

CHƯƠNG VIII. XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ TRONG MỘT SỐ MÔ HÌNH XÁC SUẤT ĐƠN GIẢN

BÀI 25. PHÉP THỬ NGẪU NHIÊN VÀ KHÔNG GIAN MẪU

A. CÁC KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NHỚ

1. Phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu

- Một hoặc một số hành động, thực nghiệm được tiến hành liên tiếp hay đồng thời mà kết quả của chúng không thể biết được trước khi thực hiện nhưng có thể liệt kê được tất cả các kết quả có thể xảy ra, được gọi là một *phép thử ngẫu nhiên*, gọi tắt là phép thử.
- Tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử (gọi tắt là tập tất cả các kết quả có thể của phép thử) được gọi là *không gian mẫu* của phép thử. Không gian mẫu của phép thử được kí hiệu là Ω .

Ví dụ 1. Bạn Lan gieo một con xúc xắc và bạn Hoà gieo một đồng xu. Quan sát số chấm xuất hiện trên con xúc xắc và mặt xuất hiện của đồng xu.

- Phép thử và kết quả của phép thử là gì?
- Mô tả không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?

Lời giải

- Phép thử là bạn Lan gieo một con xúc xắc và bạn Hoà gieo một đồng xu. Kết quả của phép thử là số chấm xuất hiện trên con xúc xắc và mặt xuất hiện của đồng xu (mặt sấp (S), mặt ngửa (N)).
- Ta liệt kê được tất cả các kết quả có thể của phép thử bằng cách lập bảng sau:

Xúc xắc \ Đồng xu	1	2	3	4	5	6
S	(1; S)	(2; S)	(3; S)	(4; S)	(5; S)	(6; S)
N	(1; N)	(2; N)	(3; N)	(4; N)	(5; N)	(6; N)

Mỗi ô là một kết quả có thể. Không gian mẫu là tập hợp 12 ô của bảng trên. Do đó không gian mẫu của phép thử là $\Omega = \{(1, S); (2, S); (3, S); (4, S); (5, S); (6, S); (1, N); (2, N); (3, N); (4, N); (5, N); (6, N)\}$.

Vậy không gian mẫu có 12 phần tử.

Ví dụ 2. Một hộp kín đựng 4 quả bóng có cùng khối lượng và kích thước, được đánh số 1; 2; 3; 4. Lấy ngẫu nhiên lần lượt hai quả bóng từ hộp, quả bóng được lấy ra lần đầu không trả lại vào hộp. Quan sát hai số ghi trên hai quả bóng được lấy ra.

- Phép thử và kết quả của phép thử là gì?
- Mô tả không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?

Lời giải

a) Phép thử là lấy ngẫu nhiên lần lượt hai quả bóng từ hộp, quả bóng được lấy ra lần đầu không trả lại vào hộp.

Kết quả của phép thử là một cặp số (a, b) , trong đó a và b tương ứng là số ghi trên quả bóng được lấy ra ở lần thứ nhất và lần thứ hai. Vì quả bóng được lấy ra lần đầu không trả lại vào hộp nên $a \neq b$.

b) Ta liệt kê được tất cả các kết quả có thể của phép thử bằng cách lập bảng như sau:

Lần 1 \ Lần 2	1	2	3	4
1	(1;1)	(1;2)	(1;3)	(1;4)
2	(2;1)	(2;2)	(2;3)	(2;4)
3	(3;1)	(3;2)	(3;3)	(3;4)
4	(4;1)	(4;2)	(4;3)	(4;4)

Chú ý rằng $a \neq b$ nên cặp có hai phần tử trùng nhau không được tính, tức là trong bảng ta phải xoá 4 ô: (1,1), (2,2), (3,3), (4,4).

Do đó không gian mẫu của phép thử là

$$\Omega = \{(1,2); (1,3); (1,4); (2,1); (2,3); (2,4); (3,1); (3,2); (3,4); (4,1); (4,2); (4,3)\}.$$

Vậy không gian mẫu có 12 phần tử.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Phép thử ngẫu nhiên

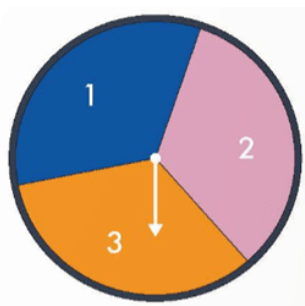
Ví dụ 1. Trong các hoạt động sau, hoạt động nào là phép thử ngẫu nhiên? Tại sao?

- Gieo 2 khối gỗ hình lập phương, mỗi khối được sơn một màu, màu xanh và màu vàng. Quan sát màu sắc của mặt xuất hiện bên trên.
- Chọn bất kì 1 cây bút bi từ hộp có 4 cây bút bi.
- Chọn ra đồng thời 2 que gỗ từ hộp có 2 que gỗ màu xanh và que gỗ màu đỏ.

Ví dụ 2. Mỗi hành động sau có phải là phép thử ngẫu nhiên? Giải thích vì sao?

- Trên bàn có 5 phiếu giống hệt nhau. Trên 2 phiếu có vẽ hoa mai. Trên 3 phiếu còn lại vẽ hoa đào. Bạn Hà Mi lấy một phiếu bất kì và quan sát hình vẽ trên đó.
- “Dé mèn phiếu lưu kí” là quyển sách duy nhất có trên bàn. Bạn Minh Khang lấy một quyển sách trên bàn để đọc.

Ví dụ 3. Một tấm bìa cứng hình tròn được chia làm ba hình quạt bằng nhau, đánh số 1;2;3 và được gắn vào trục quay cố định ở tâm (xem hình).



Bạn Hiền quay tấm bìa liên tiếp hai lần và quan sát xem mũi tên chỉ vào hình quạt nào khi tấm bìa dừng lại. Phép thử và kết quả của phép thử là gì?

Ví dụ 4. Gieo một con xúc xắc một lần. Phép thử và kết quả của phép thử là gì?

Ví dụ 5. Một cửa hàng muốn tặng hai phần quà cho hai trong bốn khách hàng có lượng mua nhiều nhất trong tháng bằng cách rút thăm ngẫu nhiên. Việc rút thăm tiến hành như sau: Nhân viên viết tên 4 khách

hàng đó vào 4 lá phiếu để vào một chiếc hộp. Nhân viên rút ngẫu nhiên một lá phiếu trong hộp. Lá phiếu rút ra không trả lại vào hộp. Sau đó, nhân viên tiếp tục rút ngẫu nhiên một lá phiếu từ ba lá phiếu còn lại. Hai khách hàng có tên trong hai lá phiếu được rút ra là hai khách hàng được tặng quà. Phép thử và kết quả của phép thử là gì?

Dạng 2. Không gian mẫu. Số phần tử của không gian mẫu

Ví dụ 1. Xác định không gian mẫu của các phép thử ngẫu nhiên sau:

- Gieo 1 con xúc các cân đối và đồng chất hai lần.
- Lấy ra lần lượt 2 quả bóng từ một hộp chứa 3 quả bóng được đánh số 1 ; 2 ; 3.

Ví dụ 2. Hai bạn nam Hùng, Dũng và hai bạn nữ Dung, Nguyệt tham gia đội văn nghệ của lớp 9A. Cô giáo phụ trách đội chọn ngẫu nhiên hai bạn để hát song ca. Liệt kê các cách chọn ngẫu nhiên hai bạn để hát song ca.

Ví dụ 3. Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên lẻ có hai chữ số. Tìm số phần tử của tập hợp Ω gồm các kết quả có thể xảy ra đối với số tự nhiên được viết ra.

Ví dụ tương tự.

Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên lớn hơn 499 và nhỏ hơn 1000. Viết tập hợp các kết quả có thể xảy ra của phép thử. Có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra:

Ví dụ 4. Một hộp có chứa 5 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 5. Lấy ra ngẫu nhiên cùng một lúc 2 tấm thẻ từ hộp. Hãy liệt kê các phần tử của không gian mẫu của phép thử.

Ví dụ 5. Màu hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình: màu vàng và màu xanh, có hai gene ứng với hai kiểu hình này allele trội A và allele lặn a . Hình dạng hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình: hạt trơn và hạt nhăn, có hai gene ứng với hai kiểu hình này allele trội B và allele lặn b . Khi cho lai hai cây đậu Hà Lan, cây con lấy ngẫu nhiên một gene từ cây bố và một gene từ cây mẹ để hình thành một cặp gene. Phép thử là cho lai hai cây đậu Hà Lan, trong đó cây bố có kiểu gene là (AA, Bb) , cây mẹ có kiểu gene là (Aa, Bb) . Hãy mô tả không gian mẫu của phép thử trên. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?

Gợi ý: Về kiểu gene, có hai kiểu gene ứng với màu hạt của cây con là $AA; Aa$.

Có bốn kiểu gene ứng với dạng hạt của cây con là $BB; Bb; bB; bb$.

Ví dụ 6. Trên giá sách có 4 quyển thuộc thể loại Văn học, 3 quyển thuộc thể loại Lịch sử, 2 quyển thuộc thể loại Khoa học viễn tưởng. Bạn Minh Anh rút ngẫu nhiên một quyển. Có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra? Không gian mẫu của phép thử này gồm những phần tử nào?

Ví dụ 7. Trong hộp thứ nhất có 5 thẻ được đánh số 1,2,3,4,5. Trong hộp thứ hai có 4 chữ cái tạo thành từ TOÁN. Lấy ngẫu nhiên một thẻ trong hộp thứ nhất và một chữ cái trong hộp thứ hai. Hãy mô tả không gian mẫu của phép thử đó.

Ví dụ tương tự.

Xét phép thử tung một đồng xu và một con xúc xắc 6 mặt. Hãy liệt kê các phần tử của không gian mẫu.

C. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

8.1. Chọn ngẫu nhiên một gia đình có hai con và quan sát giới tính của hai người con đó.

- Phép thử và kết quả của phép thử là gì?

b) Mô tả không gian mẫu của phép thử.

8.2. Một hộp đựng 5 tấm thẻ ghi các số 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5. Rút ngẫu nhiên lần lượt hai tấm thẻ từ hộp, tấm thẻ rút ra lần đầu không trả lại vào hộp.

a) Phép thử và kết quả của phép thử là gì?

b) Mô tả không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?

8.3. Có hai nhóm học sinh: Nhóm I có ba học sinh nam là Huy, Sơn, Tùng; nhóm II có ba học sinh nữ là Hồng, Phương, Linh. Giáo viên chọn ngẫu nhiên một học sinh từ mỗi nhóm.

a) Phép thử và kết quả của phép thử là gì?

b) Mô tả không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?

8.4. Xếp ngẫu nhiên ba bạn Mai, Việt, Lan trên một chiếc ghế dài.

a) Phép thử và kết quả của phép thử là gì?

b) Mô tả không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?

D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1. Bạn Tùng gieo một con xúc xắc và bạn Sơn gieo một đồng xu liên tiếp hai lần.

a) Phép thử là gì?

b) Mô tả không gian mẫu của phép thử.

Câu 2. Túi I có 2 viên bi màu đen, kí hiệu là B_1, B_2 và 2 viên bi màu trắng, kí hiệu là T_1, T_2 . Túi II có 3 viên bi màu xanh, kí hiệu là X_1, X_2, X_3 và 2 viên bi màu đỏ, kí hiệu là D_1, D_2 , các viên bi có cùng kích thước. Từ mỗi túi lấy ngẫu nhiên một viên bi.

a) Phép thử là gì?

b) Mô tả không gian mẫu của phép thử.

Câu 3. Bạn Minh gieo một đồng xu và bạn Ngọc lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ một hộp chứa 4 quả bóng với các màu xanh, đỏ, tím, vàng.

a) Phép thử là gì?

b) Có bao nhiêu kết quả có thể? Mô tả không gian mẫu của phép thử.

Câu 4. Túi A chứa 4 tấm thẻ được đánh số 1,2,3,4. Túi B chứa 4 viên bi với các màu xanh, đỏ, tím, vàng. Từ túi A rút ngẫu nhiên một tấm thẻ đồng thời từ túi B lấy ngẫu nhiên một viên bi.

a) Phép thử là gì?

b) Có bao nhiêu kết quả có thể? Mô tả không gian mẫu của phép thử.

Câu 5. Một hộp đựng 6 chiếc kẹo với các nhãn hiệu A, B, C, D, E, F . Bạn Lan lấy ngẫu nhiên một chiếc kẹo cho vào cặp sách của mình. Tiếp đó bạn Hồng lấy ngẫu nhiên một chiếc kẹo từ hộp.

a) Phép thử và kết quả của phép thử là gì?

b) Mô tả không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?

Câu 6. Một tấm bia hình tròn được chia làm năm hình quạt tròn có diện tích bằng nhau, trên mỗi hình quạt lần lượt ghi các số 1,2,3,4,5 và được gắn vào trục quay có mũi tên cố định ở tâm. Bạn An quay tấm bia hai lần và quan sát xem mũi tên chỉ vào hình quạt nào khi tấm bia dừng lại.

a) Phép thử và kết quả của phép thử là gì?

b) Mô tả không gian mẫu của phép thử.

Câu 7. Một hộp chứa 3 quả bóng bàn và 2 quả bóng gôn. Trong các hoạt động sau, hoạt động nào là phép thử ngẫu nhiên?

a) Chọn ra đồng thời 5 quả bóng từ hộp.

b) Chọn ra lần lượt 5 quả bóng từ hộp, bóng lấy ra không được trả lại hộp.

c) Chọn ra đồng thời 2 quả bóng gôn từ hộp.

d) Chọn ra đồng thời 2 quả bóng bàn từ hộp.

Câu 8. Một hộp đựng 4 tấm thẻ ghi các số 5; 6; 8; 9. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 tấm thẻ từ hộp. Tấm thẻ lấy ra lần đầu không được trả lại hộp.

a) Xác định không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu của phép thử có bao nhiêu phần tử?

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố A : "Tích các số ghi trên hai tấm thẻ là số lẻ".

Câu 9. Một hộp chứa 2 cây bút xanh và 1 cây bút tím.

a) Liệt kê các phần tử của không gian mẫu của phép thử chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 cây bút từ hộp.

b) Liệt kê các phần tử của không gian mẫu của phép thử chọn ngẫu nhiên lần lượt 2 cây bút từ hộp, cây bút lấy ra lần thứ nhất không được trả lại hộp trước khi lấy cây bút thứ hai.

c) Liệt kê các phần tử của không gian mẫu của phép thử chọn ngẫu nhiên lần lượt 2 cây bút từ hộp, cây bút lấy ra lần thứ nhất được trả lại hộp trước khi lấy cây bút thứ hai.

Câu 10. Hộp thứ nhất chứa 2 tấm thẻ cùng loại được đánh số 1; 2. Hộp thứ hai chứa 3 tấm thẻ cùng loại được đánh số 3; 4; 5. Bạn Hà lấy ngẫu nhiên 1 tấm thẻ từ hộp thứ nhất và 1 tấm thẻ từ hộp thứ hai.

a) Hãy xác định không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu của phép thử có bao nhiêu phần tử?

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố A : "Các số trên hai thẻ lấy ra đều là số lẻ". Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố A?

Câu 11. Một nhóm học sinh gồm 2 bạn lớp 9 A là Đăng, Phước và 3 bạn lớp 9 B là Dung, Thọ và Thuý. Thầy giáo chọn ngẫu nhiên 1 học sinh lớp 9 A và 1 học sinh lớp 9B từ nhóm trên.

a) Hãy xác định không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu của phép thử có bao nhiêu phần tử?

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố A: "Tên của hai bạn được chọn đều có chữ cái n". Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố A ?

Câu 12. Peter sẽ đến thăm Thủ đô Hà Nội, Thành phố Huế và Thành phố Hồ Chí Minh trong chuyến du lịch Việt Nam của mình. Peter dự định thăm ba thành phố trên theo một thứ tự ngẫu nhiên. Hãy mô tả không gian mẫu của phép thử.

Câu 13. Ba bạn Bắc, Trung, Nam vào một quán giải khát. Bắc gọi một li sinh tố bơ, Trung gọi một li sinh tố chuối và Nam gọi một li sinh tố dứa. Khi mang các li sinh tố ra, cô phục vụ đã đưa cho mỗi người một li sinh tố một cách ngẫu nhiên.

a) Hãy xác định không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu của phép thử có bao nhiêu phần tử?

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố A : "Bạn Bắc nhận đúng li sinh tố mình đã gọi".

BÀI 26. XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ LIÊN QUAN TỚI PHÉP THỬ

A. CÁC KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NHỚ

I. KẾT QUẢ THUẬN LỢI CHO MỘT BIẾN CỐ LIÊN QUAN TỚI PHÉP THỬ

Cho phép thử T . Xét biến cố E , ở đó việc xảy ra hay không xảy ra của E tùy thuộc vào kết quả của phép thử T . Kết quả của phép thử T làm cho biến cố E xảy ra gọi là kết quả thuận lợi cho E .

Ví dụ 1. Một tấm bìa cứng hình tròn được chia làm bốn hình quạt bằng nhau, đánh số 1 ; 2 ; 3 ; 4 và được gắn vào trục quay có mũi tên ở tâm (H.8.2). Bạn Tuấn quay tấm bìa hai lần, quan sát và ghi lại số của hình quạt mà mũi tên chỉ vào.



Hình 8.2

- Phép thử là gì? Hãy mô tả không gian mẫu của phép thử.
- Xét biến cố E : “Tổng hai số ghi trên hai hình quạt ở hai lần quay bằng 5”. Mô tả các kết quả thuận lợi cho biến cố E .
- Xét biến cố F : “Tích hai số ghi trên hai hình quạt ở hai lần quay bằng 4”. Mô tả các kết quả thuận lợi cho biến cố F .

Lời giải

- Phép thử là quay tấm bìa hai lần. Kết quả của phép thử là một cặp số (a, b) , trong đó a và b tương ứng là số ghi trên các hình quạt mà mũi tên chỉ vào ở lần quay thứ nhất và thứ hai.

Ta liệt kê được tất cả các kết quả có thể của phép thử bằng cách lập bảng như sau:

Lần 1 \ Lần 2	1	2	3	4
1	(1;1)	(1;2)	(1;3)	(1;4)
2	(2;1)	(2;2)	(2;3)	(2;4)
3	(3;1)	(3;2)	(3;3)	(3;4)
4	(4;1)	(4;2)	(4;3)	(4;4)

Mỗi ô trong bảng là một kết quả có thể. Không gian mẫu là tập hợp 16 ô của bảng trên. Như vậy, không gian mẫu của phép thử là

$$\Omega = \{(1,1); (1,2); (1,3); (1,4); (2,1); (2,2); (2,3); (2,4); (3,1); (3,2); (3,3); (3,4); (4,1); (4,2); (4,3); (4,4)\}.$$

- Các kết quả thuận lợi cho biến cố E là $(1,4); (2,3); (3,2); (4,1)$.

- Các kết quả thuận lợi cho biến cố F là $(1,4); (2,2); (4,1)$.

II. TÍNH XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ LIÊN QUAN ĐẾN PHÉP THỬ KHI CÁC KẾT QUẢ CỦA PHÉP THỬ ĐỒNG KHẢ NĂNG

Giả sử rằng các kết quả có thể của phép thử T là đồng khả năng. Khi đó xác suất $P(E)$ của biến cố E bằng tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho biến cố E và số phần tử của tập Ω : $P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)}$, trong đó Ω là không gian mẫu của T ; $n(E)$ là số kết quả thuận lợi cho biến cố E và $n(\Omega)$ là số phần tử của tập Ω .

Cách tính xác suất của một biến cố

Việc tính xác suất của một biến cố E gồm các bước sau:

Bước 1. Mô tả không gian mẫu của phép thử. Từ đó xác định số phần tử của không gian mẫu Ω .

Bước 2. Chứng tỏ các kết quả có thể của phép thử là đồng khả năng.

Bước 3. Mô tả các kết quả thuận lợi cho biến cố E . Từ đó xác định số kết quả thuận lợi cho biến cố E .

Bước 4. Lập tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho biến cố E với số phần tử của không gian mẫu Ω .

Ví dụ 2. Ba bạn Bảo, Châu, Dương được xếp ngẫu nhiên ngồi trên một hàng ghế có ba chỗ ngồi. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) E: “Bảo không ngồi ngoài cùng bên phải”;

b) F: “Châu và Dương không ngồi cạnh nhau”.

Lời giải

Kí hiệu ba bạn Bảo, Châu, Dương lần lượt là B, C, D . Ta liệt kê các kết quả có thể xảy ra:

- Bảo ngồi ngoài cùng bên trái: có 2 cách xếp là BCD và BDC .

- Bảo ngồi giữa: có 2 cách xếp là CBD và DBC .

- Bảo ngồi ngoài cùng bên phải: có 2 cách xếp là CDB và DCB .

Vậy không gian mẫu của phép thử là $\Omega = \{BCD; BDC; CBD; DBC; CDB; DCB\}$. Tập Ω có 6 phần tử. Vì việc xếp chỗ ngồi là ngẫu nhiên nên các kết quả có thể là đồng khả năng.

a) Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố E là BCD, BDC, CBD và DBC . Vậy $P(E) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

b) Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố F là CBD và DBC . Vậy $P(F) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Ví dụ 3. Để trả lời câu hỏi trong tình huống mở đầu ta cần biết kiểu gene của cây bố và cây mẹ. Giả sử cây bố có kiểu gene là (AA, Bb) , cây mẹ có kiểu gene là (Aa, Bb) . Khi đó yêu cầu bài toán trở thành tính xác suất để cây con có hạt vàng và trơn.

Lời giải

Ở Bài 25, ta đã biết không gian mẫu là:

$$\Omega = \{(AA, BB); (AA, Bb); (AA, bB); (AA, bb); (Aa, BB); (Aa, Bb); (Aa, bB); (Aa, bb)\}$$

Tập Ω có 8 phần tử. Phép thử có 8 kết quả có thể. Do cây con chọn ngẫu nhiên một gene từ cây bố và một gene từ cây mẹ nên các kết quả có thể trên là đồng khả năng.

Gọi M là biến cố “Cây con có hạt vàng và trơn”. Cây con có hạt vàng và trơn nếu trong gene màu hạt có ít nhất một allele trội A và trong gene dạng hạt có ít nhất một allele trội B .

Có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố M là $(AA, BB); (AA, Bb); (AA, bb); (Aa, BB); (Aa, Bb); (Aa, bb)$.

Vậy $P(M) = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Kết quả thuận lợi cho một biến cố

Ví dụ 1. Xét phép thử tung một con xúc xắc cân đối và đồng chất có 6 mặt. Gọi A là biến cố “Nhận được mặt có số chấm là số nguyên tố”. Hãy liệt kê những kết quả thuận lợi cho biến cố A .

Hướng dẫn: Các kết quả thuận lợi cho biến cố là một tập con của không gian mẫu.

Ví dụ 2. Bánh xe được chia thành 16 hình quạt bằng nhau, đánh số thứ tự từ 1 đến 16. Quay bánh xe và quan sát xem khi nó dừng thì mũi kim (được gắn cố định) chỉ vào hình quạt số mấy (ta nói ngắn gọn là “kim chỉ vào số mấy”). Hãy liệt kê các kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố sau:

A : “Kim chỉ vào số là bội số của 5”;

B : “Kim chỉ vào số là ước của 14”.



Ví dụ 3. Bảng thống kê tuổi các thành viên tham gia câu lạc bộ bơi lội của một nhà văn hoá thiếu nhi.

Tuổi của các thành viên câu lạc bộ bơi lội

	10 tuổi	12 tuổi	13 tuổi	14 tuổi	Tổng số
Nam	3	5	7	15	30
Nữ	5	6	10	6	27
Tổng số	8	11	17	21	57

Lấy ngẫu nhiên một bạn trong danh sách để kiểm tra sức khoẻ. Xét các biến cố:

A : “Chọn được một bạn nữ 10 tuổi”;

B : “Chọn được một bạn nữ”;

C : “Chọn được một bạn nam 13 tuổi hoặc 14 tuổi”.

Hãy xác định số kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố A, B, C .

Ví dụ 4. Bảng biểu diễn kết quả thống kê của một bệnh viện về cân nặng của một số trẻ sơ sinh.

Cân nặng của một số trẻ sơ sinh

Cân nặng (g)	[2800; 3000)	[3000; 3200)	[3200; 3400)	[3400; 3600)	Tổng số
Tần số Bé gái	4	17	10	5	36

	Bé trai	3	18	8	3	32
--	---------	---	----	---	---	----

Chọn ngẫu nhiên một trẻ sơ sinh trong số này. Xác định số kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố sau:

M : “Chọn được một bé gái thuộc nhóm có cân nặng trong khoảng $[3200;3400)$ (g)”

N : “Chọn được một bé cân nặng dưới 3000 g”;

O : “Chọn được một bé trai cân nặng không dưới 3200 g”.

Ví dụ 5. Viết ngẫu nhiên một số chẵn có hai chữ số. Hãy liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố “Số tự nhiên được viết là bội của 4”.

Hướng dẫn: $\Omega = \{10;12;...;96;98\}$. Bội của 4: 12; 16; ...; 96.

Ví dụ tương tự.

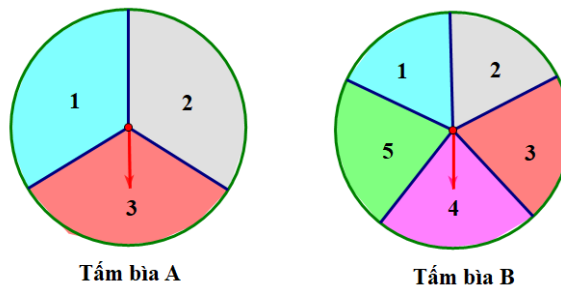
Viết ngẫu nhiên một số lẻ không vượt quá 100. Hãy liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố E : “Số tự nhiên được viết là bội của 9”.

Dạng 2. Xác suất của biến cố

Ví dụ 1. Màu hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình là vàng và xanh. Có hai gene ứng với hai kiểu hình này allele trội A và allele lặn a . Hình dạng hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình: hạt trơn và hạt nhăn. Có hai gene ứng với hai kiểu hình này allele trội B và allele lặn b . Khi cho lai hai cây đậu Hà Lan, cặp gene của cây con được lấy ngẫu nhiên một gene từ cây bố và một gene từ cây mẹ. Phép thử là cho lai hai cây đậu Hà Lan, trong đó cây bố và cây mẹ có kiểu hình là “hạt vàng nhăn”. Hỏi xác suất để cây con có kiểu hình như cây bố và cây mẹ là bao nhiêu?

Ví dụ tương tự.

Ví dụ 2. Tấm bìa cứng A hình tròn được chia thành 3 hình quạt có diện tích bằng nhau, đánh số 1;2;3 và tấm bìa cứng B hình tròn được chia thành 5 hình quạt có diện tích bằng nhau, đánh số 1;2;3;4;5. Trục quay của A và B được gắn mũi tên ở tâm. Bạn Nam quay tấm bìa A, bạn Bình quay tấm bìa B. Quan sát xem mũi tên dừng ở hình quạt nào trên hai tấm bìa. (Xem hình vẽ).



Tính xác suất của các biến cố sau:

E : “Tích hai số ở hình quạt mà hai mũi tên chỉ vào bằng 6”;

F : “Tích hai số ở hình quạt mà hai mũi tên chỉ vào nhỏ hơn 5”;

G : “Tích hai số ở hình quạt mà hai mũi tên chỉ vào là số chẵn”.

