

Vì $a - 3 > b - 3$ nên $a - 3 + 3 > b - 3 + 3$. Vậy $a > b$.

Bài 8. Cho $a < b$. So sánh $a + (-3)$ và $b + 3$

Lời giải

Vì $a < b$ nên $a + (-3) < b + (-3)$ (1)

Lại có $-3 < 3$ nên $b + (-3) < b + 3$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $a + (-3) < b + 3$.

Bài 9. Cho $a + 3 < b - 2$. So sánh hai số a và b .

Lời giải

Vì $a + 3 < b - 2$ nên $a + 3 + (-3) < b - 2 + (-3)$ hay $a < b - 5$ (1)

Lại có $-5 < 0$ nên $b - 5 < b$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $a < b$.

Bài 10. Cho $a + 6 < b$. So sánh hai số $a - 7$ và $b - 13$.

Lời giải

Vì $a + 6 < b$ nên $a + 6 + (-13) < b + (-13)$. Vậy $a - 7 < b - 13$

Dạng 3: Liên hệ giữa thứ tự và phép nhân

Bài 11. Cho $a > b$, hãy so sánh:

a) $3a$ với $3b$.

b) $-5a$ với $-5b$.

Lời giải

a) Vì $a > b$ nên $a \cdot 3 > b \cdot 3$ hay $3a > 3b$.

b) Vì $a > b$ nên $a \cdot (-5) < b \cdot (-5)$ hay $-5a < -5b$.

Bài 12. Cho $a + 1 \leq b + 2$. So sánh $2a + 2$ và $2b + 4$.

Lời giải

Vì $a + 1 \leq b + 2$ nên $2 \cdot (a + 1) \leq 2 \cdot (b + 2)$ Vậy $2a + 2 \leq 2b + 4$.

Bài 13. Cho $a + 5 > b - 3$. So sánh $-2a - 10$ và $-2b + 6$.

Lời giải

Vì $a + 5 > b - 3$ nên $(-2) \cdot (a + 5) < (-2) \cdot (b - 3)$. Vậy $-2a - 10 < -2b + 6$.

Bài 14. Cho $3a + 3 < 3b - 6$. So sánh $a + 1$ và $b - 1$

Lời giải

Vì $3a + 3 < 3b - 6$ nên $(3a + 3) \cdot \frac{1}{3} < (3b - 6) \cdot \frac{1}{3}$ hay $a + 1 < b - 2$ (1)

Lại có $b - 2 < b - 1$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $a + 1 < b - 1$.

Bài 15. Cho $a > b > 0$. So sánh:

a) a^2 và ab .

b) a^3 và b^3 .

Lời giải

a) Vì $a > b > 0$ nên $a \cdot a > a \cdot b$. Vậy $a^2 > ab$ (1).

b) Vì $a > b > 0$ nên $a \cdot b > b \cdot b$ hay $ab > b^2$ suy ra $ab > b^2$ (2)

Từ (1) suy ra $a^2 \cdot a > ab \cdot a$ hay $a^3 > a^2b$ (3)

Từ (1) và (2) ta có $a^2 > b^2$ suy ra $a^2 \cdot b > b^2 \cdot b$ hay $a^2b > b^3$ (4).

Từ (3) và (4) suy ra $a^3 > b^3$.

Dạng 4: Bài tập tổng hợp

Bài 16. Cho $x > y$, hãy so sánh $-5x + 6$ và $-5y + 6$

Lời giải

Vì $x > y$ nên $-5x < -5y$. Do đó $-5x + 6 < -5y + 6$

Bài 17. Cho $x > y$, hãy so sánh $3x + 5$ và $3y - 4$.

Lời giải

Vì $x > y$ nên $3x > 3y$ suy ra $3x + 5 > 3y + 5$ (1)

Lại có $5 > -4$ nên $3y + 5 > 3y - 4$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $3x + 5 > 3y - 4$.

Bài 18. Cho $2a + 3 \geq 2b + 4$. Chứng minh rằng: $2a + 1 > 2b$.

Lời giải

Vì $2a+3 \geq 2b+4$ nên $2a+3+(-2) \geq 2b+4+(-2)$ hay $2a+1 \geq 2b+2$ (1)

Mà $2 > 0$ nên $2b+2 > 2b$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $2a+1 > 2b$.

Bài 19. Cho $3-4a \geq 3-4b$. Chứng minh rằng: $4a+3 \leq 4b+3$.

Lời giải

Vì $3-4a \geq 3-4b$ nên $(3-4a) \cdot (-1) \leq (3-4b) \cdot (-1)$ hay $4a-3 \leq 4b-3$

Suy ra $4a-3+6 \leq 4b-3+6$ hay $4a+3 \leq 4b+3$.

Bài 20. Cho $2a+1 \geq 2b-3$. Chứng minh rằng: $a+2 \geq b$.

Lời giải

Vì $2a+1 \geq 2b-3$ nên $2a+1+3 \geq 2b-3+3$ hay $2a+4 \geq 2b$

Suy ra $(2a+4) \cdot \frac{1}{2} \geq 2b \cdot \frac{1}{2}$. Do đó $a+2 \geq b$.

BÀI 2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Kiến thức cần nhớ

I. Bất phương trình một ẩn

Một bất phương trình với ẩn x có dạng $A(x) > B(x)$ (hoặc $A(x) < B(x)$, $A(x) \geq B(x)$, $A(x) \leq B(x)$) trong đó vế trái $A(x)$ và vế phải $B(x)$ là hai biểu thức của cùng một biến x .

Khi thay giá trị $x = a$ vào bất phương trình với ẩn x , ta được một khẳng định đúng thì số a (hay giá trị $x = a$) gọi là nghiệm của bất phương trình đó.

Chú ý: Giải bất phương trình là tìm tất cả các nghiệm của bất phương trình đó

II. Bất phương trình bậc nhất một ẩn

1. Định nghĩa

Bất phương trình dạng $ax + b > 0$ (hoặc $ax + b < 0, ax + b \geq 0, ax + b \leq 0$) với a, b là hai số đã cho và $a \neq 0$ được gọi là bất phương trình bậc nhất một ẩn.

2. Cách giải

Bất phương trình $ax + b > 0$ (với $a > 0$) được giải như sau:

$$\begin{aligned} ax + b &> 0 \\ ax &> -b \\ x &> \frac{-b}{a} \end{aligned}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:

$$x > \frac{-b}{a}$$

Bất phương trình $ax + b > 0$ (với $a < 0$) được giải như sau:

$$\begin{aligned} ax + b &> 0 \\ ax &> -b \\ x &< \frac{-b}{a} \end{aligned}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:

$$x < \frac{-b}{a}$$

Chú ý: Các bất phương trình dạng $ax + b < 0, \dots, ax + b \leq 0$ với a, b là hai số đã cho và $a \neq 0$ được giải bằng cách tương tự.

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

I – MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

Câu 1. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình một ẩn? Hãy chọn câu đúng?

A. $x^2 + 2x - 3 < 0$

B. $y < 10 - 2x$

C. $\frac{3}{4}x - y < 1$

D. $x^2 + 3y \geq 8$

Câu 2. Hãy chọn câu đúng, $x = -3$ là một nghiệm của bất phương trình

A. $2x + 1 > 5$

B. $7 - 2x < 10 - x$

C. $2 + x < 2 + 2x$

D. $-3x > 4x + 3$

Câu 3. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất một ẩn? Hãy chọn câu đúng?

- A. $x - \frac{1}{2y^2} < 0$ B. $y < 10 - 2x$ C. $\frac{3}{4} - y < 1$ D. $0 + 0 \cdot y \geq 8$

Câu 4. Bất phương trình $-x - 2 > 4$, phép biến đổi nào sau đây là đúng

- A. $-x < 4 + 2$ B. $-x < 4 - 2$ C. $-x > 4 + 2$ D. $-x > 4 + 2$

Câu 5. Hãy xác định hệ số a, b của bất phương trình bậc nhất một ẩn sau $x - 2024 > 0$

- A. $a = 1; b = 2024$ B. $a = 1; b = -2024$
C. $a = x; b = -2024$ D. $a = -x; b = 2024$

Câu 6. Tìm m để bất phương trình $(m-1)x + m^2 - 1 \leq 0$ là bất phương trình bậc nhất một ẩn

- A. $m \neq 1$ B. $m \neq -1$ C. $m \neq \pm 1$ D. $m = \pm 1$

Câu 7. Khi nhân 2 vế của bất phương trình $-3x > 30$ với $-\frac{1}{3}$ ta được bất phương trình nào sau đây

- A. $x > 10$ B. $x > -10$ C. $x < -10$ D. $-x < -10$

Câu 8. Bạn Thanh có 100 nghìn đồng. Bạn muốn mua một cái bút giá 15 nghìn đồng và một số quyển vở, mỗi quyển vở giá 7 nghìn đồng. Nếu kí hiệu số vở mà Thanh mua là x ($x \in \mathbb{N}^*$) thì x phải thỏa mãn bất phương trình nào sau đây?

- A. $7x + 15 < 100$ B. $7x + 15 > 100$ C. $7x + 15 \geq 100$ D. $7x + 15 \leq 100$

II – MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

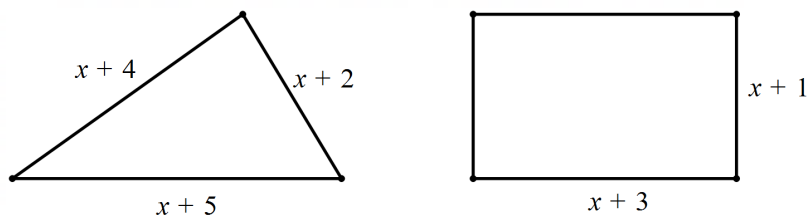
Câu 9. Hãy chọn câu đúng, $x = -3$ **không** là nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?

- A. $2x + 1 > -5$ B. $7 - 2x \leq 10 - x$
C. $3x - 2 \leq 6 - 2x$ D. $-3x > 4x + 3$

Câu 10. Số nguyên nhỏ nhất thỏa mãn bất phương trình $\frac{x+4}{5} - x + 5 < \frac{x+3}{3} - \frac{x-2}{2}$ là

- A. 7 B. 6 C. 8 D. 5

Câu 11. Cho hình 1, bất phương trình biểu thị chu vi của tam giác lớn hơn chu vi của hình chữ nhật là



- A. $3x + 11 > 2 \cdot (2x + 4)$ B. $3x + 11 < 2 \cdot (2x + 4)$
C. $3x + 11 \geq 2 \cdot (2x + 4)$ D. $3x + 11 > (x + 3) \cdot (x + 1)$

Câu 12. Tìm x sao cho giá trị của biểu thức $3x + 2$ là số dương ?

- A. $x \geq \frac{-2}{3}$ B. $x > \frac{-2}{3}$ C. $x = \frac{-2}{3}$ D. $x = \frac{-3}{2}$

Câu 13. Bất phương trình $2(x+2)^2 < 2x(x+2) + 4$ có nghiệm là

- A. $x > -1$ B. $x > 1$ C. $x \geq -1$ D. $x < -1$

Câu 14. Kết luận nào sau đây đúng khi nói về nghiệm của bất phương trình

$$(x+3)(x+4) > (x-2)(x+9) + 25$$

- A. Bất phương trình vô nghiệm
 B. Bất phương trình vô số nghiệm $x \in R$
 C. Bất phương trình có nghiệm là $x > 0$.
 D. Bất phương trình có nghiệm là $x < 0$

III – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

Câu 15. Một ngân hàng đang áp dụng lãi suất gửi tiết kiệm kì hạn 12 tháng là 7,4%/ năm. Bà Mai dự kiến gửi một khoản tiền vào ngân hàng này và cần số tiền lãi hằng năm ít nhất là 60 triệu để chi tiêu. Hỏi số tiền bà Mai cần gửi tiết kiệm ít nhất là bao nhiêu (làm tròn đến triệu đồng)

- A. 811 triệu đồng
 B. 800 triệu đồng
 C. 810 triệu đồng
 D. 700 triệu đồng

Câu 16. Trong một cuộc thi tuyển dụng việc làm, ban tổ chức quy định mỗi người ứng tuyển phải trả lời 25 câu hỏi ở vòng sơ tuyển. Mỗi câu hỏi này có sẵn bốn đáp án, trong đó chỉ có một đáp án đúng. Người ứng tuyển chọn đáp án đúng sẽ được cộng thêm 2 điểm, chọn đáp án sai bị trừ 1 điểm. Ở vòng sơ tuyển, ban tổ chức tặng cho mỗi người dự thi 5 điểm và theo quy định người ứng tuyển phải trả lời hết 25 câu hỏi; người nào có số điểm từ 25 trở lên mới được dự thi vòng tiếp theo. Hỏi người ứng tuyển phải trả lời chính xác ít nhất bao nhiêu câu hỏi ở vòng sơ tuyển thì mới được vào vòng tiếp theo ?

- A. 12
 B. 14
 C. 13
 D. 15

Câu 17. Một kì thi Tiếng Anh gồm bốn kĩ năng: nghe, nói, đọc, viết. Kết quả bài thi là điểm số trung bình của bốn kĩ năng này. Bạn Hà đã đạt được điểm số của ba kĩ năng nghe, nói, đọc, viết lần lượt là 6,5; 6,5; 5,5. Hỏi bạn Hà cần được bao nhiêu điểm trong kĩ năng nói để kết quả đạt được bài thi ít nhất 6,25?

- A. 6,5
 B. 6,25
 C. 6,75
 D. 6

Câu 18. Tìm x để $P = \frac{x-3}{x+1}$ có giá trị lớn hơn 1

- A. $x > 1$
 B. $x < 1$
 C. $x > -1$
 D. $x < -1$

IV – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

Câu 19. Với điều kiện nào của x thì biểu thức $B = \frac{2x-4}{3-x}$ nhận giá trị âm

- A. $x < -2$
 B. $x < 2$ hoặc $x > 3$
 C. $x > 2$
 D. $2 < x < 3$

Câu 20. Số nguyên lớn nhất thỏa mãn bất phương trình $\frac{1987-x}{15} + \frac{1988-x}{16} + \frac{27+x}{1999} + \frac{28+x}{2000} > 4$ là

- A. $x > 1972$
 B. $x < 1972$
 C. $x < 1973$
 D. $x < 1297$

C. CÁC DẠNG TỰ LUẬN

Dạng 1: Nhận biết bất phương trình bậc nhất, nghiệm của bất phương trình**Phương pháp giải**

- Dựa vào định nghĩa, kiểm tra biểu thức thuộc các dạng $ax + b < 0$ (hoặc $ax + b > 0$; $ax + b \leq 0$; $ax + b \geq 0$) thỏa mãn a, b là hai số đã cho, $a \neq 0$.
- Muốn kiểm tra giá trị x_0 có là một nghiệm của bất phương trình hay không, ta thay giá trị đó vào bất phương trình. Nếu x_0 thỏa mãn ta kết luận giá trị x_0 là nghiệm, ngược lại ta kết luận giá trị x_0 không là nghiệm của bất phương trình,

Bài 1. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất một ẩn?

- a) $0x < 0$ b) $3x < 0$ c) $x^3 + 1 \geq 0$ d) $-x + 1 \leq 0$
 e) $a + 2023 > 0$ f) $0x - 5 < 0$ g) $5x - 7 \leq 0$ h) $x^2 + 1 \leq 0$

Bài 2. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất một ẩn?

