CHƯƠNG I: PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT 2 ẨN

BÀI 1: KHÁI NIỆM PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT 2 ẨN

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

1. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT 2 ẨN

- Phương trinh bậc nhất hai ẩn x và y là hệ thức dạng $ax+by=c$, trong đó a, b và c là các số đã biết $(a\neq 0$ hoặc $b\neq 0)$.

- Nếu tại $x=x_0$ và $y=y_0$ ta có $ax_0+by_0=c$ là một khẳng định đúng thì cặp số $\left(x_0;y_0\right)$ được gọi là một nghiệm của phương trình (1).

Ví dụ 1. a) Trong các hệ thức $4x+3y=5; 0x+y=-1; 0x+0y=3$, hệ thức nào là phương trình bậc nhất hai ẩn? Hệ thức nào không là phương trình bậc nhất hai ẩn?

b) Trong các cặp số $(2;-1)$ và $(1;0)$, cặp số nào là nghiệm của phương trình $4x+3y=5$?

Ví dụ 2. Giả sử $\left(x,y\right)$ là nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn $x+2y=5$.

a) Hoàn thành bảng sau đây:

x	-2	-1	0	?	?
y	?	?	?	1	2

Từ đó suy ra 5 nghiệm của phương trình đã cho.

b) Tính y theo x. Tù đó cho biết phương trình đã cho có bao nhiêu nghiệm?

Ví dụ 3. Viết nghiệm và biểu diễn hình học tất cả các nghiệm của mồi phương trình bậc nhất hai ấn sau:

a) $x+2y=3$;　　b) $0x+y=-2$;　　c) $x+0y=3$.

Nhận xét. Trong mặt phẳng toạ độ, tập hợp các điểm có toạ độ $(x;y)$ thoả mãn phương trình bậc nhất hai ẩn $ax+by=c$ là một đường thẳng. Đường thẳng đó gọi là đường thẳng $ax+by=c$.

2. HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

1. Một cặp gồm hai phương trình bậc nhất hai ẩn $ax+by=c$ và $a'x+b'y=c'$ được gọi là một hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn. Ta thường viết hệ phương trình đó dưới dạng: $\begin{cases}ax+by=c\\a'x+b'y=c'\end{cases}$ (*)

2. Mỗi cặp số $\left(x_0;y_0\right)$ được gọi là một nghiệm của hệ (*) nếu nó đồng thời là nghiệm của cả hai phương trình của hệ (*).

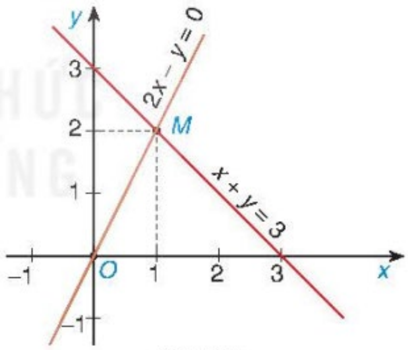
Mỗi nghiệm của hệ (*) chính là một nghiệm chung của hai phương trình của hệ (*).

Ví dụ 4. Trong các hệ phương trình sau, hệ nào không phải là hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn, vì sao?

a) $\begin{cases}2x=-6\\5x+4y=1\end{cases}$　　b) $\begin{cases}x+2y=-3\\0x+0y=1\end{cases}$　　c) $\begin{cases}3x-y=1\\x+y=3\end{cases}$

Ví dụ 5. Giải thích tại sao cặp số $(1;2)$ là một nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}2x-y=0\\x+y=3\end{cases}$

Chú ý: Trong Ví dụ 5 , cặp số $(1;2)$ là nghiệm của hệ phương trình đã cho có nghĩa là điểm $M(1;2)$ vừa thuộc đường thẳng $d_1: 2x-y=0$, vừa thuộc đường thẳng $d_2: x+y=3$. Vậy M là giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 (H.1.2).



Hình 1.2

B. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

1.1. Phương trình nào sau đây là phương trình bậc nhất hai ẩn, vì sao?

a) $5x-8y=0$; b) $4x+0y=-2$; c) $0x+0y=1$; d) $0x-3y=9$.

1.2. a) Tìm giá trị thích hợp thay cho dấu "?" trong bảng sau rồi cho biết 6 nghiệm của phương trình $2x-y=1$:

x	-1	$-0,5$	0	$0,5$	1	2
$y=2x-1$	?	?	?	?	?	?

b) Viết nghiệm tổng quát của phương trình đã cho.

1.3. Viết nghiệm và biểu diễn hình học tất cả các nghiệm của mỗi phương trình bậc nhất hai ẩn sau:

a) $2x-y=3$; b) $0x+2y=-4$; c) $3x+0y=5$.

1.4. a) Hệ phương trình $\begin{cases}2x=-6\\5x+4y=1\end{cases}$ có là một hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn không, vì sao? vì sao?

b) Cặp số $(-3;4)$ có là một nghiệm của hệ phương trình đó hay không, vì sao?

1.5. Cho các cặp số $(-2;1),(0;2),(1;0),(1,5;3),(4;-3)$ và hai phương trình

$5x+4y=8$ (1) $3x+5y=-3$ (2)

Trong các cặp số đã cho:

a) Những cặp số nào là nghiệm của phương trình (1)?

b) Cặp số nào là nghiệm của hệ hai phương trình gồm (1) và (2)?

c) Vẽ hai đường thẳng $5x+4y=8$ và $3x+5y=-3$ trên cùng một mặt phẳng toạ độ để minh hoạ kết luận ở câu b.

C. CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1. XÉT CẶP SỐ $(x_0;\, y_0)$ CÓ LÀ NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH $ax+by=c$ KHÔNG?

1. Phương pháp giải

Thay $x=x_0$, $y=y_0$ vào phương trình $ax+by=c$**,** nếu đẳng thức đúng thì cặp $(x_0;\, y_0)$ là nghệm của phương $ax+by=c$.

2. Các ví dụ

Ví dụ 1. Trong các cặp số $(-2;\ 1)$, $(0;\ 2)$, $(-1;\ 0)$, $(1{,}5;\ 3)$ và $(4;\ -3)$ cặp số nào là nghiệm của phương trình:

a) $5x+4y=8$?   b) $3x+5y=-3$?

Ví dụ 2. Xem xét cặp số $(2;-1)$ có là nghiệm của mỗi phương trình sau không ?

a) $2x+3y=1$;

b) $2x-3y=1$:

c) $\frac{3}{2}x+4y=-1$.

DẠNG 2. TÌM NGHIỆM TỔNG QUÁT CỦA PHƯƠNG TRÌNH $ax+by=c$ VÀ VẼ ĐƯỜNG THẲNG BIỂU DIỄN TẬP NGHIỆM CỦA NÓ

1. Phương pháp giải

1. - Tìm nghiệm tổng quát của phương trình $ax+by=c$

- Nếu $a\neq 0$ thì tìm x theo y: $x=\frac{c-by}{a}$ và công thức nghiệm tổng quát là: $\begin{cases} y=\frac{c-ax}{b} \\ x\in\mathbb{R} \end{cases}$

- Nếu $b\neq 0$ thì tìm y theo x: $y=\frac{c-ax}{b}$ và công thức nghiệm tổng quát là: $\begin{cases} x=\frac{c-by}{a} \\ y\in\mathbb{R} \end{cases}$

2. Vẽ đường thẳng có phương trình: $ax+by=c$

+ Nếu $b\neq 0$ thì vẽ đường thẳng $y=\frac{1}{b}(c-ax)$.

+ Nếu $b=0$ thì vẽ đường thẳng $x=\frac{c}{a}$ cùng phương với trục tung.

2. Các ví dụ

Ví dụ 1: Với mỗi phương trình sau, tìm nghiệm tổng quát của phương trình và vẽ đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của nó:

a) $3x-y=2$ b) $x+5y=3$ c) $4x-3y=-1$

d) $x+5y=0$ e) $4x+0y=-2$ f) $0x+2y=5$

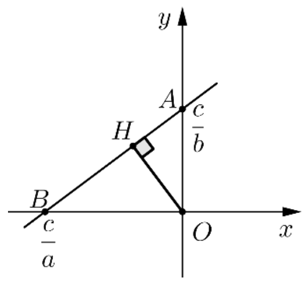
Ví dụ 2. Cho hai phương trình $x+2y=4$ và $x-y=1$. Vẽ hai đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của hai phương trình đó trên cùng một hệ tọa độ. Xác định tọa độ giao điểm của hai đường thẳng và cho biết toạn độ của nó là nghiệm của phương trình nào.

DẠNG 3. TÍNH KHOẢNG CÁCH TỪ GỐC TỌA ĐỘ O ĐẾN MỘT ĐƯỜNG THẲNG

1. Phương pháp giải

Khoảng cách d từ gốc O đến đường thẳng: $ax+by=c$ được tính theo công thức $d=OH=\dfrac{|c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

Với H là hình chiếu của O lên đường thẳng.



Cho $x=0 \Rightarrow y=\dfrac{c}{b}$

Cho $y=0 \Rightarrow x=\dfrac{c}{a}$

Đường thẳng cắt trục tung tại $A\left(0;\dfrac{c}{b}\right)$ và cắt trục hoành tại điểm $B\left(\dfrac{c}{a};0\right)$

Kẻ đường cao OH của ΔABO, ta có: $\dfrac{1}{OH^2}=\dfrac{1}{OA^2}+\dfrac{1}{OB^2}$ mà $OA=\left|\dfrac{c}{b}\right|$ và $OB=\left|\dfrac{c}{a}\right|$

Do đó $\dfrac{1}{OH^2}=\dfrac{b^2}{c^2}+\dfrac{a^2}{c^2}=\dfrac{a^2+b^2}{c^2} \Rightarrow OH=\dfrac{|c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

2. Các ví dụ

Ví dụ 1. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng $3x-4y=1$.

D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1. Trong các cặp số $(0;4),(-1;3),(1;1),(2;3),(4;6)$ cặp nào là nghiệm của phương trình $5x-3y=2$

Câu 2. Kiểm tra cặp số sau có phải là nghiệm của phương trình $2x-y-1=0$ hay không?

a) $(1;1)$;

b) $(0,5;3)$.

Câu 3: Trong các cặp số $(2;1)$, $(3;-1)$, $(0;5)$ cặp số nào là nghiệm của phương trình $x+2y-4=0$

Câu 4. Tìm nghiệm tổng quát và vẽ đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của nó:

a) $2x+y=6$ b) $x+3y=2$ c) $3x-2y=1$

d) $2x+0y=4$ e) $0x-3y=3$

Câu 5. Tìm nghiệm tổng quát và biểu diễn tập nghiệm các phương trình sau

a) $3x-y-2=0$;

b) $0x+2y=3$.

Câu 6. Tìm tất cả các nghiệm nguyên của phương trình

a) $2x+y=0$ b) $x+3y=0$ c) $3x-2y=1$

Câu 7. Cho đường thẳng d có phương trình $(a-1)x+2y=a$

a) Xác định a để d:

i) song song với trục hoành

ii) song song với trục tung

iii) song song với đường thẳng $x-y=1$

b) Tìm điểm cố định mà d luôn đi qua với mọi a

Câu 8. Vẽ các đường thẳng $x=3; x=-1; y=1; y=-3$. Gọi A,B,C,D là các giao điểm của chúng

a) Chứng minh A,B,C,D là 4 đỉnh của hình vuông

b) Viết phương trình các đường thẳng chứa hai đường chéo của hình vuông

c) Tính diện tích của tam giác tạo bởi hai trục tọa độ và đường chéo của hình vuông

Câu 9. Cho đường thẳng d có phương trình $(m+2)x+(m+3)y-m+8=0$.

Định m để d:

a) Song song với trục hoành

b) Song song với trục tung

c) Chứng minh d luôn đi qua điểm $A(-1;2)$

Câu 10. Tìm m trong mỗi trường hợp sau

1. $(1;2)$ là nghiệm của phương trình $mx+y-5=0$;

2. Điểm $A(0;3)$ thuộc đường thẳng $4x+my-6=0$.

Câu 11. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng $8x+6y=3$.

BÀI 2. GIẢI HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN.

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

1. PHƯƠNG PHÁP THẾ

Cách giải hệ phương trình bằng phương pháp thế:

Bước 1. Từ một phương trình của hệ, biểu diễn một ẩn theo ẩn kia rồi thế vào phương trình còn lại của hệ để được phương trình chỉ còn chứa một ẩn.

Bước 2. Giải phương trình một ẩn vừa nhận được, từ đó suy ra nghiệm của hệ đã cho.

Ví dụ 1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$ bằng phương pháp thế.

Chú ý: Tuỳ theo hệ phương trình, ta có thể lựa chọn cách biểu diễn x theo y hoặc biểu diễn y theo x.

Ví dụ 2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x - y = -2 \\ 2x - 2y = 8 \end{cases}$ bằng phương pháp thế.

Ví dụ 3. Giải hệ phương trình $\begin{cases} -x + y = -2 \\ 3x - 3y = 6 \end{cases}$ bằng phương pháp thế.

2. PHƯƠNG PHÁP CỘNG ĐẠI SỐ

Cách giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số:

Để giải một hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn có hệ số của cùng một ẩn nào đó trong hai phương trình bằng nhau hoặc đối nhau, ta có thể làm như sau:

Bước 1. Cộng hay trừ từng vế của hai phương trình trong hệ để được phương trình chỉ còn chứa một ẩn.

Bước 2. Giải phương trình một ẩn vừa nhận được, từ đó suy ra nghiệm của hệ phương trình đã cho.

Ví dụ 4. Giải hệ phương trình $\begin{cases} -2x + 5y = 12 \\ 2x + 3y = 4 \end{cases}$ bằng phương pháp cộng đại số.

Ví dụ 5. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 5x - 7y = 9 \\ 5x - 3y = 1 \end{cases}$ bằng phương pháp cộng đại số.

Chú ý. Trường hợp trong hệ phương trình đã cho không có hai hệ số của cùng một ẩn bằng nhau hay đối nhau, ta có thể đưa về trường hợp đã xét bằng cách nhân hai vế của mỗi phương trình với một số thích hợp (khác 0).

Ví dụ 6. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 2x - 3y = -4 \end{cases}$ bằng phương pháp cộng đại số.

Ví dụ 7. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x - 5y = 2 \\ -6x + 10y = -4 \end{cases}$ bằng phương pháp cộng đại số.

3. SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY ĐỂ TÌM NGHIỆM CỦA HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Cách tìm nghiệm của hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn bằng máy tính cầm tay

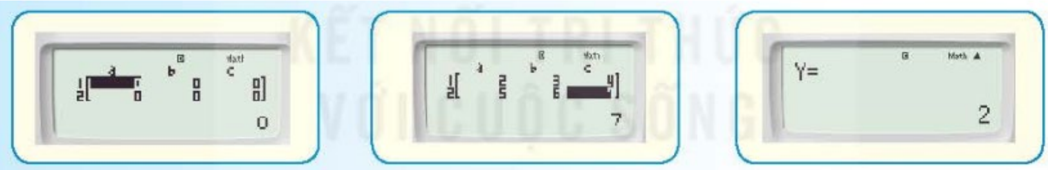
Muốn tìm nghiệm của hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn bằng máy tính cầm tay (MTCT), chúng ta cần sử dụng loại máy có chức năng này (thường có phím MODE). Trước hết ta phải viết hệ phương trình cần tìm nghiệm dưới dạng: $\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$

Chẳng hạn để tìm nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x+3y-4=0 \\ 5x+6y-7=0 \end{cases}$, ta viết nó dưới dạng $\begin{cases} 2x+3y=4 \\ 5x+6y=7 \end{cases}$. Khi đó, ta có $a_1=2, b_1=3, c_1=4; a_2=5, b_2=6$ và $c_2=7$. Lần lượt thực hiện các bước sau (với máy tính thích hợp):

Bước 1. Vào chức năng giải hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn bằng cách nhấn các phím MODE 5 1 (xem màn hìh sau bước 1, con trỏ ở vị trí a_1).

Bước 2. Nhập các số $a_1=2, b_1=3, c_1=4; a_2=5, b_2=6$ và $c_2=7$ bằng cách nhấn:
2 = 3 = 4 = 5 = 6 = 7 = (xem màn hình sau bước 2).

Bước 3. Đọc kết quả: Sau khi kết thúc bước 2, nhấn =, màn hình cho $x=-1$; nhấn tiếp phím =), màn hình cho $y=2$ (xem màn hìhh sau bước 3). Ta hiểu nghiệm của hệ phương trình là $(-1;2)$.



Màn hình sau bước 1 — Màn hình sau bước 2 — Màn hình sau bước 3

Chú ý:

1. Muốn xoá số vừa mới nhập thì nhấn phím AC; muốn thay đổi số đã nhập ở một vị trí nào đó thì di chuyển con trỏ đến vị trí đó rồi nhập số mới.