Hướng dẫn: Viết tập hợp Ω và các tập hợp E, F, G .

Ví dụ 3. Cho hai túi I và II, mỗi túi chứa 3 tấm thẻ được ghi các số 2; 4 ; 9. Rút ngẫu nhiên từ mỗi túi ra một tấm thẻ và ghép thành số có hai chữ số với chữ số trên tấm thẻ rút từ túi I là chữ số hàng chục. Tính xác suất các biến cố sau:

- a) A : “Số tạo thành chia hết cho 4”;
- b) B : “Số tạo thành là số nguyên tố”.

Ví dụ tương tự.

Xét ba bạn An, Bình, Châu ngồi trên một dãy ghế có ba chỗ ngồi. Tính xác suất các biến cố sau:

- a) E : “An không ngồi ngoài cùng bên phải”;
- b) B : “Bình và Châu ngồi cạnh nhau”.

Hướng dẫn: Viết tập hợp các phần tử của không gian mẫu bằng cách liệt kê các kết quả.

Ví dụ 4. Tính xác suất của các biến cố sau:

E : “Trong hai bạn được chọn, có một bạn nam và một bạn nữ”;

F : “Trong hai bạn được chọn có bạn Dung”;

Hướng dẫn: Xem Ví dụ 7. Số phần tử của tập hợp Ω là 6 .

Ví dụ 5. Bạn Hoàng lấy ngẫu nhiên một quả cầu từ một túi đựng 2 quả cầu gồm một quả màu đen và một quả màu trắng, có cùng khối lượng và kích thước. Bạn Hải rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ một hộp đựng 3 tấm thẻ A, B, C .

- a) Mô tả không gian mẫu của phép thử.
- b) Xét các biến cố sau:

E : “Bạn Hoàng lấy được quả cầu màu đen”;

F : “Hoàng lấy được quả cầu màu trắng và bạn Hải không rút được tấm thẻ A”.

Tính $P(E); P(F)$.

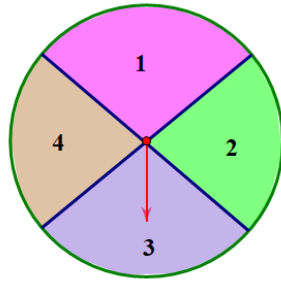
Ví dụ 6. Hộp thứ nhất đựng 1 quả bóng trắng, 1 quả bóng đỏ. Hộp thứ hai đựng 1 quả bóng đỏ, 1 quả bóng vàng. Lấy ra ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 quả bóng.

- a) Xác định không gian mẫu và số kết quả có thể xảy ra của phép thử.
- b) Biết rằng các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Hãy tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A : “2 quả bóng lấy ra có cùng màu”;

B : “Có đúng 1 quả bóng màu đỏ trong 2 quả bóng lấy ra”.

Ví dụ 7. Một tấm bìa cứng hình tròn được chia làm bốn hình quạt bằng nhau, đánh số 1 ; 2 ; 3 ; 4 và được gắn vào trục quay có mũi tên ở tâm (hình vẽ).



Bạn Tuấn quay tám bìa hai lần, quan sát và ghi lại số hình quạt mà mũi tên chỉ vào. Tính xác suất của các biến cố:

a) E : “Tổng hai số ghi trên hai hình quạt ở hai lần quay bằng 5”;

b) F : “Tích hai số ghi trên hai hình quạt ở hai lần quay bằng 4”.

Hướng dẫn: Liệt kê các phần tử của không gian mẫu và các phần tử của tập hợp E , tập hợp F .

Ví dụ tương tự.

Có hai túi I và II, mỗi túi chứa 4 tấm thẻ được đánh số 1 ; 2 ; 3 ; 4. Rút ngẫu nhiên từ mỗi túi ra một tấm thẻ và nhân hai số ghi trên tấm thẻ với nhau. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) A : “Kết quả là một số lẻ”;

b) B : “Kết quả là 1 hoặc một số nguyên tố”.

Ví dụ 8. Một bó hoa gồm 3 bông hoa màu đỏ và 1 bông hoa màu vàng. Bạn Linh chọn ngẫu nhiên 2 bông hoa từ bó hoa đó.

a) Liệt kê các cách chọn mà bạn Linh có thể thực hiện.

b) Tính xác suất của mỗi biến cố:

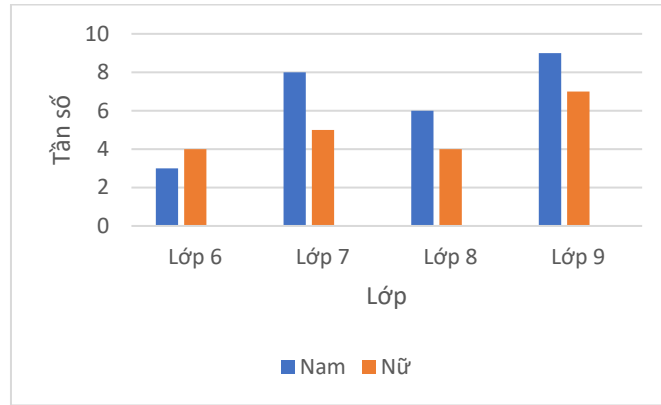
R : “Trong 2 bông hoa được chọn ra, có đúng 1 bông hoa màu đỏ”;

F : “Trong 2 bông hoa được chọn ra, có ít nhất 1 bông hoa màu đỏ”.

Ví dụ 9. Một hộp chứa 5 quả bóng màu đỏ và một số quả bóng màu trắng. Các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp, xem màu rồi trả lại hộp. Biết xác suất của biến cố “Lấy được quả bóng màu đỏ” là 0,25. Hỏi trong hộp có bao nhiêu quả bóng màu trắng.

Ví dụ 10. Một hộp đựng 20 viên bi đỏ và xanh có cùng kích thước, khối lượng. Tìm số viên bi mỗi màu, biết rằng xác suất của biến cố A : “Lấy được bi đỏ” khi thực hiện phép thử lấy ngẫu nhiên một viên bi là $P(A) = 0,6$.

Ví dụ 11. Hình vẽ là biểu đồ thống kê số học sinh tham gia câu lạc bộ cờ vua. Lấy ngẫu nhiên một học sinh trong số này.



Tính xác suất của các biến cố:

- Lấy được một học sinh nữ lớp 9 .
- Lấy được một học sinh lớp 6.
- Lấy được một học sinh nam lớp 7 hoặc lớp 8.

C. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

8.5. Chọn ngẫu nhiên một gia đình có hai con. Giả thiết rằng biến cố “Sinh con trai” và biến cố “Sinh con gái” là đồng khả năng. Tính xác suất của các biến cố sau:

A: “Gia đình đó có cả con trai và con gái”;

B: “Gia đình đó có con trai”.

8.6. Gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối, đồng chất I và II. Tính xác suất các biến cố sau:

E: “Có đúng một con xúc xắc xuất hiện mặt 6 chấm”;

F: “Có ít nhất một con xúc xắc xuất hiện mặt 6 chấm”;

G: “Tích của hai số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc nhỏ hơn hoặc bằng 6”.

8.7. Bạn An gieo một đồng xu cân đối và bạn Bình rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ hộp chứa 5 tấm thẻ ghi các số 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5. Tính xác suất của các biến cố sau:

E: “Rút được tấm thẻ ghi số lẻ”;

F: “Rút được tấm thẻ ghi số chẵn và đồng xu xuất hiện mặt sấp”;

G: “Rút được tấm thẻ ghi số 5 hoặc đồng xu xuất hiện mặt ngửa”.

8.8. Có hai túi I và II mỗi túi chứa 4 tấm thẻ được đánh số 1 ; 2 ; 3 ; 4. Rút ngẫu nhiên từ mỗi túi ra một tấm thẻ và nhân hai số ghi trên hai tấm thẻ với nhau. Tính xác suất của các biến cố sau:

A: “Kết quả là một số lẻ”;

B: “Kết quả là 1 hoặc một số nguyên tố”.

D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1. Bạn Hoà gieo một con xúc xắc cân đối và bạn Sơn gieo một đồng xu liên tiếp hai lần. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) *A* : “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 6 và hai lần đồng xu xuất hiện mặt ngửa”;

b) *B* : “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 1 hoặc 2 và một lần đồng xu xuất hiện mặt sấp, một lần đồng xu xuất hiện mặt ngửa”.

Câu 2. Bạn An gieo một đồng xu. Bạn Tùng rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ một hộp chứa 5 tấm thẻ có ghi chữ a, b, c, d, e . Tính xác suất của các biến cố sau:

- a) E: “Đồng xu xuất hiện mặt sấp và không rút được tấm thẻ ghi chữ a hoặc b”;
- b) F: “Đồng xu xuất hiện mặt ngửa hoặc rút được tấm thẻ ghi chữ b”.

Câu 3. Gieo đồng thời một con xúc xắc và một đồng xu. Tính xác suất của các biến cố sau:

- a) E: “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là số lẻ”;
- b) F: “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là số chẵn và đồng xu xuất hiện mặt ngửa”.

Câu 4. Gieo một con xúc xắc liên tiếp hai lần. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên con xúc xắc trong hai lần gieo lớn hơn hoặc bằng 8.

Câu 5. Bạn Hạnh gieo một con xúc xắc và bạn Hằng rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ một hộp chứa 4 tấm thẻ ghi các chữ A, B, C, D . Tính xác suất của các biến cố sau:

- a) E: “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 6”;
- b) F: “Rút được tấm thẻ ghi chữ A hoặc số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 5”.

Câu 6. Bạn Bình gieo một đồng xu cân đối và bạn Thịnh gieo một con xúc xắc cân đối. Tính xác suất của các biến cố sau:

- a) E: “Đồng xu xuất hiện mặt sấp và số chấm xuất hiện trên con xúc xắc lớn hơn 3”;
- b) F: “Đồng xu xuất hiện mặt ngửa hoặc số chấm xuất hiện trên con xúc xắc lớn hơn 3”.

Câu 7. Hai túi I và II chứa các viên bi có cùng kích thước. Túi I chứa 4 viên bi được ghi các số 1,2,3,4. Túi II chứa 5 viên bi được ghi các số 1,2,3,4,5. Bạn Mai lấy ngẫu nhiên một viên bi từ túi I và bạn Tuấn lấy ngẫu nhiên một viên bi từ túi II. Tính xác suất của các biến cố sau:

- a) A: “Hai số ghi trên hai viên bi khác nhau”;
- b) B: “Hai số ghi trên hai viên bi chênh nhau 1 đơn vị”;
- c) C: “Hai số ghi trên hai viên bi chênh nhau 3 đơn vị”.

Câu 8. Một tấm bìa hình tròn được chia làm bốn phần có diện tích bằng nhau; ghi các số 1,2,3,4 và được gắn vào trục quay có mũi tên cố định ở tâm. Bạn Nam quay tấm bìa, bạn Bình gieo một con xúc xắc cân đối. Giả sử mũi tên dừng ở hình quạt ghi số m và số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là n . Tính xác suất của các biến cố sau:

- a) E: “Trong hai số m và n , chỉ có một số nguyên tố”;
- b) F: “Tổng của hai số m và n lớn hơn 6”.

Câu 9. Có ba chiếc hộp. Hộp A chứa 2 tấm thẻ ghi các số 1,2. Hộp B chứa 3 tấm thẻ ghi các số 1,2,3. Hộp C chứa 4 quả cầu ghi các số 1,2,3,4. Bạn Lan rút ngẫu nhiên đồng thời một tấm thẻ từ mỗi hộp A và B. Bạn Linh lấy ngẫu nhiên một quả cầu từ hộp C. Tính xác suất của các biến cố sau:

- a) E: “Ba số ghi trên hai tấm thẻ và quả cầu là khác nhau”;
- b) F: “Tổng ba số ghi trên hai tấm thẻ và quả cầu bằng 5”.

Câu 10. Bác Mạnh rút ngẫu nhiên 1 lá bài từ bộ bài tây 52 lá. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: “Bác Mạnh rút được lá bài Át”;

B: "Bác Mạnh rút được lá bài chất cơ".

Câu 11. Bạn Khuê viết ngẫu nhiên một số tự nhiên chẵn có 4 chữ số lên bảng.

a) Có tất cả bao nhiêu kết quả có thể xảy ra của phép thử trên?

b) Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "Số được viết có 4 chữ số giống nhau";

B: "Số được viết lớn hơn hoặc bằng 5000".

Câu 12. Cô giáo thống kê điểm kiểm tra môn Tin học của các học sinh lớp 9A ở bảng sau:

Điểm số	7	8	9	10
Tần số tương đối	20%	40%	30%	10%

Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh lớp 9A. Biết rằng có 4 học sinh lớp 9A được 10 điểm.

a) Xác định số kết quả có thể xảy ra của phép thử.

b) Tính xác suất của biến cố A: "Học sinh được chọn đạt trên 8 điểm".

Câu 13. Ở một trường Trung học cơ sở, tỉ lệ học sinh khối 6, 7, 8, 9 lần lượt là 28%, 25%, 25% và 22%.

Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "Học sinh được chọn thuộc khối 6";

B: "Học sinh được chọn thuộc khối 7".

Câu 14. Bảng sau ghi lại điểm thi môn Tiếng Anh của 10 học sinh Tổ 1.

8	7	9	5	10	8	7	9	9	8
---	---	---	---	----	---	---	---	---	---

Chọn ngẫu nhiên một học sinh của Tổ 1. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "Học sinh được chọn được 9 điểm";

B: "Học sinh được chọn được trên 7 điểm".

Câu 15. Kết quả kiểm tra tình trạng cân nặng của các bạn học sinh lớp 9B được thống kê lại ở bảng sau:

Tình trạng cân nặng \ Giới tính	Thiếu cân	Bình thường	Thừa cân
Nam	1	12	3
Nữ	4	15	1

Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của lớp 9B. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "Học sinh được chọn là học sinh nữ và có cân nặng bình thường";

B: "Học sinh được chọn bị thừa cân";

C: "Học sinh được chọn là học sinh nam".

Câu 16. Bạn Bách có 10 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 10 . Bách chọn ngẫu nhiên một tấm thẻ, xem số trên thẻ và thay số đó vào vị trí của dấu ? trong phương trình sau: $x^2 + 4x + ? = 0$ (*)

Tính xác suất của biến cố A: "Phương trình (*) có nghiệm".

Câu 17. Bác Dũng có một cái khoá số như hình bên. Bác Dũng chọn ngẫu nhiên một dãy gồm 4 chữ số để đặt làm mã số mở khoá. Tính xác suất của các biến cố:

A: "4 chữ số được chọn giống nhau";

B: "4 chữ số được chọn lập thành một số có 4 chữ số";

C: "4 chữ số được chọn có tổng bằng 35 ".

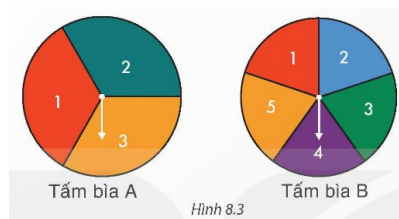


LUYỆN TẬP CHUNG

PHẦN 1. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

A. Ví dụ

Ví dụ. Tấm bìa cứng A hình tròn được chia thành 3 hình quạt có diện tích bằng nhau, đánh số 1; 2; 3 và tấm bìa cứng B hình tròn được chia thành 5 hình quạt có diện tích bằng nhau, đánh số 1; 2; 3; 4; 5 (H.8.3). Trục quay của A và B được gắn mũi tên ở tâm. Bạn Nam quay tấm bìa A , bạn Bình quay tấm bìa B . Quan sát xem mũi tên dừng ở hình quạt nào trên hai tấm bìa.



a) Phép thử là gì?

b) Mô tả không gian mẫu của phép thử.

c) Tính xác suất của các biến cố sau:

E: “Tích hai số ở hình quạt mà hai mũi tên chỉ vào bằng 6”;

F: “Tích hai số ở hình quạt mà hai mũi tên chỉ vào nhỏ hơn 5”;

G: “Tích hai số ở hình quạt mà hai mũi tên chỉ vào là số chẵn”.

Lời giải

a) Phép thử là bạn Nam quay tấm bìa A , bạn Bình quay tấm bìa B .

b) Ta lập bảng sau:

Tấm bìa A \ Tấm bìa B	1	2	3
1	(1;1)	(1;2)	(1;3)
2	(2;1)	(2;2)	(2;3)
3	(3;1)	(3;2)	(3;3)
4	(4;1)	(4;2)	(4;3)
5	(5;1)	(5;2)	(5;3)

Mỗi ô trong bảng trên là một kết quả có thể. Các kết quả có thể này là đồng khả năng. Không gian mẫu là $\Omega = \{(1,1); (1,2); (1,3); (2,1); (2,2); (2,3); (3,1); (3,2); (3,3); (4,1); (4,2); (4,3); (5,1); (5,2); (5,3)\}$.

Không gian mẫu có 15 phần tử.

c) Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố E là $(3,2)$ và $(2,3)$. Vậy $P(E) = \frac{2}{15}$.

- Các kết quả thuận lợi cho biến cố F : Có một ô có tích hai số bằng 1 là (1,1) ; các ô có tích hai số bằng 2 là (1,2) ; (2,1) ; các ô có tích hai số bằng 3 là (1,3) ; (3,1) ; các ô có tích hai số bằng 4 là (2,2) ; (4,1) . Do đó, có 7 kết quả thuận lợi cho biến cố F là (1,1);(1,2);(2,1);(1,3);(3,1);(2,2);(4,1) . Vậy $P(F) = \frac{7}{15}$.

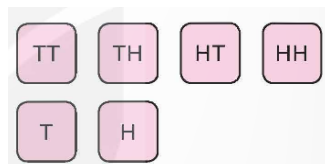
- Tích ab là số chẵn khi và chỉ khi trong cặp (a,b) có ít nhất một số chẵn.

Do đó, có 9 kết quả thuận lợi cho biến cố G là (1,2);(2,1);(2,2);(2,3);(3,2);(4,1) ; (4,2);(4,3);(5,2)

$$\text{Vậy } P(G) = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} .$$

B. BÀI TẬP

8.9. Có hai túi đựng các tấm thẻ. Túi I đựng 4 tấm thẻ ghi các chữ cái TT, TH, HT và HH. Túi II đựng 2 tấm thẻ ghi các chữ cái T và H . Từ mỗi túi rút ngẫu nhiên ra một tấm thẻ rồi ghép hai thẻ lại với nhau để được ba chữ cái, trong đó thẻ hai chữ cái đặt trước, chẳng hạn tấm thẻ TT ghép với tấm thẻ H được ba chữ cái TTH.



Tính xác suất của các biến cố sau:

a) E: “Trong ba chữ cái, có hai chữ H và một chữ T”;

b) F: “Trong ba chữ cái, có nhiều nhất hai chữ T”.

8.10. Gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối và đồng chất I và II. Tính xác suất của các biến cố sau:

G: “Không có con xúc xắc nào xuất hiện mặt 6 chấm”;

H: “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc I là số lẻ và số chấm xuất hiện trên con xúc xắc II lớn hơn 4”;

K: “Số chấm xuất hiện trên cả hai con xúc xắc lớn hơn 2”.

8.11. Trên một dãy phố có ba quán ăn A, B, C . Hai bạn Văn và Hải mỗi người chọn ngẫu nhiên một quán ăn để ăn trưa.

a) Mô tả không gian mẫu của phép thử.

b) Tính xác suất của các biến cố sau:

E: “Hai bạn cùng vào một quán”;

F: “Cả hai bạn không chọn quán C”;

G: “Có ít nhất một bạn chọn quán B”.

PHẦN 2. BÀI TẬP THÊM

Bài 1. Bạn Tùng gieo một con xúc xắc và bạn Sơn gieo một đồng xu liên tiếp hai lần.

a) Phép thử là gì?

b) Mô tả không gian mẫu của phép thử.

Bài 2. Tổ 1 gồm 4 học sinh là Trung, Hậu, Đám, Đang. Trong các hoạt động sau, hoạt động nào là phép thử ngẫu nhiên?

- a) Chọn ra đồng thời 4 học sinh từ Tổ 1 .
- b) Chọn ra 1 học sinh có tên bắt đầu bằng chữ cái T từ Tổ 1 .
- c) Chọn ra 1 học sinh có tên bắt đầu bằng chữ cái Đ từ Tổ 1 .

Bài 3. Một hộp chứa 1 quả bóng màu xanh và 4 quả bóng màu đỏ.

- a) Hãy xác định không gian mẫu của phép thử chọn ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp.
- b) Liệt kê các phần tử của không gian mẫu của phép thử chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả bóng từ hộp.

Bài 4. Đội bóng bàn lớp 9 C gồm 2 bạn nam là Long và Hoàng, 2 bạn nữ là Hà và Thanh. Huấn luyện viên chọn ra ngẫu nhiên một đôi nam nữ từ đội bóng để đi thi đấu.

- a) Liệt kê các cách chọn ngẫu nhiên một đôi nam nữ.
- b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố A : "Có ít nhất một trong hai bạn Hoàng và Thanh được chọn".

Bài 5. Một hộp chứa 3 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt là 6; 7; 8. Bạn Việt lấy lần lượt 3 tấm thẻ từ hộp một cách ngẫu nhiên. Tấm thẻ lấy ra không được trả lại hộp.

- a) Xác định không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu của phép thử có bao nhiêu phần tử?
- b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố A: "Tấm thẻ đánh số 8 được lấy cuối cùng". Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố A ?

Bài 6. Bạn Hoà gieo một con xúc xắc cân đối và bạn Sơn gieo một đồng xu liên tiếp hai lần. Tính xác suất của các biến cố sau:

- a) A : "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 6 và hai lần đồng xu xuất hiện mặt ngửa";
- b) B : "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 1 hoặc 2 và một lần đồng xu xuất hiện mặt sấp, một lần đồng xu xuất hiện mặt ngửa".

Bài 7. Bạn An gieo một đồng xu. Bạn Tùng rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ một hộp chứa 5 tấm thẻ có ghi chữ a, b, c, d, e . Tính xác suất của các biến cố sau:

- a) E: "Đồng xu xuất hiện mặt sấp và không rút được tấm thẻ ghi chữ a hoặc b";
- b) F: "Đồng xu xuất hiện mặt ngửa hoặc rút được tấm thẻ ghi chữ b".

b) Có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố F là Na, Nb, Nc, Nd, Ne, Sb . Vậy $P(F) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

Bài 8. Trên bàn có một tấm bìa hình tròn được chia thành 10 hình quạt bằng nhau và được đánh số từ 1 đến 10 như Hình 1. Thanh quay mũi tên ở tâm và quan sát xem khi dừng lại mũi tên chỉ vào ô số mấy.



Hình 1

a) Các kết quả của phép thử có đồng khả năng không? Tại sao?

b) Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "Mũi tên chỉ vào ô ghi số chia hết cho 3";

B: "Mũi tên chỉ vào ô ghi số lớn hơn 6".

Bài 9. Trong tủ lạnh nhà bạn Minh có 6 hộp thịt gà, 4 hộp thịt heo và 10 hộp thịt bò. Các hộp này có kích thước và khối lượng bằng nhau. Vì tình nghịch nên bạn Minh đã xé hết nhãn ghi trên các hộp. Mẹ Minh chọn ngẫu nhiên

1 trong các hộp thịt trên.

a) Các kết quả của phép thử có đồng khả năng không? Tại sao?

b) Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "Hộp được chọn là hộp thịt gà";

B: "Hộp được chọn không phải là hộp thịt heo".

Bài 10. Một phân xưởng cơ khí có 40 công nhân. Tỉ lệ số công nhân là thợ bậc 6;7;8 lần lượt là 50%,30% và 20%. Chọn ngẫu nhiên 1 công nhân của phân xưởng.

a) Xác định số kết quả có thể xảy ra của phép thử.

b) Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "Công nhân được chọn là thợ bậc 8";

B: "Công nhân được chọn không phải là thợ bậc 6".

Bài 11. Lớp bạn Vân có 20 học sinh nam và một số học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong lớp. Biết rằng xác suất để bạn đó là học sinh nữ là 0,375. Hỏi lớp bạn Vân có tổng số bao nhiêu học sinh?

Bài 12. Bảng sau ghi lại kết quả khám mắt của các bạn học sinh lớp 9H.

Giới tính	Tình trạng mắt	Không bị tật khúc xạ
Nam	12	Bi tật khúc xạ
Nữ	14	9

Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh lớp 9 H. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "Học sinh được chọn là học sinh nam và không bị tật khúc xạ";

B : "Học sinh được chọn là học sinh nữ";

C: "Học sinh được chọn bị tật khúc xạ".

Bài 13. Bạn Minh có 5 tấm thẻ cùng loại được ghi số lần lượt từ 1 đến 5 . Minh chọn ngẫu nhiên 1 tấm thẻ, xem số trên thẻ và thay số đó vào vị trí của dấu ? trong phương trình sau: $x^2 + 2x + ? = 0$ (*)

Tính xác suất của biến cố A : "Phương trình (*) có nghiệm".

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG VIII

PHẦN 1: GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

A. TRẮC NGHIỆM

8.12. Gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Xác suất để “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 10” là

- A. $\frac{7}{36}$. B. $\frac{2}{9}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{5}{36}$.

8.13. Có hai túi I và II. Túi I chứa 4 tấm thẻ, đánh số 1 ; 2 ; 3 ; 4. Túi II chứa 5 tấm thẻ, đánh số 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ mỗi túi I và II. Xác suất để cả hai tấm thẻ rút ra đều ghi số chẵn là

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{3}{20}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{4}{21}$.

8.14. Một túi đựng 4 viên bi có cùng khối lượng và kích thước, được đánh số 1 ; 2 ; 3 ; 4. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ trong túi. Xác suất để tích hai số ghi trên hai viên bi lớn hơn 3 là

- A. $\frac{5}{7}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{5}{6}$.

B. TỰ LUẬN

8.15. Có hai túi I và II. Túi I chứa 3 tấm thẻ, đánh số 2 ; 3 ; 4. Túi II chứa 2 tấm thẻ, đánh số 5 ; 6. Từ mỗi túi I và II, rút ngẫu nhiên một tấm thẻ. Tính xác suất của các biến cố sau:

A : “Hai số ghi trên hai tấm thẻ chênh nhau 2 đơn vị”;

B: “Hai số ghi trên hai tấm thẻ chênh nhau lớn hơn 2 đơn vị”;

C: “Tích hai số ghi trên hai tấm thẻ là một số chẵn”;

D: “Tổng hai số ghi trên hai tấm thẻ là một số nguyên tố”.

8.16. Gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối, đồng chất I và II. Tính xác suất của các biến cố sau:

E: “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 11”;

F: “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 8 hoặc 9”;

G: “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc nhỏ hơn 6”.

8.17. Hai bạn Minh và Huy chơi một trò chơi như sau: Minh chọn ngẫu nhiên một số trong tập hợp $\{5; 6; 7; 8; 9; 10\}$. Huy chọn ngẫu nhiên một số trong tập hợp $\{4; 5; 7; 8; 9; 11\}$. Bạn nào chọn được số lớn hơn sẽ là người thắng cuộc. Nếu hai số chọn được bằng nhau thì kết quả là hoà. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) A: “Bạn Minh thắng”;

b) B: “Bạn Huy thắng”.

PHẦN 2. BÀI TẬP THÊM

A. TRẮC NGHIỆM

1. Gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Xác suất để “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 10” là:

- A. $\frac{7}{36}$. B. $\frac{2}{9}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{5}{36}$.