- a) $3x + 16 \leq 0$ b) $-5x + 5 > 0$ c) $x^2 - 4 > 0$ d) $-3x < 0$
 e) $-3x + 7 \leq 0$ f) $4x - \frac{3}{2} > 0$ g) $x^3 > 0$ h) $2x^2 - 19 \leq 0$

Bài 3. Trong các bất phương trình sau, đâu là bất phương trình một ẩn x .

- a) $3x + 16 \leq 0$ b) $5 - 5x > 0$ c) $x^2 - 5 > 0$ d) $-3x \leq 4$

Bài 4. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất một ẩn?

- a) $2x - 5 > 0$ b) $3y + 1 \geq 0$ c) $0x - 3 < 0$ d) $x^2 > 0$

Bài 5. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất một ẩn?

- a) $3x - 6 > 0$ b) $-13x + 20 < 0$ c) $7y \geq 0$

Bài 6. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất một ẩn?

- a) $2x - 5 > 0$ b) $3y + 1 \geq 0$ c) $0x - 3 < 0$ d) $x^2 > 0$

Bài 7. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất một ẩn?

- a) $3x - 6 > 0$ b) $-13x + 20 < 0$ c) $7y \geq 0$

Bài 8. Kiểm tra xem số nào là nghiệm của mỗi bất phương trình tương ứng sau đây.

- a) $x^2 - 3x + 2 > 0$ với $x = -3; x = 1,5$ b) $2 - 2x < 3x + 1$ với $x = \frac{2}{5}; x = \frac{1}{5}$

Bài 9. Kiểm tra xem giá trị $x = 5$ có phải là nghiệm của mỗi bất phương trình bậc nhất sau đây không?

- a) $6x - 29 > 0$ b) $11x - 52 > 0$ c) $x - 2 \leq 0$

Bài 10. Trong hai giá trị $x = 1$ và $x = 2$, giá trị nào là nghiệm của bất phương trình $3x - 4 \leq 0$

Bài 11. Tìm một số là nghiệm và một số không phải là nghiệm của bất phương trình $4x + 5 > 0$

Bài 12. Kiểm tra xem $x = -5$ có phải là nghiệm của bất phương trình $2x + 7 < 1 - 3x$ không?

Dạng 2: Giải bất phương trình bậc nhất một ẩn

Phương pháp giải

➤ Bất phương trình bậc nhất một ẩn $ax + b < 0$ ($a \neq 0$) được giải như sau:

$$ax + b < 0 \Rightarrow ax < -b.$$

$$\text{Nếu } a > 0 \text{ thì } x < \frac{-b}{a} \qquad \text{Nếu } a < 0 \text{ thì } x > \frac{-b}{a}.$$

➤ Ta cũng có thể giải được các bất phương trình một ẩn đưa được về dạng $ax + b < 0$

Bài 1. Giải các bất phương trình sau

a) $-2x - 4 > 0$

b) $2x + 1 > 0$

c) $0,5x - 6 \leq 0$

d) $-2x + 3 \leq 0$

e) $5x - 3 < 0$

d) $-6x - 2 \geq 0$

Bài 2. Giải các bất phương trình :

a) $6x + 5 < 0$

b) $-2x - 7 > 0$

c) $2x + 5 < 3x - 4$

d) $-3x + 5 \geq -4x + 3$

e) $5x + 7 > 8x - 5$

f) $-4x + 3 \leq 3x - 1$

g) $-0,3x + 12 > 0$

h) $\frac{3}{4}x - 6 \leq 0$

Bài 3. Giải các bất phương trình:

a) $-8x - 27 < 0$

b) $\frac{5}{4}x + 20 \geq 0$

c) $2x - 5 \leq 4x + 3$

d) $5 + 7x > 4x - 7$

e) $3x - (6 + 2x) \leq 3 \cdot (x + 4)$

f) $2(x - 0,5) - 1,4 \geq 1,5 - (x + 1,2)$

Bài 4. Giải các bất phương trình:

a) $\frac{2x - 5}{18} < \frac{4x + 3}{10}$

b) $\frac{4x - 1}{9} < \frac{5 - 3x}{6}$

Bài 5. Giải các bất phương trình:

a) $\frac{5x + 2}{5} < \frac{4x - 3}{4}$

b) $\frac{3(2x + 1)}{20} + 1 < \frac{3x + 13}{10}$

Bài 6. Giải các bất phương trình sau:

a) $x - 5 \geq 0$

b) $x + 5 \leq 0$

c) $-2x - 6 > 0$

d) $4x - 12 < 0$

Bài 7. Giải các bất phương trình sau:

a) $6 < x - 3$

b) $\frac{1}{2}x > 5$

c) $-8x + 1 \geq 5$

d) $7 < 2x + 1$

Bài 8. Giải các bất phương trình sau:

a) $x - 7 < 2 - x$

b) $x + 2 \leq 2 + 3x$

c) $4 + x > 5 - 3x$

d) $-x + 7 \geq x - 3$

Bài 9. Giải các bất phương trình sau:

a) $3x + 2 > 2x + 3$

b) $5x + 4 < -3x - 2$

c) $\frac{2}{3}(2x + 3) < 7 - 4x$

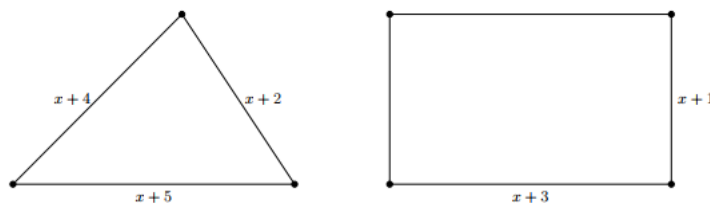
d) $\frac{1}{4}(x - 3) \leq 3 - 2x$

Bài 5. Trong một cuộc thi tuyển dụng việc làm, ban tổ chức quy định mỗi người ứng tuyển phải trả lời 25 câu hỏi ở vòng sơ tuyển. Mỗi câu hỏi này có sẵn bốn đáp án, trong đó có một đáp án đúng. Người ứng tuyển chọn đáp đúng sẽ được cộng thêm 2 điểm, chọn đáp án sai bị trừ đi 1 điểm. Ở vòng sơ tuyển, ban tổ chức tặng mỗi người dự thi 5 điểm và theo quy định người ứng tuyển phải trả lời hết 25 câu hỏi: người nào có số điểm từ 25 trở lên mới được thi vòng tiếp theo. Hỏi người ứng tuyển phải trả lời chính xác ít nhất bao nhiêu câu hỏi ở vòng sơ tuyển thì mới được vào vòng tiếp theo?

Bài 6. Bác Ngọc gửi tiền tiết kiệm kì hạn 12 tháng ở một ngân hàng với lãi suất 7,2%/ năm. Bác Ngọc dự định tổng số tiền nhận được sau khi gửi 12 tháng ít nhất là 21440000. Hỏi bác Ngọc phải gửi số tiền tiết kiệm ít nhất là bao nhiêu để đạt được dự định đó?

Bài 7: Tổng chi phí của một doanh nghiệp sản xuất áo sơ mi là 410 triệu đồng/ tháng. Giá bán của mỗi chiếc áo sơ mi là 350 nghìn đồng. Hỏi trung bình mỗi tháng doanh nghiệp phải bán được ít nhất bao nhiêu chiếc áo sơ mi để thu được lợi nhuận ít nhất là 1,38 tỉ đồng sau 1 năm?

Bài 8. Tìm $x > 0$ sao cho ở hình vẽ bên dưới chu vi của hình tam giác luôn lớn hơn chu vi hình chữ nhật



Bài 9. Một ngân hàng đang áp dụng lãi suất gửi tiết kiệm kì hạn 1 tháng là 0,4%. Hỏi nếu muốn có một số tiền lãi hằng tháng ít nhất là 3 triệu đồng thì số tiền gửi tiết kiệm ít nhất là bao nhiêu (làm tròn đến triệu đồng)?

Bài 10. Một hãng taxi có giá mở cửa là 15 nghìn đồng và giá 12 nghìn đồng cho mỗi ki lô mét tiếp theo. Hỏi với 200 nghìn đồng thì hành khách có thể di chuyển được tối đa là bao nhiêu ki lô mét (làm tròn đến hàng đơn vị)

Bài 11. Người ta dùng một loại xe tải để chở bia cho một nhà máy. Mỗi thùng bia 24 lon nặng trung bình 6,7 kg. Theo khuyến nghị, trọng tải của xe (tức là tổng khối lượng tối đa cho phép mà xe có thể chở) là 5,25 tấn. Hỏi xe có thể chở được tối đa bao nhiêu thùng bia, biết bác lái xe nặng 65 kg?

Bài 12. Một kho chứa 100 tấn xi măng, mỗi ngày đều xuất đi 20 tấn xi măng. Gọi x là số ngày xuất xi măng của kho đó. Tìm x sao cho khối lượng xi măng còn lại trong kho ít nhất là 10 tấn sau x ngày xuất hàng

Bài 13. Một kì thi Tiếng Anh gồm bốn kĩ năng: nghe, nói, đọc, viết. Kết quả của bài thi là điểm trung bình của bốn kĩ năng này. Bạn Hà đã đạt được điểm số của ba kĩ năng nghe, nói, viết lần lượt là 6,5; 6,5; 5,5

Hỏi bạn Hà cần đạt bao nhiêu điểm trong kĩ năng nói để kết quả được của bài thi ít nhất là 6,25 ?

D. ĐÁP ÁN BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM:

BẢNG ĐÁP ÁN BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	D	C	C	B	A	C	D	A	A
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	B	D	B	A	D	A	D	B	B

HƯỚNG DẪN

I – MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

Câu 1. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình một ẩn? Hãy chọn câu đúng?

- A.** $x^2 + 2x - 3 < 0$ **B.** $y < 10 - 2x$ **C.** $\frac{3}{4}x - y < 1$ **D.** $x^2 + 3y \geq 8$

Lời giải

Câu A là bất phương trình một ẩn.

Câu B, C, D không phải là bất phương trình 1 ẩn vì có đến 2 biến x, y

Câu 2. Hãy chọn câu đúng, $x = -3$ là một nghiệm của bất phương trình

- A.** $2x + 1 > 5$ **B.** $7 - 2x < 10 - x$
C. $2 + x < 2 + 2x$ **D.** $-3x > 4x + 3$

Lời giải

Câu A. $2x + 1 > 5$

Khi thay $x = -3$ vào bất phương trình đã cho, ta được $2 \cdot (-3) + 1 > 5$ là khẳng định không đúng. Vậy $x = -3$ không phải là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Câu B. $7 - 2x < 10 - x$

Khi thay $x = -3$ vào bất phương trình đã cho, ta được $7 - 2 \cdot (-3) > 10 - (-3)$ là khẳng định không đúng. Vậy $x = -3$ không phải là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Câu C. $2 + x < 2 + 2x$

Khi thay $x = -3$ vào bất phương trình đã cho, ta được $2 + (-3) < 2 + 2 \cdot (-3)$ là khẳng định không đúng. Vậy $x = -3$ không phải là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Câu D. $-3x > 4x + 3$

Khi thay $x = -3$ vào bất phương trình đã cho, ta được $-3 \cdot (-3) > 4 \cdot (-3) + 3$ là khẳng định đúng. Vậy $x = -3$ là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Câu 3. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất một ẩn? Hãy chọn câu đúng?

- A.** $x - \frac{1}{2y^2} < 0$ **B.** $y < 10 - 2x$ **C.** $\frac{3}{4} - y < 1$ **D.** $0 + 0 \cdot y \geq 8$

Lời giải

Câu A không phải là bất phương trình bậc nhất 1 ẩn.

Câu B không phải là bất phương trình bậc nhất 1 ẩn vì có đến 2 biến x, y

Câu C là bất phương trình 1 ẩn vì có dạng $ay + b < c$

Câu D không phải là bất phương trình bậc nhất 1 ẩn vì $a = 0$

Câu 4. Bất phương trình $-x - 2 > 4$, phép biến đổi nào sau đây là đúng

- A. $-x < 4 + 2$ B. $-x < 4 - 2$ C. $-x > 4 + 2$ D. $-x > 4 - 2$

Lời giải

Từ bất phương trình $-x - 2 > 4$ ta cộng 2 về cho 2 thì ta được bất phương trình $-x > 4 + 2$

Câu 5. Hãy xác định hệ số a, b của bất phương trình bậc nhất một ẩn sau $x - 2024 > 0$

- A. $a = 1; b = 2024$ B. $a = 1; b = -2024$
C. $a = x; b = -2024$ D. $a = -x; b = 2024$

Lời giải

Hệ số a, b của bất phương trình bậc nhất một ẩn $x - 2024 > 0$ là $a = 1; b = -2024$

Câu 6. Tìm m để bất phương trình $(m - 1)x + m^2 - 1 \leq 0$ là bất phương trình bậc nhất một ẩn

- A. $m \neq 1$ B. $m \neq -1$ C. $m \neq \pm 1$ D. $m = \pm 1$

Lời giải

Để bất phương trình $(m - 1)x + m^2 - 1 \leq 0$ là bất phương trình bậc nhất một ẩn khi $a \neq 0$ tức là $m - 1 \neq 0$ hay $m \neq 1$

Câu 7. Khi nhân 2 vế của bất phương trình $-3x > 30$ với $\frac{-1}{3}$ ta được bất phương trình nào sau đây

- A. $x > 10$ B. $x > -10$ C. $x < -10$ D. $-x < -10$

Lời giải

Khi nhân 2 vế của bất phương trình $-3x > 30$ với $\frac{-1}{3}$ ta được bất phương trình

$$-3x \cdot \left(\frac{-1}{3}\right) < 30 \cdot \left(\frac{-1}{3}\right) \text{ hay } x < -10$$

Câu 8. Bạn Thanh có 100 nghìn đồng. Bạn muốn mua một cái bút giá 15 nghìn đồng và một số quyển vở, mỗi quyển vở giá 7 nghìn đồng. Nếu kí hiệu số vở mà Thanh mua là x ($x \in \mathbb{N}^*$) thì x phải thỏa mãn bất phương trình nào sau đây?

- A. $7x + 15 < 100$ B. $7x + 15 > 100$ C. $7x + 15 \geq 100$ D. $7x + 15 \leq 100$

Lời giải

Gọi số quyển vở Thanh mua là x ($x \in \mathbb{N}^*$).

Khi đó số tiền mua vở là $7 \cdot x$ (nghìn đồng)

Tổng số tiền mua vở và bút là $7 \cdot x + 15$

Vì bạn Thanh chỉ có 100 nghìn đồng nên ta có bất phương trình $7x + 15 \leq 100$

II – MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

Câu 9. Hãy chọn câu đúng, $x = -3$ không là nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?