2. Nhấn phím ▲ hay ▼ để chuyển đổi hiển thị các giá trị của x và y trong kết quả.

3. Nếu máy báo "Infinite Sol" thì hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm. Nếu máy báo "No-Solution" thì hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

B. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

1.6. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế:

a) $\begin{cases} x-y=3 \\ 3x-4y=2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 7x-3y=13 \\ 4x+y=2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 0,5x-1,5y=1 \\ -x+3y=2 \end{cases}$

1.7. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số:

a) $\begin{cases} 3x+2y=6 \\ 2x-2y=14 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 0,3x+0,5y=3 \\ 1,5x-2y=1,5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} -2x+6y=8 \\ 3x-9y=-12 \end{cases}$

1.8. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x-y=-3 \\ -2m^2x+9y=3(m+3) \end{cases}$, trong đó m là số đã cho. Giải hệ phương trình trong mỗi trường hợp sau:

a) $m=-2$; b) $m=-3$; c) $m=3$.

1.9. Dùng MTCT thích hợp để tìm nghiệm của các hệ phương trình sau:

a) $\begin{cases} 12x-5y+24=0 \\ -5x-3y-10=0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \dfrac{1}{3}x-y=\dfrac{2}{3} \\ x-3y=2; \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x-2y=1 \\ -x+\dfrac{2}{3}y=0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \dfrac{4}{9}x-\dfrac{3}{5}y=11 \\ \dfrac{2}{9}x+\dfrac{1}{5}y=-2 \end{cases}$

C. CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1: GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP THẾ

1. Phương pháp giải

- ***Bước 1:*** Dùng quy tắc biến đổi hệ phương trình đã cho để được một hệ phương trình mới trong đó có một phương trình một ẩn
- ***Bước 2:*** Giải phương trình một ẩn vừa có rồi suy ra nghiệm của hệ đã cho

2. Các ví dụ

Ví dụ 1. Giải hệ phương trình sau bằng phương pháp thế

a) $\begin{cases} x-y=3 \\ 3x-4y=2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 7x-3y=5 \\ 4x+y=2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x+3y=-2 \\ 5x-4y=11 \end{cases}$

Ví dụ 2. Giải phương trình sau bằng phương pháp thế

a) $\begin{cases} 3x-2y=11 \\ 4x-5y=3 \end{cases}$ *b)* $\begin{cases} \dfrac{x}{2}-\dfrac{y}{3}=1 \\ 5x-8y=3 \end{cases}$

Ví dụ 3. Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế

a) $\begin{cases} x+y\sqrt{5}=0 \\ x\sqrt{5}+3y=1-\sqrt{5} \end{cases}$ b) $\begin{cases} (2-\sqrt{3})x-3y=2+5\sqrt{3} \\ 4x+y=4-2\sqrt{3} \end{cases}$

Ví dụ 4. Giải hệ phương trình sau $\begin{cases} x+3y=1 \\ (a^2+1).x+6y=2a \end{cases}$ Trong mỗi trường hợp sau

a) a = -1 b) a = 0 c) a = 1

Ví dụ 5. Giải phương trình sau bằng phương pháp thế:

a) $\begin{cases} 3x-y=5 \\ 5x+2y=23 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x+5y=1 \\ 2x-y=-8 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \dfrac{x}{y}=\dfrac{2}{3} \\ x+y-10=0 \end{cases}$

Ví dụ 6. Giải hệ phương trình sau bằng phương pháp thế:

a) $\begin{cases} x\sqrt{2} - y\sqrt{3} = 1 \\ x + y\sqrt{3} = \sqrt{2} \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - 2\sqrt{2}y = \sqrt{5} \\ x\sqrt{2} + y = 1 - \sqrt{10} \end{cases}$ c) $\begin{cases} (\sqrt{2}-1)x - y = \sqrt{2} \\ x + (\sqrt{2}+1)y = 1 \end{cases}$

Ví dụ 7.

a) Xác định hệ số a,b biết rằng hề phương trình

$\begin{cases} 2x + by = -4 \\ bx - ay = -5 \end{cases}$ Có nghiệm là ($\sqrt{2}-1; \sqrt{2}$)

b) Cũng hỏi như vậy, nếu hệ phương trình có nghiệm là: $(\sqrt{2}-1; \sqrt{2})$

Ví dụ 8. Biết rằng: Đa thức P(x) chia hết cho đa thức x-a khi và chỉ khi P(a) = 0

Hãy tìm các giá trị của n sao cho đa thức sau đông thời chia hết cho x+1 và x-3

$P(x) = mx^3 + (m-2)x^2 - (3n-5)x - 4n$

DẠNG 2. ĐẶT ẨN PHỤ ĐƯA VỀ PHƯƠNG PHÁP THẾ

1. Phương pháp giải

- Đặt điều kiện để hệ có nghĩa
- Đặt ẩn phụ và điều kiện của ẩn phụ (nếu có)
- Giải hệ theo các ẩn phụ đã đặt
- Trở lại ẩn đã cho để tìm nghiệm của hệ

2. Các ví dụ

Ví dụ 1. Giải hệ phương trình

a) $\begin{cases} \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{y} = 1 \\ \dfrac{3}{x} + \dfrac{4}{y} = 5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \dfrac{1}{x-2} + \dfrac{1}{y-1} = 2 \\ \dfrac{2}{x-2} - \dfrac{3}{y-1} = 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x^2 + y^2 = 5 \\ x^2 - 3y^2 = 1 \end{cases}$

Ví dụ 2: Giải hệ phương trình

a) $\begin{cases} \sqrt{\dfrac{1-x}{2y+1}} + \sqrt{\dfrac{2y+1}{1-x}} = 2 \\ x - y = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} |x-y| = |2y-1| \\ y + 1 = 2x \end{cases}$

DẠNG 3. GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP CỘNG ĐẠI SỐ

1. Phương pháp giải

- Bước 1: Nhân hai vế của mỗi phương trình với một số thích hợp (nếu cần) sao cho các hệ số của một ẩn nào đó trong hai phương trình của hệ bằng nhau hoặc đối nhau.
- Bước 2: Áp dụng quy tắc cộng đại số để được hệ phương trình mới, trong đó có một phương trình mà hệ số của một trong hai ẩn bằng 0 (tức là phương trình một ẩn)
- Bước 3: Giải phương trình một ẩn vừa thu được rồi suy ra nghiệm của hệ đã cho.

2. Các ví dụ

Ví dụ 1. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số:

a) $\begin{cases} 3x+y=3 \\ 2x-y=7 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x+5y=8 \\ 2x-3y=0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 4x+3y=6 \\ 2x+y=4 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x+3y=-2 \\ 3x-2y=-3 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 0,3x+0,5y=3 \\ 1,5x-2y=1,5 \end{cases}$

Ví dụ 2. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số

a) $\begin{cases} x\sqrt{2}-3y=1 \\ 2x+y\sqrt{2}=-2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x\sqrt{3}+y=2\sqrt{2} \\ x\sqrt{6}-y\sqrt{2}=2 \end{cases}$

Ví dụ 3. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số:

a) $\begin{cases} -5x+2y=4 \\ 6x-3y=-7 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x-3y=11 \\ -4x+6y=5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x-2y=10 \\ x-\frac{2}{3}y=3\frac{1}{3} \end{cases}$

Ví dụ 4. Giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} \left(1+\sqrt{2}\right)x+\left(1-\sqrt{2}\right)y=5 \quad (1) \\ \left(1+\sqrt{2}\right)x+\left(1+\sqrt{2}\right)y=3 \quad (2) \end{cases}$$

Ví dụ 5. Ta biết rằng: Một đa thức bằng 0 khi và chỉ khi tất cả các hệ số của nó bằng 0. Hãy tìm các giá trị của và để đa thức sau (với biến số x) bằng đa thức 0:

$$P(x)=(3m-5n+1)x+(4m-n-10)$$

DẠNG 4. ĐẶT ẨN PHỤ ĐƯA VỀ PHƯƠNG PHÁP CỘNG

1. Phương pháp giải

Đặt điều kiện (nếu có)

- Đặt ẩn phụ và điều kiện của ẩn phụ (nếu có)

- Giải hệ phương trình theo các ẩn phụ đã đặt

- Trở lại ẩn ban đầu để tìm nghiệm của hệ.

2. Các ví dụ

Ví dụ 1. Giải các hệ phương trình:

a) $\begin{cases} 2(x+y)+3(x-y)=4 \\ (x+y)+2(x-y)=5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2(x-2)+3(1+y)=-2 \\ 3(x-2)-2(1+y)=-3 \end{cases}$

Ví dụ 2. Bằng cách đặt ẩn phụ (theo hướng dẫn), đưa các hệ phương trình sau về dạng hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn rồi giải:

a) $\begin{cases} \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=1 \\ \dfrac{3}{x}+\dfrac{4}{y}=5 \end{cases}$ Hướng dẫn: Đặt $u=\dfrac{1}{x}$, $v=\dfrac{1}{y}$;

b) $\begin{cases} \dfrac{1}{x-2}+\dfrac{4}{y-1}=2 \\ \dfrac{2}{x-2}-\dfrac{3}{y-1}=1 \end{cases}$ Hướng dẫn: Đặt $u=\dfrac{1}{x-2}$, $v=\dfrac{1}{y-1}$;

D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế

a) $\begin{cases} 5x-4y=3 \\ 2x+y=4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \dfrac{5x}{3}-\dfrac{2y}{5}=19 \\ 4x+\dfrac{3y}{2}=21 \end{cases}$

Câu 2. Giải các hệ phương trình sau:

a) $\begin{cases} 2x+3|y|=13 \\ 3x-y=3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \dfrac{4}{x+y-1}-\dfrac{5}{2x-y+3}=\dfrac{5}{2} \\ \dfrac{3}{x+y-1}+\dfrac{1}{2x-y+3}=\dfrac{7}{5} \end{cases}$

Câu 3. Giải hệ phương trình

a) $\begin{cases} \dfrac{2}{x+y}+\dfrac{1}{x-y}=3 \\ \dfrac{1}{x+y}-\dfrac{3}{x-y}=1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3\sqrt{x}-2\sqrt{y}=-2 \\ 2\sqrt{x}+\sqrt{y}=1 \end{cases}$

Câu 4. Giải hệ phương trình:

a) $\begin{cases} 2\sqrt{x-1}-\sqrt{y-1}=1 \\ \sqrt{x-1}+\sqrt{y-1}=2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} (x-1)^2-2y=2 \\ 3(x-1)^2+3y=1 \end{cases}$

Câu 5. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số:

a) $\begin{cases} 2\text{x-}3y=1 \\ \text{x+}3y=2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x=6y \\ x=2(y-6) \end{cases}$ c) $\begin{cases} 4x-3y=2 \\ x+y=4 \end{cases}$

Câu 6. Giải các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases} \sqrt{2}\text{x-}\sqrt{3}y=1 \\ \text{x+}\sqrt{3}y=\sqrt{2} \end{cases}$ b) $\begin{cases} x-2\sqrt{2}y=\sqrt{5} \\ \sqrt{2}x+y=1-\sqrt{10} \end{cases}$

Câu 7. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế

a) $\begin{cases} 7x-3y=5 \\ 4x+y=2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \sqrt{5}x-y=\sqrt{5}(\sqrt{3}-1) \\ 2\sqrt{3}x+3\sqrt{5}y=21 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 1,7x-2y=3,8 \\ 2,1x+5y=0,4 \end{cases}$

Câu 8. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số

a) $\begin{cases} 3x+y=3 \\ 2x-y=7. \end{cases}$ b) $\begin{cases} 8x-7y=5 \\ 12x+13y=-8. \end{cases}$ c) $\begin{cases} 5(x+2y)=3x-1 \\ 2x+4=3(x-5y)-12. \end{cases}$

Câu 9. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp đặt ẩn phụ

a) $\begin{cases} \dfrac{15}{x}-\dfrac{7}{y}=9 \\ \dfrac{4}{x}+\dfrac{9}{y}=35. \end{cases}$ $b)\begin{cases} \dfrac{7}{x-y+2}-\dfrac{5}{x+y-1}=4,5 \\ \dfrac{3}{x-y+2}+\dfrac{2}{x+y-1}=4 \end{cases}$

Câu 10. Trong mặt phẳng Oxy cho ba đường thẳng $(d_1): 2x-y=-1; (d_2): x+y=-2$; $(d_3): y=-2x-m$. Xác định m để ba đường thẳng đã cho đồng quy.

LUYỆN TẬP CHUNG

A. CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 0,5x + 0,6y = 0,4 \\ 0,4x - 0,9y = 1,7 \end{cases}$

Ví dụ 2. Tìm các hệ số x, y trong phản ứng hoá học đã được cân bằng sau: $3Fe + xO_2 \to yFe_3O_4$.

Ví dụ 3. Tìm hai số a và b để đường thẳng $y = ax + b$ đi qua hai điểm $A(-2;-1)$ và $B(2;3)$.

B. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

1.10. Cho hai phương trình: $-2x + 5y = 7 \quad (1); \quad 4x - 3y = 7 \qquad (2)$

Trong các cặp số $(2;0),(1;-1),(-1;1),(-1;6),(4;3)$ và $(-2;-5)$, cặp số nào là:

a) Nghiệm của phương trình (1)?

b) Nghiệm của phướng trình (2)?

c) Nghiệm của hệ gồm phương trình (1) và phương trình (2)?

1.11. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế:

a) $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 0,5x - 0,5y = 0,5 \\ 1,2x - 1,2y = 1,2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + 3y = -2 \\ 5x - 4y = 28 \end{cases}$

1.12. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số:

a) $\begin{cases} 5x + 7y = -1 \\ 3x + 2y = -5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x - 3y = 11 \\ -0,8x + 1,2y = 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 4x - 3y = 6 \\ 0,4x + 0,2y = 0,8 \end{cases}$

1.13. Tìm các hệ số x,y trong phản ứng hoá học đã được cân bằng sau: $4Al + xO_2 \to yAl_2O_3$.

1.14. Tìm a và b sao cho hệ phương trình $\begin{cases} ax + by = 1 \\ ax + (b-2)y = 3 \end{cases}$ có nghiệm là $(1;-2)$.

C. BÀI TẬP THÊM

Câu 1. Xác định a và b để đồ thị của hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm A và B trong mỗi trường hợp sau:

a) $A(2;-2)$ và $B(-1;3)$ b) $A(-4;-2)$ và $B(2;1)$

c) $A(3;-1)$ và $B(-3;2)$ d) $A(\sqrt{3};2)$ và $B(0;2)$

Câu 2. Cho biểu thức $f(x) = ax^2 + bx + 4$. Xác định a, b để $f(2) = 6$, $f(-1) = 0$.

Câu 3. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế

a) $\begin{cases} 4x + 5y = 3 \\ x - 3y = 5. \end{cases}$ b) $\begin{cases} 7x - 2y = 1 \\ 3x + y = 6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x + 3y = 1 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + y\sqrt{5} = 0 \\ x\sqrt{5} + 3y = 1 - \sqrt{5} \end{cases}$

Câu 4. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số.

a) $\begin{cases} x-3y=1 \\ 2x+3y=11 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x-y=3 \\ x-y=1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x+4y=18 \\ 4x-3y=-1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \sqrt{3}x-\sqrt{2}y=1 \\ \sqrt{2}x+3\sqrt{3}y=4\sqrt{6} \end{cases}$

Câu 5. Giải các hệ phương trình.

a) $\begin{cases} \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=1 \\ \dfrac{3}{x}+\dfrac{4}{y}=5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \dfrac{1}{x-2}-\dfrac{1}{y-1}=2 \\ \dfrac{2}{x-2}+\dfrac{3}{y-1}=1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \dfrac{4}{3}\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\right)=1 \\ \dfrac{1}{6x}+\dfrac{1}{5y}=\dfrac{2}{15} \end{cases}$

Câu 6. Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} x+ay=1 \\ -ax+y=a \end{cases}$$

a) Chứng minh hệ luôn luôn có nghiệm duy nhất với mọi a.

b) Tìm a để hệ có nghiệm $(x;y)$ sao cho $x<1;\ y<1$

Câu 7. Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} (a+1)x-y=3 \\ ax+y=a \end{cases}$$

a) Giải hệ với $a=-\sqrt{2}$

b) Xác định a để hệ có nghiệm duy nhất thỏa mãn điều kiện $x+y>0$

BÀI 3. GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP HỆ PHƯƠNG TRÌNH

A. CÁC VÍ DỤ

Nhận xét. các bước giải một bài toán bằng cách lập hệ phương trình:

Bước 1. Lập hệ phương trình:

- Chọn ẩn số (thường chọn hai ẩn số) và đặt điều kiện thích hợp cho các ẩn số;

- Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết;

- Lập hệ phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

Bước 2. Giải hệ phương trình.

Bước 3. Trả lời: Kiểm tra xem trong các nghiệm tìm được của hệ phương trình, nghiệm nào thoả mãn, nghiệm nào không thoả mãn diều kiện của ẩn, rồi kết luận.

Ví dụ 1. Tìm hai số tự nhiên có tổng bằng 1 006, biết rằng nếu lấy số lớn chia cho số nhỏ thì được thương là 2 và số dư là 124 .

Ví dụ 2. Hai đội công nhân cùng làm một đoạn đường trong 24 ngày thì xong. Mỗi ngày, đội I làm được nhiều gấp rưỡi đội II. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi đội làm xong đoạn đường đó trong bao lâu? (Giả sử năng suất của mỗi đội là không đổi).

B. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

1.15. Tìm số tự nhiên N có hai chữ số, biết rằng tổng của hai chứ số đó bằng 12 , và nếu viết hai chữ số đó theo thứ tự ngược lại thì được một số lớn hơn N là 36 đơn vị.

1.16. Điểm số trung bình của một vận động viên bắn súng sau 100 lần bắn là 8,69 điểm. Kết quả cụ thể được ghi trong bảng sau, trong đó có hai ô bị mờ không đọc được (đánh dấu "?"):

Điểm số của mỗi lần bắn	10	9	8	7	6
Số lần bắn	25	42	?	15	?

Em hãy tìm lại các số bị mờ trong hai ô đó.

1.17. Năm ngoái, hai đơn vị sản xuất nông nghiệp thu hoạch được 3600 tấn thóc. Năm nay, hai đơn vị thu hoạch được 4095 tấn thóc. Hỏi năm nay, mỗi đơn vị thu hoạch được bao nhiêu tấn thóc, biết rằng năm nay, đơn vị thứ nhất làm vượt mức 15% , đơn vị thứ hai làm vượt mức 12% so với năm ngoái?

Hãy dùng máy tính cầm tay để kiểm tra lại kết quả thu được.

1.18. Hai người thợ cùng làm một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 3 giờ và người thứ hai làm trong 6 giờ thì chỉ hoàn thành được 25% công việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người hoàn thành công việc trong bao lâu?

C. CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1. TOÁN VỀ QUAN HỆ GIỮA CÁC SỐ

1. Phương pháp giải

Biểu diễn số có hai chữ số: $\overline{ab}=10a+b$

a là chữ số hàng chục: $0<a\le 9$, $a\in N$

b là chữ số hàng đơn vị: $0 \le b \le 9$, $b \in N$

- Biểu diễn số có ba chữ số: $\overline{abc} = 100a + 10b + c$

a là chữ số hàng trăm, b là chữ số hàng chục và c là chữ số hàng đơn vị.

2. Các ví dụ

Ví dụ 1. Tìm hai số tự nhiên, biết rằng tổng của chúng bằng 1006 và nếu lấy số lớn chia cho số nhỏ thì được thương là 2 và số dư là 124.

Vậy hai số tự nhiên cần tìm là 712 và 294.

Ví dụ 2: Tổng các chữ số của một số là có hai chữ số bằng 6. Nếu thêm vào số đó 18 đơn vị thì số thu được cũng viết bằng các chữ số đó nhưng theo thứ tự ngược lại. Hãy tìm số đó.

DẠNG 2: TOÁN LÀM CHUNG CÔNG VIỆC

1. Phương pháp giải

- Toán làm chung công việc có ba đại lượng tham gia toàn bộ công việc, phần làm việc trong một đơn vị thời gian (năng suất), thời gian.

1. Năng suất làm việc: đưa về một đơn vị thời gian (chẳng hạn: 1 ngày, 1 giờ, …)

Nếu một đội làm xong công việc trong x ngày thì một ngày đội đó làm được $\frac{1}{x}$ công việc.

Xem toàn bộ công việc là 1.

2. Các ví dụ

Ví dụ 1. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn (không có nước) thì sau $4\frac{4}{5}$ giờ đầy bể. Nếu lúc đầu chỉ mở vòi thứ nhất và 9 giờ sau mới mở thêm vòi thứ hai thì sau $\frac{6}{5}$ giờ nữa mới đầy bể. Hỏi nếu ngay từ đầu chỉ mở vòi thứ hai thì sau bao lâu mới đầy bể?

Ví dụ 2. Hai người thợ cùng làm một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm 3 giờ và người thứ hai làm 6 giờ thì chỉ hoàn thành được 25% công việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người hoàn thành công việc đó trong bao lâu ?

Ví dụ 3 : Nếu hai vòi nước cùng chảy vào một bể nước cạn (không có nước) thì bể sẽ đầy trong 1 giờ 20 phút. Nếu mở vòi thứ nhất trong 10 phút và vòi thứ hai trong 12 phút thì chỉ được $\frac{2}{15}$ bể nước. Hỏi nếu mở riêng từng vòi thì thời gian để mỗi vòi chảy đầy bể là bao nhiêu ?

Ví dụ 4: Hai đội xe chở cát để san lấp một khu đất. Nếu hai đội cùng làm thì trong 18 ngày xong công việc. Nếu đội thứ nhất làm trong 6 ngày, sau đó đội thứ hai làm tiếp 8 ngày nữa thì được 40% công việc. Hỏi mỗi đội làm một mình thì bao lâu xong công việc ?

Ví dụ 5. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể thì sau 4 giờ 48 phút bể đầy. Nếu vòi I chảy trong 4 giờ, vòi II chảy trong 3 giờ thì cả hai vòi chảy được $\frac{3}{4}$ bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

DẠNG 3. LOẠI TOÁN CHUYỂN ĐỘNG

1. Phương pháp giải :

- Toán chuyển động có ba đại lượng tham gia vào là: vận tốc, thời gian, quãng đường.
- Gọi v là vận tốc, t là thời gian đi được, s là quãng đường đi được, ta có: $S = vt$.

2. Các ví dụ

Ví dụ 1. Một ô tô đi từ A và dự định đến B lúc 12 giờ trưa. Nếu xe chạy với vận tốc $35km/h$ thì sẽ đến B chậm hơn 2 giờ so với dự định. Nếu xe chạy với vận tốc $50km/h$ thì sẽ đến B sớm hơn 1 giờ so với dự định. Tính độ dài quãng đường AB và thời điểm xuất phát của ô tô tại A.

Ví dụ 2. Hai vật chuyển động đều trên một đường tròn đường kính $20cm$, xuất phát cùng một lúc, từ cùng một điểm. Nếu chuyển động cùng chiều thì cứ 20 giây chúng lại gặp nhau. Nếu chuyển động ngược chiều thì cứ 4 giây chúng lại gặp nhau. Tính vận tốc của mỗi vật.

Ví dụ 3. Mỗi ngày ba của bạn An chở bạn ấy từ nhà đến trường mất 30 phút. Vì hôm nay là ngày thi tuyển sinh nên ba bạn ấy muốn con mình đến trường sớm hơn, do đó ông ấy đã tăng vận tốc xe lên $15(km/h)$ và đến sớm hơn thường ngày là 10 phút. Hỏi quãng đường từ nhà của bạn An đến trường là bao nhiêu km ?

Ví dụ 4. Một ô tô đi quãng đường AB với vận tốc $50km/h$ rồi đi tiếp quãng đường BC với vận tốc $45km/h$. Biết quãng đường tổng cộng dài 165 km và thời gian ô tô đi trên quãng đường AB ít hơn thời gian đi trên quãng đường BC là 30 phút. Tính thời gian ô tô đi trên mỗi đoạn đường.

Ví dụ 5. Một ôtô dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định. Nếu xe chạy mỗi giờ nhanh hơn 10 km thì đến nơi sớm hơn dự định 3 giờ, còn nếu xe chạy chậm lại mỗi giờ 10 km thì đến nơi chậm mất 5 giờ. Tính vận tốc của xe lúc ban đầu, thời gian dự định và chiều dài quãng đường AB.

DẠNG 4. CÁC DẠNG KHÁC

Ví dụ 1. Giải bài toán cổ sau :

Quýt, cam mười bảy quả tươi
Đem chia cho một trăm người cùng vui.
Chia ba mỗi quả quýt rồi
Còn cam mỗi quả chia mười vừa xinh.
Trăm người, trăm miếng ngọt lành.
Quýt, cam mỗi loại tính rành là bao ?

Ví dụ 2. Tính độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông, biết rằng nếu tăng mỗi cạnh lên 3 cm thì diện tích tam giác đó sẽ tăng thêm $36cm^2$, và nếu một cạnh giảm đi 2 cm, cạnh kia giảm đi 4 cm thì diện tích của tam giác giảm đi $26cm^2$.

Ví dụ 3. Nhà Lan có một mảnh vườn trồng rau cải bắp. Vườn được đánh thành nhiều luống, mỗi luống trồng cùng một số cây cải bắp. Lan tính rằng: Nếu tăng thêm 8 luống rau, nhưng mỗi luống trồng ít đi 3 cây thì số cây toàn vườn ít đi 54 cây. Nếu giảm đi 4 luống, nhưng mỗi luống trồng tăng thêm 2 cây thì số rau toàn vườn sẽ tăng thêm 32 cây. Hỏi vườn nhà Lan trồng bao nhiêu cây rau cải bắp? (Số cây trong các luông như nhau).

Ví dụ 4. Số tiền mua 9 quả thanh yên và 8 quả táo rừng thơm là 107 rupi. Số tiền mua 7 quả thanh yên và 7 quả táo rừng thơm là 91 rupi. Hỏi giá mỗi quả thanh yên và mỗi quả táo là bao nhiêu rupi ?

Ví dụ 5. Điểm số trung bình của một vận động viên bắn súng sau 100 lần bắn là $8,69$ điểm. Kết quả cụ thể được ghi trong bảng sau, trong đó có hai ô bị mờ không đọc được (đánh dấu *) :

Điểm số của mỗi lần bắn	10	9	8	7	6
Số lần bắn	25	42	*	15	*

Em hãy tìm lại các số trong số đó.

Ví dụ 6. Một người mua hai loại hàng và phải trả tổng $2,17$ triệu đồng, kể cả thuế giá trị gia tăng (VAT) với mức 10% đối với loại hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai. Nếu thuế VAT là

9% đối với cả hai loại hàng thì người đó phải trả tổng $2,18$ triệu đồng. Hỏi nếu không kể thuế VAT thì người đó phải trả bao nhiêu tiền cho mỗi loại hàng ?

D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1. Tìm một số tự nhiên có hai chữ số, tổng các chữ số của nó bằng 11, nếu đổi chỗ hai chữ số hàng chục và hàng đơn vị cho nhau thì số đó tăng thêm 27 đơn vị.

Câu 2. Tìm một số tự nhiên có ba chữ số, tổng các chữ số bằng 17, chữ số hàng chục là 4, nếu đổi chỗ các chữ số hàng trăm và hàng đơn vị cho nhau thì số giảm đi 99 đơn vị.

Câu 4. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể sau 4 giờ 48 phút bể đầy. Nếu vòi I chảy trong 4 giờ, vòi II chảy trong 3 giờ thì cả hai vòi chảy được $\frac{3}{4}$ bể. Tính thời gian để mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

Câu 5. Một ô tô đi từ tỉnh A đến tỉnh B với một vận tốc đã định. Nếu vận tốc tăng thêm $20km/h$ thì thời gian đi được sẽ giảm 1 giờ, nếu vận tốc giảm bớt $10km/h$ thì thời gian đi tăng thêm 1 giờ. Tính vận tốc và thời gian dự định của ô tô.

Câu 6. Hai ca nô cùng khởi hành từ A đến B cách nhau $85km$ và đi ngược chiều nhau. Sau 1 giờ 40 phút thì gặp nhau. Tính vận tốc thật của mỗi ca nô, biết rằng vận tốc ca nô đi xuôi dòng lớn hơn vận tốc ca nô đi ngược dòng là $9km/h$ và vận tốc dòng nước là $3km/h$ (vận tốc thật của ca nô không đổi).

Câu 7. Đoạn đường AB dài $200\ km$. Cùng lúc một xe máy đi từ A và một ô tô đi từ B, xe máy và ô tô gặp nhau tại C cách A $120km$. Nếu xe máy khởi hành sau ô tô 1 giờ thì gặp nhau tại D cách C $24\ km$. Tính vận tốc của ô tô và xe máy.

Câu 8. Tìm số có ba chữ số chia hết cho 11, biết rằng khi chia số đó cho 11 được thương bằng tổng các chữ số của số bị chia.

Câu 9. Một tam giác có chiều cao bằng $\frac{3}{4}$ cạnh đáy. Nếu chiều xao tăng thêm $3dm$ và cạnh đáy giảm đi $2dm$ thì diện tích của nó tăng thêm $12\,dm^2$. Tính chiều cao và cạnh đáy của tam giác.

Câu 10. Hai giá sách có 450 cuốn. Nếu chuyển 50 cuốn từ giá thứ nhất sang giá thứ hai sẽ bằng $\frac{4}{5}$ số sách ở giá thứ nhất. Tính số sách của mỗi giá.

Câu 11. Một dung dịch chứa 30% axit nitơric (tính theo thể tích) và một dung dịch khác chứa 55% axit nitơric. Cần phải trộn thêm bao nhiêu lít dung dịch loại 1 và loại 2 để được 100 lít dung dịch 50% axit nitơric?

Câu 12. Hai giá sách có 450 cuốn. Nếu chuyển 50 cuốn từ giá thứ nhất sang giá thứ hai thì số sách trên giá thứ hai bằng $\frac{4}{5}$ số sách giá thứ nhất. Tính số sách trên mỗi giá.

Câu 13. Hai anh Quang và Bình góp vốn cùng kinh doanh. Anh Quang góp 13 triệu đồng, anh Bình góp 15 triệu đồng. Sau một thời gian kinh doanh lãi được 7 triệu đồng. Lãi được chia đều theo tỉ lệ góp vốn. Tính số lãi mỗi anh được hưởng.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG I

PHẦN 1. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

A. TRẮC NGHIỆM

1.19. Cặp số nào sau đây là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 5x+7y=-1 \\ 3x+2y=-5 \end{cases}$?

A. $(-1;1)$. B. $(-3;2)$. C. $(2;-3)$. D. $(5;5)$.

1.20. Trên mặt phẳng toạ độ Oxy, cho các điểm $A(1;2), B(5;6), C(2;3), D(-1;-1)$. Đường thẳng $4x-3y=-1$ đi qua hai điểm nào trong các điểm đã cho?

A. A và B; B. B và C; C. C và D; D. D và A.

1.21. Hệ phương trình $\begin{cases} 1,5x-0,6y=0,3 \\ -2x+y=-2 \end{cases}$

A. Có nghiệm là $(0;-0,5)$. B. Có nghiệm là $(1;0)$. C. Có nghiệm là $(-3;-8)$. D. Vô nghiệm.

1.22. Hệ phương trình $\begin{cases} 0,6x+0,3y=1,8 \\ 2x+y=-6 \end{cases}$

A. Có một nghiệm. B. Vô nghiệm. C. Có vô số nghiệm. D. Có hai nghiệm.

B. TỰ LUẬN

1.23. Giải các hệ phương trình:

a) $\begin{cases} 2x+5y=10 \\ \dfrac{2}{5}x+y=1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 0,2x+0,1y=0,3 \\ 3x+y=5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \dfrac{3}{2}x-y=\dfrac{1}{2} \\ 6x-4y=2 \end{cases}$

1.24. Giải các hệ phương trình:

a) $\begin{cases} 0,5x+2y=-2,5 \\ 0,7x-3y=8,1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x-3y=-2 \\ 14x+8y=19 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2(x-2)+3(1+y)=-2 \\ 3(x-2)-2(1+y)=-3 \end{cases}$

1.25. Tìm số tự nhiên N có hai chữ số, biết rằng nếu viết thêm chữ số 3 vào giữa hai chư số của số N thì được một số lớn hơn số 2N là 585 đơn vị, và nếu viết hai chữ số của số N theo thứ tự ngược lại thì được một số nhỏ hơn số N là 18 đơn vị.

1.26. Trên cánh đồng có diện tích 160 ha của một đơn vị sản xuất, người ta dành 60 ha để cấy thí điểm giống lúa mới, còn lại vẫn cấy giống lúa cũ. Khi thu hoạch, đầu tiên người ta gặt 8 ha giống lúa cũ và 7 ha giống lúa mới để đối chứng. Kết quả là 7 ha giống lúa mới cho thu hoạch nhiều hơn 8 ha giống lúa cũ là 2 tấn thóc. Biết rằng tổng số thóc (cả hai giống) thu hoạch cả vụ trên 160 ha là 860 tấn. Hỏi năng suất của mỗi giống lúa trên 1 ha là bao nhiêu tấn thóc?

1.27. Hai vật chuyển động đều trên một đường tròn đường kính $20\,\mathrm{cm}$, xuất phát cùng một lúc, từ cùng một điểm. Nếu chuyển động ngược chiều thì cứ sau 4 giây chúng lại gặp nhau. Nếu chuyển động cùng chiều thì cứ 20 giây chúng lại gặp nhau. Tính vận tốc $(\mathrm{cm/s})$ của mỗi vật.

1.28. Một người mua hai loại hàng và phải trả tổng cộng là 21,7 triệu đồng, kể cả thuế giá trị gia tăng (VAT) với mức 10% đối với loại hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai. Nếu thuế VAT là

9% đối với cả hai loại hàng thì người đó phải trả tổng cộng 21,8 triệu đồng. Hỏi nếu không kể thuế VAT thì người đó phải trả bao nhiêu tiền cho mỗi loại hàng?

PHẦN 2. BÀI TẬP LÀM THÊM

Câu 1. Cho phương trình $mx+(m+1)y=3$.

1. Với $m=1$, xét xem các cặp số sau, cặp số nào là nghiệm của phương trình.

i) $(3;-2)$ ii) $(0;1)$ iii) $(-1;0)$.

2. Tìm nghiệm tổng quát của phương trình trên ứng với

i) $m=-1$ ii) $m=2$.