2. Có hai túi I và II chứa 4 tấm thẻ, đánh số 1 ; 2 ; 3 ; 4. Túi II chứa 5 tấm thẻ, đánh số 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ mỗi túi I và II. Xác suất để hai tấm thẻ rút ra đều ghi số chẵn là:

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{3}{20}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{4}{21}$.

3. Một túi đựng 4 viên bi có cùng khối lượng và kích thước, được đánh số 1 ; 2 ; 3 ; 4. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi trong túi. Xác suất để tích hai số ghi trên hai viên bi lớn hơn 3 là:

- A. $\frac{5}{7}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{5}{6}$.

4. Có hai túi I và II. Túi I chứa ba quả cầu ghi các số 1,2,3. Túi II chứa bốn tấm thẻ ghi các số 1,2,3,4. Lấy ngẫu nhiên một quả cầu và một tấm thẻ từ mỗi túi I và II. Xác suất của biến cố “Tích hai số ghi trên quả cầu và tấm thẻ bằng 6” là

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{7}$. C. $\frac{2}{11}$. D. $\frac{1}{4}$.

5. Hai bạn Minh và Dung mỗi người gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc cân đối. Xác suất để số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc như nhau là

- A. $\frac{2}{11}$. B. $\frac{1}{7}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{4}$.

6. Bạn Sơn gieo một đồng xu cân đối và bạn Hoà gieo đồng thời hai đồng xu cân đối. Xác suất để có hai đồng xu xuất hiện mặt sấp, một đồng xu xuất hiện mặt sấp và một đồng xu xuất hiện mặt ngửa là

- A. $\frac{3}{8}$. B. $\frac{3}{10}$. C. $\frac{2}{7}$. D. $\frac{4}{31}$.

B. TỰ LUẬN

1. Có hai túi I và II. Túi I chứa 3 tấm thẻ, đánh số 2 ; 3 ; 4. Túi II chứa 32 tấm thẻ, đánh số 5 ; 6. Từ mỗi túi I và II, rút ngẫu nhiên một tấm thẻ. Tính xác suất của các biến cố sau:

A: “Hai số ghi trên hai tấm thẻ chênh nhau 2 đơn vị”;

B: “Hai số ghi trên hai tấm thẻ chênh nhau lớn hơn 2 đơn vị”;

C: “Tích hai số ghi trên hai tấm thẻ là một số chẵn”;

D: “Tổng hai số ghi trên hai tấm thẻ là một số nguyên tố”.

2. Gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối, đồng chất I và II. Tính xác suất của các biến cố sau:

E: “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 11”;

F: “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 8 hoặc 9”;

G: “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc nhỏ hơn 6”.

3. Hai bạn Minh và Huy chơi một trò chơi như sau: Minh chọn ngẫu nhiên một số trong tập hợp $\{5; 6; 7; 8; 9; 11\}$ Bạn nào chọn được số lớn hơn sẽ là người thắng cuộc. Nếu hai số chọn được bằng nhau thì kết quả là hoà. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) A: “Bạn Minh thắng”;

b) B: “Bạn Huy thắng”.

4. Một chiếc hộp có chứa 5 tấm thẻ cùng loại, được đánh số lần lượt là 3 ; 5; 6; 7; 9. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 tấm thẻ từ hộp.

a) Xác định không gian mẫu và số kết quả có thể xảy ra của phép thử.

b) Tính xác suất của các biến cố sau:

A: “Tích các số ghi trên 2 tấm thẻ chia hết cho 3”;

B: “Tổng các số ghi trên 2 tấm thẻ lớn hơn 13”.

5. Một chiếc hộp chứa 1 viên bi xanh, 1 viên bi đỏ và 1 viên bi trắng. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Dung lần lượt lấy ra ngẫu nhiên từng viên bi từ trong hộp cho đến khi hết bi.

a) Xác định không gian mẫu của phép thử.

b) Tính xác suất của các biến cố sau:

A: “Viên bi màu xanh được lấy ra cuối cùng”;

B: “Viên bi màu trắng được lấy ra trước viên bi màu đỏ”;

C: “Viên bi lấy ra đầu tiên không phải là bi màu trắng”.

6. Túi kẹo trái cây có 60 viên, trong đó có 20 viên kẹo vị sầu riêng, 15 viên kẹo vị cam, 7 viên kẹo vị dâu, 10 viên kẹo vị chanh, 8 viên kẹo vị mít. Bạn Toàn lấy ngẫu nhiên một viên kẹo trong túi. Tính xác suất của các biến cố:

a) E: “Bạn Toàn lấy được kẹo vị sầu riêng”;

b) F: “Bạn Toàn lấy được kẹo vị cam hoặc chanh”;

c) G: “Bạn Toàn không lấy được kẹo vị dâu”.

7. Đài truyền hình điều tra ý kiến của một số khán giả về một chương trình giải trí. Kết quả điều tra được thống kê trong bảng dưới đây.

	Thích	Không thích
Nam	523	154
Nữ	147	68

Chọn ngẫu nhiên một trong số những người được điều tra. Tính xác suất của các biến cố:

a) A: “Chọn được 1 khán giả nữ không thích chương trình”;

b) B: “Chọn được 1 khán giả nam”;

c) C: “Chọn được 1 khán giả thích chương trình”.

8. Bạn An gieo một con xúc xắc cân đối và bạn Bình gieo một đồng xu cân đối. Tính xác suất của các biến cố sau:

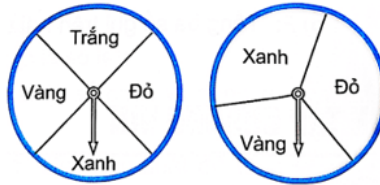
E: “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 6 và đồng xu xuất hiện mặt sấp”;

F: “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là số lẻ”;

G: “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là số chẵn và đồng xu xuất hiện mặt sấp”;

H: “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 5 hoặc đồng xu xuất hiện mặt ngửa”.

9. Trong một trò chơi, có hai bánh xe, mỗi bánh xe được gắn vào trục quay có mũi tên ở tâm. Bánh xe thứ nhất được chia làm bốn hình quạt như nhau và sơn các màu: trắng, đỏ, xanh, vàng. Bánh xe thứ hai được chia làm ba hình quạt như nhau và sơn các màu: đỏ, xanh, vàng. Người chơi quay hai bánh xe. Người chơi đạt giải nhất nếu hai mũi tên dừng lại ở hai hình quạt màu đỏ, đạt giải nhì nếu hai mũi tên dừng lại ở hai hình quạt cùng màu và đạt giải ba nếu có đúng một mũi tên dừng ở hình quạt màu đỏ.



Tính xác suất của các biến cố sau:

- a) E: “Người chơi đạt giải nhất”;
- b) F: “Người chơi đạt giải nhì”;
- c) G: “Người chơi đạt giải ba”.

10. Bạn Tuấn viết ba bức thư cho ba người bạn là An, Bình, Cường và viết tên, địa chỉ của ba người bạn đó lên ba chiếc phong bì. Xếp ngẫu nhiên ba bức thư đó vào ba phong bì.

- a) Mô tả không gian mẫu của phép thử.
- b) Tính xác suất của các biến cố sau:

E: “Có đúng một bức thư đúng địa chỉ”;

F: “Cả ba bức thư đúng địa chỉ”;

G: “Không có bức thư nào đúng địa chỉ”;

H: “Có ít nhất một bức thư đúng địa chỉ”.

11. Một tấm bia hình tròn được chia làm sáu hình quạt tròn có diện tích bằng nhau; ghi các số 1,2,3,4,5,6 và được gắn vào trục quay có mũi tên cố định ở tâm. Quay tấm bia hai lần. Tính xác suất để mũi tên chỉ vào hai hình quạt tròn không đối xứng nhau qua tâm.



12. Màu hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình là vàng và xanh. Có hai gene ứng với hai kiểu hình này allele trội A và allele lặn a . Hình dạng hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình là hạt trơn và hạt nhăn. Có hai gene ứng với hai kiểu hình này allele trội B và allele lặn b . Khi cho lai hai cây đậu Hà Lan, cặp gene của cây con lấy ngẫu nhiên một gene từ cây bố và một gene từ cây mẹ. Giả sử cả cây bố và cây mẹ có kiểu hình “Hạt vàng và trơn”. Cây bố có kiểu gene là (Aa, Bb) , cây mẹ có kiểu gene là (Aa, Bb) . Tính xác suất để cây con có kiểu hình như cây bố và cây mẹ.

Câu 13. Tổ 2 gồm 4 bạn học sinh là My, Châu, Trọng, Thủy. Trong các hoạt động sau, hoạt động nào là phép thử ngẫu nhiên?

- a) Chọn ra lần lượt 4 học sinh từ Tổ 2 .
- b) Chọn ra 1 học sinh có tên bắt đầu từ chữ cái M từ Tổ 2 .
- c) Chọn ra đồng thời 2 học sinh có tên bắt đầu từ chữ cái T từ Tổ 2 .

Câu 14. Trong một nhóm 10 học sinh lớp 9 có 5 bạn học trường Quang Trung; 3 bạn học trường Nguyễn Huệ và 2 bạn học trường Tây Sơn.

Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong 10 học sinh đó.

a) Không gian mẫu của phép thử có bao nhiêu phần tử?

b) Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "Bạn học sinh được chọn học trường Quang Trung";

B: "Bạn học sinh được chọn không học trường Tây Sơn".

Câu 15. Một doanh nghiệp nhận thấy tỉ lệ nhân viên có quê ở Tiền Giang, Hậu Giang và Cần Thơ lần lượt là 35%, 45% và 20% . Chọn ngẫu nhiên 1 nhân viên của doanh nghiệp.

Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "Nhân viên được chọn có quê ở Hậu Giang";

B: "Nhân viên được chọn có quê không phải ở Cần Thơ";

C: "Nhân viên được chọn có quê ở vùng Đồng bằng sông Cửu Long".

Câu 16. Bạn Minh quan tâm đến mối liên hệ giữa giới tính và màu sắc yêu thích nhất của mỗi người. Sau khi phỏng vấn tất cả 40 học sinh lớp 9 A , Minh thu được kết quả sau:

Giới tính	Màu sắc	Trắng	Đen	Đỏ	Xanh
Nam		4	8	2	7
Nữ		6	3	7	3

Chọn ngẫu nhiên 1 bạn trong lớp 9 A . Tính xác suất của các biến cố sau:

A: "Bạn được chọn là nam và yêu thích nhất màu đen";

B: "Bạn được chọn yêu thích nhất màu xanh";

C: "Bạn được chọn yêu thích nhất màu xanh hoặc màu đỏ";

D: "Bạn được chọn là nữ và có màu sắc yêu thích nhất không phải là màu đỏ".

Câu 17. Trên giá sách có 3 quyển sách Toán, Ngữ văn và Mĩ thuật được sắp xếp theo thứ tự đó. Bạn Thành lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 quyển sách từ trên giá.

a) Xác định không gian mẫu của phép thử.

b) Xác định các kết quả thuận lợi và tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "Có 1 quyển sách Toán trong 2 quyển sách được lấy";

B: "Không có quyển sách Mĩ thuật nào trong 2 quyển sách được lấy";

C: "Hai quyển sách được lấy được xếp cạnh nhau trên giá";

D: "Hai quyển sách được lấy đều là sách Ngữ văn".

Câu 18. Hộp thứ nhất chứa 3 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai chứa 5 viên bi xanh và một số viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn An chọn ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất, bạn Thắng chọn ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai.

a) Tính xác suất của biến cố "Bạn An chọn được viên bi màu xanh".

b) Biết rằng xác suất bạn Thắng chọn ngẫu nhiên được viên bi màu xanh bằng xác suất bạn An chọn được viên bi màu xanh. Trong hộp thứ hai có bao nhiêu viên bi đỏ?

Câu 19. Bạn Hiền gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Xét biến cố A : "Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là số nguyên tố".

a) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố A .

b) Tính xác suất của biến cố A .

CHƯƠNG VIII. XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ TRONG MỘT SỐ MÔ HÌNH XÁC SUẤT ĐƠN GIẢN

BÀI 25. PHÉP THỬ NGẪU NHIÊN VÀ KHÔNG GIAN MẪU

A. CÁC KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NHỚ

1. Phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu

- Một hoặc một số hành động, thực nghiệm được tiến hành liên tiếp hay đồng thời mà kết quả của chúng không thể biết được trước khi thực hiện nhưng có thể liệt kê được tất cả các kết quả có thể xảy ra, được gọi là một *phép thử ngẫu nhiên*, gọi tắt là phép thử.
- Tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử (gọi tắt là tập tất cả các kết quả có thể của phép thử) được gọi là *không gian mẫu* của phép thử. Không gian mẫu của phép thử được kí hiệu là Ω .

Ví dụ 1. Bạn Lan gieo một con xúc xắc và bạn Hoà gieo một đồng xu. Quan sát số chấm xuất hiện trên con xúc xắc và mặt xuất hiện của đồng xu.

- Phép thử và kết quả của phép thử là gì?
- Mô tả không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?

Lời giải

- Phép thử là bạn Lan gieo một con xúc xắc và bạn Hoà gieo một đồng xu. Kết quả của phép thử là số chấm xuất hiện trên con xúc xắc và mặt xuất hiện của đồng xu (mặt sấp (S), mặt ngửa (N)).
- Ta liệt kê được tất cả các kết quả có thể của phép thử bằng cách lập bảng sau:

Xúc xắc \ Đồng xu	1	2	3	4	5	6
S	(1; S)	(2; S)	(3; S)	(4; S)	(5; S)	(6; S)
N	(1; N)	(2; N)	(3; N)	(4; N)	(5; N)	(6; N)

Mỗi ô là một kết quả có thể. Không gian mẫu là tập hợp 12 ô của bảng trên. Do đó không gian mẫu của phép thử là $\Omega = \{(1, S); (2, S); (3, S); (4, S); (5, S); (6, S); (1, N); (2, N); (3, N); (4, N); (5, N); (6, N)\}$.

Vậy không gian mẫu có 12 phần tử.

Ví dụ 2. Một hộp kín đựng 4 quả bóng có cùng khối lượng và kích thước, được đánh số 1; 2; 3; 4. Lấy ngẫu nhiên lần lượt hai quả bóng từ hộp, quả bóng được lấy ra lần đầu không trả lại vào hộp. Quan sát hai số ghi trên hai quả bóng được lấy ra.

- Phép thử và kết quả của phép thử là gì?
- Mô tả không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?

Lời giải

a) Phép thử là lấy ngẫu nhiên lần lượt hai quả bóng từ hộp, quả bóng được lấy ra lần đầu không trả lại vào hộp.

Kết quả của phép thử là một cặp số (a, b) , trong đó a và b tương ứng là số ghi trên quả bóng được lấy ra ở lần thứ nhất và lần thứ hai. Vì quả bóng được lấy ra lần đầu không trả lại vào hộp nên $a \neq b$.

b) Ta liệt kê được tất cả các kết quả có thể của phép thử bằng cách lập bảng như sau:

Lần 1 \ Lần 2	1	2	3	4
1	(1;1)	(1;2)	(1;3)	(1;4)
2	(2;1)	(2;2)	(2;3)	(2;4)
3	(3;1)	(3;2)	(3;3)	(3;4)
4	(4;1)	(4;2)	(4;3)	(4;4)

Chú ý rằng $a \neq b$ nên cặp có hai phần tử trùng nhau không được tính, tức là trong bảng ta phải xoá 4 ô: (1,1), (2,2), (3,3), (4,4).

Do đó không gian mẫu của phép thử là

$$\Omega = \{(1,2); (1,3); (1,4); (2,1); (2,3); (2,4); (3,1); (3,2); (3,4); (4,1); (4,2); (4,3)\}.$$

Vậy không gian mẫu có 12 phần tử.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Phép thử ngẫu nhiên

Ví dụ 1. Trong các hoạt động sau, hoạt động nào là phép thử ngẫu nhiên? Tại sao?

- Gieo 2 khối gỗ hình lập phương, mỗi khối được sơn một màu, màu xanh và màu vàng. Quan sát màu sắc của mặt xuất hiện bên trên.
- Chọn bất kì 1 cây bút bi từ hộp có 4 cây bút bi.
- Chọn ra đồng thời 2 que gỗ từ hộp có 2 que gỗ màu xanh và que gỗ màu đỏ.

Lời giải

- Hoạt động gieo 2 khối gỗ hình lập phương không là phép thử ngẫu nhiên vì ta biết trước chỉ có một kết quả xảy ra là xuất hiện 1 mặt màu xanh và 1 mặt màu vàng.
- Hoạt động lấy 1 cây bút bi là phép thử ngẫu nhiên vì ta không thể biết trước được kết quả của nó, nhưng biết tất cả 4 kết quả có thể xảy ra.
- Hoạt động lấy ra đồng thời 2 que gỗ không là phép thử ngẫu nhiên vì ta biết chỉ có một kết quả xảy ra là lấy được 1 que gỗ màu xanh và 1 que gỗ màu đỏ.

Ví dụ 2. Mỗi hành động sau có phải là phép thử ngẫu nhiên? Giải thích vì sao?

- Trên bàn có 5 phiếu giống hệt nhau. Trên 2 phiếu có vẽ hoa mai. Trên 3 phiếu còn lại vẽ hoa đào. Bạn Hà Mi lấy một phiếu bất kì và quan sát hình vẽ trên đó.
- “Dé mèn phiêu lưu kí” là quyển sách duy nhất có trên bàn. Bạn Minh Khang lấy một quyển sách trên bàn để đọc.

Lời giải

- Trước khi thực hiện hành động, bạn Hà Mi đã biết là có 2 kết quả có thể xảy ra: Lấy được phiếu vẽ hoa mai hoặc phiếu vẽ hoa đào. Tuy nhiên Hà Mi không đoán trước được là sẽ lấy trúng phiếu vẽ hoa gì. Vậy đây là một phép thử ngẫu nhiên.
- Khi bạn Minh Khang lấy một quyển sách trên bàn để đọc thì kết quả chắc chắn xảy ra là sẽ lấy được quyển “Dé mèn phiêu lưu kí” (vì trên bàn chỉ có quyển sách này). Như vậy ta đã biết được kết quả của

hành động lấy sách trên bàn. Suy ra hành động lấy sách trên bàn trong trường hợp này không phải là một phép thử ngẫu nhiên.

Ví dụ 3. Một tấm bìa cứng hình tròn được chia làm ba hình quạt bằng nhau, đánh số 1; 2; 3 và được gắn vào trục quay cố định ở tâm (xem hình).



Bạn Hiền quay tấm bìa liên tiếp hai lần và quan sát xem mũi tên chỉ vào hình quạt nào khi tấm bìa dừng lại. Phép thử và kết quả của phép thử là gì?

Lời giải

Phép thử là quay lần thứ nhất và kết quả nhận được một số trong ba số 1; 2; 3. Hai lần quay, ta nhận được kết quả ghi trong bảng sau:

Lần 1 \ Lần 2	1	2	3
1	(1;1)	(1;2)	(1;3)
2	(2;1)	(2;2)	(2;3)
3	(3;1)	(3;2)	(3;3)

Ví dụ 4. Gieo một con xúc xắc một lần. Phép thử và kết quả của phép thử là gì?

Lời giải

Gieo con xúc xắc, ta không biết trước kết quả. Vậy đó là phép thử. Kết quả nhận được là xuất hiện mặt 1; 2; 3; 4; 5; 6 chấm.

Ví dụ 5. Một cửa hàng muốn tặng hai phần quà cho hai trong bốn khách hàng có lượng mua nhiều nhất trong tháng bằng cách rút thăm ngẫu nhiên. Việc rút thăm tiến hành như sau: Nhân viên viết tên 4 khách hàng đó vào 4 lá phiếu để vào một chiếc hộp. Nhân viên rút ngẫu nhiên một lá phiếu trong hộp. Lá phiếu rút ra không trả lại vào hộp. Sau đó, nhân viên tiếp tục rút ngẫu nhiên một lá phiếu từ ba lá phiếu còn lại. Hai khách hàng có tên trong hai lá phiếu được rút ra là hai khách hàng được tặng quà. Phép thử và kết quả của phép thử là gì?

Lời giải

Phép thử là rút ngẫu nhiên hai lá phiếu, lá phiếu lấy ra lần một không trả lại vào hộp. Kết quả như bảng sau:

Lần 1 \ Lần 2	A	B	C	D
A	\	(A;B)	(A;C)	(A;D)

B	$(B; A)$	\setminus	$(B; C)$	$(B; D)$
C	$(C; A)$	$(C; B)$	\setminus	$(C; D)$
D	$(D; A)$	$(D; B)$	$(D; C)$	\setminus

Dạng 2. Không gian mẫu. Số phần tử của không gian mẫu

Ví dụ 1. Xác định không gian mẫu của các phép thử ngẫu nhiên sau:

- a) Gieo 1 con xúc cắc cân đối và đồng chất hai lần.
- b) Lấy ra lần lượt 2 quả bóng từ một hộp chứa 3 quả bóng được đánh số 1 ; 2 ; 3.

Lời giải

a) Kí hiệu $(i; j)$ là kết quả lần gieo thứ nhất xuất hiện mặt có i chấm, lần gieo thứ hai xuất hiện mặt có j chấm. Không gian mẫu của phép thử là:

$$\Omega = \{(1;1);(1;2);(1;3);(1;4);(1;5);(1;6);(2;1);(2;2);(2;3);(2;4);(2;5);(2;6);(3;1);(3;2);(3;3);(3;4);(3;5);(3;6);(4;1);(4;2);(4;3);(4;4);(4;5);(4;6);(5;1);(5;2);(5;3);(5;4);(5;5);(5;6);(6;1);(6;2);(6;3);(6;4);(6;5);(6;6)\}$$

Ta cũng có thể viết gọn không gian mẫu là: $\Omega = \{(i; j) \mid 1 \leq i \leq 6; 1 \leq j \leq 6\}$

b) Kí hiệu $(i; j)$ là kết quả bóng lấy ra lần thứ nhất được đánh số i , bóng lấy ra lần thứ hai được đánh số j . Không gian mẫu của phép thử là: $\Omega = \{(1;2);(1;3);(2;1);(2;3);(3;1);(3;2)\}$

Nhận xét:

a) Ta có thể lập bảng như sau

Lần 1 Lần 2	1	2	3	4	5	6
1	(1;1)	(1;2)	(1;3)	(1;4)	(1;5)	(1;6)
2	(2;1)	(2;2)	(2;3)	(2;4)	(2;5)	(2;6)
3	(3;1)	(3;2)	(3;3)	(3;4)	(3;5)	(3;6)
4	(4;1)	(4;2)	(4;3)	(4;4)	(4;5)	(4;6)
5	(5;1)	(5;2)	(5;3)	(5;4)	(5;5)	(5;6)
6	(6;1)	(6;2)	(6;3)	(6;4)	(6;5)	(6;6)

Không gian mẫu có 36 phần tử.

Ví dụ 2. Hai bạn nam Hùng, Dũng và hai bạn nữ Dung, Nguyệt tham gia đội văn nghệ của lớp 9A. Cô giáo phụ trách đội chọn ngẫu nhiên hai bạn để hát song ca. Liệt kê các cách chọn ngẫu nhiên hai bạn để hát song ca.

Lời giải

Có các cách chọn sau: Hùng - Dũng; Hùng - Dung; Hùng - Nguyệt; Dũng - Dung; Dũng - Nguyệt; Dung - Nguyệt.

Nhận xét: Có 6 cách chọn.

Ví dụ 3. Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên lẻ có hai chữ số. Tìm số phần tử của tập hợp Ω gồm các kết quả có thể xảy ra đối với số tự nhiên được viết ra.

Lời giải

Ta có: $\Omega = \{11; 13; 15; \dots; 97; 99\}$.

Nhận xét: Số phần tử của tập hợp Ω là: $\frac{99-11}{2} + 1 = 45$.

Ví dụ tương tự.

Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên lớn hơn 499 và nhỏ hơn 1000. Viết tập hợp các kết quả có thể xảy ra của phép thử. Có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra:

Hướng dẫn: $\{500; 501; \dots; 998; 999\}$. Số các số tự nhiên: $(999 - 500) + 1 = 500$.

Ví dụ 4. Một hộp có chứa 5 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 5. Lấy ra ngẫu nhiên cùng một lúc 2 tấm thẻ từ hộp. Hãy liệt kê các phần tử của không gian mẫu của phép thử.

Lời giải

Kí hiệu $(x; y)$ là kết quả lấy được hai thẻ, trong đó một thẻ đánh số x và một thẻ đánh số y .

Các phần tử của không gian mẫu của phép thử là:

$$\Omega = \{(1; 2); (1; 3); (1; 4); (1; 5); (2; 3); (2; 4); (2; 5); (3; 4); (3; 5); (4; 5)\}$$

Ví dụ 5. Màu hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình: màu vàng và màu xanh, có hai gene ứng với hai kiểu hình này allele trội A và allele lặn a . Hình dạng hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình: hạt trơn và hạt nhăn, có hai gene ứng với hai kiểu hình này allele trội B và allele lặn b . Khi cho lai hai cây đậu Hà Lan, cây con lấy ngẫu nhiên một gene từ cây bố và một gene từ cây mẹ để hình thành một cặp gene. Phép thử là cho lai hai cây đậu Hà Lan, trong đó cây bố có kiểu gene là (AA, BB) , cây mẹ có kiểu gene là (Aa, Bb) . Hãy mô tả không gian mẫu của phép thử trên. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?

Gợi ý: Về kiểu gene, có hai kiểu gene ứng với màu hạt của cây con là $AA; Aa$.

Có bốn kiểu gene ứng với dạng hạt của cây con là $BB; Bb; bB; bb$.

Lời giải

Ta có bảng sau:

Dạng hạt				
	BB	Bb	bB	bb
Màu hạt				
AA	$(AA; BB)$	$(AA; Bb)$	$(AA; bB)$	$(AA; bb)$

Aa	$(Aa;BB)$	$(Aa;Bb)$	$(Aa;bB)$	$(Aa;bb)$
------	-----------	-----------	-----------	-----------

Không gian mẫu có 8 phần tử?

Nhận xét: Người ta có thể viết: $(AA;BB)$ là $AABb; \dots$

Ví dụ 6. Trên giá sách có 4 quyển thuộc thể loại Văn học, 3 quyển thuộc thể loại Lịch sử, 2 quyển thuộc thể loại Khoa học viễn tưởng. Bạn Minh Anh rút ngẫu nhiên một quyển. Có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra? Không gian mẫu của phép thử này gồm những phần tử nào?

Lời giải

Kí hiệu: 4 quyển thuộc thể loại Văn học là V_1, V_2, V_3, V_4 ; 3 quyển thuộc thể loại Lịch sử là L_1, L_2, L_3 ; 2 quyển thuộc thể loại Khoa học viễn tưởng là K_1, K_2 .

Trên giá có 9 quyển sách nên khi rút ngẫu nhiên một quyển thì có 9 kết quả có thể xảy ra. Như vậy không gian mẫu có 9 kết quả.

Cụ thể, các kết quả của không gian mẫu được liệt kê như sau: $\Omega = \{V_1, V_2, V_3, V_4, L_1, L_2, L_3, K_1, K_2\}$

Ví dụ 7. Trong hộp thứ nhất có 5 thẻ được đánh số 1,2,3,4,5. Trong hộp thứ hai có 4 chữ cái tạo thành từ TOÁN. Lấy ngẫu nhiên một thẻ trong hộp thứ nhất và một chữ cái trong hộp thứ hai. Hãy mô tả không gian mẫu của phép thử đó.