- A. $2x + 1 > -5$ B. $7 - 2x \leq 10 - x$
C. $3x - 2 \leq 6 - 2x$ D. $-3x > 4x + 3$

Lời giải

Câu A. $2x + 1 > -5$

Khi thay $x = -3$ vào bất phương trình đã cho, ta được $2 \cdot (-3) + 1 > -5$ là khẳng định không đúng. Vậy $x = -3$ không phải là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Câu B. $7 - 2x \leq 10 - x$

Khi thay $x = -3$ vào bất phương trình đã cho, ta được $7 - 2 \cdot (-3) \leq 10 - (-3)$ là khẳng định đúng. Vậy $x = -3$ không phải là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Câu C. $3x - 2 \leq 6 - 2x$

Khi thay $x = -3$ vào bất phương trình đã cho, ta được $3.(-3) - 2 \leq 6 - 2.(-3)$ là khẳng định đúng. Vậy $x = -3$ là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Câu D. $-3x > 4x + 3$

Khi thay $x = -3$ vào bất phương trình đã cho, ta được $-3.(-3) > 4.(-3) + 3$ là khẳng định đúng. Vậy $x = -3$ là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Câu 10. Số nguyên nhỏ nhất thỏa mãn bất phương trình $\frac{x+4}{5} - x + 5 < \frac{x+3}{3} - \frac{x-2}{2}$ là

A. 7

B. 6

C. 8

D. 5

Lời giải

$$\frac{x+4}{5} - x + 5 < \frac{x+3}{3} - \frac{x-2}{2}$$

$$\frac{6.(x+4) - 30.x + 30.5}{30} < \frac{10.(x+3) - 15.(x-2)}{30}$$

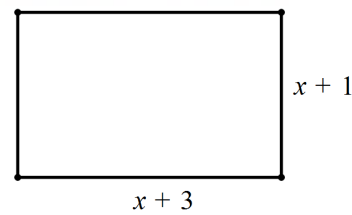
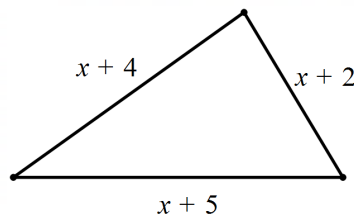
$$6.(x+4) - 30.x + 30.5 < 10.(x+3) - 15.(x-2)$$

$$6x - 30x - 10x + 15x < 30 + 30 - 24 - 150$$

$$-19x < 114$$

$$x > \frac{114}{19} = 6$$

Câu 11. Cho hình 1, bất phương trình biểu thị chu vi của tam giác lớn hơn chu vi của hình chữ nhật là



A. $3x + 11 > 2.(2x + 4)$

B. $3x + 11 < 2.(2x + 4)$

C. $3x + 11 \geq 2.(2x + 4)$

D. $3x + 11 > (x + 3).(x + 1)$

Lời giải

Chu vi của tam giác là $(x + 4) + (x + 2) + (x + 5) = 3x + 11$ (đvvc)

Chu vi của hình chữ nhật là $(x + 1 + x + 3).2 = 2x + 6$ (đvvc)

Vì chu vi của tam giác lớn hơn chu vi của hình chữ nhật nên ta có bất phương trình

$$3x + 11 > 2.(2x + 4)$$

Câu 12. Tìm x sao cho giá trị của biểu thức $3x + 2$ là số dương ?

A. $x \geq \frac{-2}{3}$

B. $x > \frac{-2}{3}$

C. $x = \frac{-2}{3}$

D. $x = \frac{-3}{2}$

Lời giải

Vì giá trị của biểu thức $3x + 2$ là số dương nên $3x + 2 > 0$ suy ra $x > \frac{-2}{3}$

Câu 13. Bất phương trình $2(x + 2)^2 < 2x(x + 2) + 4$ có nghiệm là

A. $x > -1$

B. $x > 1$

C. $x \geq -1$

D. $x < -1$

Lời giải

$$2(x+2)^2 < 2x(x+2) + 4$$

$$2(x^2 + 4x + 4) < 2x^2 + 4x + 4$$

$$2x^2 + 8x + 8 < 2x^2 + 4x + 4$$

$$4x < -4$$

$$x < -1$$

Câu 14. Kết luận nào sau đây đúng khi nói về nghiệm của bất phương trình $(x+3)(x+4) > (x-2)(x+9) + 25$

- A. Bất phương trình vô nghiệm
- B. Bất phương trình vô số nghiệm $x \in \mathbb{R}$
- C. Bất phương trình có nghiệm là $x > 0$.
- D. Bất phương trình có nghiệm là $x < 0$

Lời giải

$$(x+3)(x+4) > (x-2)(x+9) + 25$$

$$x^2 + 7x + 12 > x^2 + 7x - 18 + 25$$

$$0 > -18 + 25 - 12$$

$$0 > -5$$

Vậy bất phương trình vô số nghiệm $x \in \mathbb{R}$

Câu 15. Một ngân hàng đang áp dụng lãi suất gửi tiết kiệm kì hạn 12 tháng là 7,4%/ năm. Bà Mai dự kiến gửi một khoản tiền vào ngân hàng này và cần số tiền lãi hàng năm ít nhất là 60 triệu để chi tiêu. Hỏi số tiền bà Mai cần gửi tiết kiệm ít nhất là bao nhiêu (làm tròn đến triệu đồng)

- A. 811 triệu đồng
- B. 800 triệu đồng
- C. 810 triệu đồng
- D. 700 triệu đồng

Lời giải

Gọi x (triệu đồng) là số tiền bà Mai cần gửi tiết kiệm. Ta có số tiền lãi gửi tiết kiệm x (triệu đồng) trong một năm là $0,074 \cdot x$ (triệu đồng).

Để có số tiền lãi ít nhất 60 triệu đồng/năm thì ta phải có:

$$0,074x \geq 60$$

$$x \geq 60 : 0,074$$

$$x \geq 810,81$$

Vậy bà Mai cần gửi ngân hàng ít nhất 811 triệu đồng.

Câu 16. Trong một cuộc thi tuyển dụng việc làm, ban tổ chức quy định mỗi người ứng tuyển phải trả lời 25 câu hỏi ở vòng sơ tuyển. Mỗi câu hỏi này có sẵn bốn đáp án, trong đó chỉ có một đáp án đúng. Người ứng tuyển chọn đáp án đúng sẽ được cộng thêm 2 điểm, chọn đáp án sai bị trừ 1 điểm. Ở vòng sơ tuyển, ban tổ chức tặng cho mỗi người dự thi 5 điểm và theo quy định người ứng tuyển phải trả lời hết 25 câu hỏi; người nào có số điểm từ 25 trở lên mới được dự thi vòng tiếp theo. Hỏi người ứng tuyển phải trả lời chính xác ít nhất bao nhiêu câu hỏi ở vòng sơ tuyển thì mới được vào vòng tiếp theo ?

- A. 12
- B. 14
- C. 13
- D. 15

Lời giải

Gọi x (câu) là số câu người ứng tuyển phải trả lời đúng ($x \in \mathbb{N}$)

Số câu người ứng tuyển trả lời sai là $25 - x$ (câu)

Tổng số điểm người ứng tuyển trả lời 25 câu là $2 \cdot x - 1 \cdot (25 - x) + 5$

Để dự thi vòng tiếp theo thì người ứng tuyển phải có số điểm từ 25 điểm trở lên nên ta có bất phương trình $2x - 1 \cdot (25 - x) + 5 \geq 25$ suy ra

$$2x + x \geq 25 + 25 - 5$$

$$3x \geq 45$$

$$x \geq 15$$

Vậy người ứng tuyển phải trả lời chính xác ít nhất 15 câu.

Câu 17. Một kì thi Tiếng Anh gồm bốn kĩ năng: nghe, nói, đọc, viết. Kết quả bài thi là điểm số trung bình của bốn kĩ năng này. Bạn Hà đã đạt được điểm số của ba kĩ năng nghe, đọc, viết lần lượt là 6,5; 6,5; 5,5. Hỏi bạn Hà cần được bao nhiêu điểm trong kĩ năng nói để kết quả đạt được bài thi ít nhất 6,25?

A. 6,5

B. 6,25

C. 6,75

D. 6

Lời giải

Gọi x (điểm) là điểm kĩ năng nói Tiếng Anh, ($x > 0$)

Điểm trung bình của bốn kĩ năng nghe, nói, đọc, viết là: $\frac{6,5 + x + 6,5 + 5,5}{4} = \frac{18,5 + x}{4}$ (điểm)

Vì kết quả bài thi ít nhất 6,25 điểm nên ta có bất phương trình $\frac{18,5 + x}{4} \geq 6,25$ suy ra $x \geq 6,5$

Câu 18. Tìm x để $P = \frac{x-3}{x+1}$ có giá trị lớn hơn 1

A. $x > 1$

B. $x < 1$

C. $x > -1$

D. $x < -1$

Lời giải

Vì P có giá trị lớn hơn 1 nên

$$P = \frac{x-3}{x+1} > 1$$

$$\frac{x-3}{x+1} - 1 > 0$$

$$\frac{x-3-(x+1)}{x+1} > 0$$

$$\frac{x-3-x-1}{x+1} > 0$$

$$x+1 < 0$$

$$x < -1$$

IV – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

Câu 19. Với điều kiện nào của x thì biểu thức $B = \frac{2x-4}{3-x}$ nhận giá trị âm

A. $x < -2$

B. $x < 2$ hoặc $x > 3$

C. $x > 2$

D. $2 < x < 3$

Lời giải

Ta có $B = \frac{2x-4}{3-x} < 0$

Suy ra

+**TH1**: $2x - 4 < 0$ và $3 - x > 0$

Hay $x < 2$ và $x < 3$

Vậy $x < 2$

+**TH2**: $2x - 4 > 0$ và $3 - x < 0$

Hay $x > 2$ và $x > 3$

Vậy $x > 3$

Câu 20. Số nguyên lớn nhất thỏa mãn bất phương trình $\frac{1987-x}{15} + \frac{1988-x}{16} + \frac{27+x}{1999} + \frac{28+x}{2000} > 4$ là

E. $x > 1972$

F. **B.** $x < 1972$

G. **C.** $x < 1973$

H. **D.** $x < 1297$

Lời giải

Ta có

$$\frac{1987-x}{15} + \frac{1988-x}{16} + \frac{27+x}{1999} + \frac{28+x}{2000} > 4$$

$$\frac{1987-x}{15} + \frac{1988-x}{16} + \frac{27+x}{1999} + \frac{28+x}{2000} - 4 > 0$$

$$\left(\frac{1987-x}{15} - 1\right) + \left(\frac{1988-x}{16} - 1\right) + \left(\frac{27+x}{1999} - 1\right) + \left(\frac{28+x}{2000} - 1\right) > 0$$

$$(1972-x) \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{16} - \frac{1}{1999} - \frac{1}{2000}\right) > 0$$

Mà $\frac{1}{15} + \frac{1}{16} - \frac{1}{1999} - \frac{1}{2000} > 0$ nên $1972 - x > 0$. Suy ra $x < 1972$. Vậy $x < 1972$

E. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TỰ LUẬN

Dạng 1: Nhận biết bất phương trình bậc nhất, nghiệm của bất phương trình

Bài 1. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất một ẩn?

a) $0x < 0$

b) $3x < 0$

c) $x^3 + 1 \geq 0$

d) $-x + 1 \leq 0$

e) $a + 2023 > 0$

f) $0x - 5 < 0$

g) $5x - 7 \leq 0$

h) $x^2 + 1 \leq 0$

Lời giải

✓ Hai bất phương trình $0x < 0$ và $x^3 + 1 \geq 0$ không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn

✓ Bất phương trình $3x < 0$ có dạng $ax + b < 0$ với $a = 3 \neq 0$ và $b = 0$ nên nó là bất phương trình bậc nhất một ẩn

✓ Bất phương trình $-x + 1 \leq 0$ có dạng $ax + b \leq 0$ với $a = -1 \neq 0$ và $b = 1$ nên nó là bất phương trình bậc nhất một ẩn

✓ Bất phương trình $a + 2023 > 0$ có dạng $ax + b > 0$ với $a = 1 \neq 0$ và $b = 2023$, nên nó là bất phương trình bậc nhất một ẩn

✓ Bất phương trình $5x - 7 \leq 0$ có dạng $ax + b \leq 0$ với $a = 5$ và $b = -7$, nên nó là bất phương trình bậc nhất một ẩn

✓ Hai bất phương trình $0x - 5 < 0$ và $x^2 + 1 \leq 0$ không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn

Bài 2. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất một ẩn?

- a) $3x + 16 \leq 0$ b) $-5x + 5 > 0$ c) $x^2 - 4 > 0$ d) $-3x < 0$
 e) $-3x + 7 \leq 0$ f) $4x - \frac{3}{2} > 0$ g) $x^3 > 0$ h) $2x^2 - 19 \leq 0$

Lời giải

- ✓ a), b), d), e), f) là bất phương trình bậc nhất một ẩn x
 ✓ c), h) không là bất phương trình bậc nhất một ẩn x vì $x^2 - 4, 2x^2 - 19$ là các đa thức bậc hai.
 ✓ g) không là bất phương trình bậc nhất một ẩn x vì x^3 là một đa thức bậc ba.

Bài 3. Trong các bất phương trình sau, đâu là bất phương trình một ẩn x .

- e) $3x + 16 \leq 0$ f) $5 - 5x > 0$ g) $x^2 - 5 > 0$ h) $-3x \leq 4$

Lời giải

- a), b), d) là bất phương trình bậc nhất một ẩn x
 c) không là bất phương trình bậc nhất một ẩn x vì $x^2 - 5$ là đa thức bậc hai.

Bài 4. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất một ẩn?

- a) $2x - 5 > 0$ b) $3y + 1 \geq 0$ c) $0x - 3 < 0$ d) $x^2 > 0$

Lời giải

- a), b) là bất phương trình bậc nhất một ẩn x
 c) không là bất phương trình bậc nhất một ẩn x vì hệ số của x bằng 0
 d) không là bất phương trình bậc nhất một ẩn x vì x^2 là đa thức bậc hai.

Bài 5. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất một ẩn?

- a) $3x - 6 > 0$ b) $-13x + 20 < 0$ c) $7y \geq 0$

Lời giải

- a), b), c) là bất phương trình bậc nhất một ẩn x

Bài 6. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất một ẩn?

- a) $2x - 5 > 0$ b) $3y + 1 \geq 0$ c) $0x - 3 < 0$ d) $x^2 > 0$

Lời giải

- a) $2x - 5 > 0$ là bất phương trình bậc nhất ẩn x
 b) $3y + 1 \geq 0$ là bất phương trình bậc nhất ẩn y

c) $0x - 3 < 0$, vì $a = 0$ nên không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn

d) $x^2 > 0$ vì có chứa x^2 nên không phải là bất phương trình bậc nhất một ẩn

Bài 7. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất một ẩn?

a) $3x - 6 > 0$

b) $-13x + 20 < 0$

c) $7y \geq 0$

Lời giải

Bất phương trình ở các câu a, b, c là bất phương trình bậc nhất một ẩn

Bài 8. Kiểm tra xem số nào là nghiệm của mỗi bất phương trình tương ứng sau đây.

a) $x^2 - 3x + 2 > 0$ với $x = -3; x = 1,5$

b) $2 - 2x < 3x + 1$ với $x = \frac{2}{5}; x = \frac{1}{5}$

Lời giải

a) Thay $x = -3$, ta có $(-3)^2 - 3 \cdot (-3) + 2 > 0$ là khẳng định đúng

Vậy $x = -3$ là nghiệm của bất phương trình

Thay $x = -1,5$, ta có: $(-1,5)^2 - 3 \cdot (-1,5) + 2 > 0$ là khẳng định không đúng

Vậy $x = -1,5$ không là nghiệm của bất phương trình

b) Thay $x = \frac{2}{5}$, ta có $2 - 2 \cdot \frac{2}{5} < 3 \cdot \frac{2}{5} + 1$ là khẳng định đúng

Vậy $x = \frac{2}{5}$ là nghiệm của bất phương trình

Thay $x = \frac{1}{5}$, ta có $2 - 2 \cdot \frac{1}{5} < 3 \cdot \frac{1}{5} + 1$ là khẳng định không đúng

Vậy $x = \frac{1}{5}$ không là nghiệm của bất phương trình

Bài 9. Kiểm tra xem giá trị $x = 5$ có phải là nghiệm của mỗi bất phương trình bậc nhất sau đây không?

a) $6x - 29 > 0$

b) $11x - 52 > 0$

c) $x - 2 \leq 0$

Lời giải

a) Thay $x = 5$, ta có $6 \cdot 5 - 29 > 0$ là khẳng định đúng.