3. Tìm giá trị m tương ứng khi phương trình nhận các cặp số sau làm nghiệm.

i) $(3;1)$ ii) $(2;3)$.

Câu 2. Giải các hệ phương trình sau và minh họa hình học kết quả tìm được :

a) $\begin{cases}2x+5y=2\\ \frac{2}{5}x+y=1\end{cases}$ b) $\begin{cases}0,2x+0,1y=0,3\\ 3x+y=5\end{cases}$ c) $\begin{cases}\frac{3}{2}x-y=\frac{1}{2}\\ 3x-2y=1\end{cases}$

Câu 3. Giải các hệ phương trình sau :

a) $\begin{cases}x\sqrt{5}-(1+\sqrt{3})y=1\\ (1-\sqrt{3})x+y\sqrt{5}=1\end{cases}$ b) $\begin{cases}\frac{2x}{x+1}+\frac{y}{y+1}=\sqrt{2}\\ \frac{x}{x+1}+\frac{3y}{y+1}=-1\end{cases}$

Câu 4. Giải hệ phương trình $\begin{cases}2x-y=m\\ 4x-m^2y=2\sqrt{2}\end{cases}$ trong mỗi trường hợp sau :

a) $m=-\sqrt{2}$ b) $m=\sqrt{2}$ c) $m=1$

Câu 5. Hai người ở địa điểm A và B cách nhau 3,6km , khởi hành cùng một lúc, đi ngược chiều nhau ở một địa điểm cách A là 2km. Nếu cả hai cùng giữ nguyên vận tốc như trường hợp trên, nhưng người đi chậm hơn xuất phát trước người kia 6 phút thì họ sẽ gặp nhau ở chính giữa quãng đường. Tính vận tốc của mỗi người.

Câu 6. Một vật có khối lượng 124g và thể tích $15cm^3$ là hợp kim của đồng và kẽm. Tính xem trong đó có bao nhiêu gam đồng,v à bao nhiêu gam kẽm, biết rằng cứ 89g đồng thì có thể tích là $10cm^3$ và 7gam kẽm có thể tích là $1cm^3$.

Câu 7. Hai đội xây dựng làm chung một công việc và dự định hoàn thành trong 12 ngày. Nhưng khi làm chung được 8 ngày thì đội I được điều động đi làm việc khác. Tuy chỉ còn một mình đội II làm việc, do cải tiến cách làm , năng suất của đội II tăng gấp đôi nên họ đã làm xong phần việc còn lại trong 3,5 ngày. Hỏi với năng suất ban đầu , nếu mỗi đội làm một mình thì phải làm trong bao nhiêu ngày mới xong công việc trên ?

Câu 8. Năm ngoái, hai đơn vị sản xuất nông nghiệp thu hoạch được 720 tấn thóc. Năm nay, đơn vị thứ nhất làm vượt mức 15%, đơn vị thứ hai làm vượt mức 12% so với năm ngoái. Do đó cả hai đơn vị thu hoạch được 819 tấn thóc. Hỏi mỗi năm, mỗi đơn vị thu hoạch được bao nhiêu tấn thóc ?

Câu 9. Giải hệ phương trình : $\begin{cases} |x+1|+|y-1|=5 \\ |x+1|=4y-4 \end{cases}$

Câu 10. Quãng đường AB gồm một đoạn lên dốc dài 4 km, một đoạn xuống dốc dài 5km. Một người đi xe đạp từ A đến B hết 40phút và đi từ B về A hết 41 phút (vận tốc lên dốc lúc đi và về như nhau, vận tốc xuống dốc lúc đi và về như nhau). Tính vận tốc lúc lên dốc và lúc xuống dốc.

Câu 11. Tuổi hai anh em cộng lại bằng 21. Tuổi anh hiện nay gấp đôi tuổi em lúc anh bằng tuổi em hiện nay.Tính tuổi của mỗi người hiện nay.

Câu 12. Với giá trị nào của m,n thì hệ $\begin{cases} mx-y=1 \\ x+y=n \end{cases}$ có nghiệm $(-1;0)$?

Câu 13. Cho ba đường thẳng

$$(d_1): x-2y=-3;$$

$$(d_2): \sqrt{2}x+y=\sqrt{2}+2;$$

$$(d_m): mx-(1-2m)y=5-m$$

1. Xác định m để ba đường thẳng $(d_1);(d_2)$ và (d_m) đồng quy.

2. Chứng minh rằng (d_m) luôn đi qua một điểm cố định với mọi m .

CHƯƠNG I: PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT 2 ẨN

BÀI 1: KHÁI NIỆM PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT 2 ẨN

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

1. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT 2 ẨN

- Phương trinh bậc nhất hai ẳn x và y là hệ thức dạng $ax+by=c$, trong đó a, b và c là các số đã biết $(a\neq 0$ hoặc $b\neq 0)$.

- Nếu tại $x=x_0$ và $y=y_0$ ta có $ax_0+by_0=c$ là một khẳng định đúng thì cặp số $\left(x_0;y_0\right)$ được gọi là một nghiệm của phương trình (1).

Ví dụ 1. a) Trong các hệ thức $4x+3y=5; 0x+y=-1; 0x+0y=3$, hệ thức nào là phương trình bậc nhất hai ẩn? Hệ thức nào không là phương trình bậc nhất hai ẩn?

b) Trong các cặp số $(2;-1)$ và $(1;0)$, cặp số nào là nghiệm của phương trình $4x+3y=5$?

Lời giải

a) Cả ba hệ thức đều có dạng $ax+by=c$. Nhưng chỉ có hai hệ thức $4x+3y=5$ và $0x+y=-1$ thoả mãn điều kiện $a\neq 0$ hoặc $b\neq 0$ nên là phương trình bậc nhất hai ẩn.

Hệ thức $0x+0y=3$ có $a=b=0$, khôngthoả mãn điều kiện trên nên hệ thức đó không phải là phương trình bậc nhất hai ẩn.

b) Cặp số $(2;-1)$ là một nghiệm của phương trình $4x+3y=5$, vì $4\cdot 2+3\cdot(-1)=5$

Cặp số $(1;0)$ không là nghiệm của phương trình $4x+3y=5$, vì $4\cdot 1+3\cdot 0=4\neq 5$.

Ví dụ 2. Giả sử $\left(x,y\right)$ là nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn $x+2y=5$.

a) Hoàn thành bảng sau đây:

x	-2	-1	0	?	?
y	?	?	?	1	2

Từ đó suy ra 5 nghiệm của phương trình đã cho.

b) Tính y theo x. Tù đó cho biết phương trình đã cho có bao nhiêu nghiệm?

Lời giải

a) Ta có:

x	-2	-1	0	3	1
y	$\frac{7}{2}$	3	$\frac{5}{2}$	1	2

Vậy 5 nghiệm của phương trình đã cho là: $\left(-2;\frac{7}{2}\right),\left(-1;3\right),\left(0,\frac{5}{2}\right),\left(3;1\right),\left(1;2\right)$.

b) Ta có $y=\frac{5-x}{2}$. Với mỗi giá trị x tuỳ ý cho trước, ta luôn tìm được một giá trị y tương ứng.

Do đó phương trình đã cho có vô số nghiệm.

Chú ý. Mỗi phương trình bậc nhất hai ẩn đều có vô số nghiệm.

Ví dụ dưới đây trình bày cách viết các

nghiệm và biểu diễn hình học tất cả các nghiệm của một phương trình bậc nhất hai ẩn.

Ví dụ 3. Viết nghiệm và biểu diễn hình học tất cả các nghiệm của mối phương trình bậc nhất hai ấn sau:

a) $x+2y=3$; b) $0x+y=-2$; c) $x+0y=3$.

Lời giải

a) Xét phượng trình $x+2y=3$.(1)

Ta viết (1) dưới dạng $y=-0,5x+1,5$.

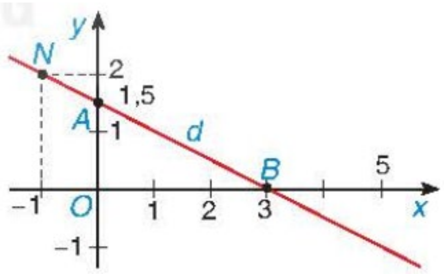
Mỗi cặp số $(x;-0,5x+1,5)$ với $x\in\mathbb{R}$ tuỳ ý, là một nghiệm của (1).

Khi đó ta nói phương trình (1) có nghiệm (tổng quát) là: $(x,-0,5x+1,5)$ với $x\in\mathbb{R}$ tùy ý.

Mỗi nghiệm này là toạ độ của một điểm thuộc đường thẳng $y=-0,5x+1,5$.

Ta cũng goi đường thẳng này là đường thẳng $d: x+2y=3$.

Để vẽ đường thẳng d, ta chỉ cần xác định hai điểm tuỳ ý của nó, chẳng hạn $A(0;1,5)$ và $B(3;0)$ rồi vẽ đường thẳng đi qua hai điểm đó (H.1.1a).

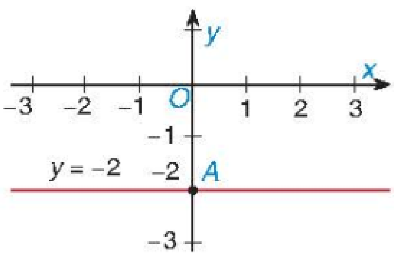


Hình 1.1a

b) Xét phương trình $0x+y=-2$.(2)

Ta viết gọn (2) thành $y=-2$. Phương trình (2) có nghiệm là $(x;-2)$ với $x\in\mathbb{R}$ tuỳ ý.

Mỗi nghiệm này là toạ độ của một điểm thuộc đường thẳng song song với trục hoành và cắt trục tung tại điểm $(0;-2)$. Ta gọi đó là đường thẳng $y=-2$ (H.1.1b).

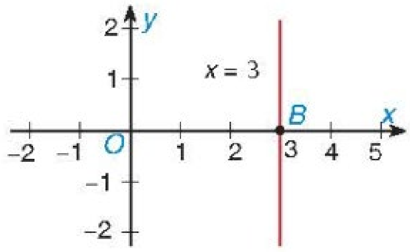


Hình 1.1b

c) Xét phương trình $x+0y=3$.(3)

Ta viết gọn (3) thành $x=3$. Phương trình (3) có nghiệm là $(3;y)$ với $y\in\mathbb{R}$ tuỳ ý.

Mỗi nghiệm này là toạ độ của một điểm thuộc đường thẳng song song với trục tung và cắt trục hoành tại điểm $(3;0)$. Ta gọi đó là đường thẳng $x=3$(H.1.1c).



Hình 1.1c

Nhận xét. Trong mặt phẳng toạ độ, tập hợp các điểm có toạ độ $(x;y)$ thoả mãn phương trình bậc nhất hai ẩn $ax+by=c$ là một đường thẳng. Đường thẳng đó gọi là đường thẳng $ax+by=c$.

2. HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

1. Một cặp gồm hai phương trình bậc nhất hai ẩn $ax+by=c$ và $a'x+b'y=c'$ được gọi là một hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn. Ta thường viết hệ phương trình đó dưới dạng: $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ (*)

2. Mỗi cặp số $(x_0;y_0)$ được gọi là một nghiệm của hệ (*) nếu nó đồng thời là nghiệm của cả hai phương trình của hệ (*).

Mỗi nghiệm của hệ (*) chính là một nghiệm chung của hai phương trình của hệ (*).

Ví dụ 4. Trong các hệ phương trình sau, hệ nào không phải là hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn, vì sao?

a) $\begin{cases} 2x=-6 \\ 5x+4y=1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x+2y=-3 \\ 0x+0y=1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x-y=1 \\ x+y=3 \end{cases}$

Lời giải

Hệ phương trình b) không phải là hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn, vì phương trình thứ hai của hệ là $0x+0y=1$ không phải là phương trình bậc nhất hai ẩn.

Ví dụ 5. Giải thích tại sao cặp số $(1;2)$ là một nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x-y=0 \\ x+y=3 \end{cases}$

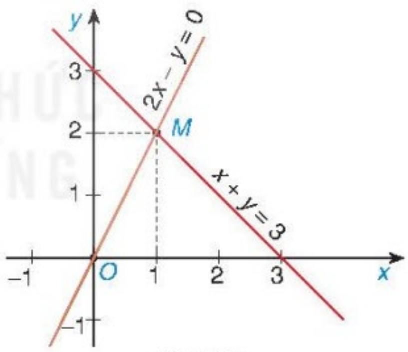
Lời giải

Ta thấy khi $x=1$ và $y=2$ thì:

- $2x-y=2\cdot 1-2=0$ nên $(1;2)$ là nghiệm của phương trình thứ nhất;
- $x+y=1+2=3$ nên $(1;2)$ là nghiệm của phương trình thứ hai.

Vậy $(1;2)$ là nghiệm chung của hai phương trình, nghĩa là $(1;2)$ là một nghiệm của hệ phương trình đã cho.

Chú ý: Trong Ví dụ 5 , cặp số $(1;2)$ là nghiệm của hệ phương trình đã cho có nghĩa là điểm $M(1;2)$ vừa thuộc đường thẳng $d_1: 2x-y=0$, vừa thuộc đường thẳng $d_2: x+y=3$. Vậy M là giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 (H.1.2).



Hình 1.2

B. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

1.1. Phương trình nào sau đây là phương trình bậc nhất hai ẩn, vì sao?

a) $5x-8y=0$; b) $4x+0y=-2$; c) $0x+0y=1$; d) $0x-3y=9$.

Lời giải

a) Phương trình $5x-8y=0$ có dạng $ax+by=c$ với $a=5\neq 0, b=-8\neq 0$.

Do đó, phương trình $5x-8y=0$ là phương trình bậc nhất hai ẩn.

b) Phương trình $4x+0y=-2$ có dạng $ax+$ by $=c$ với $a=4\neq 0$.

Do đó, phương trình $4x+0y=-2$ là phương trình bậc nhất hai ẩn.

c) Phương trình $0x+0y=1$ có dạng $ax+by=c$ với $a=0, b=0$.

Do đó, phương trình $0x+0y=1$ không phải là phương trình bậc nhất hai ẩn.

d) Phương trình $0x-3y=9$ có dạng $ax+by=c$ với $b=-3\neq 0$.

Do đó, phương trình $0x-3y=9$ là phương trình bậc nhất hai ẩn.

1.2. a) Tìm giá trị thích hợp thay cho dấu "?" trong bảng sau rồi cho biết 6 nghiệm của phương trình $2x-y=1$:

x	−1	−0,5	0	0,5	1	2
$y=2x-1$	?	?	?	?	?	?

b) Viết nghiệm tổng quát của phương trình đã cho.

Lời giải

a)-Với $x=-1$, ta có $y=2\cdot(-1)-1=-2-1=-3$;

- Với $x=-0,5$, ta có $y=2\cdot(-0,5)-1=-1-1=-2$;

- Với $x=0$, ta có $y=2.0-1=0-1=-1$;

-Với $x=0,5$, ta có $y=2\cdot 0,5-1=1-1=0$;

- Với $x=1$, ta có $y=2\cdot 1-1=2-1=1$;

-Với $x=2$, ta có $y=2.2-1=4-1=3$.

Vậy ta có bảng sau:

x	-1	−0,5	0	0,5	1	2

$y = 2x - 1$	-3	-2	-1	0	1	3

Vậy 6 nghiệm của phương trình đã cho là $(-1;-3),(-0,5;-2),(0;-1),(0,5;1),(1;1),(2\,;\,3)$.

b) Ta có $y = 2x - 1$. Với mỗi giá trị x tùy ý cho trước, ta luôn tìm được một giá trị y tương ứng.

Do đó, phương trình đã cho có vô số nghiệm.

1.3. Viết nghiệm và biểu diễn hình học tất cả các nghiệm của mỗi phương trình bậc nhất hai ẩn sau:

a) $2x - y = 3$; b) $0x + 2y = -4$; c) $3x + 0y = 5$.

Lời giải

a) Xét phương trình $2x - y = 3(1)$

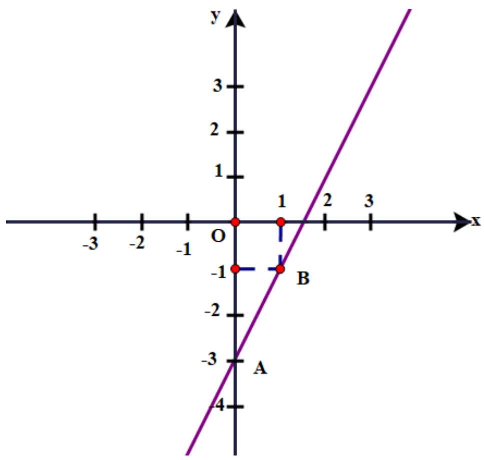
Ta viết (1) dưới dạng $y = 2x - 3$. Mỗi cặp số $(x;2x-3)$ với $x \in \mathbb{R}$ tùy ý, là một nghiệm của (1).

Khi đó, ta nói phương trình (1) có nghiệm (tổng quát) là: $(x;2x-3)$ với $x \in \mathbb{R}$ tùy ý.

Mỗi nghiệm này là tọa độ một điểm thuộc đường thẳng $\mathrm{y} = 2\mathrm{x} - 3$.