Lời giải

Ta có bảng sau:

Chữ \ Thẻ số	T	O	A	N
1	1T	1O	1A	1N
2	2T	2O	2A	2N
3	3T	3O	3A	3N
4	4T	4O	4A	4N
5	5T	5O	5A	5N

Không gian mẫu có 20 phần tử.

Ví dụ tương tự.

Xét phép thử tung một đồng xu và một con xúc xắc 6 mặt. Hãy liệt kê các phần tử của không gian mẫu.

Hướng dẫn: Kí hiệu: S, N là mặt sấp, mặt ngửa của đồng xu; 1, 2, 3, 4, 5, 6 là số chấm xuất hiện trên con xúc xắc. Ta có bảng sau:

Xúc xắc \ Đồng xu	1	2	3	4	5	6
1	$(S;1)$	$(S;2)$	$(S;3)$	$(S;4)$	$(S;5)$	$(S;6)$
2	$(N;1)$	$(N;2)$	$(N;3)$	$(N;4)$	$(N;5)$	$(N;6)$

C. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

8.1. Chọn ngẫu nhiên một gia đình có hai con và quan sát giới tính của hai người con đó.

- a) Phép thử và kết quả của phép thử là gì?
- b) Mô tả không gian mẫu của phép thử.

Lời giải

- a) Phép thử là chọn ngẫu nhiên một gia đình có hai con. Kết quả của phép thử là giới tính của hai người con đó: trai hoặc gái.
- b) Không gian mẫu của phép thử là: $\Omega = \{(\text{trai}, \text{trai}); (\text{trai}, \text{gái}); (\text{gái}, \text{trai}); (\text{gái}, \text{gái})\}$

8.2. Một hộp đựng 5 tấm thẻ ghi các số 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5. Rút ngẫu nhiên lần lượt hai tấm thẻ từ hộp, tấm thẻ rút ra lần đầu không trả lại vào hộp.

- a) Phép thử và kết quả của phép thử là gì?
- b) Mô tả không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?

Lời giải

- a) Phép thử là rút ngẫu nhiên lần lượt hai tấm thẻ từ hộp, tấm thẻ được rút ra lần đầu không trả lại vào hộp. Kết quả của phép thử là một cặp số (a, b) , trong đó a và b tương ứng là số ghi trên tấm thẻ được lấy ra ở lần thứ nhất và lần thứ hai. Vì tấm thẻ được lấy ra lần đầu không trả lại vào hộp nên $a \neq b$.
- b) Ta liệt kê được tất cả các kết quả có thể của phép thử bằng cách lập bảng theo mẫu sau:

Lần 2 Lần 1	1	2	3	4	5
1	(1;1)	(1;2)	(1;3)	(1;4)	(1;5)
2	(2;1)	(2;2)	(2;3)	(2;4)	(2;5)
3	(3;1)	(3;2)	(3;3)	(3;4)	(3;5)
4	(4;1)	(4;2)	(4;3)	(4;4)	(4;5)
5	(5;1)	(5;2)	(5;3)	(5;4)	(5;5)

Vì $a \neq b$ nên cặp có hai phần tử trùng nhau không được tính, tức là trong bảng ta phải xóa 5 ô:

$(1,1); (2,2); (3,3); (4,4)$. Do đó không gian mẫu của phép thử là $\Omega = \{(1,2); (1,3); (1,4); (1,5); (2,1); (2,3); (2,4); (2,5); (3,1); (3,2); (3,4); (3,5); (4,1); (4,2); (4,3); (4,5); (5,1); (5,2); (5,3); (5,4)\}$. Vậy không gian mẫu có 20 phần tử.

8.3. Có hai nhóm học sinh: Nhóm I có ba học sinh nam là Huy, Sơn, Tùng; nhóm II có ba học sinh nữ là Hồng, Phương, Linh. Giáo viên chọn ngẫu nhiên một học sinh từ mỗi nhóm.

- a) Phép thử và kết quả của phép thử là gì?
- b) Mô tả không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?

Lời giải

- a) Phép thử là chọn ngẫu nhiên một học sinh từ mỗi nhóm. Kết quả của phép thử là một cặp tên (a, b) , trong đó a và b tương ứng là tên của một học sinh nhóm I và một học sinh nhóm II.
- b) Ta liệt kê được tất cả các kết quả có thể của phép thử bằng cách lập bảng như sau:

Nhóm II /	Nhóm I	Hồng	Phương	Linh
Huy	(Huy, Hồng)	(Huy, Phương)	(Huy, Linh)	
Sơn	(Sơn, Hồng)	(Sơn, Phương)	(Sơn, Linh)	
Tùng	(Tùng, Hồng)	(Tùng, Phương)	(Tùng, Linh)	

Mỗi ô là một kết quả có thể. Không gian mẫu là tập hợp 9 ô của bảng trên. Do đó, không gian mẫu của phép thử là $\Omega = \{(Sơn, Hồng); (Sơn, Phương); (Huy, Linh); (Sơn, Hồng); (Sơn, Phương); (Sơn, Linh); (Tùng, Hồng); (Tùng, Phương); (Tùng, Linh)\}$. Vậy không gian mẫu có 9 phần tử.

8.4. Xếp ngẫu nhiên ba bạn Mai, Việt, Lan trên một chiếc ghế dài.

a) Phép thử và kết quả của phép thử là gì?

b) Mô tả không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?

Lời giải

a) Phép thử là xếp ngẫu nhiên ba bạn Mai, Việt, Lan trên một chiếc ghế dài. Kết quả của phép thử là một bộ ba tên (a, b, c) , trong đó a, b và c tương ứng là tên ba bạn được xếp theo vị trí trên chiếc ghế dài.

b) Không gian mẫu của phép thử là: $\Omega = \{(Mai, Việt, Lan); (Mai, Lan, Việt); (Việt, Mai, Lan); (Việt, Lan, Mai); (Lan, Mai, Việt); (Lan, Việt, Mai)\}$. Vậy không gian mẫu có 6 phần tử.

D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1. Bạn Tùng gieo một con xúc xắc và bạn Sơn gieo một đồng xu liên tiếp hai lần.

a) Phép thử là gì?

b) Mô tả không gian mẫu của phép thử.

Lời giải

a) Phép thử ngẫu nhiên là gieo một con xúc xắc và gieo một đồng xu liên tiếp hai lần.

b) Kết quả có thể của gieo một con xúc xắc là số chấm xuất hiện trên con xúc xắc: 1,2,3,4,5,6 chấm. Kết quả có thể của gieo một đồng xu liên tiếp hai lần là SS, SN, NS, NN (mặt sấp (S), mặt ngửa (N)). Ta lập bảng sau:

Gieo đồng xu hai lần /	Gieo xúc xắc	SS	SN	NS	NN
1	1SS	1SN	1NS	1NN	
2	2SS	2SN	2NS	2NN	
3	3SS	3SN	3NS	3NN	
4	4SS	4SN	4NS	4NN	
5	5SS	5SN	5NS	5NN	
6	6SS	6SN	6NS	6NN	

Mỗi ô là một kết quả có thể. Không gian mẫu là tập hợp 24 ô của bảng trên.

Vậy $\Omega = \{1SS; 2SS; 3SS; \dots; 5NN; 6NN\}$

Câu 2. Túi I có 2 viên bi màu đen, kí hiệu là B_1, B_2 và 2 viên bi màu trắng, kí hiệu là T_1, T_2 . Túi II có 3 viên bi màu xanh, kí hiệu là X_1, X_2, X_3 và 2 viên bi màu đỏ, kí hiệu là D_1, D_2 , các viên bi có cùng kích thước. Từ mỗi túi lấy ngẫu nhiên một viên bi.

- a) Phép thử là gì?
- b) Mô tả không gian mẫu của phép thử.

Lời giải

- a) Phép thử là lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hai túi.
- b) Ta lập bảng sau:

Túi I \ Túi II	X_1	X_2	X_3	D_1	D_2
B_1	(B_1, X_1)	(B_1, X_2)	(B_1, X_3)	(B_1, D_1)	(B_1, D_2)
B_2	(B_2, X_1)	(B_2, X_2)	(B_2, X_3)	(B_2, D_1)	(B_2, D_2)
T_1	(T_1, X_1)	(T_1, X_2)	(T_1, X_3)	(T_1, D_1)	(T_1, D_2)
T_2	(T_2, X_1)	(T_2, X_2)	(T_2, X_3)	(T_2, D_1)	(T_2, D_2)

Mỗi ô là một kết quả có thể. Không gian mẫu là tập hợp 20 ô của bảng trên.

Vậy $\Omega = \{(B_1, X_1); (B_2, X_1); (T_1, X_1); (T_2, X_1); \dots; (B_1, D_2); (B_2, D_2); (T_1, D_2); (T_2, D_2)\}$.

Câu 3. Bạn Minh gieo một đồng xu và bạn Ngọc lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ một hộp chứa 4 quả bóng với các màu xanh, đỏ, tím, vàng.

- a) Phép thử là gì?
- b) Có bao nhiêu kết quả có thể? Mô tả không gian mẫu của phép thử.

Lời giải

- a) Phép thử là gieo một đồng xu đồng thời lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ một hộp chứa 4 quả bóng với các màu xanh, đỏ, tím, vàng.
- b) Kí hiệu S, N tương ứng là đồng xu xuất hiện mặt sấp, mặt ngửa và kí hiệu 4 quả bóng màu xanh, đỏ, tím, vàng tương ứng là X, D, T, V . Ta lập bảng sau:

Minh \ Ngọc	X	D	T	V
S	(S, X)	(S, D)	(S, T)	(S, V)
N	(N, X)	(N, D)	(N, T)	(N, V)

Mỗi ô là một kết quả có thể. Có 8 kết quả có thể. Không gian mẫu là tập hợp 8 ô của bảng trên.

Vậy $\Omega = \{(S, X); (S, D); (S, T); (S, V); (N, X); (N, D); (N, T); (N, V)\}$.

Câu 4. Túi A chứa 4 tấm thẻ được đánh số 1,2,3,4. Túi B chứa 4 viên bi với các màu xanh, đỏ, tím, vàng. Từ túi A rút ngẫu nhiên một tấm thẻ đồng thời từ túi B lấy ngẫu nhiên một viên bi.

- a) Phép thử là gì?
- b) Có bao nhiêu kết quả có thể? Mô tả không gian mẫu của phép thử.

Lời giải

a) Phép thử là từ túi A rút ngẫu nhiên một tấm thẻ đồng thời từ túi B lấy ngẫu nhiên một viên bi.

b) Kí hiệu 4 viên bi màu xanh, đỏ, tím, vàng tương ứng là X, D, T, V . Ta lập bảng sau:

Túi A \ Túi B	1	2	3	4
X	$(1, X)$	$(2, X)$	$(3, X)$	$(4, X)$
D	$(1, D)$	$(2, D)$	$(3, D)$	$(4, D)$
T	$(1, T)$	$(2, T)$	$(3, T)$	$(4, T)$
V	$(1, V)$	$(2, V)$	$(3, V)$	$(4, V)$

Mỗi ô là một kết quả có thể. Có 16 kết quả có thể. Không gian mẫu là tập hợp 16 ô của bảng trên. Vậy $\Omega = \{(1, X); (1, D); \dots; (4, T); (4, V)\}$.

Câu 5. Một hộp đựng 6 chiếc kẹo với các nhãn hiệu A, B, C, D, E, F . Bạn Lan lấy ngẫu nhiên một chiếc kẹo cho vào cặp sách của mình. Tiếp đó bạn Hồng lấy ngẫu nhiên một chiếc kẹo từ hộp.

a) Phép thử và kết quả của phép thử là gì?

b) Mô tả không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?

Lời giải

a) Phép thử là lấy ngẫu nhiên từ một hộp đựng 6 chiếc kẹo với các nhãn hiệu A, B, C, D, E, F lần lượt hai chiếc kẹo, chiếc kẹo được lấy ra lần đầu không trả lại vào hộp. Kết quả của phép thử là một cặp (x, y) , trong đó x và y tương ứng là nhãn hiệu của chiếc kẹo mà hai bạn Lan và Hồng lấy trong hộp. Vì chiếc kẹo bạn Lan lấy ra không trả lại vào hộp nên $x \neq y$.

b) Ta liệt kê được tất cả các kết quả có thể của phép thử bằng cách lập bảng sau:

Hồng \ Lan	A	B	C	D	E	F
A	(A, A)	(A, B)	(A, C)	(A, D)	(A, E)	(A, F)
B	(B, A)	(B, B)	(B, C)	(B, D)	(B, E)	(B, F)
C	(C, A)	(C, B)	(C, C)	(C, D)	(C, E)	(C, F)
D	(D, A)	(D, B)	(D, C)	(D, D)	(D, E)	(D, F)
E	(E, A)	(E, B)	(E, C)	(E, D)	(E, E)	(E, F)
F	(F, A)	(F, B)	(F, C)	(F, D)	(F, E)	(F, F)

Chú ý rằng $x \neq y$ nên cặp có hai phần tử trùng nhau không được tính, tức là trong bảng ta phải xoá 6 ô $(A, A); (B, B); (C, C); (D, D); (E, E); (F, F)$.

Vậy $\Omega = \{(B, A); (C, A); \dots; (D, F); (E, F)\}$. Không gian mẫu có $36 - 6 = 30$ (phần tử).

Câu 6. Một tấm bia hình tròn được chia làm năm hình quạt tròn có diện tích bằng nhau, trên mỗi hình quạt lần lượt ghi các số 1,2,3,4,5 và được gắn vào trục quay có mũi tên cố định ở tâm. Bạn An quay tấm bia hai lần và quan sát xem mũi tên chỉ vào hình quạt nào khi tấm bia dừng lại.

a) Phép thử và kết quả của phép thử là gì?

b) Mô tả không gian mẫu của phép thử.

Lời giải

a) Phép thử là quay tấm bia hai lần và quan sát xem mũi tên chỉ vào hình quạt nào khi tấm bia dừng lại. Kết quả phép thử là cặp (x, y) trong đó x, y là một trong các số 1, 2, 3, 4, 5.

b) Ta liệt kê được tất cả các kết quả có thể của phép thử bằng cách lập bảng sau:

Lần 1 \ Lần 2	1	2	3	4	5
1	(1;1)	(1;2)	(1;3)	(1;4)	(1;5)
2	(2;1)	(2;2)	(2;3)	(2;4)	(2;5)
3	(3;1)	(3;2)	(3;3)	(3;4)	(3;5)
4	(4;1)	(4;2)	(4;3)	(4;4)	(4;5)
5	(5;1)	(5;2)	(5;3)	(5;4)	(5;5)

Mỗi ô trong bảng là một kết quả có thể. Có 25 kết quả có thể. Không gian mẫu là tập hợp 25 ô của bảng trên. Vậy $\Omega = \{(1,1); (2,1); (3,1) \dots; (4,5); (5,5)\}$.

Câu 7. Một hộp chứa 3 quả bóng bàn và 2 quả bóng gôn. Trong các hoạt động sau, hoạt động nào là phép thử ngẫu nhiên?

- Chọn ra đồng thời 5 quả bóng từ hộp.
- Chọn ra lần lượt 5 quả bóng từ hộp, bóng lấy ra không được trả lại hộp.
- Chọn ra đồng thời 2 quả bóng gôn từ hộp.
- Chọn ra đồng thời 2 quả bóng bàn từ hộp.

Lời giải

Hoạt động a) và c) không là phép thử ngẫu nhiên vì mỗi hoạt động chỉ có một kết quả có thể xảy ra.

Hoạt động b) và d) là phép thử ngẫu nhiên vì mỗi hoạt động có nhiều hơn một kết quả có thể xảy ra và ta không thể biết trước được kết quả của chúng.

Câu 8. Một hộp đựng 4 tấm thẻ ghi các số 5; 6; 8; 9. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 tấm thẻ từ hộp. Tấm thẻ lấy ra lần đầu không được trả lại hộp.

- Xác định không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu của phép thử có bao nhiêu phần tử?
- Liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố A : "Tích các số ghi trên hai tấm thẻ là số lẻ".

Lời giải

a) Kí hiệu $(i; j)$ là kết quả thẻ lấy ra lần đầu ghi số i và thẻ lấy ra lần sau ghi số j .

Không gian mẫu của phép thử là

$$\Omega = \{(5;6); (5;8); (5;9); (6;5); (6;8); (6;9); (8;5); (8;6); (8;9); (9;5); (9;6); (9;8)\}.$$

Không gian mẫu của phép thử có 12 phần tử.

b) Các kết quả thuận lợi cho biến cố A là (5;9) và (9;5).

Câu 9. Một hộp chứa 2 cây bút xanh và 1 cây bút tím.

- a) Liệt kê các phần tử của không gian mẫu của phép thử chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 cây bút từ hộp.
- b) Liệt kê các phần tử của không gian mẫu của phép thử chọn ngẫu nhiên lần lượt 2 cây bút từ hộp, cây bút lấy ra lần thứ nhất không được trả lại hộp trước khi lấy cây bút thứ hai.
- c) Liệt kê các phần tử của không gian mẫu của phép thử chọn ngẫu nhiên lần lượt 2 cây bút từ hộp, cây bút lấy ra lần thứ nhất được trả lại hộp trước khi lấy cây bút thứ hai.

Lời giải

Kí hiệu hai cây bút xanh là X_1, X_2 và cây bút tím là T .

- a) Các phần tử của không gian mẫu của phép thử chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 cây bút từ hộp là:

$$\{X_1; X_2\}; \{X_1; T\}; \{X_2; T\}.$$

- b) Các phần tử của không gian mẫu của phép thử chọn ngẫu nhiên lần lượt 2 cây bút từ hộp, cây bút lấy ra lần thứ nhất không được trả lại hộp trước khi lấy cây bút thứ hai là:

$$(X_1; X_2); (X_1; T); (X_2; X_1); (X_2; T); (T; X_1); (T; X_2).$$

- c) Các phần tử của không gian mẫu của phép thử chọn ngẫu nhiên lần lượt 2 cây bút từ hộp, cây bút lấy ra lần thứ nhất được trả lại hộp trước khi lấy cây bút thứ hai là

$$(X_1; X_1); (X_1; X_2); (X_1; T); (X_2; X_1); (X_2; X_2); (X_2; T); (T; X_1); (T; X_2); (T; T).$$

Câu 10. Hộp thứ nhất chứa 2 tấm thẻ cùng loại được đánh số 1; 2. Hộp thứ hai chứa 3 tấm thẻ cùng loại được đánh số 3; 4; 5. Bạn Hà lấy ngẫu nhiên 1 tấm thẻ từ hộp thứ nhất và 1 tấm thẻ từ hộp thứ hai.

- a) Hãy xác định không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu của phép thử có bao nhiêu phần tử?
- b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố A : "Các số trên hai thẻ lấy ra đều là số lẻ". Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố A ?

Lời giải

- a) Kí hiệu $(i; j)$ là kết quả thẻ lấy ra từ hộp thứ nhất được đánh số i , thẻ lấy ra từ hộp thứ hai được đánh số j .

Không gian mẫu của phép thử là $\Omega = \{(1; 3); (1; 4); (1; 5); (2; 3); (2; 4); (2; 5)\}$.

Không gian mẫu của phép thử có 6 phần tử.

- b) Các kết quả thuận lợi cho biến cố A là $(1; 3)$ và $(1; 5)$.

Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố A .

Câu 11. Một nhóm học sinh gồm 2 bạn lớp 9 A là Đăng, Phước và 3 bạn lớp 9 B là Dung, Thọ và Thuý. Thầy giáo chọn ngẫu nhiên 1 học sinh lớp 9 A và 1 học sinh lớp 9B từ nhóm trên.

- a) Hãy xác định không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu của phép thử có bao nhiêu phần tử?
- b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố A : "Tên của hai bạn được chọn đều có chữ cái n ". Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố A ?

Lời giải

a) Không gian mẫu của phép thử gồm các kết quả là: Đăng và Dung; Đăng và Thọ; Đăng và Thuý; Phước và Dung; Phước và Thọ; Phước và Thuý.

Không gian mẫu của phép thử có 6 phần tử.

b) Kết quả thuận lợi cho biến cố A là: Đăng và Dung.

Có đúng 1 kết quả thuận lợi cho biến cố A .

Câu 12. Peter sẽ đến thăm Thủ đô Hà Nội, Thành phố Huế và Thành phố Hồ Chí Minh trong chuyến du lịch Việt Nam của mình. Peter dự định thăm ba thành phố trên theo một thứ tự ngẫu nhiên. Hãy mô tả không gian mẫu của phép thử.

Lời giải

Kí hiệu Thủ đô Hà Nội, Thành phố Huế và Thành phố Hồ Chí Minh lần lượt là A, B, C . Kí hiệu XYZ là kết quả Peter thăm lần lượt ba thành phố X, Y và Z .

Không gian mẫu của phép thử là $\Omega = \{ABC; ACB; BAC; BCA; CAB; CBA\}$.

Câu 13. Ba bạn Bắc, Trung, Nam vào một quán giải khát. Bắc gọi một li sinh tố bơ, Trung gọi một li sinh tố chuối và Nam gọi một li sinh tố dứa. Khi mang các li sinh tố ra, cô phục vụ đã đưa cho mỗi người một li sinh tố một cách ngẫu nhiên.

a) Hãy xác định không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu của phép thử có bao nhiêu phần tử?

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố A : "Bạn Bắc nhận đúng li sinh tố mình đã gọi".

Lời giải

a) Kí hiệu li sinh tố bơ, li sinh tố chuối và li sinh tố dứa lần lượt là B, C và D .

Kí hiệu XYZ là kết quả li sinh tố theo thứ tự mà ba bạn Bắc, Trung, Nam lần lượt nhận được là X, Y, Z .

Không gian mẫu của phép thử là: $\Omega = \{BCD; BDC, CBD; CDB; DBC; DCB\}$.

Không gian mẫu của phép thử có 6 phần tử.

b) Các kết quả thuận lợi cho biến cố A là: BCD; BDC .

BÀI 26. XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ LIÊN QUAN TỚI PHÉP THỬ

A. CÁC KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NHỚ

I. KẾT QUẢ THUẬN LỢI CHO MỘT BIẾN CỐ LIÊN QUAN TỚI PHÉP THỬ

Cho phép thử T . Xét biến cố E , ở đó việc xảy ra hay không xảy ra của E tùy thuộc vào kết quả của phép thử T . Kết quả của phép thử T làm cho biến cố E xảy ra gọi là kết quả thuận lợi cho E .

Ví dụ 1. Một tấm bìa cứng hình tròn được chia làm bốn hình quạt bằng nhau, đánh số 1 ; 2 ; 3 ; 4 và được gắn vào trục quay có mũi tên ở tâm (H.8.2). Bạn Tuấn quay tấm bìa hai lần, quan sát và ghi lại số của hình quạt mà mũi tên chỉ vào.



- Phép thử là gì? Hãy mô tả không gian mẫu của phép thử.
- Xét biến cố E : “Tổng hai số ghi trên hai hình quạt ở hai lần quay bằng 5”. Mô tả các kết quả thuận lợi cho biến cố E .
- Xét biến cố F : “Tích hai số ghi trên hai hình quạt ở hai lần quay bằng 4”. Mô tả các kết quả thuận lợi cho biến cố F .

Lời giải

- Phép thử là quay tấm bìa hai lần. Kết quả của phép thử là một cặp số (a, b) , trong đó a và b tương ứng là số ghi trên các hình quạt mà mũi tên chỉ vào ở lần quay thứ nhất và thứ hai.

Ta liệt kê được tất cả các kết quả có thể của phép thử bằng cách lập bảng như sau:

Lần 1 \ Lần 2	1	2	3	4
1	(1;1)	(1;2)	(1;3)	(1;4)
2	(2;1)	(2;2)	(2;3)	(2;4)
3	(3;1)	(3;2)	(3;3)	(3;4)
4	(4;1)	(4;2)	(4;3)	(4;4)

Mỗi ô trong bảng là một kết quả có thể. Không gian mẫu là tập hợp 16 ô của bảng trên. Như vậy, không gian mẫu của phép thử là

$$\Omega = \{(1,1); (1,2); (1,3); (1,4); (2,1); (2,2); (2,3); (2,4); (3,1); (3,2); (3,3); (3,4); (4,1); (4,2); (4,3); (4,4)\}.$$

- Các kết quả thuận lợi cho biến cố E là $(1,4); (2,3); (3,2); (4,1)$.

- Các kết quả thuận lợi cho biến cố F là $(1,4); (2,2); (4,1)$.

II. TÍNH XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ LIÊN QUAN ĐẾN PHÉP THỬ KHI CÁC KẾT QUẢ CỦA PHÉP THỬ ĐỒNG KHẢ NĂNG

Giả sử rằng các kết quả có thể của phép thử T là đồng khả năng. Khi đó xác suất $P(E)$ của biến cố E bằng tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho biến cố E và số phần tử của tập Ω : $P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)}$, trong đó Ω là không gian mẫu của T ; $n(E)$ là số kết quả thuận lợi cho biến cố E và $n(\Omega)$ là số phần tử của tập Ω .

Cách tính xác suất của một biến cố

Việc tính xác suất của một biến cố E gồm các bước sau:

Bước 1. Mô tả không gian mẫu của phép thử. Từ đó xác định số phần tử của không gian mẫu Ω .

Bước 2. Chứng tỏ các kết quả có thể của phép thử là đồng khả năng.

Bước 3. Mô tả các kết quả thuận lợi cho biến cố E . Từ đó xác định số kết quả thuận lợi cho biến cố E .

Bước 4. Lập tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho biến cố E với số phần tử của không gian mẫu Ω .

Ví dụ 2. Ba bạn Bảo, Châu, Dương được xếp ngẫu nhiên ngồi trên một hàng ghế có ba chỗ ngồi. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) E: “Bảo không ngồi ngoài cùng bên phải”;

b) F: “Châu và Dương không ngồi cạnh nhau”.

Lời giải

Kí hiệu ba bạn Bảo, Châu, Dương lần lượt là B, C, D . Ta liệt kê các kết quả có thể xảy ra:

- Bảo ngồi ngoài cùng bên trái: có 2 cách xếp là BCD và BDC .

- Bảo ngồi giữa: có 2 cách xếp là CBD và DBC .

- Bảo ngồi ngoài cùng bên phải: có 2 cách xếp là CDB và DCB .

Vậy không gian mẫu của phép thử là $\Omega = \{BCD; BDC; CBD; DBC; CDB; DCB\}$. Tập Ω có 6 phần tử. Vì việc xếp chỗ ngồi là ngẫu nhiên nên các kết quả có thể là đồng khả năng.

a) Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố E là BCD, BDC, CBD và DBC . Vậy $P(E) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

b) Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố F là CBD và DBC . Vậy $P(F) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Ví dụ 3. Để trả lời câu hỏi trong tình huống mở đầu ta cần biết kiểu gene của cây bố và cây mẹ. Giả sử cây bố có kiểu gene là (AA, Bb) , cây mẹ có kiểu gene là (Aa, Bb) . Khi đó yêu cầu bài toán trở thành tính xác suất để cây con có hạt vàng và trơn.

Lời giải

Ở Bài 25, ta đã biết không gian mẫu là:

$$\Omega = \{(AA, BB); (AA, Bb); (AA, bB); (AA, bb); (Aa, BB); (Aa, Bb); (Aa, bB); (Aa, bb)\}$$

Tập Ω có 8 phần tử. Phép thử có 8 kết quả có thể. Do cây con chọn ngẫu nhiên một gene từ cây bố và một gene từ cây mẹ nên các kết quả có thể trên là đồng khả năng.