Vậy $x = 5$ là nghiệm của bất phương trình $6x - 29 > 0$

b) Thay $x = 5$, ta có $11 \cdot 5 - 52 > 0$ là khẳng định đúng.

Vậy $x = 5$ là nghiệm của bất phương trình $11x - 52 > 0$

c) Thay $x = 5$, ta có $5 - 2 \leq 0$ là khẳng định không đúng

Vậy $x = 5$ là nghiệm của bất phương trình $x - 2 \leq 0$

Bài 10. Trong hai giá trị $x = 1$ và $x = 2$, giá trị nào là nghiệm của bất phương trình $3x - 4 \leq 0$

Lời giải

a) Thay $x = 1$ vào bất phương trình, ta được $3.1 - 4 \leq 0$ là khẳng định đúng.

Vậy $x = 1$ là một nghiệm của bất phương trình đã cho

b) Thay $x = 2$ vào bất phương trình, ta được $3.2 - 4 \leq 0$ là khẳng định sai.

Vậy $x = 2$ không là nghiệm của bất phương trình đã cho

Bài 11. Tìm một số là nghiệm và một số không phải là nghiệm của bất phương trình $4x + 5 > 0$

Lời giải

a) Lấy $x = 0$ thay vào bất phương trình đã cho, ta thấy $0.4 + 5 > 0$ là khẳng định đúng.

Vậy $x = 0$ là một nghiệm của bất phương trình đã cho

b) Lấy $x = -2$ thay vào bất phương trình đã cho, ta thấy $4.(-2) + 5 > 0$ là khẳng định sai.

Vậy $x = -2$ không phải là một nghiệm của bất phương trình đã cho

Bài 12. Kiểm tra xem $x = -5$ có phải là nghiệm của bất phương trình $2x + 7 < 1 - 3x$ không?

Lời giải

Thay $x = -5$ vào hai vế của bất phương trình đã cho, ta được:

$$-2.(-5) + 7 < 1 - 3.(-5)$$

Hay $-3 < 16$ (bất đẳng thức đúng)

Vậy $x = -5$ là một nghiệm của bất phương trình đã cho

Dạng 2: Giải bất phương trình bậc nhất một ẩn

Bài 1. Giải các bất phương trình sau\

a) $-2x - 4 > 0$

b) $2x + 1 > 0$

c) $0,5x - 6 \leq 0$

d) $-2x + 3 \leq 0$

e) $5x - 3 < 0$

d) $-6x - 2 \geq 0$

Lời giải

a) Ta có: $-2x - 4 > 0$

$$-2x > 0 + 4 \quad (\text{Cộng cả hai vế của bất phương trình với } 4)$$

$$x < 4. \left(-\frac{1}{2} \right) \quad (\text{Nhân cả hai vế với số âm } -\frac{1}{2} \text{ và đổi chiều bất đẳng thức})$$

$$x < -2$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x < -2$

b) Ta có: $2x + 1 > 0$

$$2x > -1 \quad (\text{Cộng hai vế với } -1)$$

$$2x. \frac{1}{2} > (-1). \frac{1}{2} \quad (\text{Nhân hai vế } \frac{1}{2})$$

$$x > -\frac{1}{2}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x > -\frac{1}{2}$

c) Ta có: $0,5x - 6 \leq 0$

$$0,5x \leq 6 \quad (\text{Cộng hai vế với } 6)$$

$$(0,5x) \cdot 2 \leq 6 \cdot 2 \quad (\text{Nhân hai vế với } 2)$$

$$x \leq 12$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \leq 12$

d) Ta có: $-2x + 3 \leq 0$

$$-2x \leq -3 \quad (\text{Cộng hai vế với } -3)$$

$$(-2x) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \geq (-3) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \quad (\text{Nhân hai vế với } -\frac{1}{2})$$

$$x \geq \frac{3}{2}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \geq \frac{3}{2}$

e) Ta có: $5x - 3 < 0$

$$5x < 3 \quad (\text{Cộng hai vế với } 3)$$

$$5x \cdot \frac{1}{5} < 3 \cdot \frac{1}{5} \quad (\text{Nhân hai vế với } \frac{1}{5})$$

$$x < \frac{3}{5}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x < \frac{3}{5}$

f) Ta có: $-6x - 2 \geq 0$

$$-6x \geq 2 \quad (\text{Cộng hai vế với } 2)$$

$$(-6x) \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) \leq 2 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) \quad (\text{Nhân hai vế với } -\frac{1}{6})$$

$$x \leq \frac{1}{3}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \leq \frac{1}{3}$

Bài 2. Giải các bất phương trình :

a) $6x + 5 < 0$

b) $-2x - 7 > 0$

c) $2x + 5 < 3x - 4$

d) $-3x + 5 \geq -4x + 3$

e) $5x + 7 > 8x - 5$

f) $-4x + 3 \leq 3x - 1$

g) $-0,3x + 12 > 0$

h) $\frac{3}{4}x - 6 \leq 0$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{a) Ta có: } 6x + 5 &< 0 \\ 6x &< -5 \\ x &< \frac{-5}{6} \end{aligned}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x < \frac{-5}{6}$

$$\begin{aligned} \text{c) Ta có } 2x + 5 &< 3x - 4 \\ 2x - 3x &< -4 - 5 \\ -x &< -9 \\ x &> 9 \end{aligned}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x > 9$

$$\begin{aligned} \text{e) Ta có: } 5x + 7 &> 8x - 5 \\ 5x - 8x &> -5 - 7 \\ -3x &> -12 \\ x &< 4 \end{aligned}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x < 4$

$$\begin{aligned} \text{g) Ta có: } -0,3x + 12 &> 0 \\ -0,3x &> -12 \\ x &< \frac{-12}{-0,3} \\ x &< 40 \end{aligned}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x < 40$

$$\begin{aligned} \text{b) Ta có: } -2x - 7 &> 0 \\ -2x &> 7 \\ x &< -\frac{7}{2} \end{aligned}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x < -\frac{7}{2}$

$$\begin{aligned} \text{d) ta có: } -3x + 5 &\geq -4x + 3 \\ -3x + 4x &\geq 3 - 5 \\ x &\geq -2 \end{aligned}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \geq -2$

$$\begin{aligned} \text{f) Ta có: } -4x + 3 &\leq 3x - 1 \\ -3x + 4x &\leq 3x - 1 \\ -7x &\leq -4 \\ x &\geq \frac{4}{7} \end{aligned}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \geq \frac{4}{7}$

$$\begin{aligned} \text{h) Ta có: } \frac{3}{4}x - 6 &\leq 0 \\ \frac{3}{4}x &\leq 6 \\ x &\leq 6 \cdot \frac{4}{3} \\ x &\leq 8 \end{aligned}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \leq 8$

Bài 3. Giải các bất phương trình:

$$\text{a) } -8x - 27 < 0$$

$$\text{b) } \frac{5}{4}x + 20 \geq 0$$

$$\text{c) } 2x - 5 \leq 4x + 3$$

$$\text{d) } 5 + 7x > 4x - 7$$

$$\text{e) } 3x - (6 + 2x) \leq 3 \cdot (x + 4)$$

$$\text{f) } 2(x - 0,5) - 1,4 \geq 1,5 - (x + 1,2)$$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{a) Ta có: } -8x - 27 &< 0 \\ -8x &< 27 \\ x &> \frac{-27}{8} \end{aligned}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x > \frac{-27}{8}$

$$\begin{aligned} \text{c) Ta có: } 2x - 5 &\leq 4x + 3 \\ -5 - 3 &\leq 4x - 2x \\ -8 &\leq 2x \\ -4 &\leq x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) Ta có: } \frac{5}{4}x + 20 &\geq 0 \\ \frac{5}{4}x &\geq -20 \end{aligned}$$

$$x \geq -20 \cdot \frac{4}{5}$$

$$x \geq -16$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \geq -16$

$$\begin{aligned} \text{d) ta có: } 5 + 7x &> 4x - 7 \\ 7x - 4x &> -7 - 5 \end{aligned}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $-4 \leq x$

e) Ta có: $3x - (6 + 2x) \leq 3.(x + 4)$

$$3x - 6 - 2x \leq 3x + 12$$

$$x - 6 \leq 3x + 12$$

$$-6 - 12 \leq 3x - x$$

$$-18 \leq 2x$$

$$x \geq -9$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \geq -9$

$$3x > -12$$

$$x > -4$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x > -4$

f) Ta có: $2(x - 0,5) - 1,4 \geq 1,5 - (x + 1,2)$

$$2x - 1 - 1,4 \geq 1,5 - x - 1,2$$

$$2x - 1,5 \geq 0,3 - x$$

$$3x \geq 1,8$$

$$x \geq 0,6$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \geq 0,6$

Bài 4. Giải các bất phương trình:

a) $\frac{2x-5}{18} < \frac{4x+3}{10}$

b) $\frac{4x-1}{9} < \frac{5-3x}{6}$

a) Ta có: $\frac{2x-5}{18} < \frac{4x+3}{10}$
 $\frac{5(2x-5)}{90} < \frac{9(4x+3)}{90}$
 $10x - 25 < 36x + 27$
 $10x - 36x < 27 + 25$
 $-26x < 52$
 $x > \frac{52}{-26}$
 $x > -2$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x > -2$

Lời giải

b) Ta có: $\frac{4x-1}{9} < \frac{5-3x}{6}$
 $\frac{2(4x-1)}{18} < \frac{3(5-3x)}{18}$
 $8x - 2 < 15 - 9x$
 $8x + 9x < 15 + 2$
 $17x < 17$
 $x < 1$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x < 1$

Bài 5. Giải các bất phương trình:

a) $\frac{5x+2}{5} < \frac{4x-3}{4}$

b) $\frac{3(2x+1)}{20} + 1 < \frac{3x+13}{10}$

a) Ta có: $\frac{5x+2}{5} < \frac{4x-3}{4}$
 $\frac{4(5x+2)}{20} < \frac{5(4x-3)}{20}$
 $20x + 8 < 20x - 15$
 $20x - 20x < -8 - 15$
 $0x < -23$

Bất phương trình này vô nghiệm

Bài 6. Giải các bất phương trình sau:

a) $x - 5 \geq 0$

b) $x + 5 \leq 0$

c) $-2x - 6 > 0$

d) $4x - 12 < 0$

Lời giải

b) Ta có: $\frac{3(2x+1)}{20} + 1 < \frac{3x+13}{10}$
 $\frac{3(2x+1)}{20} + \frac{20}{20} < \frac{2(3x+13)}{20}$
 $6x + 3 + 20 < 6x + 26$
 $6x - 6x < 26 - 3 - 20$
 $0x < 3$

Bất phương trình này có nghiệm bất kì

a) $x - 5 \geq 0$
 $x \geq 5$

b) $x + 5 \leq 0$
 $x \leq -5$

c) $-2x - 6 > 0$
 $-2x > 6$
 $x < -3$

d) $4x - 12 < 0$
 $4x < 12$
 $x < 3$

Bài 7. Giải các bất phương trình sau:

a) $6 < x - 3$

b) $\frac{1}{2} \cdot x > 5$

c) $-8x + 1 \geq 5$

d) $7 < 2x + 1$

Lời giảia) Giải bất phương trình $6 < x - 3$

$$6 + 3 < x \text{ (cộng 3 vào cả hai vế)}$$

$$9 < x$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $9 < x$ b) Giải bất phương trình $\frac{1}{2} \cdot x > 5$

$$x > 10 \text{ (nhân 2 vào cả hai vế)}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x > 10$ c) Giải bất phương trình $-8x + 1 \geq 5$

$$-8x \geq 4 \text{ (cộng -1 vào cả hai vế)}$$

$$x \leq \frac{4}{-8} \text{ (nhân } \frac{-1}{8} \text{ vào cả hai vế)}$$

$$x \leq \frac{-1}{2} \text{ (nhân số âm đảo chiều)}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \leq \frac{-1}{2}$ d) Giải bất phương trình $7 < 2x + 1$

$$6 < 2x \text{ (cộng -1 vào cả hai vế)}$$

$$\frac{6}{2} < x \text{ (nhân } \frac{1}{2} \text{ vào cả hai vế)}$$

$$3 < x$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $3 < x$ **Bài 8.** Giải các bất phương trình sau:

a) $x - 7 < 2 - x$

b) $x + 2 \leq 2 + 3x$

c) $4 + x > 5 - 3x$

d) $-x + 7 \geq x - 3$

Lời giảia) Giải bất phương trình $x - 7 < 2 - x$

$$x < 9 - x \text{ (cộng 7 vào cả hai vế)}$$

$$2x < 9 \text{ (cộng } x \text{ vào cả hai vế)}$$

$$x < \frac{9}{2} \text{ (nhân } \frac{1}{2} \text{ vào cả hai vế)}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x < \frac{9}{2}$

b) Giải bất phương trình $x + 2 \leq 2 + 3x$

$$x \leq 3x \text{ (cộng } -2 \text{ vào cả hai vế)}$$

$$0 \leq 2x \text{ (cộng } -x \text{ vào cả hai vế)}$$

$$0 \leq x \text{ (nhân } \frac{1}{2} \text{ vào cả hai vế)}$$

Nghiệm của bất phương trình là $0 \leq x$

c) Giải bất phương trình $4 + x > 5 - 3x$

$$4x > 1 \text{ (cộng } 3x \text{ và } -4 \text{ từ cả hai bên)}$$

$$x > \frac{1}{4} \text{ (Nhân hai vế cho } \frac{1}{4} \text{)}$$

Nghiệm của bất phương trình là $x > \frac{1}{4}$

d) Giải bất phương trình $-x + 7 \geq x - 3$

$$7 \geq 2x - 3 \text{ (Cộng } x \text{ vào cả hai vế)}$$

$$10 \geq 2x \text{ (Cộng } 3 \text{ vào cả hai vế)}$$

$$5 \geq x \text{ (nhân } \frac{1}{2} \text{ vào cả hai vế)}$$

Nghiệm của bất phương trình là $5 \geq x$

Bài 9. Giải các bất phương trình sau:

a) $3x + 2 > 2x + 3$ b) $5x + 4 < -3x - 2$ c) $\frac{2}{3}(2x + 3) < 7 - 4x$ d) $\frac{1}{4}(x - 3) \leq 3 - 2x$

