

Câu 1 (3,0 điểm).

1. Cho biểu thức  $A = \left( \frac{\sqrt{x}-2}{x-1} - \frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} \right) \cdot \frac{x^2-2x+1}{2}$ , với  $x \geq 0; x \neq 1$ .

a) Rút gọn biểu thức  $A$ .

b) Tính giá trị biểu thức  $A$  khi  $x = 7 - 4\sqrt{3}$ .

2. Cho  $(x + \sqrt{x^2 + 2026})(y + \sqrt{y^2 + 2026}) = 2026$ . Tính giá trị biểu thức  $P = x^{2027} + y^{2027}$ .

Câu 2 (3,0 điểm).

a) Một hộp đựng 40 viên bi có cùng khối lượng và kích thước. Trong 40 viên bi đó có 4 viên bi màu vàng, còn lại là các viên bi màu xanh hoặc màu đỏ, số viên bi màu đỏ gấp hai lần số viên bi màu xanh. Bạn Nam lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Tính xác suất để bạn Nam lấy được viên bi màu xanh.

b) Tìm tất cả các cặp số nguyên  $(x; y)$  thỏa mãn  $9x^2 + 5y^2 - 12xy + 6x - 10y + 6 = 0$ .

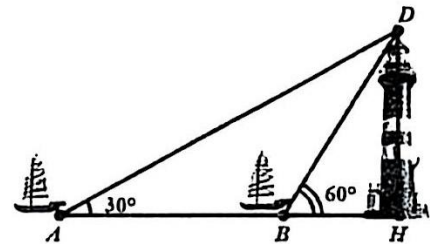
Câu 3 (4,0 điểm).

a) Giải phương trình  $\sqrt{9+x} + \sqrt{7-x} = 4$ .

b) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} (x+y)^2 + y^2 + x + 4y = 0 \\ y(x+y)^2 = 2x^2 + 2x + 13y. \end{cases}$

Câu 4 (3,0 điểm).

a) Hai chiếc thuyền ở hai vị trí  $A$  và  $B$  cách nhau 250m và thẳng hàng với chân  $H$  của tháp hải đăng  $DH$  ở trên biển. Từ  $A$  và  $B$  người ta nhìn thấy đỉnh  $D$  của tháp hải đăng dưới các góc  $\widehat{DAH} = 30^\circ$ ,  $\widehat{DBH} = 60^\circ$ . Tính chiều cao  $DH$  của tháp hải đăng (tham khảo hình vẽ bên).



b) Cho  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$  ( $AB < AC$ ). Đường phân giác trong và đường phân giác ngoài tại đỉnh  $A$

của tam giác cắt đường thẳng  $BC$  lần lượt tại  $M$  và  $N$ . Chứng minh rằng  $\frac{1}{AM} + \frac{1}{AN} = \frac{\sqrt{2}}{AB}$ .

Câu 5 (3,0 điểm). Cho đường tròn  $(O)$  và dây cung  $BC = a$  không đổi ( $O \notin BC$ ). Điểm  $A$  di động trên cung lớn  $BC$  sao cho tam giác  $ABC$  có ba góc nhọn. Các đường cao  $AD, BE, CK$  cắt nhau tại  $H$  ( $D \in BC, E \in AC, K \in AB$ ).

a) Chứng minh bốn điểm  $A, K, H, E$  cùng thuộc một đường tròn.

b) Trong trường hợp  $\widehat{BHC} = \widehat{BOC}$ . Tính  $AH$  theo  $a$  và tìm vị trí của  $A$  để tích  $DH \cdot DA$  nhận giá trị lớn nhất.

Câu 6 (2,0 điểm). Cho các số thực  $a, b$  thỏa mãn  $\begin{cases} a \geq 1, b > -1 \\ \sqrt{ab+a-b-1} + 1 \leq 2\sqrt{b+1}. \end{cases}$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $B = \frac{208\sqrt{ab+a-b-1}}{25a+27b+2} + \frac{15(a-1)}{b+1}$ .

Câu 7 (2,0 điểm). Biển số xe máy điện của bạn An có dạng  $89MĐ-abc.de$ . Trong đó  $\overline{abcde}$  là một số tự nhiên có năm chữ số, biết rằng khi bỏ đi ba chữ số cuối của nó thì ta được một số mới bằng căn bậc ba của số ban đầu. Xác định biển số xe máy điện của bạn An.

----- Hết -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.