Ta xác định được hai điểm tùy ý của đường thẳng $\mathrm{y} = 2\mathrm{x} - 3$, chẳng hạn $\mathrm{A}(0;-3),\mathrm{B}(1\,;\,-1)$.

Ta biểu diễn hình học tất cả các nghiệm của mỗi phương trình bậc nhất hai ẩn như sau:

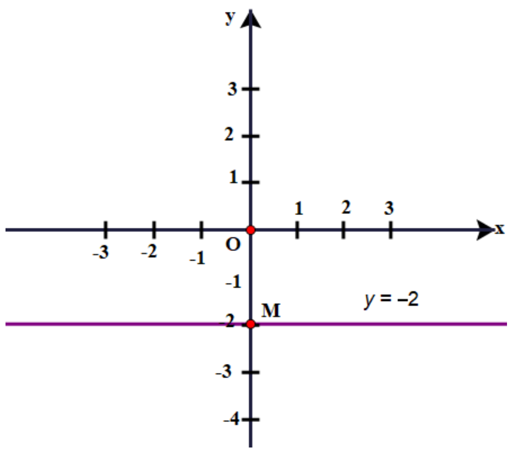


b) Xét phương trình $0x + 2y = -4(2)$.

Ta viết gọn (2) thành $y = -2$. Phương trình (2) có nghiệm $(x;-2)$ với $x \in \mathbb{R}$ tùy ý.

Mỗi nghiệm này là tọa độ một điểm thuộc đường thẳng song song với trục hoành và cắt trục tung tại điểm $\mathrm{M}(0;-2)$. Ta gọi đó là đường thẳng $\mathrm{y} = -2$.

Ta biểu diễn hình học tất cả các nghiệm của mỗi phương trình bậc nhất hai ẩn như sau:

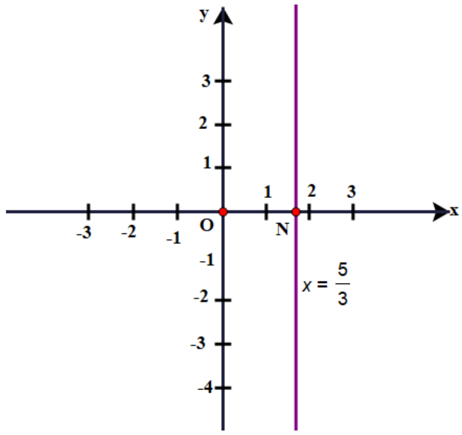


c) Xét phương trình $3x+0y=5(2)$.

Ta viết gọn (2) thành $x=\frac{5}{3}$. Phương trình (2) có nghiệm $\left(\frac{5}{3};y\right)$ với y $\in\mathbb{R}$ tùy ý.

Mỗi nghiệm này là tọa độ một điểm thuộc đường thẳng song song với trục tung và cắt trục hoành tại điểm $\left(\frac{5}{3};0\right)$ Ta gọi đó là đường thẳng $x=\frac{5}{3}$.

Ta biểu diễn hình học tất cả các nghiệm của mỗi phương trình bậc nhất hai ẩn như sau:



1.4. a) Hệ phương trình $\begin{cases}2x=-6\\5x+4y=1\end{cases}$ có là một hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn không, vì sao? vì sao?

b) Cặp số $(-3;4)$ có là một nghiệm của hệ phương trình đó hay không, vì sao?

Lời giải

a) Hệ phương trình đã cho là hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn vì cả hai phương trình của hệ đã cho đều là phương trình bậc nhất hai ẩn.

b) Thay $x=-3;y=4$ vào hệ phương trình đã cho, ta có:

$2x=2\cdot(-3)=-6$ nên $(-3;4)$ là nghiệm của phương trình thứ nhất;

$5x+4y=5\cdot(-3)+4\cdot4=-15+16=1$ nên $(-3;4)$ là nghiệm của phương trình thứ hai.

Do đó $(-3;4)$ là nghiệm chung của hai phương trình, nghĩa là $(-3;4)$ là một nghiệm của hệ phương trình đã cho.

1.5. Cho các cặp số $(-2;1),(0;2),(1;0),(1,5;3),(4;-3)$ và hai phương trình

$5x+4y=8 \quad (1)$ $\qquad\qquad$ $3x+5y=-3 \quad (2)$

Trong các cặp số đã cho:

a) Những cặp số nào là nghiệm của phương trình (1)?

b) Cặp số nào là nghiệm của hệ hai phương trình gồm (1) và (2)?

c) Vẽ hai đường thẳng $5x+4y=8$ và $3x+5y=-3$ trên cùng một mặt phẳng toạ độ để minh hoạ kết luận ở câu b.

Lời giải

a)- Thay $x=-2;y=1$ vào phương trình (1), ta có:

$5x+4y=5\cdot(-2)+4\cdot1=-10+4=-6\neq8$ nên $(-2;1)$ không phải là nghiệm của phương trình (1).

- Thay $x=0;y=2$ vào phương trình (1), ta có:

$5x + 4y = 5.0 + 4.2 = 0 + 8 = 8$ nên $(0;2)$ là nghiệm của phướng trình (1).

- Thay $x = 1; y = 0$ vào phương trình (1), ta có:

$5x + 4y = 5 \cdot 1 + 4 \cdot 0 = 5 + 0 = 5 \neq 8$ nên $(1;0)$ không phải là nghiệm của phương trình (1).

- Thay $x = 1,5; y = 3$ vào phương trình (1), ta có:

$5x + 4y = 5 \cdot 1,5 + 4 \cdot 3 = 7,5 + 12 = 19,5 \neq 8$ nên $(1,5;3)$ không phải là nghiệm của phương trình (1).

- Thay $x = 4; y = -3$ vào phương trình (1), ta có:

$5x + 4y = 5.4 + 4 \cdot (-3) = 20 - 12 = 8$ nên $(4;-3)$ là nghiệm của phướng trình (1).

Vậy cặp số là nghiệm của phương trình (1) là $(0;2)$ và $(4;-3)$.

b) Để cặp số là nghiệm của hệ hai phương trình gồm phương trình (1) và phương trình (2) thì cặp số đó phải là nghiệm của phương trình (1). Khi đó, ta có:

- Thay $x = 0; y = 2$ vào phương trình (2), ta có:

$3x + 5y = 3 \cdot 0 + 5 \cdot 2 = 0 + 10 = 10 \neq -3$ nên $(0;2)$ không phải là nghiệm của phương trình (2).

- Thay $x = 4; y = -3$ vào phương trình (2), ta có:

$3x + 5y = 3 \cdot 4 + 5 \cdot (-3) = 12 - 15 = -3$ nên $(4;-3)$ là nghiệm của phương trình (2).

Ta thấy nghiệm chung của phương trình (1) và phương trình (2) là cặp số (4; -3).

Do đó, cặp số (4 ; - 3) là nghiệm của hệ gồm phương trình (1) và phương trình (2).

c) Đường thẳng $5x + 4y = 8$

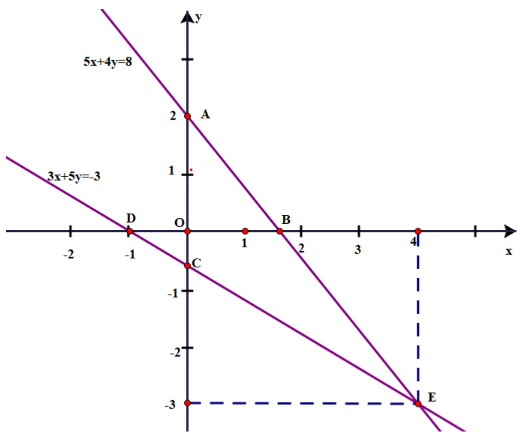
Cho $x = 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow A(0;2)$; $y = 0 \Rightarrow x = \frac{8}{5} \Rightarrow B\left(\frac{8}{5};0\right)$

Đường thẳng $5x + 4y = 8$ đi qua điểm A và B

Đường thẳng $3x + 5y = -3$

Cho $x = 0 \Rightarrow y = \frac{-3}{5} \Rightarrow C\left(0;\frac{-3}{5}\right)$; $y = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow D(-1;0)$.

Đường thẳng $3x + 5y = -3$ đi qua điểm C và D



C. CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1. XÉT CẶP SỐ $(x_0;\ y_0)$ CÓ LÀ NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH $ax+by=c$ KHÔNG?

1. Phương pháp giải

Thay $x=x_0$, $y=y_0$ vào phương trình $ax+by=c$**,** nếu đẳng thức đúng thì cặp $(x_0;\ y_0)$ là nghệm của phương $ax+by=c$.

2. Các ví dụ

Ví dụ 1. Trong các cặp số $(-2;\ 1)$, $(0;\ 2)$, $(-1;\ 0)$, $(1{,}5;\ 3)$ và $(4;\ -3)$ cặp số nào là nghiệm của phương trình:

a) $5x+4y=8$? b) $3x+5y=-3$?

Giải

a) Ta có các cặp số $(0;\ 2)$ và $(4;\ -3)$ là nghiệm của phương trình $5x+4y=8$.

a) Các cặp số $(-1;\ 0)$ và $(4;\ -3)$ là nghiệm của phương trình $3x+5y=-3$.

Ví dụ 2. Xem xét cặp số $(2;-1)$ có là nghiệm của mỗi phương trình sau không ?

a) $2x+3y=1$;

b) $2x-3y=1$:

c) $\frac{3}{2}x+4y=-1$.

Giải.

a) Thay $x=2, y=-1$ vào phương trình $2x+3y=1$ ta được:

$2.2+3.(-1)=4-3=1$ nên $(2;-1)$ là nghiệm của phương trình $2x+3y=1$.

b) Thay $x=2; y=-1$ vào phương trình $2x-3y=1$ ta được :

$2.2-3.(-1)=4+3=7\neq 1$ nên $(2;-1)$ không là nghiệm của phương trình $2x-3y=1$.

c) Thay $x=2; y=-1$ vào phương trình $\frac{3}{2}\cdot x+4y=-1$ ta dược

$\frac{3}{2}\cdot 2+4\cdot(-1)=3-4=-1$ nên $(2;-1)$ là nghiệm của phương trình $\frac{3}{2}\cdot x+4y=-1$.

DẠNG 2. TÌM NGHIỆM TỔNG QUÁT CỦA PHƯƠNG TRÌNH $ax+by=c$ VÀ VẼ ĐƯỜNG THẲNG BIỂU DIỄN TẬP NGHIỆM CỦA NÓ

1. Phương pháp giải

1. - Tìm nghiệm tổng quát của phương trình $ax+by=c$

- Nếu $a\neq 0$ thì tìm x theo y : $x=\frac{c-by}{a}$ và công thức nghiệm tổng quát là: $\begin{cases} y=\frac{c-ax}{b} \\ x\in\mathbb{R} \end{cases}$

- Nếu $b \neq 0$ thì tìm y theo x: $y = \dfrac{c - ax}{b}$ và công thức nghiệm tổng quát là: $\begin{cases} x = \dfrac{c - by}{a} \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$

2. Vẽ đường thẳng có phương trình: $ax + by = c$

+ Nếu $b \neq 0$ thì vẽ đường thẳng $y = \dfrac{1}{b}(c - ax)$.

+ Nếu $b = 0$ thì vẽ đường thẳng $x = \dfrac{c}{a}$ cùng phương với trục tung.

2. Các ví dụ

Ví dụ 1: Với mỗi phương trình sau, tìm nghiệm tổng quát của phương trình và vẽ đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của nó:

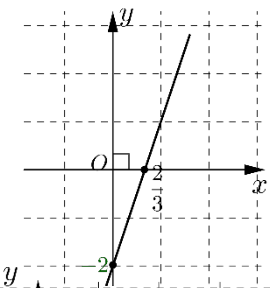
a) $3x - y = 2$ b) $x + 5y = 3$ c) $4x - 3y = -1$

d) $x + 5y = 0$ e) $4x + 0y = -2$ f) $0x + 2y = 5$

Giải

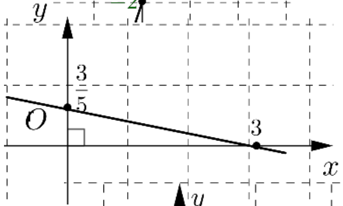
a) Ta có $3x - y = 2 \Leftrightarrow y = 3x - 2$

Nghiệm tổng quát của phương trình là: $\begin{cases} y = 3x - 2 \\ x \in \mathbb{R} \end{cases}$



b) Ta có $x + 5y = 3 \Leftrightarrow x = -5y + 3$.

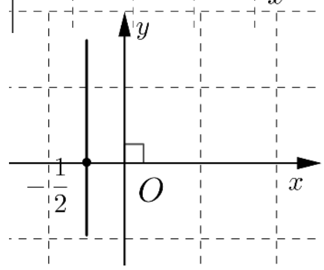
Nghiệm tổng quát của phương trình là: $\begin{cases} x = -5y + 3 \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$



c) Ta có $4x - 3y = -1 \Leftrightarrow y = \dfrac{1}{3}(4x + 1)$

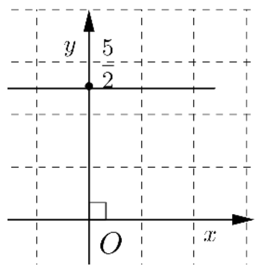
Nghiệm tổng quát của phương trình là: $\begin{cases} y = \dfrac{1}{3}(4x + 1) \\ x \in \mathbb{R} \end{cases}$

d) Nghiệm tổng quát của phương trình là: $\begin{cases} x = -5y \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$



e) Nghiệm tổng quát của phương trình là: $\begin{cases} x = -\dfrac{1}{2} \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$

f) Nghiệm tổng quát của phương trình là: $\begin{cases} y = \dfrac{5}{2} \\ x \in \mathbb{R} \end{cases}$



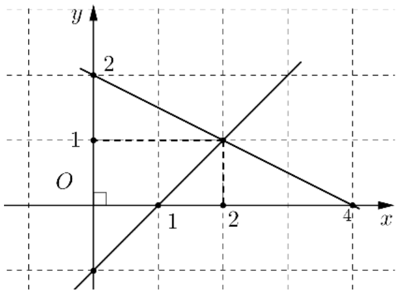
Ví dụ 2. Cho hai phương trình $x + 2y = 4$ và $x - y = 1$. Vẽ hai đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của hai phương trình đó trên cùng một hệ tọa độ. Xác định tọa độ giao điểm của hai đường thẳng và cho biết toạn độ của nó là nghiệm của phương trình nào.

Giải

Đường thẳng $x+2y=4$ qua hai điểm $(0;2)$ và $(4;0)$.

Đường thẳng $x-y=1$ qua hai điểm $(0;-1)$ và $(1;0)$.

Giao điểm của hai đường thẳng có tọa độ $(2;1)$. Đó là nghiệm của hai phương trình đã cho.



DẠNG 3. TÍNH KHOẢNG CÁCH TỪ GỐC TỌA ĐỘ O ĐẾN MỘT ĐƯỜNG THẲNG

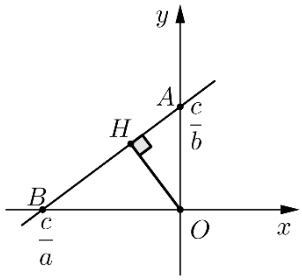
1. Phương pháp giải

Khoảng cách d từ gốc O đến đường thẳng: $ax+by=c$ được tính theo công thức $d=OH=\dfrac{|c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

Với H là hình chiếu của O lên đường thẳng.

Cho $x=0 \Rightarrow y=\dfrac{c}{b}$

Cho $y=0 \Rightarrow x=\dfrac{c}{a}$



Đường thẳng cắt trục tung tại $A\left(0;\dfrac{c}{b}\right)$ và cắt trục hoành tại điểm $B\left(\dfrac{c}{a};0\right)$

Kẻ đường cao OH của ΔABO, ta có: $\dfrac{1}{OH^2}=\dfrac{1}{OA^2}+\dfrac{1}{OB^2}$ mà $OA=\left|\dfrac{c}{b}\right|$ và $OB=\left|\dfrac{c}{a}\right|$

Do đó $\dfrac{1}{OH^2}=\dfrac{b^2}{c^2}+\dfrac{a^2}{c^2}=\dfrac{a^2+b^2}{c^2} \Rightarrow OH=\dfrac{|c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

2. Các ví dụ

Ví dụ 1. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng $3x-4y=1$.

Giải

Áp dụng công thức $d=\dfrac{|c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ ta có khoảng cách từ O đến đường thẳng $3x-4y=1$ là $d=\dfrac{|c|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\dfrac{1}{5}$.

D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1. Trong các cặp số $(0;4),(-1;3),(1;1),(2;3),(4;6)$ cặp nào là nghiệm của phương trình $5x-3y=2$

Hướng dẫn giải

Các cặp số là nghiệm của phương trình: $5x-3y=2$ là $(1;1)$ và $(4;6)$

Câu 2. Kiểm tra cặp số sau có phải là nghiệm của phương trình $2x-y-1=0$ hay không?

a) $(1;1)$;

b) $(0,5;3)$.