Lời giải

a) Giải bất phương trình $3x + 2 > 2x + 3$

$$3x - 2x > 3 - 2 \text{ (Cộng } -2x \text{ vào cả hai vế)}$$

$$x > 1$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x > 1$

b) Giải bất phương trình $5x + 4 < -3x - 2$

$$5x + 3x < -2 - 4 \text{ (Cộng } 3x \text{ vào cả hai vế)}$$

$$8x < -6$$

$$x < -\frac{3}{4} \text{ (nhân } \frac{1}{8} \text{ vào cả hai vế)}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x < -\frac{3}{4}$

c) Giải bất phương trình $\frac{2}{3}(2x+3) < 7-4x$

$$2x+3 < \frac{21}{2}-6x \text{ (nhân } \frac{3}{2} \text{ vào cả hai vế)}$$

$$8x+3 < \frac{21}{2} \text{ (Cộng } 6x \text{ vào cả hai vế)}$$

$$8x < \frac{15}{2}-3 \text{ (Cộng } -3 \text{ vào cả hai vế)}$$

$$8x < \frac{15}{2} \text{ (Cộng } 3 \text{ vào cả hai vế)}$$

$$x < \frac{15}{16} \text{ (nhân } \frac{1}{8} \text{ vào cả hai vế)}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x < \frac{15}{16}$

d) Giải bất phương trình $\frac{1}{4}(x-3) \leq 3-2x$

$$(x-3) \leq 4.(3-2x) \text{ (nhân } 4 \text{ vào cả hai vế)}$$

$$x-3 \leq 12-8x \text{ (nhân phân phối } 4 \text{ và mở ngoặc)}$$

$$9x-3 \leq 12 \text{ (Cộng } 8x \text{ vào cả hai vế)}$$

$$9x \leq 15 \text{ (Cộng } 3 \text{ vào cả hai vế)}$$

$$x \leq \frac{5}{3} \text{ (nhân } \frac{1}{9} \text{ vào cả hai vế)}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \leq \frac{5}{3}$

Bài 10. Giải bất phương trình

a) $2x+6 > 1$

b) $0,6x+2 > 6x+9$

c) $1,7x+4 \geq 2+1,5x$

d) $\frac{8-3x}{2}-x < 5$

e) $3-2x-\frac{6+4x}{3} > 0$

f) $0,7x+\frac{2x-4}{3}-\frac{x}{6} > 1$

Lời giải

a) $2x+6 > 1$

b) $0,6x+2 > 6x+9$

$$2x \geq 1 - 6$$

$$2x \geq -5$$

$$x \geq -\frac{5}{2}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \geq -\frac{5}{2}$

c) $1,7x + 4 \geq 2 + 1,5x$

$$-1,7x - 1,5x \geq 2 - 4$$

$$0,2x \geq -2$$

$$x \geq -2 : 0,2$$

$$x \geq -10$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \geq -10$

e) $3 - 2x - \frac{6 + 4x}{3} > 0$

$$9 - 6x - (6 + 4x) > 0$$

$$9 - 6x - 6 - 4x > 0$$

$$-10x > -3$$

$$x < (-3) : (-10)$$

$$x < -0,3$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x < -0,3$

$$0,6x - 6x > 9 - 2$$

$$-5,4x > 7$$

$$x < 7 : (-5,4)$$

$$x < -\frac{35}{27}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x < -\frac{35}{27}$

d) $\frac{8 - 3x}{2} - x < 5$

$$8 - 3x - 2x < 10$$

$$-5x < 10 - 8$$

$$x > 2 : (-5)$$

$$x > -0,4$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x > -0,4$

f) $0,7x + \frac{2x - 4}{3} - \frac{x}{6} > 1$

$$4,2x + 2(2x - 4) - x > 6$$

$$4,2x + 4x - 8 - x > 6$$

$$4,2x + 4x - x > 6 + 8$$

$$7,2x > 14$$

$$x > 14 : 7,2$$

$$x > \frac{35}{18}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x > \frac{35}{18}$

Bài 11. Tìm số nguyên lớn nhất thỏa mãn bất phương trình sau:

a) $9 - 5x > 1,5$

b) $\frac{3x - 17}{20} > \frac{5x + 1}{15}$

Lời giải

a) Ta có: $9 - 5x > 1,5$

$$-5x > -7,5$$

$$x < \frac{7,5}{5}$$

Do đó số nguyên lớn nhất thỏa mãn bất phương trình trên là $x = 1$

b) Ta có: $\frac{3x - 17}{20} > \frac{5x + 1}{15}$

$$\frac{15(3x - 17)}{300} > \frac{20(5x + 1)}{300}$$

$$45x - 255 > 100x + 20$$

Lời giải

Giải phương trình (1) theo m , ta được $x = \frac{3m+6}{5}$. Ta có $x > 0$ khi $\frac{3m+6}{5} > 0$, hay $3m > -6$, suy ra $m > -2$

Vậy $m > -2$ là giá trị cần tìm

Bài 15. Giải bất phương trình sau:

a) $\frac{3(2x+1)}{20} + 1 > \frac{3x+52}{10}$

b) $\frac{4x-1}{2} + \frac{6x-19}{6} \leq \frac{9x-11}{3}$

Lời giải

a) $\frac{3(2x+1)}{20} + 1 > \frac{3x+52}{10}$

$$\frac{3(2x+1)}{20} + \frac{20}{20} > \frac{2(3x+52)}{20}$$

$$6x+3+20 > 6x+104$$

$$0x > 81$$

Vậy bất phương trình vô nghiệm

b) $\frac{4x-1}{2} + \frac{6x-19}{6} \leq \frac{9x-11}{3}$

$$\frac{3(4x-1)}{6} + \frac{6x-19}{6} \leq \frac{2(9x-11)}{6}$$

$$12x-3+6x-19 \leq 18x-22$$

$$0x \leq 0$$

Bất phương trình có nghiệm bất kì

Bài 16. Tìm nghiệm chung của hai bất phương trình:

$$\frac{3x+17}{10} > \frac{5x+22}{15} \quad (1) \text{ và } \frac{x-4}{30} - 1 > \frac{2x-7}{24} \quad (2)$$

Lời giải

Ta có $\frac{3x+17}{10} > \frac{5x+22}{15}$

$$\frac{3(3x+17)}{30} > \frac{2(5x+22)}{30}$$

$$9x+51 > 10x+44$$

$$9x-10x > 44-51$$

$$-x > -7$$

$$x < 7 \quad (*)$$

Ta có : $\frac{x-4}{30} - 1 > \frac{2x-7}{24}$

$$\frac{4(x-4)}{120} - \frac{120}{120} > \frac{5(2x-7)}{120}$$

$$4x-16-120 > 10x-35$$

$$4x-10x > 16+120-35$$

$$-6x > 101$$

$$x < -\frac{101}{6} \quad (**)$$

Từ (*) và (**) suy ra nghiệm chung của hai bất phương trình là $x < -\frac{101}{6}$

Bài 17. Tìm nghiệm nguyên âm của bất phương trình

$$\frac{2x+4}{3} - \frac{4x-7}{18} > \frac{2x-5}{9} - \frac{2x-1}{15}$$

Lời giải

Ta có: $\frac{2x+4}{3} - \frac{4x-7}{18} > \frac{2x-5}{9} - \frac{2x-1}{15}$

$$\begin{aligned} \frac{2x+4}{3} - \frac{4x-7}{18} &> \frac{2x-5}{9} - \frac{2x-1}{15} \\ \frac{30(2x+4)}{90} - \frac{5(4x-7)}{90} &> \frac{10(2x-5)}{90} - \frac{6(2x-1)}{90} \\ 60x+120-20x+35 &> 20x-50-12x+6 \\ 60x-20x-20x+12x &> -120-35-50+6 \\ 32x &> -199 \\ x &> \frac{-199}{32} \end{aligned}$$

Vì x là số nguyên âm nên $x \in \{-6, -5, -4, -3, -2, -1\}$

Dạng 3: Giải bài toán bằng cách lập bất phương trình

Bài 1. Bạn Thanh có 100 nghìn đồng. Bạn muốn mua một cái bút giá 18 nghìn đồng và một số quyển vở, mỗi quyển vở giá 17 nghìn đồng. Hỏi bạn Thanh mua được nhiều nhất bao nhiêu quyển vở?

Lời giải

Gọi x (quyển) là số vở mà Thanh có thể mua. Theo bài ta có bất phương trình

$$\begin{aligned} 7x+18 &\leq 100 \\ 7x &\leq 100-18 \\ x &\leq 82 \\ x &\leq \frac{82}{7} \end{aligned}$$

Vì số vở là số tự nhiên nên Thanh có thể mua nhiều nhất 11 quyển vở

Bài 2. Để hưởng ứng phong trào “Trồng cây gây rừng” lớp 9A có kế hoạch trồng ít nhất 1000 cây xanh. Lớp 9a đã trồng được 540 cây. Để đạt được kế hoạch đề ra, lớp 9A cần trồng thêm bao nhiêu cây xanh nữa?

Lời giải

Gọi x là số cây xanh cần trồng thêm của lớp 9A

Theo đề bài, để lớp 9A đạt được kế hoạch đề ra, ta phải có:

$$\begin{aligned} x+540 &\geq 1000 \\ x &\geq 1000-540 \\ x &\geq 460 \end{aligned}$$

Vậy để đạt được kế hoạch đề ra, lớp 9A phải trồng thêm ít nhất 460 cây xanh nữa

Bài 3. Trong một kì thi gồm ba môn Toán, Ngữ Văn và Tiếng Anh, điểm số môn Toán và Ngữ văn tính theo hệ số 2, điểm môn Tiếng Anh tính theo hệ số 1. Để trúng tuyển, điểm số trung bình của ba môn ít nhất bằng 8. Bạn Na đã đạt 9,1 điểm môn Toán, và 6,9 môn Ngữ Văn. Hãy lập và giải phương trình để tìm điểm số môn Tiếng Anh tối thiểu mà bạn Na phải đạt để trúng tuyển.

Lời giải

Gọi x là điểm số môn Tiếng Anh của bạn Na

Theo đề bài, để bạn Na trúng tuyển, ta phải có:

$$\frac{2.9,1 + 2.6,9 + x}{5} \geq 8$$

$$2.9,1 + 2.6,9 + x \geq 40$$

$$18,2 + 13,8 + x \geq 40$$

$$x \geq 8$$

Vậy để trúng tuyển, bạn Na phải đạt được ít nhất 8 điểm môn Tiếng Anh

Bài 4. Một ngân hàng đang áp dụng lãi suất gửi tiết kiệm kì hạn 12 tháng là 7,4%. Bà Mai dự kiến gửi một khoản tiền vào ngân hàng này và cần số tiền lãi hàng năm ít nhất là 60 triệu để chi tiêu. Hỏi số tiền bà Mai cần gửi tiết kiệm ít nhất là bao nhiêu (làm tròn đến triệu đồng)

Lời giải

Gọi x (triệu đồng) là số tiền bà Mai cần gửi tiết kiệm

Ta có số tiền lãi gửi tiết kiệm x (triệu đồng) trong một năm là $0,074.x$ (triệu đồng)

Để có số tiền lãi ít nhất là 60 triệu đồng/năm thì ta phải có:

$$0,074x \geq 60$$

$$x \geq 60 : 0,074$$

$$x \geq 810,81$$

Vậy bà Mai cần gửi ngân hàng ít nhất 811 triệu đồng

Bài 5. Trong một cuộc thi tuyển dụng việc làm, ban tổ chức quy định mỗi người ứng tuyển phải trả lời 25 câu hỏi ở vòng sơ tuyển. Mỗi câu hỏi này có sẵn bốn đáp án, trong đó có một đáp án đúng. Người ứng tuyển chọn đáp đúng sẽ được cộng thêm 2 điểm, chọn đáp án sai bị trừ đi 1 điểm. Ở vòng sơ tuyển, ban tổ chức tặng mỗi người dự thi 5 điểm và theo quy định người ứng tuyển phải trả lời hết 25 câu hỏi: người nào có số điểm từ 25 trở lên mới được thi vòng tiếp theo. Hỏi người ứng tuyển phải trả lời chính xác ít nhất bao nhiêu câu hỏi ở vòng sơ tuyển thì mới được vào vòng tiếp theo?

Lời giải

Gọi $x, 25 - x$ ($x \in N, x \leq 5$) lần lượt là số câu trả lời đúng và sai của người ứng tuyển

Số điểm của người ứng tuyển sau 25 câu hỏi là $5 + 2x - (25 - x) = 3x - 20$ điểm

Để vượt qua vòng sơ tuyển cần ít nhất 25 điểm nên ta có bất phương trình:

$$3x - 20 \geq 25$$

$$3x \geq 45$$

$$x \geq 15$$

Vậy người ứng tuyển phải trả lời chính xác ít nhất 15 câu hỏi

Bài 6. Bác Ngọc gửi tiền tiết kiệm kì hạn 12 tháng ở một ngân hàng với lãi suất 7,2%/năm. Bác Ngọc dự định tổng số tiền nhận được sau khi gửi 12 tháng ít nhất là 21440000. Hỏi bác Ngọc phải gửi số tiền tiết kiệm ít nhất là bao nhiêu để đạt được dự định đó?

Lời giải

Giả sử bác Ngọc gửi x (đồng) tiền tiết kiệm kì hạn 12 tháng ($x > 0$). Khi đó, tổng số tiền bác Ngọc nhận được sau 12 tháng là

$$x + 7,2\% \cdot x = \left(1 + \frac{7,2}{100}\right)x = \frac{1072}{1000}x = \frac{134}{125}x \text{ (đồng)}$$

Theo giả thiết, ta có $\frac{134}{125}x \geq 21440000$

Giải bất phương trình trên, ta có:

$$\frac{134}{125}x \geq 21440000$$

$$x \geq 21440000 \cdot \frac{125}{134}$$

$$x \geq 20000000$$

Vậy bác Ngọc phải gửi số tiền tiết kiệm ít nhất là 20 triệu đồng để đạt được dự định

Bài 7: Tổng chi phí của một doanh nghiệp sản xuất áo sơ mi là 410 triệu đồng/ tháng. Giá bán của mỗi chiếc áo sơ mi là 350 nghìn đồng. Hỏi trung bình mỗi tháng doanh nghiệp phải bán được ít nhất bao nhiêu chiếc áo sơ mi để thu được lợi nhuận ít nhất là 1,38 tỉ đồng sau 1 năm?

Lời giải

Giả sử trung bình mỗi tháng doanh nghiệp bán được x chiếc áo sơ mi ($x \in \mathbb{N}^*$)

Lợi nhuận của doanh nghiệp sau 12 tháng là:

$$12(350000x - 410000000) \text{ (đồng)}$$

Do đó để doanh nghiệp thu được lợi nhuận ít nhất là 1,38 tỉ đồng thì

$$12(350000x - 410000000) \geq 1380000000$$

Giải bất phương trình trên, ta có:

$$12(350000x - 410000000) \geq 1380000000$$

$$350000x - 410000000 \geq 115000000$$

$$350000x \geq 115000000 + 410000000$$

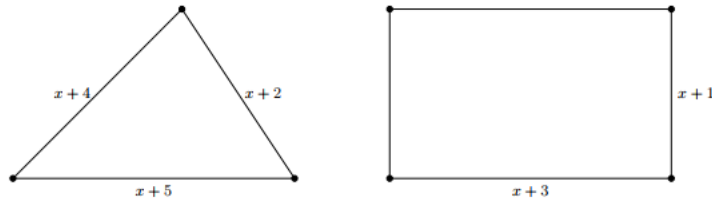
$$350000x \geq 525000000$$

$$x \geq \frac{525000000}{350000}$$

$$x \geq 1500$$

Vậy trung bình mỗi tháng doanh nghiệp phải bán được ít nhất 1500 chiếc áo sơ mi để doanh nghiệp thu được lợi nhuận ít nhất là 1,38 tỉ đồng sau 1 năm

Bài 8. Tìm $x > 0$ sao cho ở hình vẽ bên dưới chu vi của hình tam giác luôn lớn hơn chu vi hình chữ nhật

**Lời giải**

Chu vi tam giác là : $x + 2 + x + 4 + x + 5 = 3x + 11$

Chu vi hình chữ nhật là $2(x + 3 + x + 1) = 4x + 8$

Theo bài ra ta có:

$$3x + 11 > 4x + 8$$

$$3x - 4x > 8 - 11$$

$$-x > -3$$

$$x < 3$$

Vậy $0 < x < 3$

Bài 9. Một ngân hàng đang áp dụng lãi suất gửi tiết kiệm kì hạn 1 tháng là 0,4%. Hỏi nếu muốn có một số tiền lãi hằng tháng ít nhất là 3 triệu đồng thì số tiền gửi tiết kiệm ít nhất là bao nhiêu (làm tròn đến triệu đồng)?