Gọi M là biến cố “Cây con có hạt vàng và trơn”. Cây con có hạt vàng và trơn nếu trong gene màu hạt có ít nhất một allele trội A và trong gene dạng hạt có ít nhất một allele trội B.

Có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố M là $(AA, BB); (AA, Bb); (AA, bB); (Aa, BB); (Aa, Bb); (Aa, bB)$.

Vậy $P(M) = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Kết quả thuận lợi cho một biến cố

Ví dụ 1. Xét phép thử tung một con xúc xắc cân đối và đồng chất có 6 mặt. Gọi A là biến cố “Nhận được mặt có số chấm là số nguyên tố”. Hãy liệt kê những kết quả thuận lợi cho biến cố A .

Hướng dẫn: Các kết quả thuận lợi cho biến cố là một tập con của không gian mẫu.

Lời giải

Ta có: $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Đó là kết quả khi tung xúc xắc 6 mặt. Trong các số từ 1 đến 6 có ba số nguyên tố 2; 3; 5. Vậy kết quả thuận lợi cho biến cố A là 2; 3; 5. Có thể viết: $A = \{2; 3; 5\}$.

Nhận xét: A là tập con của Ω .

Ví dụ 2. Bánh xe được chia thành 16 hình quạt bằng nhau, đánh số thứ tự từ 1 đến 16. Quay bánh xe và quan sát xem khi nó dừng thì mũi kim (được gắn cố định) chỉ vào hình quạt số mấy (ta nói ngắn gọn là “kim chỉ vào số mấy”). Hãy liệt kê các kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố sau:

A : “Kim chỉ vào số là bội số của 5”;

B : “Kim chỉ vào số là ước của 14”.



Lời giải

Ta có: $\Omega = \{1; 2; 3; \dots; 14; 15; 16\}$. Khi đó $A = \{5; 10; 15\}; B = \{1; 2; 7; 14\}$

Nhận xét: Ta ghi tập hợp A là các bội của 5, không vượt quá 16; tập hợp B là tập hợp các ước của 14.

A và B là tập hợp con của tập Ω .

Ví dụ 3. Bảng thống kê tuổi các thành viên tham gia câu lạc bộ bơi lội của một nhà văn hoá thiếu nhi.

Tuổi của các thành viên câu lạc bộ bơi lội

	10 tuổi	12 tuổi	13 tuổi	14 tuổi	Tổng số
Nam	3	5	7	15	30
Nữ	5	6	10	6	27
Tổng số	8	11	17	21	57

Lấy ngẫu nhiên một bạn trong danh sách để kiểm tra sức khoẻ. Xét các biến cố:

A : “Chọn được một bạn nữ 10 tuổi”;

B : “Chọn được một bạn nữ”;

C : “Chọn được một bạn nam 13 tuổi hoặc 14 tuổi”.

Hãy xác định số kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố A, B, C .

Lời giải

- Kết quả thuận lợi cho biến cố A là 5.

- Tổng số thành viên nữ là 27 nên có 27 kết quả thuận lợi cho biến cố B .

- Tổng số bạn nam 13 tuổi hoặc 14 tuổi là: $7 + 15 = 22$

Vậy có 22 kết quả thuận lợi cho biến cố C .

Ví dụ 4. Bảng biểu diễn kết quả thống kê của một bệnh viện về cân nặng của một số trẻ sơ sinh.

Cân nặng của một số trẻ sơ sinh

Cân nặng (g)		[2800;3000)	[3000;3200)	[3200;3400)	[3400;3600)	Tổng số
Tần số	Bé gái	4	17	10	5	36
	Bé trai	3	18	8	3	32

Chọn ngẫu nhiên một trẻ sơ sinh trong số này. Xác định số kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố sau:

M : “Chọn được một bé gái thuộc nhóm có cân nặng trong khoảng $[3200;3400)$ (g)”

N : “Chọn được một bé cân nặng dưới 3000 g”;

O : “Chọn được một bé trai cân nặng không dưới 3200 g”.

Lời giải

Ta có kết quả thuận lợi cho biến cố M là 10 ; số kết quả thuận lợi cho biến cố N là $3 + 4 = 7$; số kết quả thuận lợi cho biến cố O là $8 + 3 = 11$.

Ví dụ 5. Viết ngẫu nhiên một số chẵn có hai chữ số. Hãy liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố “Số tự nhiên được viết là bội của 4”.

Hướng dẫn: $\Omega = \{10;12;\dots;96;98\}$. Bội của 4: 12; 16; ...; 96.

Lời giải

Các bội của 4 có hai chữ số có dạng $4k; k \in \{3;4;\dots;23;24\}$.

Vậy các kết quả thuận lợi cho biến cố trên là: $\{12;16;20;\dots;88;92;96\}$.

Nhận xét: Số kết quả thuận lợi là 22.

Ví dụ tương tự.

Viết ngẫu nhiên một số lẻ không vượt quá 100. Hãy liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố E : “Số tự nhiên được viết là bội của 9”.

Đáp số: $E = \{9;18;27;36;45;54;63;72;81;90;99\}$. E có 11 phần tử.

Dạng 2. Xác suất của biến cố

Ví dụ 1. Màu hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình là vàng và xanh. Có hai gene ứng với hai kiểu hình này allele trội A và allele lặn a . Hình dạng hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình: hạt trơn và hạt nhăn. Có hai gene ứng với hai kiểu hình này allele trội B và allele lặn b . Khi cho lai hai cây đậu Hà Lan, cặp gene của cây con được lấy ngẫu nhiên một gene từ cây bố và một gene từ cây mẹ. Phép thử là cho lai hai cây đậu Hà Lan, trong đó cây bố và cây mẹ có kiểu hình là “hạt vàng nhăn”. Hỏi xác suất để cây con có kiểu hình như cây bố và cây mẹ là bao nhiêu?

Lời giải

Ta có bảng sau:

Dạng hạt Màu hạt	BB	Bb	bB	bb
AA	$(AA; BB)$	$(AA; Bb)$	$(AA; bB)$	$(AA; bb)$
Aa	$(Aa; BB)$	$(Aa; Bb)$	$(Aa; bB)$	$(Aa; bb)$

Gọi E là biến cố “cây con có hạt vàng nhăn”. Ta có: $E = \{(AA, bb); (Aa; bb)\}$.

Có hai kết quả thuận lợi cho biến cố E .

$$\Omega = \{(AA, BB); (AA, Bb); (AA, bB); (AA, bb); (Aa, BB); (Aa, Bb); (Aa, bB); (Aa, bb)\}$$

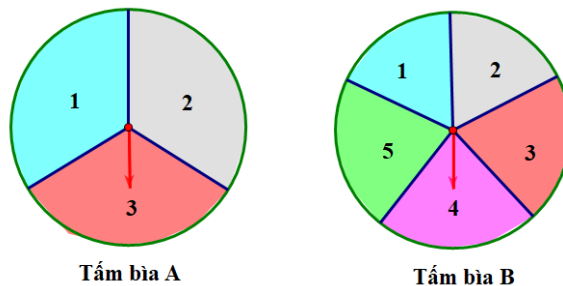
Vậy $P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.

Ví dụ tương tự.

Tính xác suất của biến cố F : “Cây con có hạt vàng và trơn”.

Đáp số $P(F) = 0,75$.

Ví dụ 2. Tấm bìa cứng A hình tròn được chia thành 3 hình quạt có diện tích bằng nhau, đánh số 1;2;3 và tấm bìa cứng B hình tròn được chia thành 5 hình quạt có diện tích bằng nhau, đánh số 1;2;3;4;5. Trục quay của A và B được gắn mũi tên ở tâm. Bạn Nam quay tấm bìa A, bạn Bình quay tấm bìa B. Quan sát xem mũi tên dừng ở hình quạt nào trên hai tấm bìa. (Xem hình vẽ).



Tính xác suất của các biến cố sau:

E : “Tích hai số ở hình quạt mà hai mũi tên chỉ vào bằng 6”;

F : “Tích hai số ở hình quạt mà hai mũi tên chỉ vào nhỏ hơn 5”;

G : “Tích hai số ở hình quạt mà hai mũi tên chỉ vào là số chẵn”.

Hướng dẫn: Viết tập hợp Ω và các tập hợp E, F, G .

Lời giải

Ta có bảng sau:

B \ A	1	2	3
1	(1;1)	(1;2)	(1;3)
2	(2;1)	(2;2)	(2;3)
3	(3;1)	(3;2)	(3;3)
4	(4;1)	(4;2)	(4;3)
5	(5;1)	(5;2)	(5;3)

$$\Omega = \{(1;1);(1;2);(1;3);(2;1);(2;2);(2;3);(3;1);(3;2);(3;3);(4;1);(4;2);(4;3);(5;1);(5;2);(5;3)\}$$

Số phần tử của Ω là 15; $n(\Omega) = 15$

Số kết quả thuận lợi cho biến cố E là: $E = \{(3;2);(2;3)\} \Rightarrow P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{2}{15}$

Ta có: $F = \{(1;1);(1;2);(2;1);(1;3);(3;1);(2;2);(4;1)\} \Rightarrow P(F) = \frac{7}{15}$

Ta có: $G = \{(1;2);(2;1);(2;2);(2;3);(3;2);(4;1);(4;2);(4;3);(5;2)\}$.

Tập hợp G có 9 phần tử. Vậy $P(G) = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$.

Ví dụ 3. Cho hai túi I và II, mỗi túi chứa 3 tấm thẻ được ghi các số 2; 4; 9. Rút ngẫu nhiên từ mỗi túi ra một tấm thẻ và ghép thành số có hai chữ số với chữ số trên tấm thẻ rút từ túi I là chữ số hàng chục. Tính xác suất các biến cố sau:

a) A : “Số tạo thành chia hết cho 4”;

b) B : “Số tạo thành là số nguyên tố”.

Lời giải

Ta có: $\Omega = \{22; 24; 29; 42; 44; 49; 92; 94; 99\}$. Số phần tử của Ω là 9.

a) Ta có: $A = \{24; 44; 92\}$. Tập hợp A có 3 phần tử. Vậy $P(A) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

b) Ta có: $B = \{29\}$. Tập hợp B có 1 phần tử. Vậy $P(B) = \frac{1}{9}$.

Ví dụ tương tự.

Xét ba bạn An, Bình, Châu ngồi trên một dãy ghế có ba chỗ ngồi. Tính xác suất các biến cố sau:

a) E : “An không ngồi ngoài cùng bên phải”;

b) B : “Bình và Châu ngồi cạnh nhau”.

Hướng dẫn: Viết tập hợp các phần tử của không gian mẫu bằng cách liệt kê các kết quả.

Lời giải

Kí hiệu ba bạn An, Bình, Châu là A, B, C . Có các cách xếp ba bạn vào dãy ghế:

$(A, B, C); (A, C, B); (B, A, C); (B, C, A); (C, A, B); (C, B, A)$.

Vậy $\Omega = \{(A, B, C); (A, C, B); (B, A, C); (B, C, A); (C, A, B); (C, B, A)\}$. Số phần tử của Ω là 6.

a) Ta có: $E = \{(B, A, C); (B, C, A); (C, A, B); (C, B, A)\}$. Vậy $P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

b) Ta có: $F = \{(B, A, C); (C, A, B)\}$. Vậy $P(F) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Ví dụ 4. Tính xác suất của các biến cố sau:

E : “Trong hai bạn được chọn, có một bạn nam và một bạn nữ”;

F : “Trong hai bạn được chọn có bạn Dung”;

Hướng dẫn: Xem Ví dụ 7. Số phần tử của tập hợp Ω là 6.

Lời giải

Ta có: $\Omega = \{\text{Hùng - Dũng; Hùng - Dung; Hùng - Nguyệt; Dũng - Dung; Dũng - Nguyệt; Dung - Nguyệt}\}$.

$E = \{\text{Hùng - Dung; Hùng - Nguyệt; Dũng - Dung; Dũng - Nguyệt}\}$. Vậy $P(E) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

Ta có: $F = \{\text{Hùng - Dung; Dũng - Dung; Dung - Nguyệt}\}$. Vậy $P(F) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Ví dụ 5. Bạn Hoàng lấy ngẫu nhiên một quả cầu từ một túi đựng 2 quả cầu gồm một quả màu đen và một quả màu trắng, có cùng khối lượng và kích thước. Bạn Hải rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ một hộp đựng 3 tấm thẻ A, B, C .

a) Mô tả không gian mẫu của phép thử.

b) Xét các biến cố sau:

E : “Bạn Hoàng lấy được quả cầu màu đen”;

F : “Hoàng lấy được quả cầu màu trắng và bạn Hải không rút được tấm thẻ A ”.

Tính $P(E); P(F)$.

Lời giải

a) Kí hiệu quả cầu đen, trắng thứ tự là Đ, T.

Ta có bảng sau:

Tám thẻ Quả cầu	A	B	C
1	(Đ; A)	(Đ; B)	(Đ; C)
2	(T; A)	(T; B)	(T; C)

Không gian mẫu có 6 phần tử.

b) Ta có: $E = \{(Đ; A); (Đ; B); (Đ; C)\}$. Vậy $P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$F = \{(T; B); (T; C)\}$. Vậy $P(F) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Ví dụ 6. Hộp thứ nhất đựng 1 quả bóng trắng, 1 quả bóng đỏ. Hộp thứ hai đựng 1 quả bóng đỏ, 1 quả bóng vàng. Lấy ra ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 quả bóng.

a) Xác định không gian mẫu và số kết quả có thể xảy ra của phép thử.

b) Biết rằng các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Hãy tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A : “2 quả bóng lấy ra có cùng màu”;

B : “Có đúng 1 quả bóng màu đỏ trong 2 quả bóng lấy ra”.

Lời giải

a) Kí hiệu T là màu trắng, $Đ$ là màu đỏ và V là màu vàng.

Không gian mẫu $\Omega = \{(T; Đ); (T; V); (Đ; Đ); (Đ; V)\}$. Số kết quả có thể xảy ra là $n(\Omega) = 4$

b) Vì các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng nên 4 kết quả trên có cùng khả năng xảy ra.

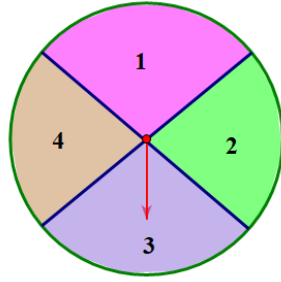
Chỉ có một kết quả thuận lợi cho biến cố A là $(Đ; Đ)$ nên $n(A) = 1$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{4}$.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố B là $(T, Đ)$ và $(Đ, V)$ nên $n(B) = 2$.

Xác suất của biến cố B là $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

Ví dụ 7. Một tấm bìa cứng hình tròn được chia làm bốn hình quạt bằng nhau, đánh số 1 ; 2 ; 3 ; 4 và được gắn vào trục quay có mũi tên ở tâm (hình vẽ).



Bạn Tuấn quay tám bia hai lần, quan sát và ghi lại số hình quạt mà mũi tên chỉ vào. Tính xác suất của các biến cố:

a) E : “Tổng hai số ghi trên hai hình quạt ở hai lần quay bằng 5”;

b) F : “Tích hai số ghi trên hai hình quạt ở hai lần quay bằng 4”.

Hướng dẫn: Liệt kê các phần tử của không gian mẫu và các phần tử của tập hợp E , tập hợp F .

Lời giải

a) Ta có bảng sau:

Lần 1 \ Lần 2	1	2	3
1	(1;1)	(1;2)	(1;3)
2	(2;1)	(2;2)	(2;3)
3	(3;1)	(3;2)	(3;3)
4	(4;1)	(4;2)	(4;3)

$$\Omega = \{(1;1); (1;2); (1;3); (1;4); (2;1); (2;2); (2;3); (2;4); (3;1); (3;2); (3;3); (3;4); (4;1); (4;2); (4;3); (4;4)\}.$$

Số phần tử của Ω là 16; $n(\Omega) = 16$

Ta có $E = \{(1;4); (2;3); (3;2); (4;1)\} \Rightarrow n(E) = 4 \Rightarrow P(E) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

b) Ta có: $F = \{(1;4); (2;2); (4;1)\} \Rightarrow n(F) = 3 \Rightarrow P(F) = \frac{3}{16}$.

Ví dụ tương tự.

Có hai túi I và II, mỗi túi chứa 4 tấm thẻ được đánh số 1 ; 2 ; 3 ; 4. Rút ngẫu nhiên từ mỗi túi ra một tấm thẻ và nhân hai số ghi trên tấm thẻ với nhau. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) A : “Kết quả là một số lẻ”;

b) B : “Kết quả là 1 hoặc một số nguyên tố”.

Hướng dẫn:

Ta có bảng sau:

Túi I \ Túi II	1	2	3
1			
2			
3			
4			

1	(1;1)	(1;2)	(1;3)
2	(2;1)	(2;2)	(2;3)
3	(3;1)	(3;2)	(3;3)
4	(4;1)	(4;2)	(4;3)

Ta có: $n(\Omega) = 16$.

Lời giải

a) Ta có: $A = \{(1;1); (1;3); (3;1); (3;3)\} \Rightarrow n(A) = 4$. Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$.

b) Ta có: $B = \{(1;1); (1;2); (1;3); (2;1); (3;1)\} \Rightarrow n(B) = 5$. Vậy $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{5}{16}$.

Nhận xét: Em hãy tính $P(C)$, với C là biến cố: “Kết quả là một số chẵn”.

Đáp số: $P(C) = \frac{3}{4}$.

Ví dụ 8. Một bó hoa gồm 3 bông hoa màu đỏ và 1 bông hoa màu vàng. Bạn Linh chọn ngẫu nhiên 2 bông hoa từ bó hoa đó.

a) Liệt kê các cách chọn mà bạn Linh có thể thực hiện.

b) Tính xác suất của mỗi biến cố:

R : “Trong 2 bông hoa được chọn ra, có đúng 1 bông hoa màu đỏ”;

F : “Trong 2 bông hoa được chọn ra, có ít nhất 1 bông hoa màu đỏ”.

Hướng dẫn: Chọn hai bông không phân biệt thứ tự như Ví dụ 12, ta lập một tập con của tập hợp 4 phần tử.

Kí hiệu các phần tử đã cho là $D1, D2, D3$ và V thứ tự là ba bông hoa màu đỏ và một bông hoa màu vàng.

Lời giải

a) Kí hiệu $D1, D2, D3$ và V thứ tự là ba bông hoa màu đỏ và một bông hoa màu vàng.

Chọn ngẫu nhiên hai bông, ta có tập hợp A gồm các phần tử sau:

$$\Omega = \{(D1; D2); (D1; D3); (D2; D3); (D1; V); (D2; V); (D3; V)\}$$

b) Ta có: $R = \{(D1; V); (D2; V); (D3; V)\} \Rightarrow n(R) = 3$.

Theo câu a), ta có: $n(\Omega) = 6$. Vậy $P(R) = \frac{n(R)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Tập hợp $T = \Omega$. Vậy $P(T) = 1$.

Ví dụ 9. Một hộp chứa 5 quả bóng màu đỏ và một số quả bóng màu trắng. Các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp, xem màu rồi trả lại hộp. Biết xác suất của biến cố “Lấy được quả bóng màu đỏ” là 0,25. Hỏi trong hộp có bao nhiêu quả bóng màu trắng.

Lời giải

Gọi n là số quả bóng màu trắng có trong hộp. Số cách chọn ra ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp là $n + 5$.

Do các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng nên các quả bóng có cùng khả năng được chọn.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố “Lấy được quả bóng màu đỏ” là 5 nên xác suất của biến cố này là $\frac{5}{n+5}$.

Theo giả thiết, ta có: $\frac{5}{n+5} = 0,25$ hay $n + 5 = 20$, ta được $n = 15$. Vậy có 15 quả bóng màu trắng trong hộp.

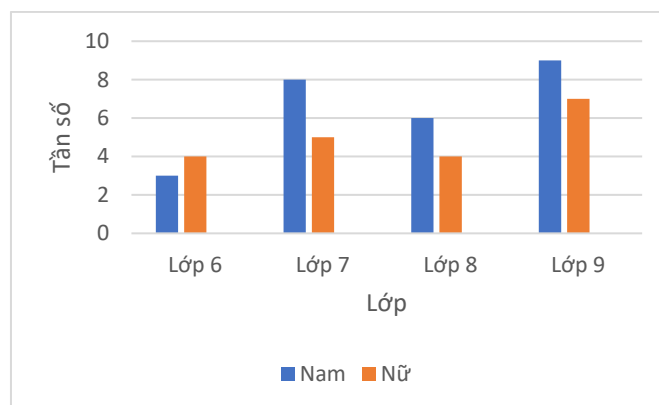
Ví dụ 10. Một hộp đựng 20 viên bi đỏ và xanh có cùng kích thước, khối lượng. Tìm số viên bi mỗi màu, biết rằng xác suất của biến cố A : “Lấy được bi đỏ” khi thực hiện phép thử lấy ngẫu nhiên một viên bi là $P(A) = 0,6$.

Lời giải

Gọi n là số viên bi đỏ trong hộp. Ta có: $n(A) = n \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{n}{20}$.

Theo giả thiết, ta có: $\frac{n}{20} = 0,6 \Rightarrow n = 12$. Vậy có 12 viên bi màu đỏ và 8 viên bi màu xanh.

Ví dụ 11. Hình vẽ là biểu đồ thống kê số học sinh tham gia câu lạc bộ cờ vua. Lấy ngẫu nhiên một học sinh trong số này.



Tính xác suất của các biến cố:

- Lấy được một học sinh nữ lớp 9.
- Lấy được một học sinh lớp 6.
- Lấy được một học sinh nam lớp 7 hoặc lớp 8.

Lời giải

Tổng số học sinh: $(3+4)+(8+5)+(6+4)+(9+7)=46$. Ta có: $n(\Omega)=46$.

a) A : “Lấy được một học sinh nữ lớp 9” $\Rightarrow n(A)=7 \Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{7}{46}$.

b) B : “Lấy được một học sinh lớp 6” $\Rightarrow n(B)=3+4=7 \Rightarrow P(B)=\frac{n(B)}{n(\Omega)}=\frac{7}{46}$

c) C : “Lấy được một học sinh nam lớp 7 hoặc lớp 8”

$$\Rightarrow n(C)=8+6=14 \Rightarrow P(C)=\frac{n(C)}{n(\Omega)}=\frac{14}{46}=\frac{7}{23}$$

C. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

8.5. Chọn ngẫu nhiên một gia đình có hai con. Giả thiết rằng biến cố “Sinh con trai” và biến cố “Sinh con gái” là đồng khả năng. Tính xác suất của các biến cố sau:

A : “Gia đình đó có cả con trai và con gái”;

B : “Gia đình đó có con trai”.

Lời giải

Phép thử là chọn ngẫu nhiên một gia đình có hai con. Kết quả của phép thử là (a, b) , trong đó a và b tương ứng là giới tính của người con thứ nhất và người con thứ hai.

Không gian mẫu của phép thử là $\Omega = \{(\text{Trai}, \text{Trai}); (\text{Trai}, \text{Gái}); (\text{Gái}, \text{Trai}); (\text{Gái}, \text{Gái})\}$. Tập Ω có 4 phần tử.

a) Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $(\text{Trai}, \text{Gái}); (\text{Gái}, \text{Trai})$. Vậy $P(A)=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$.

b) Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố B là: $(\text{Trai}, \text{Trai}); (\text{Trai}, \text{Gái}); (\text{Gái}, \text{Trai})$. Vậy $P(B)=\frac{3}{4}$.

8.6. Gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối, đồng chất I và II. Tính xác suất các biến cố sau:

E : “Có đúng một con xúc xắc xuất hiện mặt 6 chấm”;

F : “Có ít nhất một con xúc xắc xuất hiện mặt 6 chấm”;

G : “Tích của hai số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc nhỏ hơn hoặc bằng 6”.

Lời giải

Phép thử là gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối, đồng chất I và II. Kết quả của phép thử là (a, b) , trong đó a và b tương ứng là số chấm xuất hiện trên con xúc xắc I và con xúc xắc II.

Ta liệt kê được tất cả các kết quả có thể của phép thử bằng cách lập bảng như sau:

Xúc xắc II Xúc xắc I						
	1	2	3	4	5	6
1	(1;1)	(1;2)	(1;3)	(1;4)	(1;5)	(1;6)
2	(2;1)	(2;2)	(2;3)	(2;4)	(2;5)	(2;6)
3	(3;1)	(3;2)	(3;3)	(3;4)	(3;5)	(3;6)
4	(4;1)	(4;2)	(4;3)	(4;4)	(4;5)	(4;6)
5	(5;1)	(5;2)	(5;3)	(5;4)	(5;5)	(5;6)
6	(6;1)	(6;2)	(6;3)	(6;4)	(6;5)	(6;6)

Mỗi ô là một kết quả có thể. Không gian mẫu là tập hợp 36 ô của bảng trên. Do đó, không gian mẫu của phép thử là $\Omega = \{(1,1); (1,2); (1,3); \dots; (5,6); (6,6)\}$.

Tập Ω có 36 phần tử.

- Có 10 kết quả thuận lợi cho biến cố E là: (1,6); (2,6); (3,6); (4,6); (5,6); (6,1); (6,2); (6,3); (6,4); (6,5). Do

$$\text{đó } P(E) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}.$$

- Có 11 kết quả thuận lợi cho biến cố F là: (1,6); (2,6); (3,6); (4,6); (5,6); (6,1);

$$(6,2); (6,3); (6,4); (6,5); (6,6). \text{ Do đó } P(F) = \frac{11}{36}.$$

- Có 14 kết quả thuận lợi cho biến cố G là: (1,1); (1,2); (1,3); (1,4); (1,5); (1,6); (2,1); (2,2); (2,3); (3,1); (3,2);

$$(4,1); (5,1); (6,1). \text{ Do đó } P(G) = \frac{14}{36} = \frac{7}{18}.$$

8.7. Bạn An gieo một đồng xu cân đối và bạn Bình rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ hộp chứa 5 tấm thẻ ghi các số 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5. Tính xác suất của các biến cố sau:

E: “Rút được tấm thẻ ghi số lẻ”;

F: “Rút được tấm thẻ ghi số chẵn và đồng xu xuất hiện mặt sấp”;

G: “Rút được tấm thẻ ghi số 5 hoặc đồng xu xuất hiện mặt ngửa”.

Lời giải

Phép thử là bạn An gieo một đồng xu cân đối và bạn Bình rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ hộp chứa 5 tấm thẻ ghi các số 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5. Kết quả của phép thử là (a,b) , trong đó a và b tương ứng là mặt xuất hiện của đồng xu (mặt sấp (S), mặt ngửa (N)) và số ghi trên tấm thẻ.

Ta liệt kê được tất cả các kết quả có thể của phép thử bằng cách lập bảng như sau:

Tấm thẻ Đồng xu						
	1	2	3	4	5	6
S	(1;S)	(2;S)	(3;S)	(4;S)	(5;S)	(6;S)

N	$(1; N)$	$(2; N)$	$(3; N)$	$(4; N)$	$(5; N)$	$(6; N)$
-----	----------	----------	----------	----------	----------	----------

Mỗi ô là một kết quả có thể. Không gian mẫu là tập hợp 10 ô của bảng trên. Do đó, không gian mẫu của phép thử là $\Omega = \{(S, 1); (S, 2); (S, 3); (S, 4); (S, 5); (N, 1); (N, 2); (N, 3); (N, 4); (N, 5)\}$. Tập Ω có 10 phần tử.