Hướng dẫn giải

a. Thay $x=1$ và $y=1$ vào phương trình, ta có $2.1-1-1=0$. Vậy $(1;1)$ là nghiệm của phương trình.

b. Thay $x=0,5$ và $y=3$ vào phương trình, ta có $2.0,5-3-1=-3\neq 0$. Vậy $(0,5;3)$ không là nghiệm của phương trình.

Câu 3: Trong các cặp số $(2;1),(3;-1),(0;5)$ cặp số nào là nghiệm của phương trình $x+2y-4=0$

Hướng dẫn giải

☒ Với $(2;1)$, ta có $2+2\cdot 1-4=0 \Rightarrow (2;1)$ là nghiệm.

☒ Với $(3;-1)$, ta có $3+2\cdot(-1)-4=-3\neq 0 \Rightarrow (3;-1)$ không là nghiệm.

☒ Với $(0;5)$, ta có $0+2\cdot 5-4=6\neq 0 \Rightarrow (0;5)$ không là nghiệm.

Câu 4. Tìm nghiệm tổng quát và vẽ đường thẳng biểu diễn tập nghiệm của nó:

a) $2x+y=6$ b) $x+3y=2$ c) $3x-2y=1$

d) $2x+0y=4$ e) $0x-3y=3$

Hướng dẫn giải

a) $\begin{cases} y=-2x+6 \\ x\in\mathbb{R}\end{cases}$; b) $\begin{cases} y=-3x+2 \\ y\in\mathbb{R}\end{cases}$

c) $\begin{cases} y=\dfrac{3}{2}x-\dfrac{1}{2} \\ x\in\mathbb{R}\end{cases}$ d) $\begin{cases} x=2 \\ y\in\mathbb{R}\end{cases}$ e) $\begin{cases} y=-1 \\ x\in\mathbb{R}\end{cases}$

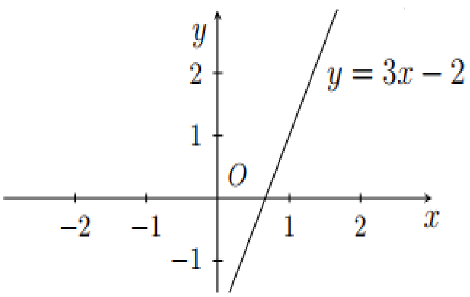
Câu 5. Tìm nghiệm tổng quát và biểu diễn tập nghiệm các phương trình sau

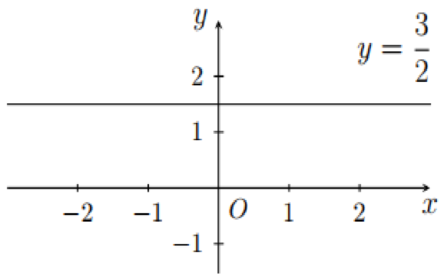
a) $3x-y-2=0$;

b) $0x+2y=3$.

Hướng dẫn giải

a) $3x-y-2=0 \Leftrightarrow y=3x-2 \Leftrightarrow \begin{cases} x\in\mathbb{R} \\ y=3x-2\end{cases}$; b) $0x+2y=3 \Leftrightarrow y=\dfrac{3}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x\in\mathbb{R} \\ y=\dfrac{3}{2}\end{cases}$.





Câu 6. Tìm tất cả các nghiệm nguyên của phương trình

a) $2x+y=0$ b) $x+3y=0$ c) $3x-2y=1$

Hướng dẫn giải

a) $(x;-2x), x\in\mathbb{Z}$ b) $(-3y;y), y\in\mathbb{Z}$

c) Từ $3x-2y=1\Rightarrow y=\dfrac{3x-1}{2}=x+\dfrac{x-1}{2}$

Vì $y\in\mathbb{Z}$ nên $\dfrac{x-1}{2}=t\in\mathbb{Z}\Rightarrow x=2t+1$

Khi đó: $y=3t+1$ .Vậy $\begin{cases}x=2t+1\\ y=3t+1\end{cases};t\in\mathbb{Z}$

Câu 7. Cho đường thẳng d có phương trình $(a-1)x+2y=a$

a) Xác định a để d:

i) song song với trục hoành

ii) song song với trục tung

iii) song song với đường thẳng $x-y=1$

b) Tìm điểm cố định mà d luôn đi qua với mọi a

Hướng dẫn giải

a) i) $a=1$;

ii) Không tồn tại;

iii) $a=-1$.

b) $A\left(1;\dfrac{1}{2}\right)$.

Câu 8. Vẽ các đường thẳng $x=3; x=-1; y=1; y=-3$. Gọi A,B,C,D là các giao điểm của chúng

a) Chứng minh A,B,C,D là 4 đỉnh của hình vuông

b) Viết phương trình các đường thẳng chứa hai đường chéo của hình vuông

c) Tính diện tích của tam giác tạo bởi hai trục tọa độ và đường chéo của hình vuông

Hướng dẫn giải

a) $A(-1;1); B(3;1); C(3;-3); D(-1;-3)$

b) $BD: y=x-2$; $AC: y=-x$

c) $S=2$.

Câu 9. Cho đường thẳng d có phương trình $(m+2)x+(m+3)y-m+8=0$.

Định m để d:

a) Song song với trục hoành

b) Song song với trục tung

c) Chứng minh d luôn đi qua điểm $A(-1;2)$

Hướng dẫn giải

a) $m=-2$; b) $m=3$.

Câu 10. Tìm m trong mỗi trường hợp sau

1. $(1;2)$ là nghiệm của phương trình $mx+y-5=0$;

2. Điểm $A(0;3)$ thuộc đường thẳng $4x+my-6=0$.

Hướng dẫn giải

1. Thay $x=1, y=2$ vào phương trình ta có $m.1+2-5=0 \Leftrightarrow m=3$.

2. Thay $x=0, y=3$ vào đường thẳng, ta có $4.0+m.3=6 \Leftrightarrow m=2$.

Câu 11. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng $8x+6y=3$.

Hướng dẫn giải

$$d=\frac{|c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{3}{10}$$

BÀI 2. GIẢI HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN.

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

1. PHƯƠNG PHÁP THẾ

Cách giải hệ phương trình bằng phương pháp thế:

Bước 1. Từ một phương trình của hệ, biểu diễn một ẩn theo ẩn kia rồi thế vào phương trình còn lại của hệ để được phương trình chỉ còn chứa một ẩn.

Bước 2. Giải phương trình một ẩn vừa nhận được, từ đó suy ra nghiệm của hệ đã cho.

Ví dụ 1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x-y=3 \\ x+2y=4 \end{cases}$ bằng phương pháp thế.

Lời giải

Từ phương trình thứ nhất của hệ ta có $y=2x-3$. Thế vào phương trình thứ hai của hệ, ta được $x+2(2x-3)=4$ hay $5x-6=4$, suy ra $x=2$.

Từ đó $y=2\cdot 2-3=1$. Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(2;1)$.

Chú ý: Tuỳ theo hệ phương trình, ta có thể lựa chọn cách biểu diễn x theo y hoặc biểu diễn y theo x.

Ví dụ 2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x-y=-2 \\ 2x-2y=8 \end{cases}$ bằng phương pháp thế.

Lời giải

Từ phương trình thứ nhất ta có $x=y-2$. Thế vào phương trình thứ hai, ta được

$2(y-2)-2y=8$ hay $0y-4=8$ (1). Do không có giá trị nào của y thoả mãn hệ thức (1) nên hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

Ví dụ 3. Giải hệ phương trình $\begin{cases} -x+y=-2 \\ 3x-3y=6 \end{cases}$ bằng phương pháp thế.

Lời giải

Từ phương trình thứ nhất ta có $y=x-2$.(2)

Thế vào phương trình thứ hai, ta được $3x-3(x-2)=6$ hay $0x=0(3)$.

Ta thấy mọi giá trị của x đều thoả mãn (3).

Với giá trị tuỳ ý của x, giá trị tương ứng của y được tính bởi (2).

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(x;x-2)$ với $x\in\mathbb{R}$ tuỳ ý.

2. PHƯƠNG PHÁP CỘNG ĐẠI SỐ

Cách giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số:

Để giải một hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn có hệ số của cùng một ẩn nào đó trong hai phương trình bằng nhau hoặc đối nhau, ta có thể làm như sau:

Bước 1. Cộng hay trừ từng vế của hai phương trình trong hệ để được phương trình chỉ còn chứa một ẩn.

Bước 2. Giải phương trình một ẩn vừa nhận được, từ đó suy ra nghiệm của hệ phương trình đã cho.

Ví dụ 4. Giải hệ phương trình $\begin{cases}-2x+5y=12\\2x+3y=4\end{cases}$ bằng phương pháp cộng đại số.

Lời giải

Cộng từng vế hai phương trình ta được $8y=16$, suy ra $y=2$.

Thế $y=2$ vào phương trình thứ hai ta được $2x+3\cdot 2=4$, hay $2x=-2$, suy ra $x=-1$.

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(-1;2)$.

Ví dụ 5. Giải hệ phương trình $\begin{cases}5x-7y=9\\5x-3y=1\end{cases}$ bằng phương pháp cộng đại số.

Lời giải

Trừ từng vế của hai phương trình, ta được $(5x-5x)+(-7y+3y)=9-1$ hay $-4y=8$, suy ra $y=-2$.

Thế $y=-2$ vào phương trình thứ nhất, ta được $5x-7\cdot(-2)=9$ hay $5x+14=9$, suy ra $x=-1$.

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(-1;-2)$.

Chú ý. Trường hợp trong hệ phương trình đã cho không có hai hệ số của cùng một ẩn bằng nhau hay đối nhau, ta có thể đưa về trường hợp đã xét bằng cách nhân hai vế của mỗi phương trình với một số thích hợp (khác 0).

Ví dụ 6. Giải hệ phương trình $\begin{cases}3x+2y=7\\2x-3y=-4\end{cases}$ bằng phương pháp cộng đại số.

Lời giải

Nhân hai vế của phương trình thứ nhất với 3 và nhân hai vế của phương trình thứ hai với 2, ta được:

$\begin{cases}9x+6y=21\\4x-6y=-8\end{cases}$ Cộng từng vế hai phương trình của hệ mới, ta được $13x=13$ hay $x=1$.

Thế $x=1$ vào phương trình thứ nhất của hệ đã cho, ta có $3\cdot 1+2y=7$, suy ra $y=2$. Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(1;2)$.

Ví dụ 7. Giải hệ phương trình $\begin{cases}3x-5y=2\\-6x+10y=-4\end{cases}$ bằng phương pháp cộng đại số.

Lời giải

Chia hai vế của phương trình thứ hai cho 2, ta được hệ $\begin{cases}3x-5y=2\\-3x+5y=-2.\end{cases}$

Cộng từng vế hai phương trình của hệ mới ta có $0x+0y=0$. Hệ thức này luôn thoả mãn với các giá trị tuỳ ý của x và y.

Với giá trị tuỳ ý của x, giá trị của y được tính nhờ hệ thức $3x-5y=2$, suy ra $y=\frac{3}{5}x-\frac{2}{5}$. Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $\left(x;\frac{3}{5}x-\frac{2}{5}\right)$ với $x\in\mathbb{R}$.

3. SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY ĐỂ TÌM NGHIỆM CỦA HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Cách tìm nghiệm của hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn bằng máy tính cầm tay

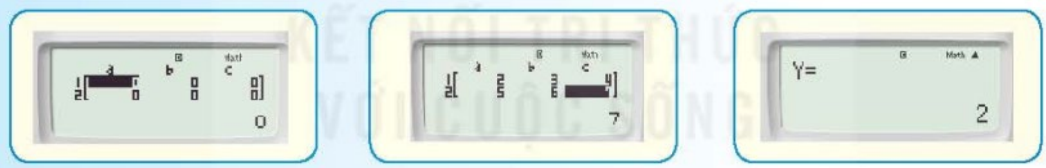
Muốn tìm nghiệm của hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn bằng máy tính cầm tay (MTCT), chúng ta cần sử dụng loại máy có chức năng này (thường có phím MODE). Trước hết ta phải viết hệ phương trình cần tìm nghiệm dưới dạng: $\begin{cases}a_1x+b_1y=c_1\\a_2x+b_2y=c_2\end{cases}$

Chẳng hạn để tìm nghiệm của hệ $\begin{cases}2x+3y-4=0\\5x+6y-7=0\end{cases}$, ta viết nó dưới dạng $\begin{cases}2x+3y=4\\5x+6y=7\end{cases}$. Khi đó, ta có $a_1=2,b_1=3,c_1=4;a_2=5,b_2=6$ và $c_2=7$. Lần lượt thực hiện các bước sau (với máy tính thích hợp):

Bước 1. Vào chức năng giải hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn bằng cách nhấn các phím MODE 5 1 (xem màn hìh sau bước 1, con trỏ ở vị trí a_1).

Bước 2. Nhập các số $a_1=2,b_1=3,c_1=4;a_2=5,b_2=6$ và $c_2=7$ bằng cách nhấn:
2 = 3 = 4 = 5 = 6 = 7 = (xem màn hình sau bước 2).

Bước 3. Đọc kết quả: Sau khi kết thúc bước 2, nhấn =, màn hình cho $x=-1$; nhấn tiếp phím =), màn hình cho $y=2$ (xem màn hìhh sau bước 3). Ta hiểu nghiệm của hệ phương trình là $(-1;2)$.



Màn hình sau bước 1 | Màn hình sau bước 2 | Màn hình sau bước 3

Chú ý:

1. Muốn xoá số vừa mới nhập thì nhấn phím AC; muốn thay đổi số đã nhập ở một vị trí nào đó thì di chuyển con trỏ đến vị trí đó rồi nhập số mới.

2. Nhấn phím ▲ hay ▼ để chuyển đổi hiển thị các giá trị của x và y trong kết quả.

3. Nếu máy báo "Infinite Sol" thì hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm. Nếu máy báo "No-Solution" thì hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

B. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

1.6. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế:

a) $\begin{cases}x-y=3\\3x-4y=2\end{cases}$ b) $\begin{cases}7x-3y=13\\4x+y=2\end{cases}$ c) $\begin{cases}0,5x-1,5y=1\\-x+3y=2\end{cases}$

Lời giải

a) $\begin{cases} x-y=3 \\ 3x-4y=2 \end{cases}$

Từ phương trình thứ nhất ta có $x=y+3$. Thế vào phương trình thứ hai, ta được $3(y+3)-4y=2$, tức là $3y+9-4y=2$, suy ra $-y=-7$ hay $y=7$.

Từ đó $x=7+3=10$. Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(10;7)$.

b) $\begin{cases} 7x-3y=13 \\ 4x+y=2 \end{cases}$

Từ phương trình thứ hai ta có $y=-4x+2$. Thế vào phương trình thứ nhất, ta được $7x-3(-4x+2)=13$, tức là $7x+12x-6=13$, suy ra $19x=19$ hay $x=1$.

Từ đó $y=-4\cdot 1+2=-2$. Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(1;-2)$.

c) $\begin{cases} 0,5x-1,5y=1 \\ -x+3y=2 \end{cases}$

Từ phương trình thứ hai ta có $x=3y-2$. Thế vào phương trình thứ nhất, ta được $0,5(3y-2)-1,5y=1$, tức là $1,5y-1-1,5y=1$, suy ra $0y=2$.

Do không có giá trị nào của y thỏa mãn hệ thức (1) nên hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

1.7. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số:

a) $\begin{cases} 3x+2y=6 \\ 2x-2y=14 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 0,3x+0,5y=3 \\ 1,5x-2y=1,5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} -2x+6y=8 \\ 3x-9y=-12 \end{cases}$

Lời giải

a) Cộng từng vế của hai phương trình ta được $3x+2y+2x-2y=20$ hay $5x=20$, suy ra $x=4$.

Thế $x=4$ vào phương trình thứ nhất, ta được $3.4+2y=6$ hay $2y=-6$, suy ra $y=-3$.

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(4;-3)$.

b) Nhân hai vế của phương trình thứ nhất với 10 và nhân hai vế của phương trình thứ hai với 2 , ta được:

$\begin{cases} 3x+5y=30 \\ 3x-4y=3 \end{cases}$

Trừ từng vế hai phương trình của hệ mới, ta được $9y=27$ hay $y=3$.

Thế $y=3$ vào phương trình thứ hai của hệ mới, ta có $3x-4.3=3$ hay $3x=15$, suy ra $x=5$.

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(5;3)$.

c) Chia hai vế của phương trình thứ nhất cho 2 và chia hai vế của phướng trình thứ hai với 3, ta được:

$\begin{cases} -x+3y=4 \\ x-3y=-4 \end{cases}$

Cộng từng vế hai phương trình của hệ mới, ta được $0x+0y=0$. Hệ thức này luôn thỏa mãn với các giá trị tùy ý của x và y.

Với giá trị tùy ý của x, giá trị của y được tính nhờ hệ thức $x-3y=-4$, suy ra $y=\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}$.

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $\left(x;\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}\right)$ với $x\in\mathbb{R}$.

1.8. Cho hệ phương trình $\begin{cases}2x-y=-3\\-2m^2x+9y=3(m+3)\end{cases}$, trong đó m là số đã cho. Giải hệ phương trình trong mỗi trường hợp sau:

a) $m=-2$; b) $m=-3$; c) $m=3$.