Lời giải

Gọi x (triệu đồng) là số tiền cần gửi. Theo bài ra ta có bất phương trình

$$0,4\%x \geq 3$$

$$\frac{0,4}{100} \cdot x \geq 3$$

$$x \geq \frac{3 \cdot 1000}{4}$$

$$x \geq 750$$

Vậy để có lãi ít nhất 3 triệu đồng thì số tiền gửi tiết kiệm ít nhất là 750 triệu

Bài 10. Một hãng taxi có giá mở cửa là 15 nghìn đồng và giá 12 nghìn đồng cho mỗi ki lô mét tiếp theo. Hỏi với 200 nghìn đồng thì hành khách có thể di chuyển được tối đa là bao nhiêu ki lô mét (làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Gọi x km ($x > 0$) là số km mà hành khách có thể đi, ta có bất phương trình:

$$15 + 12x - 12 \leq 200$$

$$12x \leq 200 - 3$$

$$x \leq \frac{197}{12} = 16,416.....$$

Vậy số km tối đa khách hàng có thể đi là 16 km

Bài 11. Người ta dùng một loại xe tải để chở bia cho một nhà máy. Mỗi thùng bia 24 lon nặng trung bình 6,7 kg. Theo khuyến nghị, trọng tải của xe (tức là tổng khối lượng tối đa cho phép mà xe có thể chở) là 5,25 tấn. Hỏi xe có thể chở được tối đa bao nhiêu thùng bia, biết bác lái xe nặng 65 kg?

Lời giải

Gọi x thùng ($x \in \mathbb{N}^*$) là thùng bia mà xe có thể chở, ta có bất phương trình:

$$\begin{aligned} 65 + 6,7x &\leq 5,25 \cdot 1000 \\ 6,7x &\leq 5185 \\ x &\leq \frac{5185}{6,7} = 773,880\dots \end{aligned}$$

Vậy số thùng bi tối đa mà xe có thể chở là 773 thùng

Bài 12. Một kho chứa 100 tấn xi măng, mỗi ngày đều xuất đi 20 tấn xi măng. Gọi x là số ngày xuất xi măng của kho đó. Tìm x sao cho khối lượng xi măng còn lại trong kho ít nhất là 10 tấn sau x ngày xuất hàng

Lời giải

Sau x ngày khối lượng xi măng được xuất đi là $20x$

Khối lượng xi măng còn lại trong kho sau x ngày là $100 - 20x$

Theo bài ra ta có: $100 - 20x \geq x$

$$\begin{aligned} 100 - 20x &\geq x \\ -20x - x &\geq -100 \\ -21x &\geq -100 \\ x &\leq (-100) : (-21) \\ x &\leq \frac{100}{21} \end{aligned}$$

Vậy $x \in \{1; 2; 3; 4\}$

Bài 13. Một kì thi Tiếng Anh gồm bốn kĩ năng: nghe, nói, đọc, viết. Kết quả của bài thi là điểm trung bình của bốn kỹ năng này. Bạn Hà đã đạt được điểm số của ba kĩ năng nghe, nói, viết lần lượt là 6,5; 6,5; 5,5

Hỏi bạn Hà cần đạt bao nhiêu điểm trong kĩ năng nói để kết quả được của bài thi ít nhất là 6,25 ?

Lời giải

✓ Để tính điểm trung bình cần đạt, chúng ta có thể sử dụng công thức sau:

$$\text{Điểm trung bình} = \frac{\text{Tổng điểm các kĩ năng}}{\text{Số lượng kĩ năng}}$$

✓ Trong trường hợp này, chúng ta muốn biết điểm số cần đạt trong kĩ năng “nói” để đạt được điểm trung bình ít nhất là 6,25. Điểm số trung bình mong muốn là trung bình của 6,5; 6,5; 5,5 và một số x (điểm số trong kĩ năng “nói”). Ta có bất phương trình

$$\frac{6,5 + 6,5 + 5,5 + x}{4} \geq 6,25$$

$$18,5 + x \geq 25$$

$$x \geq 25 - 18,5$$

$$x \geq 6,5$$

✓ Vậy để đạt được điểm trung bình ít nhất là 6,25, bạn Hà cần đạt ít nhất 6,5 điểm trong kỹ năng “nói”

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 2

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Kiến thức cần nhớ

❖ Các tính chất của Bất đẳng thức

- Tính chất bắc cầu: Cho ba số a, b, c . Nếu $a > b$ và $b > c$ thì $a > c$
- Tính chất liên hệ giữa thứ tự và phép cộng
Cho ba số a, b, c . Nếu $a > b$ thì $a + c > b + c$
- Tính chất liên hệ giữa thứ tự và phép nhân
Cho ba số a, b, c và $a > b$.
+ Nếu $c > 0$ thì $a.c > b.c$;
+ Nếu $c < 0$ thì $a.c < b.c$.

☞ **Chú ý:** Tính chất này vẫn đúng với các bất đẳng thức có dấu $<, \geq, \leq$

❖ Bất phương trình bậc nhất một ẩn

- Dạng tổng quát: $ax + b > 0$
- Nghiệm của bất phương trình bậc nhất một ẩn: Với bất phương trình bậc nhất có ẩn là x , số x_0 được gọi là một nghiệm của bất phương trình nếu ta thay $x = x_0$ thì nhận được một khẳng định đúng.
- Cách giải bất phương trình bậc nhất một ẩn.
Xét bất phương trình $ax + b > 0 (a \neq 0)$.

1. Cộng hai vế của bất phương trình với $-b$, ta được bất phương trình: $ax > -b$.

2. Nhân hai vế của bất phương trình nhận được với $\frac{1}{a}$:

3. Nếu $a > 0$ thì nhận được nghiệm của bất phương trình đã cho là: $x > -\frac{b}{a}$.

Nếu $a < 0$ thì nhận được nghiệm của bất phương trình đã cho là: $x < -\frac{b}{a}$.

Với các bất phương trình dạng $ax + b < 0$, $ax + b \geq 0$, $ax + b \leq 0$, ta thực hiện các bước giải tương tự.

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

I – MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

Câu 1: Biển báo giao thông R.306 (hình bên) báo tốc độ tối thiểu cho xe cơ giới. Biển có hiệu lực bắt buộc các loại xe cơ giới vận hành với vận tốc không nhỏ hơn trị số ghi trên biển trong điều kiện giao thông thuận lợi và an toàn. Nếu một ô tô đi trên đường đó với vận tốc a (km/h) thì a phải thỏa mãn điều kiện nào trong các điều kiện sau?

A. $a < 60$

B. $a > 60$

C. $a \geq 60$

D. $a \leq 60$



Hình D.8 - Biển số R.306

Câu 2: Trong các cặp bất đẳng thức sau đây, cặp bất đẳng thức nào **không** cùng chiều?

A. $3 < 4$ và $11 < 23$

B. $\sqrt{50} > 7$ và $6 > \sqrt{34}$

C. $\sqrt{7} > \sqrt{13}$ và $\sqrt{82} < \sqrt{97}$

D. $3 \leq x$ và $x \leq 5$

Câu 3: Nếu $a > b$ và $c > d$ thì bất đẳng thức nào sau đây luôn đúng?

A. $ac > bd$

B. $a - c > b - d$

C. $a - d > b - c$

D. $-ac > -bd$

Câu 4: Nghiệm của bất phương trình $-2x + 1 < 0$ là

A. $x < \frac{1}{2}$

B. $x > \frac{1}{2}$

C. $x \leq \frac{1}{2}$

D. $x \geq \frac{1}{2}$

Câu 5: Nghiệm của bất phương trình $1 - 2x \geq 2 - x$ là

A. $x > \frac{1}{2}$

B. $x < \frac{1}{2}$

C. $x \leq -1$

D. $x \geq -1$

Câu 6: Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất một ẩn?

A. $x^2 - 4 > 0$

B. $mx + 5 \leq 0$

C. $-3x + 7 \leq 0$

D. $4x - \frac{3}{x} > 0$

II – MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

Câu 7: Giá trị $x = 5$ là nghiệm của bất phương trình bậc nhất nào sau:

A. $6x - 29 > 0$

B. $11x - 60 > 0$

C. $x - 2 \leq 0$

D. $-3x + 12 \leq 0$

Câu 8: Nếu $2a < 2b$ thì

A. $-a < -b$

B. $a + \sqrt{2} < b + \sqrt{2}$

C. $1 - a < 1 - b$

D. $a - \sqrt{2} > b - \sqrt{2}$

Câu 9: Có bao nhiêu số tự nhiên x thỏa mãn bất phương trình : $15 - 5x \geq 5 - 3x$

A. 6

B. 5

C. 0

D. Vô số

Câu 10: Bất phương trình nào sau đây là phương trình bậc nhất một ẩn ?

A. $x^2 + 2 > 0$

B. $(\sqrt{4} - 2)x - 3 < 0$

C. $\frac{1}{2x} + 1 \geq 0$

D. $-2x - 3 < 0$

Câu 11: Nếu $m < n$ thì:

A. $-3m < -3n$

B. $1 - m < 1 - n$

C. $-7m + 2 > -7n + 2$

D. $2m - 5 > 2n - 5$

III – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

Câu 12: Một tam giác có độ dài các cạnh là 1, 2, x , trong đó x là số nguyên. Tìm x

A. $x = 1$

B. $x = 2$

C. $x = 3$

D. $x = 4$.

Câu 13: Phương trình $x-1=m+4$ có nghiệm lớn hơn 1 với

- A. $m \geq -4$ B. $m \leq 4$ C. $m > -4$ D. $m < -4$

Câu 14: Giá trị lớn nhất của biểu thức $A = -x^2 + x - 1$ là

- A. -1 B. 1 C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{-3}{4}$

Câu 15: Giá trị lớn nhất của biểu thức $A = -x^2 + x - 1$ là

- A. -1 B. 1 C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{-3}{4}$

IV – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

Câu 16: Số nguyên lớn nhất thỏa mãn bất phương trình $x - \frac{x+5}{2} \leq \frac{x+4}{6} - \frac{x-2}{2}$ là?

- A. -5 B. -6 C. -6 D. 5

Câu 17: Tìm x để phân thức $\frac{4}{9-3x}$ không âm?

- A. $x > 3$ B. $x < 3$ C. $x \leq 3$ D. $x > 4$

Câu 18: Tìm x để phân thức $\frac{12-4x}{9}$ không dương?

- A. $x \geq 3$ B. $x < 3$ C. $x \leq 3$ D. $x > 4$

Câu 19: Tìm x để phân thức $P = \frac{x-3}{x+1}$ có giá trị lớn hơn 1?

- A. $x > 1$ B. $x < 1$ C. $x > -1$ D. $x < -1$

Câu 20: Số nguyên lớn nhất thỏa mãn bất phương trình sau là: $\frac{2024-x}{15} + \frac{2025-x}{16} + \frac{27+x}{2036} + \frac{28+x}{2037} > 4$

- A. $x > 2009$ B. $x < 2009$ C. $x > 2010$ D. $x < 2010$

C. CÁC DẠNG TỰ LUẬN

Dạng 1. So sánh

Phương pháp giải

- Vận dụng tính chất liên hệ giữa thứ tự với phép nhân và phép cộng để so sánh

Bài 1. So sánh

- a) $12 \cdot (-8)^4$ và $15 \cdot (-8)^4$; b) $2026 + (-9^{10})$ và $2025 + (-9^{10})$;
c) $(-289) \cdot (-85)^{12}$ và $(-290) \cdot (-85)^{12}$; d) $(-23) \cdot (-5)^{19}$ và $(-29) \cdot (-5)^{19}$.

Bài 2. Cho $a \geq b$. Hãy so sánh:

- a) $15a+6$ và $15b+6$; b) $34a-7$ và $34b-7$; c) $20a-9$ và $20b-9$;
 d) $-17a+5$ và $-17b+5$; e) $\sqrt{7}-5a$ và $\sqrt{7}-5b$; f) $-9a-7$ và $-9b-7$.

Bài 3.

- a) Cho biết $-42m \leq -42n$, hãy so sánh m và n .
 b) Cho biết $25a \geq 25b$, hãy so sánh a và b .
 c) Cho biết $-156x \geq -156y$, hãy so sánh x và y .
 d) Cho biết $-x < -y$, hãy so sánh $13x$ và $13y$.

Bài 4. So sánh hai số x và y trong mỗi trường hợp sau:

- a) $x+7 > y+7$; b) $-29x \leq -29y$;
 c) $5x-9 < 5y-9$; d) $-8x+5 > -8y+5$.

Bài 5. Cho $-4a \geq -4b$. Hãy so sánh:

- a) a và b ; b) $11a-4$ và $11b-4$;
 c) $2-3a$ và $2-3b$; d) $17+9a$ và $21+9b$..

Dạng 2. Chứng minh

Bài 6. Cho hai số x và y thoả mãn $3x < 2y$. Chứng tỏ $3x+99 < 2y+100$.

Bài 7. Cho $x^2 \geq 2$. Chứng minh: $(x+1)^2 \geq 2x+3$

Bài 8. Cho $a^2 \leq 5$. Chứng minh: $(a-1)^2 \leq 6-2a$.

Bài 9. Cho $6k \leq 7$. Chứng minh: $(k+3)^2 \leq k^2+16$.

Bài 10. Cho $a > b$ và $c > d$. Chứng minh: $a+c > b+d$

Dạng 3. Dùng bất đẳng thức diễn tả các khẳng định.

Bài 11. Hãy chỉ ra các bất đẳng thức diễn tả mỗi khẳng định sau:

- 1) x lớn hơn 10; 2) x không lớn hơn y ;
 3) p không nhỏ hơn q ; 4) x nhỏ hơn hoặc bằng -7 .

Bài 12. Hãy chỉ ra các bất đẳng thức diễn tả mỗi khẳng định sau:

- 1) a là số âm; 2) b là số dương;
 3) t lớn hơn hoặc bằng 20; 4) m lớn hơn 50.

Bài 13. Hãy chỉ ra các bất đẳng thức diễn tả mỗi khẳng định sau:

- 1) k là số không âm; 2) e là số không dương;
 3) x bé hơn hoặc bằng 19; 4) y không lớn hơn 10.

Bài 14. Hãy chỉ ra các bất đẳng thức diễn tả mỗi khẳng định sau:

- 1) a là số không lớn hơn 8; 2) b là số không nhỏ hơn 7;
 3) t nhỏ hơn hoặc bằng 5; 4) m nhỏ hơn hoặc bằng 11.

Bài 15. Hãy chỉ ra các bất đẳng thức diễn tả mỗi khẳng định sau:

- 1) n nhỏ hơn 36; 2) x nhỏ hơn hoặc bằng 3;
 3) y lớn hơn hoặc bằng 0; 4) a không lớn hơn 13.

Dạng 4. Giải bất phương trình bậc nhất một ẩn**Bài 16:** Giải bất phương trình:

- 1) $x - 3 > 0$; 2) $x - 4 < -8$; 3) $x + 2 < 0$;
 4) $x - 2 > 4$; 5) $x + 5 < 7$; 6) $x + 3 > -6$.