- Có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố E là: $(S, 1); (S, 3); (S, 5); (N, 1); (N, 3); (N, 5)$. Do đó

$$P(E) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}.$$

- Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố F là $(S, 2); (S, 4)$. Do đó $P(F) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$.

- Có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố G là: $(S, 5); (N, 1); (N, 2); (N, 3); (N, 4); (N, 5)$. Do đó

$$P(G) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}.$$

8.8. Có hai túi I và II mỗi túi chứa 4 tấm thẻ được đánh số 1; 2; 3; 4. Rút ngẫu nhiên từ mỗi túi ra một tấm thẻ và nhân hai số ghi trên hai tấm thẻ với nhau. Tính xác suất của các biến cố sau:

A: “Kết quả là một số lẻ”;

B: “Kết quả là 1 hoặc một số nguyên tố”.

Lời giải

Phép thử là rút ngẫu nhiên từ mỗi túi ra một tấm thẻ. Kết quả của phép thử là một cặp số (a, b) , trong đó a và b tương ứng là số ghi trên thẻ được rút ra ở túi I và túi II.

Ta liệt kê được tất cả các kết quả có thể của phép thử bằng cách lập bảng như sau:

Túi I \ Túi II	1	2	3	4
1	(1;1)	(1;2)	(1;3)	(1;4)
2	(2;1)	(2;2)	(2;3)	(2;4)
3	(3;1)	(3;2)	(3;3)	(3;4)
4	(4;1)	(4;2)	(4;3)	(4;4)

Mỗi ô trong bảng là một kết quả có thể. Không gian mẫu là tập hợp 16 ô của bảng trên. Do đó, không gian mẫu của phép thử là

$$\Omega = \{(1, 1); (1, 2); (1, 3); (1, 4); (2, 1); (2, 2); (2, 3); (2, 4); (3, 1); (3, 2); (3, 3); (3, 4); (4, 1); (4, 2); (4, 3); (4, 4)\}.$$

Tập Ω có 16 phần tử.

- Xét biến cố A: “Tích hai số ghi trên hai tấm thẻ là một số lẻ”.

Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $(1, 1); (1, 3); (3, 1); (3, 3)$. Do đó $P(E) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$.

Xét biến cố B: “Tích hai số ghi trên hai tấm thẻ là 1 hoặc một số nguyên tố”.

Có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố B là: $(1, 1); (1, 2); (1, 3); (1, 5); (2, 1); (3, 1)$. Do đó $P(F) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$.

D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1. Bạn Hoà gieo một con xúc xắc cân đối và bạn Sơn gieo một đồng xu liên tiếp hai lần. Tính xác suất của các biến cố sau:

- a) A : “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 6 và hai lần đồng xu xuất hiện mặt ngửa”;
- b) B : “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 1 hoặc 2 và một lần đồng xu xuất hiện mặt sấp, một lần đồng xu xuất hiện mặt ngửa”.

Lời giải

Ta liệt kê được tất cả các kết quả có thể của phép thử bằng cách lập bảng sau:

Hòa \ Sơn	SS	SN	NS	NN
1	1SS	1SN	1NS	1NN
2	2SS	2SN	2NS	2NN
3	3SS	3SN	3NS	3NN
4	4SS	4SN	4NS	4NN
5	5SS	5SN	5NS	5NN
6	6SS	6SN	6NS	6NN

Mỗi ô trong bảng là một kết quả có thể. Có 24 kết quả có thể là đồng khả năng.

- a) Có 1 kết quả thuận lợi cho biến cố A là $6NN$. Vậy $P(A) = \frac{1}{24}$.
- b) Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố B là $1SN, 1NS, 2SN, 2NS$. Vậy $P(B) = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$.

Câu 2. Bạn An gieo một đồng xu. Bạn Tùng rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ một hộp chứa 5 tấm thẻ có ghi chữ a, b, c, d, e . Tính xác suất của các biến cố sau:

- a) E : “Đồng xu xuất hiện mặt sấp và không rút được tấm thẻ ghi chữ a hoặc b ”;
- b) F : “Đồng xu xuất hiện mặt ngửa hoặc rút được tấm thẻ ghi chữ b ”.

Lời giải

Ta liệt kê được tất cả các kết quả có thể của phép thử bằng cách lập bảng sau:

Tùng \ An	a	b	c	d	e
S	Sa	Sb	Sc	Sd	Se
N	Na	Nb	Nc	Nd	Ne

Mỗi ô trong bảng là một kết quả có thể. Có 10 kết quả có thể là đồng khả năng.

- a) Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố E là Sc, Sd, Se . Vậy $P(E) = \frac{3}{10}$.
- b) Có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố F là Na, Nb, Nc, Nd, Ne, Sb . Vậy $P(F) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

Câu 3. Gieo đồng thời một con xúc xắc và một đồng xu. Tính xác suất của các biến cố sau:

- a) E : “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là số lẻ”;
- b) F : “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là số chẵn và đồng xu xuất hiện mặt ngửa”.

Lời giải

Không gian mẫu $\Omega = \{1S; 1N; 2S; 2N; 3S; 3N; 4S; 4N; 5S; 5N; 6S; 6N\}$; $n(\Omega) = 12$.

a) Có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố E là $1S, 1N, 3S, 3N, 5S, 5N$. Vậy $P(E) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

b) Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố F là $2N, 4N, 6N$. Vậy $P(F) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.

Câu 4. Gieo một con xúc xắc liên tiếp hai lần. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên con xúc xắc trong hai lần gieo lớn hơn hoặc bằng 8.

Lời giải

Không gian mẫu $\Omega = \{(a, b); 1 \leq a, b \leq 6\}$, trong đó a, b tương ứng là số chấm xuất hiện trên con xúc xắc ở lần gieo thứ nhất và thứ hai; $n(\Omega) = 36$.

Gọi A là biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên con xúc xắc trong hai lần gieo lớn hơn hoặc bằng 8”.

Có 15 kết quả thuận lợi cho biến cố A là $(2, 6); (3, 5); (3, 6); (4, 4); (4, 5);$

$(4, 6); (5, 3); (5, 4); (5, 5); (5, 6); (6, 2); (6, 3); (6, 4); (6, 5); (6, 6)$. Vậy $P(A) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$.

Câu 5. Bạn Hạnh gieo một con xúc xắc và bạn Hằng rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ một hộp chứa 4 tấm thẻ ghi các chữ A, B, C, D . Tính xác suất của các biến cố sau:

a) E: “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 6”;

b) F: “Rút được tấm thẻ ghi chữ A hoặc số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 5”.

Lời giải

Không gian mẫu $\Omega = \{(1, A); (2, A); (3, A); (4, A); (5, A); (6, A); (1, B); (2, B); (3, B); (4, B); (5, B); (6, B); (1, C); (2, C); (3, C); (4, C); (5, C); (6, C); (1, D); (2, D); (3, D); (4, D); (5, D); (6, D)\}$; $n(\Omega) = 24$.

a) Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố C là $(6, A); (6, B); (6, C); (6, D)$. Vậy $P(C) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$.

b) Có 9 kết quả thuận lợi cho biến cố D là $(5, A); (5, B); (5, C); (5, D); (1, A); (2, A); (3, A); (4, A); (6, A)$.

Vậy $P(D) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$.

Câu 6. Bạn Bình gieo một đồng xu cân đối và bạn Thịnh gieo một con xúc xắc cân đối. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) E: “Đồng xu xuất hiện mặt sấp và số chấm xuất hiện trên con xúc xắc lớn hơn 3”;

b) F: “Đồng xu xuất hiện mặt ngửa hoặc số chấm xuất hiện trên con xúc xắc lớn hơn 3”.

Lời giải

Mô tả không gian mẫu:

Thịnh Bình	1	2	3	4	5	6
S	$(S;1)$	$(S;2)$	$(S;3)$	$(S;4)$	$(S;5)$	$(S;6)$
N	$(N;1)$	$(N;2)$	$(N;3)$	$(N;4)$	$(N;5)$	$(N;6)$

Có 12 kết quả có thể là đồng khả năng. $n(\Omega) = 12$.

a) Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố E là $(S, 4); (S, 5); (S, 6)$. Vậy $P(E) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.

b) Có 9 kết quả thuận lợi cho biến cố F là $(N, 1); (N, 2); (N, 3); (N, 4); (N, 5); (N, 6); (S, 4); (S, 5); (S, 6)$.

Vậy $P(F) = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$.

Câu 7. Hai túi I và II chứa các viên bi có cùng kích thước. Túi I chứa 4 viên bi được ghi các số 1,2,3,4. Túi II chứa 5 viên bi được ghi các số 1,2,3,4,5. Bạn Mai lấy ngẫu nhiên một viên bi từ túi I và bạn Tuấn lấy ngẫu nhiên một viên bi từ túi II. Tính xác suất của các biến cố sau:

- a) A: “Hai số ghi trên hai viên bi khác nhau”;
b) B: “Hai số ghi trên hai viên bi chênh nhau 1 đơn vị”;
c) C: “Hai số ghi trên hai viên bi chênh nhau 3 đơn vị”.

Lời giải

Mô tả không gian mẫu:

Tuấn Mai	1	2	3	4
1	$(1;1)$	$(1;2)$	$(1;3)$	$(1;4)$
2	$(2;1)$	$(2;2)$	$(2;3)$	$(2;4)$
3	$(3;1)$	$(3;2)$	$(3;3)$	$(3;4)$
4	$(4;1)$	$(4;2)$	$(4;3)$	$(4;4)$
5	$(5;1)$	$(5;2)$	$(5;3)$	$(5;4)$

Có 20 kết quả có thể là đồng khả năng $n(\Omega) = 20$.

a) Bỏ đi 4 ô $(1,1); (2,2); (3,3); (4,4)$, ta có $20 - 4 = 16$ kết quả thuận lợi cho biến cố A . Vậy

$$P(A) = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}.$$

b) Có 7 kết quả thuận lợi cho biến cố B là $(1,2); (2,1); (2,3); (3,2); (3,4); (4,3); (5,4)$. Vậy $P(B) = \frac{7}{20}$.

c) Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố C là $(1,4); (4,1); (5,2)$. Vậy $P(C) = \frac{3}{20}$.

Câu 8. Một tấm bia hình tròn được chia làm bốn phần có diện tích bằng nhau; ghi các số 1,2,3,4 và được gắn vào trục quay có mũi tên cố định ở tâm. Bạn Nam quay tấm bia, bạn Bình gieo một con xúc xắc cân đối. Giả sử mũi tên dừng ở hình quạt ghi số m và số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là n . Tính xác suất của các biến cố sau:

a) E : “Trong hai số m và n , chỉ có một số nguyên tố”;

b) F: “Tổng của hai số m và n lớn hơn 6”.

Lời giải

Bình \ Nam	1	2	3	4	5	6
1	(1;1)	(1;2)	(1;3)	(1;4)	(1;5)	(1;6)
2	(2;1)	(2;2)	(2;3)	(2;4)	(2;5)	(2;6)
3	(3;1)	(3;2)	(3;3)	(3;4)	(3;5)	(3;6)
4	(4;1)	(4;2)	(4;3)	(4;4)	(4;5)	(4;6)

Có 24 kết quả có thể là đồng khả năng $n(\Omega) = 24$.

a) Có 12 kết quả thuận lợi cho biến cố E là (1,2);(1,3);(1,5);(2,1);(2,4);(2,6);(3,1);(3,4);(3,6);(4,2);(4,3);(4,5). Vậy $P(E) = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$.

b) Có 10 kết quả thuận lợi cho biến cố F là (1,6);(2,5);(2,6);(3,4);(3,5);(3,6);(4,3);(4,4);(4,5);(4,6).

Vậy $P(F) = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$.

Câu 9. Có ba chiếc hộp. Hộp A chứa 2 tấm thẻ ghi các số 1,2. Hộp B chứa 3 tấm thẻ ghi các số 1,2,3. Hộp C chứa 4 quả cầu ghi các số 1,2,3,4. Bạn Lan rút ngẫu nhiên đồng thời một tấm thẻ từ mỗi hộp A và B . Bạn Linh lấy ngẫu nhiên một quả cầu từ hộp C . Tính xác suất của các biến cố sau:

- a) E : “Ba số ghi trên hai tấm thẻ và quả cầu là khác nhau”;
- b) F : “Tổng ba số ghi trên hai tấm thẻ và quả cầu bằng 5”.

Lời giải

Kết quả có thể khi bạn Lan rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ mỗi hộp A và B :

B \ A	1	2	3
1	(1;1)	(1;2)	(1;3)
2	(2;1)	(2;2)	(2;3)

Kết quả có thể của phép thử:

Linh \ Lan	(1;1)	(1;2)	(1;3)	(2;1)	(2;2)	(2;3)
1	(1;1;1)	(1;2;1)	(1;3;1)	(2;1;1)	(2;2;1)	(2;3;1)
2	(1;1;2)	(1;2;2)	(1;3;2)	(2;1;2)	(2;2;2)	(2;3;2)
3	(1;1;3)	(1;2;3)	(1;3;3)	(2;1;3)	(2;2;3)	(2;3;3)
4	(1;1;4)	(1;2;4)	(1;3;4)	(2;1;4)	(2;2;4)	(2;3;4)

Có 24 kết quả có thể là đồng khả năng $n(\Omega) = 24$.

a) Có 8 kết quả thuận lợi cho biến cố E là (2,3,1);(1,3,2);(1,2,3);(2,1,3);(1,2,4);(1,3,4);(2,1,4);(2,3,4).

Vậy $P(E) = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$.

b) Có 5 kết quả thuận lợi cho biến cố F là $(1,3,1);(2,2,1);(1,2,2);(2,1,2);(1,1,3)$. Vậy $P(F) = \frac{5}{24}$.

Câu 10. Bác Mạnh rút ngẫu nhiên 1 lá bài từ bộ bài tây 52 lá. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "Bác Mạnh rút được lá bài Át";

B: "Bác Mạnh rút được lá bài chất cơ".

Lời giải

Do bộ bài có 52 lá nên số các kết quả có thể xảy ra là $n(\Omega) = 52$. Do các lá bài giống nhau nên các kết quả của phép thử có cùng khả năng xảy ra.

a) Do có 4 lá Át trong bộ bài nên số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 4$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$.

b) Do có 13 lá bài chất cơ trong bộ bài nên số các kết quả thuận lợi cho biến cố B là $n(B) = 13$.

Xác suất của biến cố B là $P(B) = \frac{13}{52} = 0,25$.

Câu 11. Bạn Khuê viết ngẫu nhiên một số tự nhiên chẵn có 4 chữ số lên bảng.

a) Có tất cả bao nhiêu kết quả có thể xảy ra của phép thử trên?

b) Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "Số được viết có 4 chữ số giống nhau";

B: "Số được viết lớn hơn hoặc bằng 5000".

Lời giải

a) Số các số tự nhiên chẵn có 4 chữ số là $(9998 - 1000) : 2 + 1 = 4500$.

Do đó số kết quả có thể xảy ra của phép thử trên là $n(\Omega) = 4500$.

b) Số các số chẵn có 4 chữ số giống nhau là 4.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 4$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{4}{4500} = \frac{1}{1125}$.

Số các số chẵn có 4 chữ số và lớn hơn hoặc bằng 5000 là $(9998 - 5000) : 2 + 1 = 2500$.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố B là $n(B) = 2500$.

Xác suất của biến cố B là $P(B) = \frac{2500}{4500} = \frac{5}{9}$.

Câu 12. Cô giáo thống kê điểm kiểm tra môn Tin học của các học sinh lớp 9A ở bảng sau:

Điểm số	7	8	9	10
Tần số tương đối	20%	40%	30%	10%

Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh lớp 9 A . Biết rằng có 4 học sinh lớp 9 A được 10 điểm.

a) Xác định số kết quả có thể xảy ra của phép thử.

b) Tính xác suất của biến cố A : "Học sinh được chọn đạt trên 8 điểm".

Lời giải

a) Số học sinh của lớp 9 A là $(4 : 10) \cdot 100 = 40$ (học sinh). Số kết quả có thể xảy ra là $n(\Omega) = 40$.

b) Số học sinh đạt trên 8 điểm là $(40 : 100) \cdot (30 + 10) = 16$ (học sinh).

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 16$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{16}{40} = 0,4$.

Câu 13. Ở một trường Trung học cơ sở, tỉ lệ học sinh khối 6, 7, 8, 9 lần lượt là 28% , 25%, 25% và 22% .

Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "Học sinh được chọn thuộc khối 6";

B: "Học sinh được chọn thuộc khối 7".

Lời giải

Gọi N là tổng số học sinh của trường.

Số học sinh khối 6 của trường là $0,28N$. Số học sinh khối 7 của trường là $0,25N$.

Khi thực hiện phép thử chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường, số kết quả có thể xảy ra là $n(\Omega) = N$.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 0,28N$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{0,28N}{N} = 0,28$.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố B là $n(B) = 0,25N$.

Xác suất của biến cố B là $P(B) = \frac{0,25N}{N} = 0,25$.

Câu 14. Bảng sau ghi lại điểm thi môn Tiếng Anh của 10 học sinh Tổ 1 .

8	7	9	5	10	8	7	9	9	8
---	---	---	---	----	---	---	---	---	---

Chọn ngẫu nhiên một học sinh của Tổ 1 . Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "Học sinh được chọn được 9 điểm";

B: "Học sinh được chọn được trên 7 điểm".

Lời giải

Số kết quả có thể xảy ra là $n(\Omega) = 10$.

Có 3 học sinh được điểm 9 nên số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 3$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{3}{10} = 0,3$.

Có 7 học sinh được trên 7 điểm nên số các kết quả thuận lợi cho biến cố B là $n(B) = 7$.

Xác suất của biến cố B là $P(B) = \frac{7}{10} = 0,7$.

Câu 15. Kết quả kiểm tra tình trạng cân nặng của các bạn học sinh lớp 9 B được thống kê lại ở bảng sau:

Tình trạng cân nặng	Thiếu cân	Bình thường	Thừa cân
Giới tính			
Nam	1	12	3
Nữ	4	15	1

Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của lớp 9B. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "Học sinh được chọn là học sinh nữ và có cân nặng bình thường";

B: "Học sinh được chọn bị thừa cân";

C: "Học sinh được chọn là học sinh nam".

Lời giải

Tổng số học sinh là $1 + 12 + 3 + 4 + 15 + 1 = 36$ (học sinh).

Số các kết quả có thể xảy ra là $n(\Omega) = 36$.

Số học sinh nữ có cân nặng bình thường là 15 nên số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 15$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$.

Số học sinh bị thừa cân là $3 + 1 = 4$ (học sinh). Số kết quả thuận lợi cho biến cố B là $n(B) = 4$.

Xác suất của biến cố B là $P(B) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$.

Số học sinh nam là $1 + 12 + 3 = 16$ (học sinh).

Số kết quả thuận lợi cho biến cố C là $n(C) = 16$.

Xác suất của biến cố C là $P(C) = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$.

Câu 16. Bạn Bách có 10 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 10. Bách chọn ngẫu nhiên một tấm thẻ, xem số trên thẻ và thay số đó vào vị trí của dấu ? trong phương trình sau: $x^2 + 4x + ? = 0$ (*)

Tính xác suất của biến cố A: "Phương trình (*) có nghiệm".

Lời giải

Số kết quả có thể xảy ra là $n(\Omega) = 10$. Do các thẻ cùng loại nên các kết quả có cùng khả năng xảy ra.

Gọi số được viết vào vị trí dấu ? là m. Phương trình (*) có nghiệm khi $\Delta = 4^2 - 4m \geq 0$ hay $m \leq 4$.

Do đó khi thay dấu ? bằng các giá trị từ 1 đến 10 ta thấy chỉ có các giá trị 1, 2, 3, 4 làm cho phương trình (*)

có nghiệm.

Vậy số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 4$. Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{4}{10} = 0,4$.

Câu 17. Bác Dũng có một cái khoá số như hình bên. Bác Dũng chọn ngẫu nhiên một dãy gồm 4 chữ số để đặt làm mã số mở khoá. Tính xác suất của các biến cố:

A: "4 chữ số được chọn giống nhau";

B: "4 chữ số được chọn lập thành một số có 4 chữ số";

C: "4 chữ số được chọn có tổng bằng 35".



Lời giải

Dãy số dùng để đặt mã số là các số từ 0000 đến 9999. Số kết quả có thể xảy ra là $n(\Omega) = 10000$ kết quả.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố A là 0000, 1111, ..., 9999. Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 10$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{10}{10000} = 0,001$.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố B là 1000, 1001, ..., 9999.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố B là $n(B) = 9000$.

Xác suất của biến cố B là $P(B) = \frac{9000}{10000} = 0,9$.

Tổng của 4 chữ số bằng 35 khi trong 4 chữ số đó có 3 chữ số 9 và 1 chữ số 8.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố C là 8999, 9899, 9989, 9998.

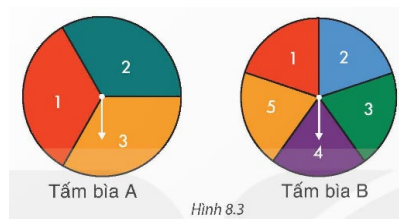
Số kết quả thuận lợi cho biến cố C là $n(C) = 4$. Xác suất của biến cố C là $P(C) = \frac{4}{10000} = 0,0004$.

LUYỆN TẬP CHUNG

PHẦN 1. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

A. Ví dụ

Ví dụ. Tấm bìa cứng A hình tròn được chia thành 3 hình quạt có diện tích bằng nhau, đánh số 1; 2; 3 và tấm bìa cứng B hình tròn được chia thành 5 hình quạt có diện tích bằng nhau, đánh số 1; 2; 3; 4; 5 (H.8.3). Trục quay của A và B được gắn mũi tên ở tâm. Bạn Nam quay tấm bìa A , bạn Bình quay tấm bìa B . Quan sát xem mũi tên dừng ở hình quạt nào trên hai tấm bìa.



a) Phép thử là gì?

b) Mô tả không gian mẫu của phép thử.

c) Tính xác suất của các biến cố sau:

E: “Tích hai số ở hình quạt mà hai mũi tên chỉ vào bằng 6”;

F: “Tích hai số ở hình quạt mà hai mũi tên chỉ vào nhỏ hơn 5”;

G: “Tích hai số ở hình quạt mà hai mũi tên chỉ vào là số chẵn”.

Lời giải

a) Phép thử là bạn Nam quay tấm bìa A , bạn Bình quay tấm bìa B .

b) Ta lập bảng sau:

Tấm bìa A \ Tấm bìa B	1	2	3
1	(1;1)	(1;2)	(1;3)
2	(2;1)	(2;2)	(2;3)
3	(3;1)	(3;2)	(3;3)
4	(4;1)	(4;2)	(4;3)
5	(5;1)	(5;2)	(5;3)

Mỗi ô trong bảng trên là một kết quả có thể. Các kết quả có thể này là đồng khả năng. Không gian mẫu là $\Omega = \{(1,1); (1,2); (1,3); (2,1); (2,2); (2,3); (3,1); (3,2); (3,3); (4,1); (4,2); (4,3); (5,1); (5,2); (5,3)\}$.

Không gian mẫu có 15 phần tử.

c) Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố E là $(3,2)$ và $(2,3)$. Vậy $P(E) = \frac{2}{15}$.

- Các kết quả thuận lợi cho biến cố F : Có một ô có tích hai số bằng 1 là (1,1) ; các ô có tích hai số bằng 2 là (1,2) ; (2,1) ; các ô có tích hai số bằng 3 là (1,3) ; (3,1) ; các ô có tích hai số bằng 4 là (2,2) ; (4,1) . Do đó, có 7 kết quả thuận lợi cho biến cố F là (1,1);(1,2);(2,1);(1,3);(3,1);(2,2);(4,1) . Vậy $P(F) = \frac{7}{15}$.

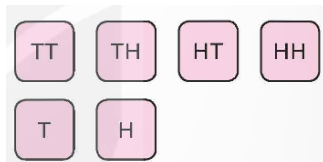
- Tích ab là số chẵn khi và chỉ khi trong cặp (a,b) có ít nhất một số chẵn.

Do đó, có 9 kết quả thuận lợi cho biến cố G là (1,2);(2,1);(2,2);(2,3);(3,2);(4,1) ; (4,2);(4,3);(5,2)

$$\text{Vậy } P(G) = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} .$$

B. BÀI TẬP

8.9. Có hai túi đựng các tấm thẻ. Túi I đựng 4 tấm thẻ ghi các chữ cái TT, TH, HT và HH. Túi II đựng 2 tấm thẻ ghi các chữ cái T và H . Từ mỗi túi rút ngẫu nhiên ra một tấm thẻ rồi ghép hai thẻ lại với nhau để được ba chữ cái, trong đó thẻ hai chữ cái đặt trước, chẳng hạn tấm thẻ TT ghép với tấm thẻ H được ba chữ cái TTH.



Tính xác suất của các biến cố sau:

a) E: “Trong ba chữ cái, có hai chữ H và một chữ T”;

b) F: “Trong ba chữ cái, có nhiều nhất hai chữ T”.

Lời giải

Phép thử là rút ngẫu nhiên từ mỗi túi một tấm thẻ rồi ghép hai thẻ lại với nhau để được ba chữ cái, trong đó thẻ hai chữ cái đặt trước. Kết quả của phép thử là abc với ab là hai chữ cái từ túi I và c là chữ cái từ túi II.

Ta liệt kê tất cả các kết quả có thể của phép thử bằng cách lập bảng như sau:

Túi I \ Túi II	T	H
TT	TTT	TTH
TH	THT	THH
HT	HTT	HTH
HH	HHT	HHH

Mỗi ô trong bảng trên là một kết quả có thể. Các kết quả có thể này là đồng khả năng. Không gian mẫu là $\Omega = \{TTT; TTH; THT; THH; HTT; HTH; HHT; HHH\}$. Không gian mẫu có 8 phần tử.

a) Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố E là THH; HTH; HHT . Vậy $P(E) = \frac{3}{8}$.

b) Có 7 kết quả thuận lợi cho biến cố F là THH; TTH; THT; HTT; HTH; HHT; HHH . Vậy $P(F) = \frac{7}{8}$.

8.10. Gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối và đồng chất I và II. Tính xác suất của các biến cố sau:

G: “Không có con xúc xắc nào xuất hiện mặt 6 chấm”;

H: “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc I là số lẻ và số chấm xuất hiện trên con xúc xắc II lớn hơn 4”;

K: “Số chấm xuất hiện trên cả hai con xúc xắc lớn hơn 2”.

Lời giải

Phép thử là gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối và đồng chất I và II. Kết quả của phép thử là (a, b) , trong đó a và b tương ứng là số chấm xuất hiện trên con xúc xắc I và con xúc xắc II.

Ta liệt kê được tất cả các kết quả có thể của phép thử bằng cách lập bảng như sau:

Xúc xắc I \ Xúc xắc II	1	2	3	4	5	6
1	(1;1)	(1;2)	(1;3)	(1;4)	(1;5)	(1;6)
2	(2;1)	(2;2)	(2;3)	(2;4)	(2;5)	(2;6)
3	(3;1)	(3;2)	(3;3)	(3;4)	(3;5)	(3;6)
4	(4;1)	(4;2)	(4;3)	(4;4)	(4;5)	(4;6)
5	(5;1)	(5;2)	(5;3)	(5;4)	(5;5)	(5;6)
6	(6;1)	(6;2)	(6;3)	(6;4)	(6;5)	(6;6)

Mỗi ô là một kết quả có thể. Không gian mẫu là tập hợp 36 ô của bảng trên. Do đó, không gian mẫu của phép thử là $\Omega = \{(1,1); (1,2); (1,3); \dots; (5,6); (6,6)\}$. Tập Ω có 36 phần tử.