Lời giải

a) Với $m=-2$ ta có hệ phương trình $\begin{cases}2x-y=-3\\-8x+9y=3\end{cases}$.

Nhân hai vế của phương trình thứ nhất với 4 , ta được: $\begin{cases}8x-4y=-12\\-8x+9y=3\end{cases}$.

Cộng từng vế hai phương trình của hệ mới, ta được $5y=-9$ hay $y=-\frac{9}{5}$.

Thế $y=-\frac{9}{5}$ vào phương trình thứ nhất của hệ đã cho, ta có $2x+\frac{9}{5}=-3$ hay $2x=-\frac{24}{5}$, suy ra $x=-\frac{12}{5}$.

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $\left(-\frac{12}{5};-\frac{9}{5}\right)$.

b) Với $\mathrm{m}=-3$ ta có hệ phương trình $\begin{cases}2x-y=-3\\-18x+9y=0\end{cases}$.

Chia hai vế của phương trình thứ hai cho 9 , ta được: $\begin{cases}2x-y=-3\\-2x+y=0\end{cases}$.

Cộng từng vế hai phương trình của hệ mới, ta được $0x+0y=-3$ (1).

Do không có giá trị nào của x và y thỏa mãn hệ thức (1) nên hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

c) Với $\mathrm{m}=3$ ta có hệ phương trình $\begin{cases}2x-y=-3\\-18x+9y=18\end{cases}$

Chia hai vế của phương trình thứ hai cho 9 , ta được: $\begin{cases}2x-y=-3\\-2x+y=2\end{cases}$.

Cộng từng vế hai phương trình của hệ mới, ta được $0x+0y=-1$ (1).

Do không có giá trị nào của x và y thỏa mãn hệ thức (1) nên hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

1.9. Dùng MTCT thích hợp để tìm nghiệm của các hệ phương trình sau:

a) $\begin{cases} 12x-5y+24=0 \\ -5x-3y-10=0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \dfrac{1}{3}x-y=\dfrac{2}{3} \\ x-3y=2; \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x-2y=1 \\ -x+\dfrac{2}{3}y=0 \end{cases}$ d) $\begin{cases} \dfrac{4}{9}x-\dfrac{3}{5}y=11 \\ \dfrac{2}{9}x+\dfrac{1}{5}y=-2 \end{cases}$

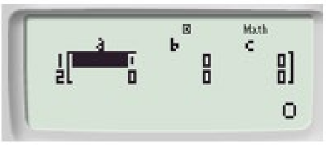
Lời giải

a) Ta đưa hệ phương trình đã cho về dạng $\begin{cases} 12x-5y=-24 \\ 5x+3y=-10 \end{cases}$.

Ta có $a_1=12, b_1=-5, c_1=-24, a_2=5, b_2=3, c_2=-10$.

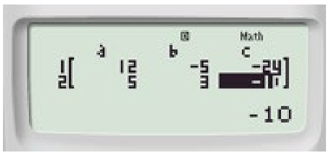
Lần lượt thực hiện các bước sau (với máy tính thích hợp):

Bước 1. Vào chức năng giải hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn bằng cách bấm các phím $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{5}$ $\boxed{1}$(xem màn hình sau bước 1, con trỏ ở vị trí a_1).

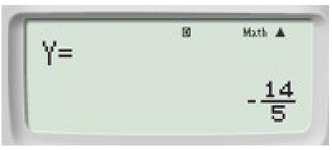


Bước 2. Nhập các số $a_1=12, b_1=-5, c_1=-24, a_2=5, b_2=3, c_2=-10$ bằng cách bấm:

$\boxed{12}$ $\boxed{=}$ $\boxed{-5}$ $\boxed{=}$ $\boxed{-24}$ $\boxed{=}$ $\boxed{5}$ $\boxed{=}$ $\boxed{3}$ $\boxed{=}$ $\boxed{-10}$ $\boxed{=}$ (xem màn hìh sau bước 2)



Bước 3. Đọc kết quả: Sau khi kết thúc bước 2, bấm $\boxed{=}$, màn hình cho x = –2 bấm tiếp bàn phím $\boxed{=}$), màn hình cho y = 0 (xem *màn hình sau bước 3*).

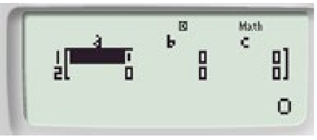


Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là $(-2;0)$.

b) Ta có $a_1=\dfrac{1}{3}, b_1=-1, c_1=\dfrac{2}{3}, a_2=1, b_2=-3, c_2=2$

Lần lượt thực hiện các bước sau (với máy tính thích hợp):

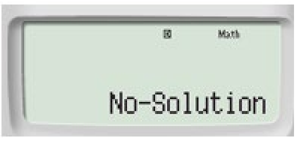
Bước 1. Vào chức năng giải hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn bằng cách bấm các phím $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{5}$ $\boxed{1}$(xem màn hình sau bước 1, con trỏ ở vị trí a_1).



Bước 2. Nhập các số $a_1 = \frac{1}{3}, b_1 = -1, c_1 = \frac{2}{3}, a_2 = 1, b_2 = -3, c_2 = 2$ bằng cách bấm:

$\boxed{3}\ \boxed{=}\ \boxed{-2}\ \boxed{=}\ \boxed{1}\ \boxed{=}\ \boxed{-1}\ \boxed{=}\ \boxed{\frac{2}{3}}\ \boxed{=}\ \boxed{0}\ \boxed{=}$

Bước 3. Đọc kết quả: Sau khi kết thúc bước 2, bấm = (xem màn hình sau bước 3).



Vậy hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

d) Ta có $a_1 = \frac{4}{9}, b_1 = -\frac{3}{5}, c_1 = 11, a_2 = \frac{2}{9}, b_2 = \frac{1}{5}, c_2 = -2$.

Lần lượt thực hiện các bước tương tự ta được: $x = \frac{9}{2}; y = -15$.

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $\left(\frac{9}{2}; -15\right)$.

C. CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1: GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP THẾ

1. Phương pháp giải

- ***Bước 1:*** Dùng quy tắc biến đổi hệ phương trình đã cho để được một hệ phương trình mới trong đó có một phương trình một ẩn
- ***Bước 2:*** Giải phương trình một ẩn vừa có rồi suy ra nghiệm của hệ đã cho

2. Các ví dụ

Ví dụ 1. Giải hệ phương trình sau bằng phương pháp thế

a) $\begin{cases} x-y=3 \\ 3x-4y=2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 7x-3y=5 \\ 4x+y=2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x+3y=-2 \\ 5x-4y=11 \end{cases}$

Giải

a) Ta có: $\begin{cases} x-y=3 \\ 3x-4y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=x-3 \\ 3-4y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=x-3 \\ 3x-4(x-3)=2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y=x-3 \\ -x+12=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=x-3 \\ x=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=7 \end{cases}$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất: (10;7)

b) $\begin{cases} 7x-3y=5 \\ 4x+y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x-3y=5 \\ y=2-4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x-3(2-4x)=5 \\ y=2-4x \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 7x-6+12x=5 \\ y=2-4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 19x=11 \\ y=2-4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{11}{19} \\ y=\dfrac{-6}{19} \end{cases}$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất: $\left(\dfrac{11}{19};\dfrac{-6}{19}\right)$

c) $\begin{cases} x+3y=-2 \\ 5x-4y=11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2-3y \\ 5(-2-3y)-4y=11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2-3y \\ -10-19y-4y=11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{25}{19} \\ y=\dfrac{-21}{19} \end{cases}$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $\left(\dfrac{25}{19};\dfrac{-21}{19}\right)$

Ví dụ 2. Giải phương trình sau bằng phương pháp thế

a) $\begin{cases} 3x-2y=11 \\ 4x-5y=3 \end{cases}$ *b)* $\begin{cases} \dfrac{x}{2}-\dfrac{y}{3}=1 \\ 5x-8y=3 \end{cases}$

Giải

a) Từ phương trình thứ nhất của hệ ta có y = $\dfrac{3x-11}{2}$ thay y vào phương trình thứ 2

4x-5. $\dfrac{3x-11}{2}$ = 3 ⇔ -7x=- 49 ⇔ x= 7

Từ đó: y = $\dfrac{3.7-11}{2}=5$ Vậy hệ có nghiệm duy nhất (7;5)

b)Từ phương trình thứ nhất của hệ ta có: $\dfrac{y}{3}=\dfrac{x}{2}-1 \Leftrightarrow y=\dfrac{3.x}{2}-3$

Thế y vào phương trình thứ 2: 5x-8.$(\dfrac{3x}{2}-3)=3 \Leftrightarrow -7x=-21$

⇔ x-3. Từ đó y = $\dfrac{3.3}{2}-3=\dfrac{3}{2}$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất: (3; $\dfrac{3}{2}$)

Ví dụ 3. Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế

a) $\begin{cases} x+y\sqrt{5}=0 \\ x\sqrt{5}+3y=1-\sqrt{5} \end{cases}$ b) $\begin{cases} (2-\sqrt{3})x-3y=2+5\sqrt{3} \\ 4x+y=4-2\sqrt{3} \end{cases}$

Giải

a) Từ phương trình thứ nhất của hệ ta có: $x=-y\sqrt{5}$. Thay vào phường trình thứ 2 ta được:

$(-y\sqrt{5}).\sqrt{5}+3y=1-\sqrt{5} \Leftrightarrow -2y=1-\sqrt{5} \Leftrightarrow y=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$

Từ đó: $x=-\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}.\sqrt{5}=\dfrac{\sqrt{5}-5}{2}$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $\left(\dfrac{\sqrt{5}-5}{2};\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$

b) Từ phương trình thứ 2 của hệ ta có: $y=4-2\sqrt{3}-4x$ thay y vào phương trình thứ 2 ta được:
$(2-\sqrt{3}).x-3.(4-2\sqrt{3}-4x)=2+5\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow (14-\sqrt{3}).x=14-\sqrt{3} \Leftrightarrow x=1$. Từ đó $y=-2\sqrt{3}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(1;-2\sqrt{3})$

Ví dụ 4. Giải hệ phương trình sau $\begin{cases} x+3y=1 \\ (a^2+1).x+6y=2a \end{cases}$ Trong mỗi trường hợp sau

a) a = -1 b) a = 0 c) a = 1

Giải

a) Với a = -1 ta có hệ : $\begin{cases} x+3y=1 \\ 2x+6y=-2 \end{cases}$

$\begin{cases} x=1-3y \\ 2(1-3y)+6y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1-3y \\ 2=-2 \end{cases}$ Hệ phương trình vô nghiệm

b) Với $a=0$ ta có hệ $\begin{cases} x+3y=1 \\ x+6y=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1-3y \\ 1-3y+6y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1-3y \\ y=\dfrac{-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=\dfrac{-1}{3} \end{cases}$

Hệ có nghiệm $(2;\dfrac{-1}{3})$

c) Với a= 1 ta có hệ $\begin{cases} x+3y=1 \\ 2x+6y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3y=1 \\ 2x+6y=2 \end{cases}$

Hệ có vô só nghiệm theo công thức $\begin{cases} x=1-3y \\ y\in R \end{cases}$

Ví dụ 5. Giải phương trình sau bằng phương pháp thế:

a) $\begin{cases} 3x-y=5 \\ 5x+2y=23 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x+5y=1 \\ 2x-y=-8 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \dfrac{x}{y}=\dfrac{2}{3} \\ x+y-10=0 \end{cases}$

Giải

a) Ta có: $\begin{cases} 3x-y=5 \\ 5x+2y=23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3x-5 \\ 5x+2(3x-5)=23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3x-5 \\ 11x=33 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases}$ Hệ có nghiệm (3;4)

b) $\begin{cases} 3x+5y=1 \\ 2x-y=-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2x+8 \\ 3x+5(2x+8)=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2x+8 \\ 13x=-39 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=2 \end{cases}$ hệ có nghiệm (-3;2)

c) $\begin{cases} \dfrac{x}{y}=\dfrac{2}{3} \\ x+y-10=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x=2y \\ y=10-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=10-x \\ 3x=2(10-x) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 10 - x \\ 5x = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 6 \end{cases}$ hệ có nghiệm (4;6)

Ví dụ 6. Giải hệ phương trình sau bằng phương pháp thế:

a) $\begin{cases} x\sqrt{2} - y\sqrt{3} = 1 \\ x + y\sqrt{3} = \sqrt{2} \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - 2\sqrt{2}y = \sqrt{5} \\ x\sqrt{2} + y = 1 - \sqrt{10} \end{cases}$ c) $\begin{cases} (\sqrt{2}-1)x - y = \sqrt{2} \\ x + (\sqrt{2}+1)y = 1 \end{cases}$

Giải

a) $\begin{cases} x\sqrt{2} - y\sqrt{3} = 1 \\ x + y\sqrt{3} = \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} - y\sqrt{3} \\ \sqrt{2}(\sqrt{2} - y\sqrt{3}) - y\sqrt{3} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} - y\sqrt{3} \\ y = \dfrac{1}{\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{3}} \end{cases}$ Hệ có nghiệm $(1;\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{3}})$

$b)\begin{cases} x - 2\sqrt{2}y = \sqrt{5} \\ x\sqrt{2} + y = 1 - \sqrt{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\sqrt{2} + \sqrt{5} \\ \sqrt{2}(2\sqrt{2}y + 5) + y = 1 - \sqrt{10} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\sqrt{2}y + \sqrt{5} \\ 5y = 1 - 2\sqrt{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{2\sqrt{2} - 3\sqrt{5}}{5} \\ y = \dfrac{1 - 2\sqrt{10}}{5} \end{cases}$

Hệ có nghiệm $\left(\dfrac{2\sqrt{2} - 3\sqrt{5}}{5};\dfrac{1 - 2\sqrt{10}}{5}\right)$

c) $\begin{cases} (\sqrt{2}-1)x - y = \sqrt{2} \\ x + (\sqrt{2}+1)y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = (\sqrt{2}-1)x - \sqrt{2} \\ x + (\sqrt{2}+1)\left[(\sqrt{2}-1)x - \sqrt{2}\right] = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} y = (\sqrt{2}-1)x - \sqrt{2} \\ 3x = 3 + \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{3+\sqrt{2}}{2} \\ y = (\sqrt{2}-1).\dfrac{3+\sqrt{2}}{2} - \sqrt{2} = \dfrac{-1}{2} \end{cases}$

Vậy hệ có nghiệm : $\left[\dfrac{3+\sqrt{2}}{2};\dfrac{-1}{2}\right]$

Ví dụ 7.

a) Xác định hệ số a,b biết rằng hề phương trình

$\begin{cases} 2x + by = -4 \\ bx - ay = -5 \end{cases}$ Có nghiệm là ($\sqrt{2}-1;\sqrt{2}$)

b) Cũng hỏi như vậy, nếu hệ phương trình có nghiệm là: $(\sqrt{2}-1;\sqrt{2})$

Giải

a) Vì: (1;-2) là nghiệm của hệ nên thay x=1, y=-2 vào hệ ta có:

$$\begin{cases}2-2b=-4\\ b+2a=-5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=3\\ a=\dfrac{-5-b}{2}=-4\end{cases}$$

Vậy với a=-4, b=3 thì hệ đã cho có nghiệm (1; -2)

b) Tương tự thay x = $\sqrt{2}-1, y=\sqrt{2}$ vào hệ ta được.