Bài 17: Giải bất phương trình:

- 1) $2x + 1 < x + 4$; 2) $8x + 2 < 7x - 1$; 3) $3x + 4 > 2x + 3$;
 4) $-3x > -4x + 2$; 5) $-2x > -3x + 3$; 6) $-4x - 2 > -5x + 6$.

Bài 18: Giải bất phương trình:

- 1) $\frac{3x-1}{4} > 2$; 2) $\frac{2x+4}{3} < 3$; 3) $\frac{1-2x}{3} > 4$;
 4) $\frac{6-4x}{5} < 1$; 5) $\frac{15-6x}{3} > 5$; 6) $\frac{8-11x}{4} < 13$.

Bài 19: Giải bất phương trình:

- 1) $3(x-2) - 5 \geq 3(2x-1)$; 2) $-5(x-2) + 2(x-3) \geq 7$;
 3) $4x - 7 \geq 5(2x-3) + 4$; 4) $5x - 7(2x-5) < 2(x-1)$;
 5) $(x-1)^2 < x(x+3)$; 6) $2(x+2)^2 < 2x(x+2) + 4$;

Bài 20: Giải bất phương trình:

- 1) $\frac{x+1}{3} + \frac{x}{2} \geq 4$; 2) $4 - \frac{x+4}{8} \geq \frac{x-5}{2}$; 3) $\frac{7-2x}{4} \leq \frac{5x-1}{8} + 4$;
 4) $\frac{3-2x}{3} > \frac{1-5x}{9} + 2$; 5) $\frac{-x+3}{6} - \frac{x-2}{3} \leq \frac{-5}{4}$; 6) $\frac{3x-1}{3} - \frac{2x-3}{4} \geq \frac{4x-1}{6}$;

Dạng 5. Bài toán thực tế

Bài 21: Biển báo giao thông R.306 (Hình bên) báo tốc độ tối thiểu cho các xe cơ giới. Biển có hiệu lực bắt buộc các loại xe cơ giới vận hành với tốc độ không nhỏ hơn trị số ghi trên biển trong điều kiện giao thông thuận lợi và an toàn. Cho biết một ô tô đi trên đường đó với tốc độ a (km/h). Hãy viết bất đẳng thức cho tình huống trên.



Bài 22: Một ca nô đi xuôi dòng trong 3 giờ. Biết rằng tốc độ của ca nô khi nước yên lặng không quá 30 km/h và tốc độ của dòng nước là 5 km/h . Chứng minh quãng đường ca nô đi được trong thời gian trên không vượt quá 105 km .

Bài 23 Bác An muốn rào xung quanh mảnh vườn hình chữ nhật có số đo chiều dài là x (m). Chiều rộng ngắn hơn chiều dài $10m$. Bác An ước lượng là $x > 30$. Bác có tấm lưới dài khoảng $90m$. Tấm lưới này có đủ dài để bác An rào vườn không? Giải thích vì sao.

Bài 24 Sau Tết Nga có 1500000 đồng tiền lì xì. Mỗi ngày Nga để dành được 25000 đồng. Nga muốn mua một chiếc xe đạp giá 3280000 đồng. Hỏi Nga phải để dành ít nhất bao nhiêu ngày để đủ tiền mua xe?

Bài 25 Trong một kì thi gồm ba môn Toán, Ngữ văn và Tiếng Anh, điểm số môn Toán và Ngữ văn tính theo hệ số 2, điểm số môn Tiếng Anh tính theo hệ số 1. Để trúng tuyển, điểm số trung bình của ba môn ít nhất phải bằng 8. Bạn Tuấn đã đạt 9,0 điểm môn Toán và 7,5 điểm môn Ngữ văn. Hãy lập và giải bất phương trình để tìm điểm số Tiếng Anh tối thiểu mà bạn Tuấn phải đạt để trúng tuyển?

Chọn đáp án B

Câu 5. Nghiệm của bất phương trình $1 - 2x \geq 2 - x$ là

A. $x > \frac{1}{2}$

B. $x < \frac{1}{2}$

C. $x \leq -1$

D. $x \geq -1$

Hướng dẫn: Ta có $1 - 2x \geq 2 - x$

$$x \leq -1$$

Chọn đáp án C.

Câu 6: Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất một ẩn?

A. $x^2 - 4 > 0$

B. $mx + 5 \leq 0$

C. $-3x + 7 \leq 0$

D. $4x - \frac{3}{x} > 0$

Câu 7: Giá trị $x = 5$ là nghiệm của bất phương trình bậc nhất nào sau:

A. $6x - 29 > 0$

B. $11x - 60 > 0$

C. $x - 2 \leq 0$

D. $-3x + 12 \leq 0$

a) Thay $x = 5$, ta có $6 \cdot 5 - 29 > 0$ là khẳng định đúng .

Vậy $x = 5$ là nghiệm của bất phương trình $6x - 29 > 0$

b) Thay $x = 5$, ta có $11 \cdot 5 - 60 > 0$ là khẳng định không đúng

Vậy $x = 5$ không là nghiệm của bất phương trình $11x - 60 > 0$

c) Thay $x = 5$, ta có $5 - 2 \leq 0$ là khẳng định không đúng

Vậy $x = 5$ không là nghiệm của bất phương trình $x - 2 \leq 0$

d) Thay $x = 5$, ta có $-3 \cdot (-5) + 12 \leq 0$ là khẳng định không đúng

Vậy $x = 5$ không là nghiệm của bất phương trình $-3x + 12 \leq 0$

Câu 8: Nếu $2a < 2b$ thì

A. $-a < -b$

B. $a + \sqrt{2} < b + \sqrt{2}$

C. $1 - a < 1 - b$

D. $a - \sqrt{2} > b - \sqrt{2}$

Câu 9: Có bao nhiêu số tự nhiên x thỏa mãn bất phương trình : $15 - 5x \geq 5 - 3x$

A. 6

B. 5

C. 0

D. Vô số

Câu 10: Bất phương trình nào sau đây là phương trình bậc nhất một ẩn ?

A. $x^2 + 2 > 0$

B. $(\sqrt{4} - 2)x - 3 < 0$

C. $\frac{1}{2x} + 1 \geq 0$

D. $(m+1)x - 3 < 0$ ($m \neq -1$)

Câu 11: Nếu $m < n$ thì:

A. $-3m < -3n$

B. $1 - m < 1 - n$

C. $-7m + 2 > -7n + 2$

D. $2m - 5 > 2n - 5$

Câu 12: Một tam giác có độ dài các cạnh là 1, 2, x , trong đó x là số nguyên. Tìm x

A. $x = 1$

B. $x = 2$

C. $x = 3$

D. $x = 4$.

Hướng dẫn:

Ta có: $1 + 2 > x$

$$x < 3 \quad (1)$$

Mặt khác: $1 + x > 2$ và $2 + x > 1$

$$x > 1 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $1 < x < 3$ mà x nguyên $\Rightarrow x = 2$

Câu 13: Phương trình $x - 1 = m + 4$ có nghiệm lớn hơn 1 với

A. $m \geq -4$

B. $m \leq 4$

C. $m > -4$

D. $m < -4$

Hướng dẫn:

Ta có $x - 1 = m + 4$

$$x = m + 4 + 1$$

$$x = m + 5$$

Để phương trình $x - 1 = m + 4$ có nghiệm lớn hơn 1 thì

$$m + 5 > 1$$

$$m > -4$$

Chọn đáp án C

Câu 14: Với giá trị của m thì phương trình $x - 2 = 3m + 4$ có nghiệm lớn hơn 3?

A. $m \geq 1$

B. $m \leq 1$

C. $m > -1$

D. $m < -1$

Hướng dẫn:

Ta có $x - 2 = 3m + 4$

$$x = 3m + 6$$

Để phương trình $x - 2 = 3m + 4$ có nghiệm lớn hơn 3

Câu 15: Giá trị lớn nhất của biểu thức $A = -x^2 + x - 1$ là

- A. -1 B. 1 C. $\frac{3}{4}$ D. $-\frac{3}{4}$

$$A = -x^2 + x - 1$$

Hướng dẫn:

$$A = -(x^2 - x + \frac{1}{4}) - \frac{3}{4}$$

$$A = -(x - \frac{1}{2})^2 - \frac{3}{4} \leq -\frac{3}{4}$$

Biểu thức A đạt GTLN $\frac{3}{4}$ khi $x = \frac{1}{2}$

Câu 16: Số nguyên lớn nhất thỏa mãn bất phương trình $x - \frac{x+5}{2} \leq \frac{x+4}{6} - \frac{x-2}{2}$ là?

- A. -5 B. -6 C. -6 D. 5

Hướng dẫn:

$$\text{Ta có } x - \frac{x+5}{2} \leq \frac{x+4}{6} - \frac{x-2}{2}$$

$$\frac{6x}{6} - \frac{3(x+5)}{6} \leq \frac{x+4}{6} - \frac{3(x-2)}{6}$$

$$x \leq -5$$

Vậy nghiệm nguyên lớn nhất là $x = -5$ chọn A

Câu 17: Tìm x để phân thức $\frac{4}{9-3x}$ không âm?

- A. $x > 3$ B. $x < 3$ C. $x \leq 3$ D. $x > 4$

Hướng dẫn: Để phân thức $\frac{4}{9-3x}$ không âm thì $\frac{4}{9-3x} \geq 0$

$$\text{Vì } 4 > 0 \text{ thì } 9 - 3x > 0$$

$$x < 3 \text{ chọn đáp án B}$$

Câu 18: Tìm x để phân thức $\frac{12-4x}{9}$ không dương?

- A. $x \geq 3$ B. $x < 3$ C. $x \leq 3$ D. $x > 4$

Hướng dẫn: Để phân thức $\frac{12-4x}{9}$ không âm thì $\frac{12-4x}{9} \leq 0$

$$\text{Vì } 9 > 0 \text{ thì } 12 - 4x \leq 0$$

$$-4x \leq -12$$

$$x \geq 3 \text{ chọn đáp án B}$$

Câu 19: Tìm x để phân thức $P = \frac{x-3}{x+1}$ có giá trị lớn hơn 1?

A. $x > 1$

B. $x < 1$

C. $x > -1$

D. $x < -1$

Hướng dẫn: Để phân thức $P = \frac{x-3}{x+1}$ có giá trị lớn hơn 1

$$\frac{x-3}{x+1} > 1$$

$$\frac{x-3}{x+1} - 1 > 0$$

$$\frac{-4}{x+1} > 0$$

Vì $-4 < 0$ thì $x+1 < 0$

$x < -1$ chọn đáp án D

Câu 20: Số nguyên lớn nhất thỏa mãn bất phương trình sau là:

$$\frac{2024-x}{15} + \frac{2025-x}{16} + \frac{27+x}{2036} + \frac{28+x}{2037} > 4$$

A. $x > 2009$

B. $x < 2009$

C. $x > 2010$

D. $x < 2010$

Hướng dẫn: $\frac{2024-x}{15} + \frac{2025-x}{16} + \frac{27+x}{2036} + \frac{28+x}{2037} > 4$

$$\frac{2024-x}{15} - 1 + \frac{2025-x}{16} - 1 + \frac{27+x}{2036} - 1 + \frac{28+x}{2037} - 1 > 4 - 4$$

$$\frac{2009-x}{15} + \frac{2009-x}{16} + \frac{x-2009}{2036} + \frac{x-2009}{2037} > 0$$

$$(2009-x) \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{16} - \frac{1}{2036} - \frac{1}{2037} \right) > 0$$

Vì $\left(\frac{1}{15} + \frac{1}{16} - \frac{1}{2036} - \frac{1}{2037} \right) > 0$ nên $2009-x > 0$

$$x < 2009$$

Chọn B

E. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TỰ LUẬN

Dạng 1. So sánh

Bài 1. So sánh

Suy ra $x < y$.

Suy ra $x < y$ (chia hai vế cho -8).

Bài 5. Cho $-4a \geq -4b$. Hãy so sánh:

a) a và b ;

b) $11a - 4$ và $11b - 4$;

c) $2 - 3a$ và $2 - 3b$;

d) $17 + 9a$ và $21 + 9b$.

Lời giải

a) Vì $-4a \geq -4b$ nên chia hai vế của BĐT cho -4 ta được $a \leq b$.

b) Vì $-4a \geq -4b$ nên chia hai vế của BĐT cho -4 ta được $a \leq b$.

c) Vì $-4a \geq -4b$ nên nhân hai vế của BĐT với $\frac{3}{4}$ ta được $-3a \geq -3b$.

Suy ra $11a \leq 11b$ nên $11a - 4 \leq 11b - 4$.

d) Vì $-4a \geq -4b$ nên chia hai vế của BĐT cho -4 ta được $a \leq b$.

Suy ra $9a \leq 9b$.

Cộng hai vế với 2 ta có $2 - 3a \geq 2 - 3b$.

$\Rightarrow 17 + 9a \leq 17 + 9b$, mà $17 + 9b < 21 + 9b$

$\Rightarrow 17 + 9a < 21 + 9b$.

Dạng 2. Chứng minh

Bài 6 Cho hai số x và y thoả mãn $3x < 2y$. Chứng tỏ $3x + 99 < 2y + 100$.

Lời giải:

Cộng 99 vào hai vế của bất đẳng thức $3x < 2y$, ta được:

$$3x + 99 < 2y + 99 \quad (1)$$

Cộng $2y$ vào hai vế của bất đẳng thức $99 < 100$, ta được:

$$99 + 2y < 2y + 100 \text{ hay } 2y + 99 < 2y + 100 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $3x + 99 < 2y + 100$ (tính chất bắc cầu).

Bài 7: Cho $x^2 \geq 2$. Chứng minh: $(x+1)^2 \geq 2x+3$

Lời giải

Vì $x^2 \geq 2$ nên cộng vào hai vế của BĐT với $2x+1$ ta được $x^2 + 2x + 1 \geq 2x + 1 + 2$

Suy ra $(x+1)^2 \geq 2x+3$ (đpcm).

Bài 8: Cho $a^2 \leq 5$. Chứng minh: $(a-1)^2 \leq 6-2a$.

Lời giải

Vì $a^2 \leq 5$ nên cộng $-2a+1$ vào hai vế của BĐT $a^2 \leq 5$ ta được $a^2 - 2a + 1 \leq 5 - 2a + 1$

Suy ra $(a-1)^2 \leq 6-2a$

Bài 9: Cho $6k \leq 7$. Chứng minh: $(k+3)^2 \leq k^2 + 16$.

Lời giải

Vì $6k \leq 7$ nên cộng vào hai vế của BĐT $6k \leq 7$ với $k^2 + 9$ ta có $k^2 + 6k + 9 \leq k^2 + 9 + 7$

Vậy $(k+3)^2 \leq k^2 + 16$.

Bài 10: Cho $a > b$ và $c > d$. Chứng minh: $a + c > b + d$.

Lời giải

Vì $a > b$ nên $a + c > b + c$ (1).

Vì $c > d$ nên $b + c > d + b$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $a + c > b + d$ (tính chất bắc cầu) (đpcm).

Dạng 3. Dùng bất đẳng thức diễn tả các khẳng định.

Bài 11: Hãy chỉ ra các bất đẳng thức diễn tả mỗi khẳng định sau:

- | | |
|----------------------------|-------------------------------|
| 1) x lớn hơn 10; | 2) x không lớn hơn y ; |
| 3) p không nhỏ hơn q ; | 4) x nhỏ hơn hoặc bằng -7 |

Lời giải 1) $x > 10$; 2) $x \leq y$;
3) $p \geq q$; 4) $x \leq -7$.