Vì gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối, đồng chất nên các kết quả có thể xảy ra là đồng khả năng.

- Có 25 kết quả thuận lợi của biến cố G là: $(1, 1); (1, 2); (1, 3); (1, 4); (1, 5); (2, 1); (2, 2); (2, 3); (2, 4); (2, 5); (3, 1); (3, 2); (3, 3); (3, 4); (3, 5); (4, 1); (4, 2); (4, 3); (4, 4); (4, 5); (5, 1); (5, 2); (5, 3); (5, 4); (5, 5)$. Do đó, $P(G) = \frac{25}{36}$.

- Có 6 kết quả thuận lợi của biến cố H là: $(1, 5); (1, 6); (3, 5); (3, 6); (5, 5); (5, 6)$. Do đó $P(H) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

- Có 16 kết quả thuận lợi của biến cố K là: $(3, 3); (3, 4); (3, 5); (3, 6); (4, 3); (4, 4); (4, 5); (4, 6); (5, 3); (5, 4); (5, 5); (5, 6); (6, 3); (6, 4); (6, 5); (6, 6)$. Do đó, $P(K) = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$.

8.11. Trên một dãy phố có ba quán ăn A, B, C . Hai bạn Văn và Hải mỗi người chọn ngẫu nhiên một quán ăn để ăn trưa.

a) Mô tả không gian mẫu của phép thử.

b) Tính xác suất của các biến cố sau:

E: “Hai bạn cùng vào một quán”;

F: “Cả hai bạn không chọn quán C”;

G: “Có ít nhất một bạn chọn quán B”.

Lời giải

a) Phép thử là hai bạn Văn và Hải mỗi người chọn ngẫu nhiên một quán ăn trong ba quán ăn A, B, C để ăn trưa. Kết quả của phép thử là (a, b) , trong đó a và b tương ứng là quán ăn mà bạn Văn và Hải lựa chọn. Ta liệt kê được tất cả các kết quả có thể của phép thử bằng cách lập bảng như sau:

Hải Văn	A	B	C
A	$(A; A)$	$(A; B)$	$(A; C)$
B	$(B; A)$	$(B; B)$	$(B; C)$
C	$(C; A)$	$(C; B)$	$(C; C)$

Mỗi ô là một kết quả có thể. Không gian mẫu là tập hợp 9 ô của bảng trên. Do đó, không gian mẫu của phép thử là $\Omega = \{(A, A); (A, B); (A, C); (B, A); (B, B); (B, C); (C, A); (C, B); (C, C)\}$. Tập Ω có 9 phần tử.

b) Vì hai bạn Văn và Hải mỗi người chọn ngẫu nhiên một quán ăn để ăn trưa nên các kết quả có thể của phép thử là đồng khả năng.

- Có 3 kết quả thuận lợi của biến cố E là: $(A, A); (B, B); (C, C)$. Do đó, $P(E) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

- Có 4 kết quả thuận lợi của biến cố F là: $(A, A); (A, B); (B, A); (B, B)$. Do đó, $P(F) = \frac{4}{9}$.

- Có 5 kết quả thuận lợi của biến cố G là: $(A, B); (B, A); (B, B); (B, C); (C, B)$. Do đó, $P(G) = \frac{5}{9}$

PHẦN 2. BÀI TẬP THÊM

Bài 1. Bạn Tùng gieo một con xúc xắc và bạn Sơn gieo một đồng xu liên tiếp hai lần.

a) Phép thử là gì?

b) Mô tả không gian mẫu của phép thử.

Lời giải

a) Phép thử ngẫu nhiên là gieo một con xúc xắc và gieo một đồng xu liên tiếp hai lần.

b) Kết quả có thể của gieo một con xúc xắc là số chấm xuất hiện trên con xúc xắc: 1, 2, 3, 4, 5, 6 chấm. Kết quả có thể của gieo một đồng xu liên tiếp hai lần là SS, SN, NS, NN (mặt sấp (S), mặt ngửa (N)). Ta lập bảng sau:

Gieo đồng xu hai lần Gieo xúc xắc	SS	SN	NS	NN
1	$1SS$	$1SN$	$1NS$	$1NN$
2	$2SS$	$2SN$	$2NS$	$2NN$
3	$3SS$	$3SN$	$3NS$	$3NN$
4	$4SS$	$4SN$	$4NS$	$4NN$
5	$5SS$	$5SN$	$5NS$	$5NN$
6	$6SS$	$6SN$	$6NS$	$6NN$

Mỗi ô là một kết quả có thể. Không gian mẫu là tập hợp 24 ô của bảng trên.

Vậy $\Omega = \{1SS; 2SS; 3SS; \dots; 5NN; 6NN\}$

Bài 2. Tổ 1 gồm 4 học sinh là Trung, Hậu, Đảm, Đang. Trong các hoạt động sau, hoạt động nào là phép thử ngẫu nhiên?

- Chọn ra đồng thời 4 học sinh từ Tổ 1 .
- Chọn ra 1 học sinh có tên bắt đầu bằng chữ cái T từ Tổ 1 .
- Chọn ra 1 học sinh có tên bắt đầu bằng chữ cái Đ từ Tổ 1 .

Lời giải

Hoạt động a) và b) không là phép thử ngẫu nhiên vì mỗi hoạt động chỉ có một kết quả có thể xảy ra.

Hoạt động c) có hai kết quả có thể xảy ra là chọn được bạn Đảm hoặc bạn Đang nên ta không thể biết trước được kết quả của nó. Vì vậy hoạt động c) là phép thử ngẫu nhiên.

Bài 3. Một hộp chứa 1 quả bóng màu xanh và 4 quả bóng màu đỏ.

- Hãy xác định không gian mẫu của phép thử chọn ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp.
- Liệt kê các phần tử của không gian mẫu của phép thử chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả bóng từ hộp.

Lời giải

Kí hiệu X là quả bóng màu xanh và Đ1,Đ2,Đ3,Đ4 là 4 quả bóng màu đỏ.

a) Không gian mẫu của phép thử chọn ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp là $\Omega = \{X; Đ1; Đ2; Đ3; Đ4\}$.

b) Kí hiệu $\{x; y\}$ là kết quả lấy được hai quả bóng x và y .

Các phần tử của không gian mẫu của phép thử chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả bóng từ hộp là

$\{X; Đ1\}; \{X; Đ2\}; \{X; Đ3\}; \{X; Đ4\}; \{Đ1; Đ2\}; \{Đ1; Đ3\}; \{Đ1; Đ4\}; \{Đ2; Đ3\}; \{Đ2; Đ4\}; \{Đ3; Đ4\}$.

Bài 4. Đội bóng bàn lớp 9 C gồm 2 bạn nam là Long và Hoàng, 2 bạn nữ là Hà và Thanh. Huấn luyện viên chọn ra ngẫu nhiên một đôi nam nữ từ đội bóng để đi thi đấu.

- Liệt kê các cách chọn ngẫu nhiên một đôi nam nữ.
- Liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố A : "Có ít nhất một trong hai bạn Hoàng và Thanh được chọn".

Lời giải

a) Các cách chọn ngẫu nhiên một đôi nam nữ là: Long và Hà; Long và Thanh; Hoàng và Hà; Hoàng và Thanh.

b) Các kết quả thuận lợi cho biến cố A là: Long và Thanh; Hoàng và Hà; Hoàng và Thanh.

Bài 5. Một hộp chứa 3 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt là 6;7;8. Bạn Việt lấy lần lượt 3 tấm thẻ từ hộp một cách ngẫu nhiên. Tấm thẻ lấy ra không được trả lại hộp.

- Xác định không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu của phép thử có bao nhiêu phần tử?
- Liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố A: "Tám thẻ đánh số 8 được lấy cuối cùng". Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố A ?

Lời giải

a) Kí hiệu $(x; y; z)$ là kết quả bạn Việt lần lượt lấy được tấm thẻ đánh số x, y và z .

Không gian mẫu của phép thử là $\Omega = \{(6; 7; 8); (6; 8; 7); (7; 6; 8); (7; 8; 6); (8; 6; 7); (8; 7; 6)\}$.

Không gian mẫu của phép thử có 6 phần tử.

b) Các kết quả thuận lợi cho biến cố A là $(6; 7; 8)$ và $(7; 6; 8)$. Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố A .

Bài 6. Bạn Hoà gieo một con xúc xắc cân đối và bạn Sơn gieo một đồng xu liên tiếp hai lần. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) A : “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 6 và hai lần đồng xu xuất hiện mặt ngửa”;

b) B : “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 1 hoặc 2 và một lần đồng xu xuất hiện mặt sấp, một lần đồng xu xuất hiện mặt ngửa”.

Lời giải

Ta liệt kê được tất cả các kết quả có thể của phép thử bằng cách lập bảng sau:

Hòa \ Sơn	SS	SN	NS	NN
1	1SS	1SN	1NS	1NN
2	2SS	2SN	2NS	2NN
3	3SS	3SN	3NS	3NN
4	4SS	4SN	4NS	4NN
5	5SS	5SN	5NS	5NN
6	6SS	6SN	6NS	6NN

Mỗi ô trong bảng là một kết quả có thể. Có 24 kết quả có thể là đồng khả năng.

a) Có 1 kết quả thuận lợi cho biến cố A là $6NN$. Vậy $P(A) = \frac{1}{24}$.

b) Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố B là $1SN, 1NS, 2SN, 2NS$. Vậy $P(B) = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$.

Bài 7. Bạn An gieo một đồng xu. Bạn Tùng rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ một hộp chứa 5 tấm thẻ có ghi chữ a, b, c, d, e . Tính xác suất của các biến cố sau:

a) E : “Đồng xu xuất hiện mặt sấp và không rút được tấm thẻ ghi chữ a hoặc b ”;

b) F : “Đồng xu xuất hiện mặt ngửa hoặc rút được tấm thẻ ghi chữ b ”.

Lời giải

Ta liệt kê được tất cả các kết quả có thể của phép thử bằng cách lập bảng sau:

Tùng \ An	a	b	c	d	e
S	Sa	Sb	Sc	Sd	Se
N	Na	Nb	Nc	Nd	Ne

Mỗi ô trong bảng là một kết quả có thể. Có 10 kết quả có thể là đồng khả năng.

a) Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố E là Sc, Sd, Se . Vậy $P(E) = \frac{3}{10}$.

b) Có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố F là Na, Nb, Nc, Nd, Ne, Sb . Vậy $P(F) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

Bài 8. Trên bàn có một tấm bìa hình tròn được chia thành 10 hình quạt bằng nhau và được đánh số từ 1 đến 10 như Hình 1. Thanh quay mũi tên ở tâm và quan sát xem khi dừng lại mũi tên chỉ vào ô số mấy.



Hình 1

a) Các kết quả của phép thử có đồng khả năng không? Tại sao?

b) Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "Mũi tên chỉ vào ô ghi số chia hết cho 3";

B: "Mũi tên chỉ vào ô ghi số lớn hơn 6".

Lời giải

a) Các kết quả của phép thử là đồng khả năng vì các hình quạt tròn có kích thước bằng nhau.

b) Không gian mẫu của phép thử là $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$.

Số kết quả có thể xảy ra là $n(\Omega) = 10$.

Vì các kết quả thuận lợi cho biến cố A là 3; 6; 9 nên $n(A) = 3$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{10} = 0,3$.

Vì các kết quả thuận lợi cho biến cố B là 7; 8; 9; 10 nên $n(B) = 4$.

Xác suất của biến cố B là $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{4}{10} = 0,4$.

Bài 9. Trong tủ lạnh nhà bạn Minh có 6 hộp thịt gà, 4 hộp thịt heo và 10 hộp thịt bò. Các hộp này có kích thước và khối lượng bằng nhau. Vì tình nghịch nên bạn Minh đã xé hết nhãn ghi trên các hộp. Mẹ Minh chọn ngẫu nhiên

1 trong các hộp thịt trên.

a) Các kết quả của phép thử có đồng khả năng không? Tại sao?

b) Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "Hộp được chọn là hộp thịt gà";

B: "Hộp được chọn không phải là hộp thịt heo".

Lời giải

a) Do các hộp thịt có cùng kích thước và khối lượng nên chúng có cùng khả năng được chọn. Các kết quả của phép

thử là đồng khả năng.

b) Số kết quả có thể xảy ra là $n(\Omega) = 6 + 4 + 10 = 20$.

Vì có 6 hộp thịt gà nên số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 6$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{20} = 0,3$. Số hộp thịt không phải là hộp thịt heo là $6 + 10 = 16$.

Vậy số kết quả thuận lợi cho biến cố B là $n(B) = 16$.

Xác suất của biến cố B là $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{16}{20} = 0,8$.

Bài 10. Một phân xưởng cơ khí có 40 công nhân. Tỷ lệ số công nhân là thợ bậc 6; 7; 8 lần lượt là 50%, 30% và 20%. Chọn ngẫu nhiên 1 công nhân của phân xưởng.

a) Xác định số kết quả có thể xảy ra của phép thử.

b) Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "Công nhân được chọn là thợ bậc 8";

B: "Công nhân được chọn không phải là thợ bậc 6".

Lời giải

a) Số kết quả có thể xảy ra là $n(\Omega) = 40$.

b) Số công nhân là thợ bậc 8 của phân xưởng là $(40 : 100) \cdot 20 = 8$ (công nhân).

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 8$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{8}{40} = 0,2$.

Số công nhân không phải là thợ bậc 6 của phân xưởng là $(40 : 100) \cdot (30 + 20) = 20$ (công nhân).

Số kết quả thuận lợi cho biến cố B là $n(B) = 20$.

Xác suất của biến cố B là $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{20}{40} = 0,5$.

Bài 11. Lớp bạn Vân có 20 học sinh nam và một số học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong lớp. Biết rằng xác suất để bạn đó là học sinh nữ là 0,375. Hỏi lớp bạn Vân có tổng số bao nhiêu học sinh?

Lời giải

Gọi N là số học sinh nữ của lớp bạn Vân. Xét phép thử chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong lớp. Gọi A là biến cố "Học sinh được chọn là nữ".

Số kết quả có thể xảy ra là $n(\Omega) = N + 20$.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = N$.

Do đó xác suất xảy ra biến cố A là $P(A) = \frac{N}{N + 20}$.

Theo giả thiết, ta có $P(A) = 0,375$ nên $\frac{N}{N + 20} = 0,375$.

Giải phương trình trên, ta được $N = 12$.

Vậy tổng số học sinh của lớp bạn Vân là $12 + 20 = 32$ (học sinh).

Bài 12. Bảng sau ghi lại kết quả khám mắt của các bạn học sinh lớp 9H.

Giới tính	Tình trạng mắt	Không bị tật khúc xạ
Nam	12	Bi tật khúc xạ
Nữ	14	9

Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh lớp 9H. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "Học sinh được chọn là học sinh nam và không bị tật khúc xạ";

B: "Học sinh được chọn là học sinh nữ";

C: "Học sinh được chọn bị tật khúc xạ".

Lời giải

Số kết quả có thể xảy ra là $n(\Omega) = 12 + 9 + 14 + 5 = 40$.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 12$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{12}{40} = 0,3$.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố B là $n(B) = 14 + 5 = 19$.

Xác suất của biến cố B là $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{19}{40} = 0,475$.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố C là $n(C) = 9 + 5 = 14$.

Xác suất của biến cố C là $P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{14}{40} = 0,35$.

Bài 13. Bạn Minh có 5 tấm thẻ cùng loại được ghi số lần lượt từ 1 đến 5. Minh chọn ngẫu nhiên 1 tấm thẻ, xem số trên thẻ và thay số đó vào vị trí của dấu ? trong phương trình sau: $x^2 + 2x + ? = 0$ (*)

Tính xác suất của biến cố A : "Phương trình (*) có nghiệm".

Lời giải

Số kết quả có thể xảy ra là $n(\Omega) = 5$. Do các thẻ cùng loại nên các kết quả có cùng khả năng xảy ra.

Khi thay dấu ? bằng các giá trị 1;2;3;4;5 ta thấy chỉ có giá trị 1 làm cho phương trình (*) có nghiệm.

Vậy số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 1$. Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{5} = 0,2$.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG VIII

PHẦN 1: GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

A. TRẮC NGHIỆM

8.12. Gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Xác suất để “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 10” là

A. $\frac{7}{36}$.

B. $\frac{2}{9}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{5}{36}$.

Lời giải

Chọn C

Phép thử là gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Kết quả của phép thử là (a, b) , trong đó a và b tương ứng là số chấm xuất hiện trên con xúc xắc thứ nhất và thứ hai.

Ta liệt kê được tất cả các kết quả có thể của phép thử bằng cách lập bảng như sau:

Xúc xắc thứ hai \ Xúc xắc thứ nhất	1	2	3	4	5	6
1	(1;1)	(1;2)	(1;3)	(1;4)	(1;5)	(1;6)
2	(2;1)	(2;2)	(2;3)	(2;4)	(2;5)	(2;6)
3	(3;1)	(3;2)	(3;3)	(3;4)	(3;5)	(3;6)
4	(4;1)	(4;2)	(4;3)	(4;4)	(4;5)	(4;6)
5	(5;1)	(5;2)	(5;3)	(5;4)	(5;5)	(5;6)
6	(6;1)	(6;2)	(6;3)	(6;4)	(6;5)	(6;6)

Mỗi ô là một kết quả có thể. Không gian mẫu là tập hợp 36 ô của bảng trên. Do đó, không gian mẫu của phép thử là $\Omega = \{(1,1); (1,2); (1,3); \dots; (5,6); (6,6)\}$. Tập Ω có 36 phần tử. Vì gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối, đồng chất nên các kết quả có thể xảy ra là đồng khả năng.

Có 6 kết quả thuận lợi của biến cố A : “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 10” là: $(4,6); (5,5); (5,6); (6,4); (6,5); (6,6)$. Do đó, $P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

8.13. Có hai túi I và II. Túi I chứa 4 tấm thẻ, đánh số 1 ; 2 ; 3 ; 4. Túi II chứa 5 tấm thẻ, đánh số 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ mỗi túi I và II. Xác suất để cả hai tấm thẻ rút ra đều ghi số chẵn là

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\frac{3}{20}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{4}{21}$.

Lời giải

Phép thử là rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ mỗi túi I và II. Kết quả của phép thử là (a, b) , trong đó a và b tương ứng là số ghi trên tấm thẻ rút từ túi I và túi II. Ta liệt kê được tất cả các kết quả có thể của phép thử bằng cách lập bảng như sau:

Túi II Túi I					
	1	2	3	4	5
1	(1;1)	(1;2)	(1;3)	(1;4)	(1;5)
2	(2;1)	(2;2)	(2;3)	(2;4)	(2;5)
3	(3;1)	(3;2)	(3;3)	(3;4)	(3;5)
4	(4;1)	(4;2)	(4;3)	(4;4)	(4;5)

Mỗi ô là một kết quả có thể. Không gian mẫu là tập hợp 20 ô của bảng trên. Do đó, không gian mẫu của phép thử là $\Omega = \{(1,1);(1,2);(1,3);...;(4,4);(4,5)\}$. Tập Ω Có 20 phần tử. Vì rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ mỗi túi I và II nên các kết quả có thể xảy ra ở trên là đồng khả năng.

Có 4 kết quả thuận lợi của biến cố A : “Cả hai tấm thẻ rút ra đều ghi số chẵn” là: (2,2);(2,4);(4,2);(4,4).

Do đó, $P(A) = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$.

8.14. Một túi đựng 4 viên bi có cùng khối lượng và kích thước, được đánh số 1 ; 2 ; 3 ; 4. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ trong túi. Xác suất để tích hai số ghi trên hai viên bi lớn hơn 3 là

- A. $\frac{5}{7}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{5}{6}$.

Lời giải

Phép thử là lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ trong túi. Kết quả của phép thử là (a,b) , trong đó a và b tương ứng là các số trên hai viên bi trong túi. Vì lấy đồng thời 2 viên bi nên $a \neq b$.

Do đó, không gian mẫu là: $\Omega = \{(1,2);(1,3);(1,4);(2,3);(2,4);(3,4)\}$. Không gian mẫu Ω có 6 phần tử.

Vì lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ trong túi nên các kết quả có thể xảy ra ở trên là đồng khả năng.

Có 4 kết quả thuận lợi của biến cố A : “Tích hai số ghi trên hai viên bi lớn hơn 3” là:

$(1,4);(2,3);(2,4);(3,4)$. Do đó, $P(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

B. TỰ LUẬN

8.15. Có hai túi I và II. Túi I chứa 3 tấm thẻ, đánh số 2 ; 3 ; 4. Túi II chứa 2 tấm thẻ, đánh số 5; 6. Từ mỗi túi I và II, rút ngẫu nhiên một tấm thẻ. Tính xác suất của các biến cố sau:

- A : “Hai số ghi trên hai tấm thẻ chênh nhau 2 đơn vị”;
 B: “Hai số ghi trên hai tấm thẻ chênh nhau lớn hơn 2 đơn vị”;
 C: “Tích hai số ghi trên hai tấm thẻ là một số chẵn”;
 D: “Tổng hai số ghi trên hai tấm thẻ là một số nguyên tố”.

Lời giải

Phép thử là rút ngẫu nhiên một thẻ từ mỗi túi I và II. Kết quả của phép thử là một cặp số (a,b) , trong đó a và b tương ứng là số ghi trên tấm thẻ được lấy từ túi I và túi II.

Ta liệt kê được tất cả các kết quả có thể của phép thử bằng cách lập bảng như sau:

Túi II	5	6
Túi I		
2	(2; 5)	(2; 6)
3	(3; 5)	(3; 6)
4	(4; 5)	(4; 6)

Mỗi ô là một kết quả có thể. Không gian mẫu là tập hợp 6 ô của bảng trên. Do đó, không gian mẫu của phép thử là $\Omega = \{(2, 5); (2, 6); (3, 5); (3, 6); (4, 5); (4, 6)\}$. Tập Ω có 6 phần tử.

Vì rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ mỗi túi I và II nên các kết quả có thể xảy ra ở trên là đồng khả năng.

- Có 2 kết quả thuận lợi của biến cố A là: (3, 5); (4, 6). Do đó, $P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

- Có 3 kết quả thuận lợi của biến cố B là: (2, 5); (2, 6); (3, 6). Do đó, $P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

- Có 5 kết quả thuận lợi của biến cố C là: (2, 5); (2, 6); (3, 6); (4, 5); (4, 6). Do đó, $P(C) = \frac{5}{6}$.

- Có 1 kết quả thuận lợi của biến cố D là: (2, 5). Do đó, $P(D) = \frac{1}{6}$.

8.16. Gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối, đồng chất I và II. Tính xác suất của các biến cố sau:

E: “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 11”;

F: “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 8 hoặc 9”;

G: “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc nhỏ hơn 6”.

Lời giải

Phép thử là gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối, đồng chất I và II. Kết quả của phép thử là (a, b) , trong đó a và b tương ứng là số chấm xuất hiện trên con xúc xắc I và con xúc xắc II.

Ta liệt kê được tất cả các kết quả có thể của phép thử bằng cách lập bảng như sau:

Xúc xắc II	1	2	3	4	5	6
Xúc xắc I						
1	(1; 1)	(1; 2)	(1; 3)	(1; 4)	(1; 5)	(1; 6)
2	(2; 1)	(2; 2)	(2; 3)	(2; 4)	(2; 5)	(2; 6)
3	(3; 1)	(3; 2)	(3; 3)	(3; 4)	(3; 5)	(3; 6)
4	(4; 1)	(4; 2)	(4; 3)	(4; 4)	(4; 5)	(4; 6)
5	(5; 1)	(5; 2)	(5; 3)	(5; 4)	(5; 5)	(5; 6)
6	(6; 1)	(6; 2)	(6; 3)	(6; 4)	(6; 5)	(6; 6)

Mỗi ô là một kết quả có thể. Không gian mẫu là tập hợp 36 ô của bảng trên. Do đó, không gian mẫu của phép thử là $\Omega = \{(1, 1); (1, 2); (1, 3); \dots; (6, 5); (6, 6)\}$. Tập Ω có 36 phần tử.

Vì gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối, đồng chất nên các kết quả có thể xảy ra là đồng khả năng.

- Có 2 kết quả thuận lợi của biến cố E là: (5, 6); (6, 5). Do đó, $P(E) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$.

- Có 9 kết quả thuận lợi của biến cố F là: (2, 6); (3, 5); (3, 6); (4, 4); (4, 5); (5, 3); (5, 4); (6, 2); (6, 3).

Do đó, $P(F) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$.

- Có 10 kết quả thuận lợi của biến cố G là: (1, 1); (1, 2); (1, 3); (1, 4); (2, 1); (2, 2); (2, 3); (3, 1); (3, 2); (4, 1).

Do đó, $P(G) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$.

8.17. Hai bạn Minh và Huy chơi một trò chơi như sau: Minh chọn ngẫu nhiên một số trong tập hợp $\{5; 6; 7; 8; 9; 10\}$. Huy chọn ngẫu nhiên một số trong tập hợp $\{4; 5; 7; 8; 9; 11\}$. Bạn nào chọn được số lớn hơn sẽ là người thắng cuộc. Nếu hai số chọn được bằng nhau thì kết quả là hoà. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) A: “Bạn Minh thắng”;

b) B: “Bạn Huy thắng”.

Lời giải

Phép thử là Minh chọn ngẫu nhiên một số trong tập hợp $\{5; 6; 7; 8; 9; 10\}$; Huy chọn ngẫu nhiên một số trong tập hợp $\{4; 5; 7; 8; 9; 11\}$. Kết quả của phép thử là một cặp số (a, b) , trong đó a và b tương ứng là số Minh và Huy chọn. Ta liệt kê được tất cả các kết quả có thể của phép thử bằng cách lập bảng như sau:

Huy \ Minh	4	5	7	8	9	11
5	(5; 4)	(5; 5)	(5; 7)	(5; 8)	(5; 9)	(5; 11)
6	(6; 4)	(6; 5)	(6; 7)	(6; 8)	(6; 9)	(6; 11)
7	(7; 4)	(7; 5)	(7; 7)	(7; 8)	(7; 9)	(7; 11)
8	(8; 4)	(8; 5)	(8; 7)	(8; 8)	(8; 9)	(8; 11)
9	(9; 4)	(9; 5)	(9; 7)	(9; 8)	(9; 9)	(9; 11)
10	(10; 4)	(10; 5)	(10; 7)	(10; 8)	(10; 9)	(10; 11)

Mỗi ô là một kết quả có thể. Không gian mẫu là tập hợp 36 ô của bảng trên. Do đó, không gian mẫu của phép thử là $\Omega = \{(5, 4); (5, 5); (5, 7); \dots; (10, 9); (10, 11)\}$. Tập Ω có 36 phần tử.

Vì Minh và Huy chọn ngẫu nhiên một số nên các kết quả có thể xảy ra ở trên là đồng khả năng.

a) Có 17 kết quả thuận lợi của biến cố A là: (5, 4); (6, 4); (6, 5); (7, 4); (7, 5); (8, 4); (8, 5); (8, 7);

(9, 4); (9, 5); (9, 7); (9, 8); (10, 4); (10, 5); (10, 7); (10, 8); (10, 9). Do đó, $P(A) = \frac{17}{36}$.

b) Có 15 kết quả thuận lợi của biến cố B là: $(5, 7); (5, 8); (5, 9); (5, 11); (6, 7); (6, 8); (6, 9); (6, 11); (7, 8); (7, 9); (7, 11); (8, 9); (8, 11); (9, 11); (10, 11)$. Do đó, $P(B) = \frac{15}{36}$.

PHẦN 2. BÀI TẬP THÊM

A. TRẮC NGHIỆM

1. Gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Xác suất để “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 10” là:

- A. $\frac{7}{36}$. B. $\frac{2}{9}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{5}{36}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $n(\Omega) = 36$. Gọi A là biến cố đã cho.

Ta có: $A = \{(4; 6); (5; 5); (5; 6); (6; 4); (6; 5); (6; 6)\} \Rightarrow n(A) = 6 \Rightarrow P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

2. Có hai túi I và II chứa 4 tấm thẻ, đánh số 1 ; 2 ; 3 ; 4. Túi II chứa 5 tấm thẻ, đánh số 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ mỗi túi I và II. Xác suất để hai tấm thẻ rút ra đều ghi số chẵn là:

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{3}{20}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{4}{21}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\Omega = \{(1; 1); (1; 2); \dots; (1; 5); (2; 1); \dots; (2; 5); \dots; (4; 1); \dots; (4; 5)\} \Rightarrow n(\Omega) = 20$

Gọi E là biến cố “Hai tấm thẻ đều ghi số chẵn”.

Ta có: $E = \{(2; 2); (2; 4); (4; 2); (4; 4)\} \Rightarrow n(E) = 4$. Vậy $P(E) = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$.

3. Một túi đựng 4 viên bi có cùng khối lượng và kích thước, được đánh số 1 ; 2 ; 3 ; 4. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi trong túi. Xác suất để tích hai số ghi trên hai viên bi lớn hơn 3 là:

- A. $\frac{5}{7}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{5}{6}$.

Lời giải

Chọn B

- Ta viết các tập hợp con có hai phần tử của tập hợp $\{1; 2; 3; 4\}$.

$\Omega = \{(1; 2); (1; 3); (1; 4); (2; 3); (2; 4); (3; 4)\} \Rightarrow n(\Omega) = 6$.

Xét biến cố E : “Tích hai số ghi trên hai viên bi lớn hơn 3”.

Ta có: $E = \{(1;4);(2;3);(2;4);(3;4)\} \Rightarrow n(E) = 4$. Vậy $P(E) = \frac{2}{3}$.

4. Có hai túi I và II. Túi I chứa ba quả cầu ghi các số 1,2,3. Túi II chứa bốn tấm thẻ ghi các số 1,2,3,4. Lấy ngẫu nhiên một quả cầu và một tấm thẻ từ mỗi túi I và II. Xác suất của biến cố “Tích hai số ghi trên quả cầu và tấm thẻ bằng 6” là

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{7}$. C. $\frac{2}{11}$. D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A

5. Hai bạn Minh và Dung mỗi người gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc cân đối. Xác suất để số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc như nhau là

- A. $\frac{2}{11}$. B. $\frac{1}{7}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn C

6. Bạn Sơn gieo một đồng xu cân đối và bạn Hoà gieo đồng thời hai đồng xu cân đối. Xác suất để có hai đồng xu xuất hiện mặt sấp, một đồng xu xuất hiện mặt ngửa là

- A. $\frac{3}{8}$. B. $\frac{3}{10}$. C. $\frac{2}{7}$. D. $\frac{4}{31}$.

Lời giải

Chọn A

B. TỰ LUẬN

1. Có hai túi I và II. Túi I chứa 3 tấm thẻ, đánh số 2 ; 3 ; 4. Túi II chứa 32 tấm thẻ, đánh số 5 ; 6. Từ mỗi túi I và II, rút ngẫu nhiên một tấm thẻ. Tính xác suất của các biến cố sau:

- A: “Hai số ghi trên hai tấm thẻ chênh nhau 2 đơn vị”;
B: “Hai số ghi trên hai tấm thẻ chênh nhau lớn hơn 2 đơn vị”;
C: “Tích hai số ghi trên hai tấm thẻ là một số chẵn”;
D: “Tổng hai số ghi trên hai tấm thẻ là một số nguyên tố”.

Lời giải

Túi I \ Túi II	5	6
2	(2;5)	(2;6)
3	(3;5)	(3;6)
4	(4;5)	(4;6)

Ta có: $\Omega = \{(2;5);(2;6);(3;5);(3;6);(4;5);(4;6)\} \Rightarrow n = 6$.

$$A = \{(3;5);(4;6)\} \Rightarrow n(A) = 2. \text{ Vậy } P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

$$B = \{(2;5);(2;6);(3;6)\} \Rightarrow n(B) = 3. \text{ Vậy } P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

$$C = \{(2;5);(2;6);(3;6);(4;5);(4;6)\} \Rightarrow n(C) = 5. \text{ Vậy } P(C) = \frac{5}{6}.$$

$$D = \{(2;5)\} \Rightarrow n(D) = 1. \text{ Vậy } P(D) = \frac{1}{6}.$$

2. Gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối, đồng chất I và II. Tính xác suất của các biến cố sau:

E: “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 11”;

F: “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 8 hoặc 9”;

G: “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc nhỏ hơn 6”.

Lời giải

Xúc xắc II Xúc xắc I		1	2	3	4	5	6
1		(1;1)	(1;2)	(1;3)	(1;4)	(1;5)	(1;6)
2		(2;1)	(2;2)	(2;3)	(2;4)	(2;5)	(2;6)
3		(3;1)	(3;2)	(3;3)	(3;4)	(3;5)	(3;6)
4		(4;1)	(4;2)	(4;3)	(4;4)	(4;5)	(4;6)
5		(5;1)	(5;2)	(5;3)	(5;4)	(5;5)	(5;6)
6		(6;1)	(6;2)	(6;3)	(6;4)	(6;5)	(6;6)

Ta có: $n(\Omega) = 36$.

$$E = \{(5;6);(6;5)\} \Rightarrow n(E) = 2. \text{ Vậy } P(E) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}.$$

$$F = \{(2;6);(3;5);(3;6);(4;4);(4;5);(5;3);(5;4)\} \Rightarrow n(F) = 7. \text{ Vậy } P(F) = \frac{7}{36}.$$

$$G = \{(1;1);(1;2);(1;3);(1;4);(2;1);(2;2);(2;3);(3;1);(3;2);(4;1)\} \Rightarrow n(G) = 10. \text{ Vậy } P(G) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}.$$

3. Hai bạn Minh và Huy chơi một trò chơi như sau: Minh chọn ngẫu nhiên một số trong tập hợp $\{5;6;7;8;9;11\}$ Bạn nào chọn được số lớn hơn sẽ là người thắng cuộc. Nếu hai số chọn được bằng nhau thì kết quả là hoà. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) A: “Bạn Minh thắng”;

b) B: “Bạn Huy thắng”.

Lời giải

Ta có: $n(\Omega) = 36$.

a) $P(A) = \frac{15}{36}$.

b) $P(B) = \frac{15}{36}$.

4. Một chiếc hộp có chứa 5 tấm thẻ cùng loại, được đánh số lần lượt là 3 ; 5 ; 6 ; 7 ; 9. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 tấm thẻ từ hộp.

a) Xác định không gian mẫu và số kết quả có thể xảy ra của phép thử.

b) Tính xác suất của các biến cố sau:

A: “Tích các số ghi trên 2 tấm thẻ chia hết cho 3”;

B: “Tổng các số ghi trên 2 tấm thẻ lớn hơn 13”.

Lời giải

Xác định số tập con có hai phần tử của tập $X = \{3; 5; 6; 7; 9\}$, ta có tập hợp các phần tử của không gian mẫu.

a) Ta có: $\Omega = \{(3; 5); (3; 6); (3; 7); (3; 9); (5; 6); (5; 7); (5; 9); (6; 7); (6; 9); (7; 9)\} \Rightarrow n(\Omega) = 10$

b) Ta có $A = \{(3; 5); (3; 6); (3; 7); (3; 9); (5; 6); (5; 9); (6; 7); (6; 9); (7; 9)\} \Rightarrow n(A) = 9$. Vậy $P(A) = \frac{9}{10}$.

$B = \{(5; 9); (6; 9); (7; 9)\} \Rightarrow n(B) = 3$. Vậy $P(B) = \frac{3}{10}$.

5. Một chiếc hộp chứa 1 viên bi xanh, 1 viên bi đỏ và 1 viên bi trắng. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Dung lần lượt lấy ra ngẫu nhiên từng viên bi từ trong hộp cho đến khi hết bi.

a) Xác định không gian mẫu của phép thử.

b) Tính xác suất của các biến cố sau:

A: “Viên bi màu xanh được lấy ra cuối cùng”;

B: “Viên bi màu trắng được lấy ra trước viên bi màu đỏ”;

C: “Viên bi lấy ra đầu tiên không phải là bi màu trắng”.

Lời giải

a) Kí hiệu X, D, T lần lượt là viên xanh, đỏ, trắng. Ta viết (X, T, D) có nghĩa là lấy viên xanh, đến viên đỏ và cuối cùng là lấy viên trắng.

$\Omega = \{(X, D, T); (X, T, D); (D, X, T); (D, T, X); (T, X, D); (T, D, X)\} \Rightarrow n(\Omega) = 6$

b) Ta có: $A = \{(D, T, X); (T, D, X)\} \Rightarrow n(A) = 2$. Vậy $P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

$$B = \{(X, T, Đ); (T, X, Đ); (T, Đ, X)\} \Rightarrow n(B) = 2. \text{ Vậy } P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

$$C = \{(X, Đ, T); (X, T, Đ); (Đ, X, T); (Đ, T, X)\} \Rightarrow n(C) = 4. \text{ Vậy } P(C) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

6. Túi kẹo trái cây có 60 viên, trong đó có 20 viên kẹo vị sầu riêng, 15 viên kẹo vị cam, 7 viên kẹo vị dâu, 10 viên kẹo vị chanh, 8 viên kẹo vị mít. Bạn Toàn lấy ngẫu nhiên một viên kẹo trong túi. Tính xác suất của các biến cố:

- a) E: “Bạn Toàn lấy được kẹo vị sầu riêng”;
 b) F: “Bạn Toàn lấy được kẹo vị cam hoặc chanh”;
 c) G: “Bạn Toàn không lấy được kẹo vị dâu”.

Lời giải

$$\text{a) } P(E) = \frac{1}{3}; \quad \text{b) } P(F) = \frac{5}{12}; \quad \text{c) } P(G) = \frac{53}{60}.$$

7. Đài truyền hình điều tra ý kiến của một số khán giả về một chương trình giải trí. Kết quả điều tra được thống kê trong bảng dưới đây.

	Thích	Không thích
Nam	523	154
Nữ	147	68

Chọn ngẫu nhiên một trong số những người được điều tra. Tính xác suất của các biến cố:

- a) A: “Chọn được 1 khán giả nữ không thích chương trình”;
 b) B: “Chọn được 1 khán giả nam”;
 c) C: “Chọn được 1 khán giả thích chương trình”.

Lời giải

$$\text{a) } P(A) = \frac{17}{223}; \quad \text{b) } P(B) = \frac{677}{892}; \quad \text{c) } P(C) = \frac{335}{446}.$$

8. Bạn An gieo một con xúc xắc cân đối và bạn Bình gieo một đồng xu cân đối. Tính xác suất của các biến cố sau:

- E: “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 6 và đồng xu xuất hiện mặt sấp”;
 F: “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là số lẻ”;
 G: “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là số chẵn và đồng xu xuất hiện mặt sấp”;
 H: “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 5 hoặc đồng xu xuất hiện mặt ngửa”.

Lời giải

Mô tả không gian mẫu:

	Đồng xu	S	N
Xúc xắc			

1	(1; S)	(1; N)
2	(2; S)	(2; N)
3	(3; S)	(3; N)
4	(4; S)	(4; N)
5	(5; S)	(5; N)
6	(6; S)	(6; N)

Có 12 kết quả có thể là đồng khả năng. $n(\Omega) = 12$.

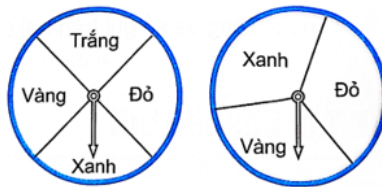
- Có 1 kết quả thuận lợi cho biến cố E là $(6, S)$. Vậy $P(E) = \frac{1}{12}$.

- Có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố F là $(1, S); (1, N); (3, S); (3, N); (5, S); (5, N)$. Vậy $P(F) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

- Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố G là $(2, S); (4, S); (6, S)$. Vậy $P(G) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.

- Có 7 kết quả thuận lợi cho biến cố H là $(5, S); (5, N); (1, N); (2, N); (3, N); (4, N); (6, N)$. Vậy $P(H) = \frac{7}{12}$.

9. Trong một trò chơi, có hai bánh xe, mỗi bánh xe được gắn vào trục quay có mũi tên ở tâm. Bánh xe thứ nhất được chia làm bốn hình quạt như nhau và sơn các màu: trắng, đỏ, xanh, vàng. Bánh xe thứ hai được chia làm ba hình quạt như nhau và sơn các màu: đỏ, xanh, vàng. Người chơi quay hai bánh xe. Người chơi đạt giải nhất nếu hai mũi tên dừng lại ở hai hình quạt màu đỏ, đạt giải nhì nếu hai mũi tên dừng lại ở hai hình quạt cùng màu và đạt giải ba nếu có đúng một mũi tên dừng ở hình quạt màu đỏ.



Tính xác suất của các biến cố sau:

- E: “Người chơi đạt giải nhất”;
- F: “Người chơi đạt giải nhì”;
- G: “Người chơi đạt giải ba”.

Lời giải

a) Kí hiệu các màu trắng, đỏ, xanh, vàng lần lượt là T, D, X, V .

Không gian mẫu $\Omega = \{T D; TX; TV; DD; DX; DV; XD; XX; XV; VD; VX; VV\}$.

Có 12 kết quả có thể là đồng khả năng.

a) Có 1 kết quả thuận lợi cho biến cố E là DD . Vậy $P(E) = \frac{1}{12}$.

b) Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố F là DD, XX, VV . Vậy $P(F) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.

c) Có 5 kết quả thuận lợi cho biến cố G là TD, DX, DV, XD, VD . Vậy $P(G) = \frac{5}{12}$.

10. Bạn Tuấn viết ba bức thư cho ba người bạn là An, Bình, Cường và viết tên, địa chỉ của ba người bạn đó lên ba chiếc phong bì. Xếp ngẫu nhiên ba bức thư đó vào ba phong bì.

a) Mô tả không gian mẫu của phép thử.

b) Tính xác suất của các biến cố sau:

E: “Có đúng một bức thư đúng địa chỉ”;

F: “Cả ba bức thư đúng địa chỉ”;

G: “Không có bức thư nào đúng địa chỉ”;

H: “Có ít nhất một bức thư đúng địa chỉ”.

Lời giải

	Thư gửi cho	An	Bình	Cường
1	Địa chỉ trên phong bì	An	Bình	Cường
2		An	Cường	Bình
3		Bình	An	Cường
4		Cường	An	Bình
5		Cường	Bình	An
6		Bình	Cường	An

Không gian mẫu có 6 kết quả có thể là 6 dòng ở bảng trên.

b) Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố E là kết quả 2 (chỉ có An đúng), kết quả 3 (chỉ có Cường đúng) và kết quả 5 (chỉ có Bình đúng). Vậy $P(E) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Có 1 kết quả thuận lợi cho biến cố F là kết quả 1. Vậy $P(F) = \frac{1}{6}$.

Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố G là kết quả 4, kết quả 6. Vậy $P(G) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố H là kết quả 1, kết quả 2, kết quả 3, kết quả 5. Vậy $P(H) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

11. Một tấm bìa hình tròn được chia làm sáu hình quạt tròn có diện tích bằng nhau; ghi các số 1,2,3,4,5,6 và được gắn vào trục quay có mũi tên cố định ở tâm. Quay tấm bìa hai lần. Tính xác suất để mũi tên chỉ vào hai hình quạt tròn không đối xứng nhau qua tâm.



Lời giải

Mỗi kết quả có thể là một cặp số (a, b) , trong đó a, b tương ứng là số ghi trên hình quạt mà mũi tên chỉ vào khi tấm bìa dừng lại ở lần quay thứ nhất và thứ hai.

Không gian mẫu là $\Omega = \{(1,1);(1,2); \dots; (6,6)\}$. Có 36 kết quả có thể là đồng khả năng.

Có 6 vị trí mà hai hình quạt tròn đối xứng nhau qua tâm là (1, 4); (4, 1); (3, 6); (6, 3); (2, 5); (5, 2). Do đó có $36 - 6 = 30$ vị trí mà hai hình quạt tròn không đối xứng nhau qua tâm. Vậy $P = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$.

12. Màu hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình là vàng và xanh. Có hai gene ứng với hai kiểu hình này allele trội A và allele lặn a . Hình dạng hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình là hạt trơn và hạt nhăn. Có hai gene ứng với hai kiểu hình này allele trội B và allele lặn b . Khi cho lai hai cây đậu Hà Lan, cặp gene của cây con lấy ngẫu nhiên một gene từ cây bố và một gene từ cây mẹ. Giả sử cả cây bố và cây mẹ có kiểu hình “Hạt vàng và trơn”. Cây bố có kiểu gene là (Aa, Bb) , cây mẹ có kiểu gene là (Aa, Bb) . Tính xác suất để cây con có kiểu hình như cây bố và cây mẹ.

Lời giải

Có 4 kiểu gene ứng với màu hạt của cây con là $AA; Aa; aA; aa$.

Có 4 kiểu gene ứng với hình dạng hạt của cây con là $BB; Bb; bB; bb$.

Ta liệt kê được tất cả các kết quả có thể của phép thử bằng cách lập bảng sau:

Dạng hạt \ Màu hạt	BB	Bb	bB	bb
AA	(AA, BB)	(AA, Bb)	(AA, bB)	(AA, bb)
Aa	(Aa, BB)	(Aa, Bb)	(Aa, bB)	(Aa, bb)
aA	(aA, BB)	(aA, Bb)	(aA, bB)	(aA, bb)
aa	(aa, BB)	(aa, Bb)	(aa, bB)	(aa, bb)

Mỗi ô là một kết quả có thể. Không gian mẫu là tập hợp 16 ô của bảng trên. Như vậy, không gian mẫu của phép thử là

$\Omega = \{(AA, BB); (AA, Bb); (AA, bB); (AA, bb); (Aa, BB); (Aa, Bb); (Aa, bB); (Aa, bb); (aA, BB); (aA, Bb); (aA, bB); (aA, bb); (aa, BB); (aa, Bb); (aa, bB); (aa, bb)\}$. Có 16 kết quả có thể là đồng xảy ra.

Gọi E là biến cố “Cây con có hạt vàng và trơn”.

Cây con có hạt vàng và trơn nếu trong gene màu hạt có ít nhất một allele trội A và trong gene dạng hạt có ít nhất một allele trội B .

Có 9 kết quả thuận lợi cho biến cố E là $(AA, BB); (AA, Bb); (AA, bB); (Aa, BB); (Aa, Bb); (Aa, bB); (aA, BB); (aA, Bb); (aA, bB)$. Vậy $P(E) = \frac{9}{16}$.

Câu 13. Tổ 2 gồm 4 bạn học sinh là My, Châu, Trọng, Thủy. Trong các hoạt động sau, hoạt động nào là phép thử ngẫu nhiên?

- a) Chọn ra lần lượt 4 học sinh từ Tổ 2.
- b) Chọn ra 1 học sinh có tên bắt đầu từ chữ cái M từ Tổ 2.
- c) Chọn ra đồng thời 2 học sinh có tên bắt đầu từ chữ cái T từ Tổ 2.

Lời giải

Hoạt động a) là phép thử ngẫu nhiên; Hoạt động b) và c) không phải là phép thử ngẫu nhiên.

Câu 14. Trong một nhóm 10 học sinh lớp 9 có 5 bạn học trường Quang Trung; 3 bạn học trường Nguyễn Huệ và 2 bạn học trường Tây Sơn.

Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong 10 học sinh đó.

a) Không gian mẫu của phép thử có bao nhiêu phần tử?

b) Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "Bạn học sinh được chọn học trường Quang Trung";

B: "Bạn học sinh được chọn không học trường Tây Sơn".

Lời giải

a) Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 10$.

b) Do có 5 bạn học trường Quang Trung nên số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 5$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{5}{10} = 0,5$.

Số học sinh không học trường Tây Sơn là $5 + 3 = 8$ (học sinh).

Số kết quả thuận lợi cho biến cố B là $n(B) = 8$. Xác suất của biến cố B là $P(B) = \frac{8}{10} = 0,8$.

Câu 15. Một doanh nghiệp nhận thấy tỉ lệ nhân viên có quê ở Tiền Giang, Hậu Giang và Cần Thơ lần lượt là 35%, 45% và 20%. Chọn ngẫu nhiên 1 nhân viên của doanh nghiệp.

Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "Nhân viên được chọn có quê ở Hậu Giang";

B: "Nhân viên được chọn có quê không phải ở Cần Thơ";

C: "Nhân viên được chọn có quê ở vùng Đồng bằng sông Cửu Long".

Lời giải

Gọi N là số nhân viên của doanh nghiệp. Số lượng nhân viên có quê ở Tiền Giang, Hậu Giang và Cần Thơ lần lượt là $0,35N$; $0,45N$ và $0,2N$.

Số kết quả có thể xảy ra là $n(\Omega) = N$. Số nhân viên có quê ở Hậu Giang là $0,45N$.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 0,45N$. Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{0,45N}{N} = 0,45$.

Số nhân viên có quê không phải ở Cần Thơ là $0,8N$. Số kết quả thuận lợi cho biến cố B là $n(B) = 0,8N$.

Xác suất của biến cố B là $P(B) = \frac{0,8N}{N} = 0,8$.

Do Tiền Giang, Hậu Giang và Cần Thơ đều ở khu vực Đồng bằng sông Cửu Long nên C là biến cố chắc chắn.

Vậy $P(C) = 1$.

Câu 16. Bạn Minh quan tâm đến mối liên hệ giữa giới tính và màu sắc yêu thích nhất của mỗi người. Sau khi phỏng vấn tất cả 40 học sinh lớp 9 A, Minh thu được kết quả sau:

Giới tính	Màu sắc	Trắng	Đen	Đỏ	Xanh
Nam		4	8	2	7
Nữ		6	3	7	3

Chọn ngẫu nhiên 1 bạn trong lớp 9 A. Tính xác suất của các biến cố sau:

- A: "Bạn được chọn là nam và yêu thích nhất màu đen";
 B: "Bạn được chọn yêu thích nhất màu xanh";
 C: "Bạn được chọn yêu thích nhất màu xanh hoặc màu đỏ";
 D: "Bạn được chọn là nữ và có màu sắc yêu thích nhất không phải là màu đỏ".

Lời giải

Do lớp 9 A có 40 học sinh nên số kết quả có thể xảy ra của phép thử là $n(\Omega) = 40$.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 8$. Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{8}{40} = 0,2$.

Số học sinh yêu thích nhất màu xanh là $7 + 3 = 10$ (học sinh). Số kết quả thuận lợi cho biến cố B là $n(B) = 10$.

Xác suất của biến cố B là $P(B) = \frac{10}{40} = 0,25$.

Số học sinh yêu thích nhất màu xanh hoặc màu đỏ là $7 + 3 + 2 + 7 = 19$ (học sinh).

Số kết quả thuận lợi cho biến cố C là $n(C) = 19$. Xác suất của biến cố C là $P(C) = \frac{19}{40} = 0,475$.

Số học sinh nữ có màu sắc yêu thích nhất không phải màu đỏ là $6 + 3 + 3 = 12$ (học sinh). Số kết quả thuận lợi cho biến cố D là $n(D) = 12$. Xác suất của biến cố D là $P(D) = \frac{12}{40} = 0,3$.

Câu 17. Trên giá sách có 3 quyển sách Toán, Ngữ văn và Mĩ thuật được sắp xếp theo thứ tự đó. Bạn Thành lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 quyển sách từ trên giá.

- a) Xác định không gian mẫu của phép thử.
 b) Xác định các kết quả thuận lợi và tính xác suất của mỗi biến cố sau:
 A: "Có 1 quyển sách Toán trong 2 quyển sách được lấy";
 B: "Không có quyển sách Mĩ thuật nào trong 2 quyển sách được lấy";
 C: "Hai quyển sách được lấy được xếp cạnh nhau trên giá";
 D: "Hai quyển sách được lấy đều là sách Ngữ văn".

Lời giải

a) Không gian mẫu của phép thử gồm các phần tử là {Toán; Ngữ văn}, {Toán; Mĩ thuật} và {Ngữ văn; Mĩ thuật}.

b) Số kết quả có thể xảy ra là $n(\Omega) = 3$.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố A là {Toán; Ngữ văn}, {Toán; Mĩ thuật}.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 2$. Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{2}{3}$.

Kết quả thuận lợi cho biến cố B là {Toán; Ngữ văn}.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố B là $n(B) = 1$. Xác suất của biến cố B là $P(B) = \frac{1}{3}$.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố C là {Toán; Ngữ văn}, {Ngữ văn; Mĩ thuật}.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố C là $n(C) = 2$. Xác suất của biến cố C là $P(C) = \frac{2}{3}$.

Không có kết quả nào thuận lợi cho biến cố D, do đó $P(D) = 0$.

Câu 18. Hộp thứ nhất chứa 3 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai chứa 5 viên bi xanh và một số viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn An chọn ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất, bạn Thắng chọn ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai.

a) Tính xác suất của biến cố "Bạn An chọn được viên bi màu xanh".

b) Biết rằng xác suất bạn Thắng chọn ngẫu nhiên được viên bi màu xanh bằng xác suất bạn An chọn được viên bi màu xanh. Trong hộp thứ hai có bao nhiêu viên bi đỏ?

Lời giải

a) Số kết quả có thể xảy ra khi bạn An chọn 1 viên bi từ hộp thứ nhất là 9.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A: "Bạn An chọn được viên bi màu xanh" là 3.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

b) Gọi x là số viên bi đỏ trong hộp thứ hai. Số kết quả có thể xảy ra khi Thắng chọn 1 viên bi từ hộp thứ hai là $x + 5$. Số kết quả thuận lợi cho biến cố B: "Bạn Thắng chọn được viên bi màu xanh" là 5.

Xác suất của biến cố B là $P(B) = \frac{5}{x+5}$. Do $P(A) = P(B)$ nên $\frac{5}{x+5} = \frac{1}{3}$.

Giải phương trình này, ta được $x = 10$.

Vậy trong hộp thứ hai có 10 viên bi đỏ.

Câu 19. Bạn Hiền gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Xét biến cố A: "Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là số nguyên tố".

a) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố A.

b) Tính xác suất của biến cố A.

Lời giải

a) Kí hiệu $(i; j)$ là kết quả con xúc xắc thứ nhất xuất hiện i chấm, con xúc xắc thứ hai xuất hiện j chấm.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố A là $(1; 2); (1; 3); (1; 5); (2; 1); (3; 1); (5; 1)$.

b) Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 6$.

Số kết quả có thể xảy ra là $n(\Omega) = 36$. Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.