Bài 12: Hãy chỉ ra các bất đẳng thức diễn tả mỗi khẳng định sau:

- | | |
|------------------------------|---------------------|
| 1) a là số âm; | 2) b là số dương; |
| 3) t lớn hơn hoặc bằng 20; | 4) m lớn hơn 50. |

Lời giải 1) $a < 0$; 2) $b > 0$;
3) $t \geq 20$; 4) $m > 50$;

Bài 13: Hãy chỉ ra các bất đẳng thức diễn tả mỗi khẳng định sau:

- | | |
|-----------------------------|---------------------------|
| 1) k là số không âm; | 2) e là số không dương; |
| 3) x bé hơn hoặc bằng 19; | 4) y không lớn hơn 10. |

Lời giải 1) $k \geq 0$; 2) $e \leq 0$;
3) $x \leq 19$; 4) $y \leq 10$.

Bài 14: Hãy chỉ ra các bất đẳng thức diễn tả mỗi khẳng định sau:

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| 1) a là số không lớn hơn 8; | 2) b là số không nhỏ hơn 7; |
| 3) t nhỏ hơn hoặc bằng 5; | 4) m nhỏ hơn hoặc bằng 11; |

Lời giải 1) $a \leq 8$; 2) $b \geq 7$;
3) $t \leq 5$; 4) $m \leq 11$.

Bài 15: Hãy chỉ ra các bất đẳng thức diễn tả mỗi khẳng định sau:

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| 1) n nhỏ hơn 36; | 2) x nhỏ hơn hoặc bằng 3; |
| 3) y lớn hơn hoặc bằng 0; | 4) a không lớn hơn 13. |

Lời giải 1) $n < 36$; 2) $x \leq 3$;
3) $y \geq 0$; 4) $a \leq 13$.

Dạng 4. Giải bất phương trình bậc nhất một ẩn

Bài 16: Giải bất phương trình:

- | | | |
|------------------|-------------------|-------------------|
| 1) $x - 3 > 0$; | 2) $x - 4 < -8$; | 3) $x + 2 < 0$; |
| 4) $x - 2 > 4$; | 5) $x + 5 < 7$; | 6) $x + 3 > -6$. |

Lời giải

- | | | |
|----------------|-----------------|----------------|
| 1) $x - 3 > 0$ | 2) $x - 4 < -8$ | 3) $x + 2 < 0$ |
|----------------|-----------------|----------------|

$x > 3$.
Vậy nghiệm của bất phương trình là $x > 3$.

4) $x - 2 > 4$
 $x > 4 + 2$
 $x > 6$.

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x > 6$.

Bài 17 Giải bất phương trình:

1) $2x + 1 < x + 4$;

4) $-3x > -4x + 2$;

$x < 4 - 8$
 $x < -4$.

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x < -4$.

5) $x + 5 < 7$
 $x < 7 - 5$
 $x < 2$.

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x < 2$.

2) $8x + 2 < 7x - 1$;

5) $-2x > -3x + 3$;

$x < -2$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x < -2$.

6) $x + 3 > -6$
 $x > -6 - 3$
 $x > -9$.

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x > -9$.

3) $3x + 4 > 2x + 3$;

6) $-4x - 2 > -5x + 6$.

Lời giải

1) $2x + 1 < x + 4$

$2x - x < -1 + 4$

$x < 3$.

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x < 3$.

4) $-3x > -4x + 2$

$-3x + 4x > 2$

$x > 2$.

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x > 2$.

2) $8x + 2 < 7x - 1$

$8x - 7x < -2 - 1$

$x < -3$.

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x < -3$.

5) $-2x > -3x + 3$

$-2x + 3x > 3$

$x > 3$.

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x > 3$.

3) $3x + 4 > 2x + 3$

$3x - 2x > -4 + 3$

$x > -1$.

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x > -1$.

6) $-4x - 2 > -5x + 6$

$-4x + 5x > 2 + 6$

$x > 8$.

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x > 8$.

Bài 18: Giải bất phương trình:

1) $\frac{3x-1}{4} > 2$;

4) $\frac{6-4x}{5} < 1$;

2) $\frac{2x+4}{3} < 3$;

5) $\frac{15-6x}{3} > 5$;

3) $\frac{1-2x}{3} > 4$;

6) $\frac{8-11x}{4} < 13$.

Lời giải

1) $\frac{3x-1}{4} > 2$

$\frac{3x-1}{4} > \frac{2 \cdot 4}{4}$

$3x - 1 > 8$

2) $\frac{2x+4}{3} < 3$

$\frac{2x+4}{3} < \frac{9}{3}$

$2x + 4 < 9$

3) $\frac{1-2x}{3} > 4$

$\frac{1-2x}{3} > \frac{12}{3}$

$1 - 2x > 12$

$3x > 9$ $x > 3.$ Vậy nghiệm của bất phương trình là $x > 3.$	$2x < 5$ $x < \frac{5}{2}.$ Vậy nghiệm của bất phương trình là $x < \frac{5}{2}.$	$-2x > 12 - 1$ $-2x > 11$ $x < \frac{-11}{2}.$ Vậy nghiệm của bất phương trình là $x < \frac{-11}{2}.$
4) $\frac{6-4x}{5} < 1.$ $6-4x < 5.$ $-4x < 5-6$ $-4x < -1$ $x > \frac{1}{4}.$ Vậy nghiệm của bất phương trình là $x > \frac{1}{4}.$	5) $\frac{15-6x}{3} > 5$ $\frac{15-6x}{3} > \frac{15}{3}$ $15-6x > 15$ $-6x > 0$ $x < 0.$ Vậy nghiệm của bất phương trình là $x < 0.$	6) $\frac{8-11x}{4} < 13$ $\frac{8-11x}{4} < \frac{52}{4}$ $8-11x < 52$ $-11x < 52-8$ $x > -4.$ Vậy nghiệm của bất phương trình là $x > -4.$

Bài 19: Giải bất phương trình:

1) $3(x-2)-5 \geq 3(2x-1);$

2) $-5(x-2)+2(x-3) \geq 7;$

3) $4x-7 \geq 5(2x-3)+4;$

4) $5x-7(2x-5) < 2(x-1);$

5) $(x-1)^2 < x(x+3) ;$

6) $2(x+2)^2 < 2x(x+2)+4.$

Lời giải

1) $3(x-2)-5 \geq 3(2x-1)$

$$3x-6-5 \geq 6x-3$$

$$3x-6x \geq -3+11$$

$$-3x \geq 8$$

$$x \leq \frac{-8}{3}.$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \leq \frac{-8}{3}.$

3) $4x-7 \geq 5(2x-3)+4$

$$4x-7 \geq 10x-15+4$$

$$4x-10x \geq -11+7$$

$$-6x \geq -4$$

2) $-5(x-2)+2(x-3) \geq 7$

$$-5x+10+2x-6 \geq 7$$

$$-5x+2x \geq 7-4$$

$$-3x \geq 3$$

$$x \leq -1.$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \leq -1.$

4) $5x-7(2x-5) < 2(x-1)$

$$5x-14x+35 < 2x-2$$

$$5x-14x-2x < -2-35$$

$$-11x < -37$$

$$x \leq \frac{2}{3}.$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \leq \frac{2}{3}$.

$$5) (x-1)^2 < x(x+3)$$

$$x^2 - 2x + 1 < x^2 + 3x$$

$$-2x + 1 < 3x$$

$$-2x - 3x < -1$$

$$-5x < -1$$

$$x > \frac{1}{5}.$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x > \frac{1}{5}$.

Bài 20: Giải bất phương trình:

$$1) \frac{x+1}{3} + \frac{x}{2} \geq 4;$$

$$2) 4 - \frac{x+4}{8} \geq \frac{x-5}{2};$$

$$3) \frac{7-2x}{4} \leq \frac{5x-1}{8} + 4;$$

$$4) \frac{3-2x}{3} > \frac{1-5x}{9} + 2;$$

$$5) \frac{-x+3}{6} - \frac{x-2}{3} \leq \frac{-5}{4};$$

$$6) \frac{3x-1}{3} - \frac{2x-3}{4} \geq \frac{4x-1}{6}.$$

Lời giải

$$1) \frac{x+1}{3} + \frac{x}{2} \geq 4$$

$$\frac{2(x+1)}{6} + \frac{3x}{6} \geq \frac{4 \cdot 6}{6}$$

$$2x + 2 + 3x \geq 24$$

$$5x \geq 22$$

$$x \geq \frac{22}{5}.$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \geq \frac{22}{5}$.

$$3) \frac{7-2x}{4} \leq \frac{5x-1}{8} + 4$$

$$\frac{2(7-2x)}{8} \leq \frac{5x-1}{8} + \frac{32}{8}$$

$$14 - 4x \leq 5x - 1 + 32$$

$$-4x - 5x \leq 31 - 14$$

$$-9x \leq 17$$

$$x \geq \frac{-17}{9}.$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \geq \frac{-17}{9}$.

$$5) \frac{-x+3}{6} - \frac{x-2}{3} \leq \frac{-5}{4}$$

$$x > \frac{37}{11}.$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x > \frac{37}{11}$.

$$6) 2(x+2)^2 < 2x(x+2) + 4$$

$$2(x^2 + 4x + 4) < 2x^2 + 4x + 4$$

$$2x^2 + 8x + 8 < 2x^2 + 4x + 4$$

$$8x - 4x < -8 + 4$$

$$4x < -4$$

$$x < -1.$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x < -1$.

$$2) 4 - \frac{x+4}{8} \geq \frac{x-5}{2}$$

$$\frac{32}{8} - \frac{x+4}{8} \geq \frac{4(x-5)}{8}$$

$$32 - x - 4 \geq 4x - 20$$

$$-x - 4x \geq -20 - 28$$

$$-5x \geq -48$$

$$x \leq \frac{48}{5}.$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \leq \frac{48}{5}$.

$$4) \frac{3-2x}{3} > \frac{1-5x}{9} + 2$$

$$\frac{3 \cdot (3-2x)}{9} > \frac{1-5x}{9} + \frac{18}{9}$$

$$9 - 6x > 1 - 5x + 18$$

$$-6x + 5x > 19 - 9$$

$$-x > 10$$

$$x < -10.$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x < -10$.

$$6) \frac{3x-1}{3} - \frac{2x-3}{4} \geq \frac{4x-1}{6}$$

$$\frac{2(-x+3)}{12} - \frac{4(x-2)}{12} \leq \frac{-5.3}{12}$$

$$-2x+6-4x+8 < -15$$

$$-2x-4x < -15-14$$

$$-6x < -29$$

$$x > \frac{29}{6}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x > \frac{29}{6}$.

$$\frac{4(3x-1)}{12} - \frac{3(2x-3)}{12} \geq \frac{2(4x-1)}{12}$$

$$12x-4-6x+9 \geq 8x-2$$

$$6x+5 \geq 8x-2$$

$$6x-8x \geq -5-2$$

$$-2x \geq -7$$

$$x \leq \frac{7}{2}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \leq \frac{7}{2}$.

Dạng 5. Bài toán thực tế

Bài 21: Biển báo giao thông R.306 (Hình bên) báo tốc độ tối thiểu cho các xe cơ giới. Biển có hiệu lực bắt buộc các loại xe cơ giới vận hành với tốc độ không nhỏ hơn trị số ghi trên biển trong điều kiện giao thông thuận lợi và an toàn. Cho biết một ô tô đi trên đường đó với tốc độ a (km/h). Hãy viết bất đẳng thức cho tình huống trên.



Lời giải

Một ô tô đi trên đường đó với tốc độ a km/h thì ta có a không nhỏ hơn 60. Vậy $a \geq 60$.

Bài 22: Một ca nô đi xuôi dòng trong 3 giờ. Biết rằng tốc độ của ca nô khi nước yên lặng không quá 30 km/h và tốc độ của dòng nước là 5 km/h. Chứng minh quãng đường ca nô đi được trong thời gian trên không vượt quá 105 km.

Lời giải

Vì tốc độ của ca nô khi nước yên lặng không quá 30 km/h và tốc độ của dòng nước là 5 km/h.

Gọi x là vận tốc ca nô khi nước yên lặng, thì $x \leq 30$ km/h.

Vận tốc xuôi dòng $x+5 \leq 35$ km/h.

Gọi S là quãng đường ca nô đi chuyển xuôi dòng trong 3 giờ.

Ta có $S \leq 3.(x+5)$ nên $S \leq 3.35$ hay $S \leq 105$.

Vậy quãng đường ca nô đi được trong thời gian 3 giờ không vượt quá 105 km.

Bài 23 Bác An muốn rào xung quanh mảnh vườn hình chữ nhật có số đo chiều dài là x (m). Chiều rộng ngắn hơn chiều dài 10 m. Bác An ước lượng là $x > 30$. Bác có tấm lưới dài khoảng 90 m. Tấm lưới này có đủ dài để bác An rào vườn không? Giải thích vì sao.

Lời giải

Mảnh vườn hình chữ nhật có số đo chiều dài là x (m). (điều kiện $x > 10$)

Chiều rộng ngắn hơn chiều dài 10 m nên chiều rộng của vườn là $x-10$ (m)

Vì $x > 30$ nên $x-10 > 20$ nên nửa chu vi $x+x-10 > 50$

Suy ra chu vi của mảnh vườn là $2.(x+x-10) > 100$

Bác có tấm lưới dài khoảng 90 m nên bác không đủ lưới để rào vườn.

Bài 24 Sau Tết Nga có 1500000 đồng tiền lì xì. Mỗi ngày Nga để dành được 25000 đồng. Nga muốn mua một chiếc xe đạp giá 3280000 đồng. Hỏi Nga phải để dành ít nhất bao nhiêu ngày để đủ tiền mua xe?

Lời giải

Gọi số ngày Nga phải để dành để đủ tiền mua xe là x (ngày), ($x \in N^*$).

Số tiền Nga để dành được sau x ngày là $25000.x$ (đồng).

Số tiền Nga có (cả tiền lì xì và tiền để dành) là $1500000 + 25000.x$ (đồng)

Để đủ tiền mua xe thì số tiền Nga có phải lớn hơn hoặc bằng 3280000 nên ta có:

$$1500000 + 25000.x \geq 3280000$$

$$25000.x \geq 3280000 - 1500000$$

$$25000.x \geq 1780000$$

$$x \geq 71,2$$

Mà x là số tự nhiên nhỏ nhất thỏa mãn $x \geq 71,2$ nên $x = 72$.

Vậy để đủ tiền mua xe, Nga phải để dành tiền ít nhất trong 72 ngày.

Bài 25 Trong một kì thi gồm ba môn Toán, Ngữ văn và Tiếng Anh, điểm số môn Toán và Ngữ văn tính theo hệ số 2, điểm số môn Tiếng Anh tính theo hệ số 1. Để trúng tuyển, điểm số trung bình của ba môn ít nhất phải bằng 8. Bạn Tuấn đã đạt 9,0 điểm môn Toán và 7,5 điểm môn Ngữ văn. Hãy lập và giải bất phương trình để tìm điểm số Tiếng Anh tối thiểu mà bạn Tuấn phải đạt để trúng tuyển ?

Lời giải

Gọi số điểm tiếng Anh bạn Tuấn đạt được là x ($0 \leq x \leq 10$).

$$\text{Để trúng tuyển thì ta phải có } \frac{9.2 + 7,5.2 + x}{5} \geq 8.$$

Giải bất phương trình trên ta được $x \geq 7$.

Vậy điểm số Tiếng Anh tối thiểu mà bạn Tuấn phải đạt để trúng tuyển là điểm 7.