Vậy với a= $\dfrac{-2+5\sqrt{2}}{2}$ và $b=-2-\sqrt{2}$

Thì hệ đã cho có nghiệm ($\sqrt{2}-1;\sqrt{2}$)

Ví dụ 8. Biết rằng: Đa thức P(x) chia hết cho đa thức x-a khi và chỉ khi P(a) = 0

Hãy tìm các giá trị của n sao cho đa thức sau đồng thời chia hết cho x+1 và x-3

$P(x)=mx^3+(m-2)x^2-(3n-5)x-4n$

Giải

P(x) chia hết cho $x+1 \Leftrightarrow P(-1)=-m+(m-2)+(3n-5)-4n=0$

$$\Leftrightarrow -7-n=0 \qquad (1)$$

P(x) chia hết cho $x-3 \Leftrightarrow \mathrm{P}(-3)=27m+9(m-2)-3(3n-5)-4n=0$

$$\Leftrightarrow 36m-13n=3 \qquad (2)$$

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình ẩn m và n

$$\begin{cases}-7-n=0\\ 36m-13n=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}n=-7\\ m=\dfrac{-22}{9}\end{cases}$$

Vậy với $m=-\dfrac{22}{9}$ và $n=-7$ thì đa thức P(x) đồng thời chia hết cho $x+1$ và $x-3$

DẠNG 2. ĐẶT ẨN PHỤ ĐƯA VỀ PHƯƠNG PHÁP THẾ

1. Phương pháp giải

- Đặt điều kiện để hệ có nghĩa
- Đặt ẩn phụ và điều kiện của ẩn phụ (nếu có)
- Giải hệ theo các ẩn phụ đã đặt
- Trở lại ẩn đã cho để tìm nghiệm của hệ

2. Các ví dụ

Ví dụ 1. Giải hệ phương trình

a) $\begin{cases} \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=1 \\ \dfrac{3}{x}+\dfrac{4}{y}=5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \dfrac{1}{x-2}+\dfrac{1}{y-1}=2 \\ \dfrac{2}{x-2}-\dfrac{3}{y-1}=1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x^2+y^2=5 \\ x^2-3y^2=1 \end{cases}$

Giải

a) Điều kiện $x \neq 0, y \neq 0$

Đặt $X=\dfrac{1}{x}, Y=\dfrac{1}{y}$ ta có hệ $\begin{cases} X-Y=1 \\ 3X+4Y=5 \end{cases}$

Thay $X=1+Y$ vào phương trình thứ hai

$3(1+Y)+4Y=5 \Leftrightarrow Y=\dfrac{2}{7}$, khi đó $X=1+\dfrac{2}{7}=\dfrac{9}{7}$

Trở lại ẩn x, y của hệ: $X=\dfrac{9}{7}=\dfrac{1}{x} \Leftrightarrow x=\dfrac{7}{9}$

$Y=\dfrac{2}{7}=\dfrac{1}{y} \Leftrightarrow y=\dfrac{7}{2}$

Vậy hệ có nghiệm $\left(\dfrac{7}{9};\dfrac{7}{2}\right)$

b) Điều kiện $x \neq 2, y \neq 1$. Đặt $X=\dfrac{1}{x-2}, Y=\dfrac{1}{y-1}$

Ta có hệ $\begin{cases} X+Y=2 \\ 2X-3Y=1 \end{cases}$ Giải ra ta được $\begin{cases} X=\dfrac{7}{5} \\ Y=\dfrac{3}{5} \end{cases}$

Khi đó $\begin{cases} \dfrac{1}{x-2}=\dfrac{7}{5} \\ \dfrac{1}{y-1}=\dfrac{3}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=\dfrac{5}{7} \\ y-1=\dfrac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{19}{7} \\ y=\dfrac{8}{3} \end{cases}$

Vậy hệ có nghiệm $\left(\dfrac{19}{7},\dfrac{8}{3}\right)$

c) Đặt $X=x^2, Y=y^2$ (Điều kiện $X \geq 0, Y \geq 0$)

Ta có hệ $\begin{cases} 3X+Y=5 \\ X-3Y=1 \end{cases}$ Giải hệ bằng phương pháp thay thế ta được:

$$\begin{cases} X = \frac{8}{5} \\ Y = \frac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{8}{5} \\ y^2 = \frac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{\frac{8}{5}} = \pm\frac{2\sqrt{10}}{5} \\ y = \pm\frac{1}{\sqrt{5}} = \pm\frac{\sqrt{5}}{5} \end{cases}$$

Vậy hệ có 4 nghiệm:

$$\left(\frac{2\sqrt{10}}{5};\frac{\sqrt{5}}{5}\right);\left(\frac{2\sqrt{10}}{5};-\frac{\sqrt{5}}{5}\right);\left(-\frac{2\sqrt{10}}{5};\frac{\sqrt{5}}{5}\right);\left(-\frac{2\sqrt{10}}{5};-\frac{\sqrt{5}}{5}\right)$$

Ví dụ 2: Giải hệ phương trình

a) $\begin{cases} \sqrt{\frac{1-x}{2y+1}} + \sqrt{\frac{2y+1}{1-x}} = 2 \\ x - y = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} |x-y| = |2y-1| \\ y+1 = 2x \end{cases}$

Giải

a) Nhận xét: $\sqrt{\frac{1-x}{2y+1}}.\sqrt{\frac{2y+1}{1-x}} = 2$

Đặt $t = \sqrt{\frac{1-x}{2y+1}}$ $(t > 0)$ thì $\sqrt{\frac{2y+1}{1-x}} = \frac{1}{t}$

Phương trình thứ nhất của hệ trở thành:

$t + \frac{1}{t} = 2 \Leftrightarrow (t-1)^2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$

Khi đó $\sqrt{\frac{1-x}{2y+1}} = 1 \Leftrightarrow 1 - x = 2y + 1 \Leftrightarrow x = -2y$

Thay $x = -2y$ vào phương trình thứ hai của hệ ta được:

$-3y = 1 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{3}$, khi đó $x = \frac{2}{3}$

Vậy hệ có nghiệm $\left(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right)$

b) Áp dụng: $|a| = |b \Leftrightarrow a = \pm b|$. Ta có:

$$|x-y| = |2y-1| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - y = 2y - 1 \\ x - y = -2y + 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3y - 1 \\ x = -y + 1 \end{array}\right.$$

Trường hợp 1: Thay $x = 3y - 1$ vào phương trình thứ hai của hệ ta được: $y + 1 = 6y - 2 \Leftrightarrow y = \frac{3}{5}$

Khi đó $x = \frac{4}{5}$. Ta có nghiệm $\left(\frac{2}{3};\frac{1}{3}\right)$

Vậy hệ có hai nghiệm $\left(\frac{4}{5};\frac{3}{5}\right)$ và $\left(\frac{2}{3};\frac{1}{3}\right)$

DẠNG 3. GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP CỘNG ĐẠI SỐ

1. Phương pháp giải

- Bước 1: Nhân hai vế của mỗi phương trình với một số thích hợp (nếu cần) sao cho các hệ số của một ẩn nào đó trong hai phương trình của hệ bằng nhau hoặc đối nhau.
- Bước 2: Áp dụng quy tắc cộng đại số để được hệ phương trình mới, trong đó có một phương trình mà hệ số của một trong hai ẩn bằng 0 (tức là phương trình một ẩn)
- Bước 3: Giải phương trình một ẩn vừa thu được rồi suy ra nghiệm của hệ đã cho.

2. Các ví dụ

Ví dụ 1. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số:

a) $\begin{cases}3x+y=3\\2x-y=7\end{cases}$ b) $\begin{cases}2x+5y=8\\2x-3y=0\end{cases}$ c) $\begin{cases}4x+3y=6\\2x+y=4\end{cases}$

d) $\begin{cases}2x+3y=-2\\3x-2y=-3\end{cases}$ e) $\begin{cases}0,3x+0,5y=3\\1,5x-2y=1,5\end{cases}$

Giải

a) Cộng từng vế hai phương trình của hệ ta có:

$$\begin{cases}3x+y=3\\2x-y=7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x+y=3\\5x=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=-3\end{cases}$$

Hệ có nghiệm $(2;-3)$

b) Lấy phương trình thứ nhất của hệ trừ phương trình thứ hai ta được:

$$\begin{cases}2x+5y=8\\2x-3y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x+5y=8\\8y=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{3}{2}\\y=1\end{cases}$$

Hệ có nghiệm duy nhất $\left(\frac{3}{2};1\right)$

c) $$\begin{cases}4x+3y=6\\2x+y=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x+3y=6\\6x+3y=12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x+3y=6\\-2x=-6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=-2\end{cases}$$

Hệ có nghiệm duy nhất $(3,-2)$

d) $$\begin{cases}2x+3y=-2\\3x-2y=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x+6y=-4\\9x-6y=-9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x+6y=-4\\13x=-13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\y=0\end{cases}$$

Hệ có nghiệm duy nhất $(5,3)$

e) $\begin{cases}0,3x+0,5y=3\\1,5x-2y=1,5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1,2x+2y=12\\1,5x-2y=1,5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1,2x+2y=12\\2,7x=13,5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=5\\y=3\end{cases}$

Hệ có nghiệm duy nhất $(5,3)$

Ví dụ 2. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số

a) $\begin{cases}x\sqrt{2}-3y=1\\2x+y\sqrt{2}=-2\end{cases}$ b) $\begin{cases}5x\sqrt{3}+y=2\sqrt{2}\\x\sqrt{6}-y\sqrt{2}=2\end{cases}$

Giải

a) Nhân phương trình thứ nhất với $-\sqrt{2}$, ta được:

$$\begin{cases}x\sqrt{2}-3y=1\\2x+y\sqrt{2}=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2x+3\sqrt{2}y=-\sqrt{2}\\2x+y\sqrt{2}=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-4\sqrt{2}y=-\sqrt{2}-2\\2x+y\sqrt{2}=-2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}y\\y=\dfrac{-1-\sqrt{2}}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-\dfrac{3}{4}+\dfrac{\sqrt{2}}{8}\\y=-\dfrac{1}{4}-\dfrac{\sqrt{2}}{4}\end{cases}$$

Hệ có nghiệm duy nhất $\left(-\dfrac{3}{4}+\dfrac{\sqrt{2}}{8};-\dfrac{1}{4}-\dfrac{\sqrt{2}}{4}\right)$

b) Nhân phương trình thứ nhất với $\sqrt{2}$ rồi cộng từng vế hai phương trình, ta được:

$$5x\sqrt{6}+x\sqrt{6}=6\Leftrightarrow x=\frac{1}{\sqrt{6}}$$

Từ đó, hệ đã cho tương đương với $\begin{cases}x=\dfrac{1}{\sqrt{6}}\\x\sqrt{6}-y\sqrt{2}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{1}{\sqrt{6}}\\y=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\end{cases}$

Hệ có nghiệm duy nhất $\left(\dfrac{1}{\sqrt{6}};-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$

Ví dụ 3. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số:

a) $\begin{cases}-5x+2y=4\\6x-3y=-7\end{cases}$ b) $\begin{cases}2x-3y=11\\-4x+6y=5\end{cases}$ c) $\begin{cases}3x-2y=10\\x-\dfrac{2}{3}y=3\dfrac{1}{3}\end{cases}$

Giải

a) $\begin{cases}-5x+2y=4\\6x-3y=-7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-15x+6y=12\\12x-6y=-14\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-15x+6y=12\\-3x=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{2}{3}\\y=\dfrac{11}{3}\end{cases}$

Hệ có nghiệm duy nhất $\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{11}{3}\right)$

b) $\begin{cases}2x-3y=11\\-4x+6y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x-6y=22\\-4x+6y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x-6y=22\\0x+0y=27\end{cases}$

Hệ vô nghiệm

c) $\begin{cases}3x-2y=10\\x-\dfrac{2}{3}y=3\dfrac{1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x-2y=10\\3x-2y=10\end{cases}\Leftrightarrow 3x-2y=10\Leftrightarrow y=\dfrac{1}{2}(3x-10)$

Hệ có vố số nghiệm: $\begin{cases}y=\dfrac{1}{2}(3x-10)\\x\in R\end{cases}$

Ví dụ 4. Giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases}\left(1+\sqrt{2}\right)x+\left(1-\sqrt{2}\right)y=5\ (1)\\\left(1+\sqrt{2}\right)x+\left(1+\sqrt{2}\right)y=3\ (2)\end{cases}$$

Giải

Lấy (1) trừ (2) ta được: $-2\sqrt{2}y=2\Leftrightarrow y=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Thay $y=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ vào (1):

$\left(1+\sqrt{2}\right)x-\left(1-\sqrt{2}\right).\dfrac{\sqrt{2}}{2}=5\Leftrightarrow x=\dfrac{-6+7\sqrt{2}}{2}$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $\left(\dfrac{-6+7\sqrt{2}}{2};-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Ví dụ 5. Ta biết rằng: Một đa thức bằng 0 khi và chỉ khi tất cả các hệ số của nó bằng 0. Hãy tìm các giá trị của và để đa thức sau (với biến số x) bằng đa thức 0:

$$P(x)=(3m-5n+1)x+(4m-n-10)$$

Giải:

$P(x)$ bằng đa thức 0 (viết là $P(x)=0$)$\Leftrightarrow\begin{cases}3m-5n+1=0\\4m-n-10=0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3m-5n=-1 \\ 4m-n=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m-5n=-1 \\ -20m+5n=50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m-5n=-1 \\ -17m=-51 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=3 \\ n=2 \end{cases}$$

Vậy với $m=3$, $n=2$ thì $P(x)=0$.

DẠNG 4. ĐẶT ẨN PHỤ ĐƯA VỀ PHƯƠNG PHÁP CỘNG

1. Phương pháp giải

Đặt điều kiện (nếu có)

- Đặt ẩn phụ và điều kiện của ẩn phụ (nếu có)

- Giải hệ phương trình theo các ẩn phụ đã đặt

- Trở lại ẩn ban đầu để tìm nghiệm của hệ.

2. Các ví dụ

Ví dụ 1. Giải các hệ phương trình:

a) $\begin{cases} 2(x+y)+3(x-y)=4 \\ (x+y)+2(x-y)=5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2(x-2)+3(1+y)=-2 \\ 3(x-2)-2(1+y)=-3 \end{cases}$

Giải

a) Cách 1: Đặt $x+y=u$, $x-y=v$, ta có hệ phương trình (ẩn u, v):

$$\begin{cases} 2u+3v=4 \\ u+2v=5 \end{cases}$$

Hệ này có nghiệm $(u;v)=(-7;6)$, suy ra hệ đã cho tương đương với

$$\begin{cases} x+y=-7 \\ x-y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{1}{2} \\ y=-\dfrac{13}{2} \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $\left(-\dfrac{1}{2};-\dfrac{13}{2}\right)$

Cách 2: Thu gọn vế trái của hai phương trình trong hệ, ta được hệ tương đương:

$$\begin{cases} 5x-y=4 \\ 3x-y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{1}{2} \\ y=-\dfrac{13}{2} \end{cases}$$

b) Đặt $u=x-2$, $v=1+y$, ta có hệ:

$$\begin{cases} 2u+3v=-2 \\ 3u-2v=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=-1 \\ v=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=-1 \\ 1+y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(1;-1)$

Ví dụ 2. Bằng cách đặt ẩn phụ (theo hướng dẫn), đưa các hệ phương trình sau về dạng hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn rồi giải:

a) $\begin{cases} \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=1 \\ \dfrac{3}{x}+\dfrac{4}{y}=5 \end{cases}$ Hướng dẫn: Đặt $u=\dfrac{1}{x}$, $v=\dfrac{1}{y}$;

b) $\begin{cases} \dfrac{1}{x-2}+\dfrac{4}{y-1}=2 \\ \dfrac{2}{x-2}-\dfrac{3}{y-1}=1 \end{cases}$ Hướng dẫn: Đặt $u=\dfrac{1}{x-2}$, $v=\dfrac{1}{y-1}$;

Giải

a) Điều kiện $x\neq 0$, $y\neq 0$

Đặt $X=\dfrac{1}{x}$, $Y=\dfrac{1}{y}$; Ta có hệ

$$\begin{cases} X-Y=1 \\ 3X+4Y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4X-4Y=4 \\ 3X+4Y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4X-4Y=4 \\ 7X=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X=\dfrac{9}{7} \\ Y=\dfrac{2}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{x}=\dfrac{9}{7} \\ \dfrac{1}{y}=\dfrac{2}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{7}{9} \\ y=\dfrac{7}{2} \end{cases}$$

Hệ có nghiệm duy nhất $\left(\dfrac{7}{9};\dfrac{7}{2}\right)$

b) Điều kiện $x\neq 2$, $y\neq 1$

Đặt $X=\dfrac{1}{x-2}$, $Y=\dfrac{1}{y-1}$. Ta có hệ

$$\begin{cases} X+Y=2 \\ 2X-3Y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3X+3Y=6 \\ 2X-3Y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3X+3Y=6 \\ 5X=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X=\dfrac{7}{5} \\ Y=\dfrac{3}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{x-2}=\dfrac{7}{5} \\ \dfrac{1}{y-1}=\dfrac{3}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{19}{7} \\ y=\dfrac{8}{3} \end{cases}$$

Hệ có nghiệm duy nhất $\left(\dfrac{19}{7};\dfrac{8}{3}\right)$

D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế

a) $\begin{cases} 5x-4y=3 \\ 2x+y=4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \dfrac{5x}{3}-\dfrac{2y}{5}=19 \\ 4x+\dfrac{3y}{2}=21 \end{cases}$

Hướng dẫn giải

a) $x=\dfrac{19}{13};y=\dfrac{14}{13}$ b) $x=9;y=-10$

Câu 2. Giải các hệ phương trình sau:

a) $\begin{cases}2x+3|y|=13\\3x-y=3\end{cases}$ b) $\begin{cases}\dfrac{4}{x+y-1}-\dfrac{5}{2x-y+3}=\dfrac{5}{2}\\\dfrac{3}{x+y-1}+\dfrac{1}{2x-y+3}=\dfrac{7}{5}\end{cases}$

Hướng dẫn giải

a) Xét hai trường hợp $y\ge 0, y<0$ hệ có nghiệm $(2;3)$.

b) Đặt $u=\dfrac{1}{x+y-1};v=\dfrac{1}{2x-y+3};\left(\dfrac{-10}{3};\dfrac{19}{3}\right)$.

Câu 3. Giải hệ phương trình

a) $\begin{cases}\dfrac{2}{x+y}+\dfrac{1}{x-y}=3\\\dfrac{1}{x+y}-\dfrac{3}{x-y}=1\end{cases}$ b) $\begin{cases}3\sqrt{x}-2\sqrt{y}=-2\\2\sqrt{x}+\sqrt{y}=1\end{cases}$

Hướng dẫn giải

a) Đặt $u=\dfrac{1}{x+y};v=\dfrac{1}{x-y};\left(\dfrac{77}{20};\dfrac{-63}{20}\right)$.

b) Đặt $u=\sqrt{x};v=\sqrt{y};(u,v\ge 0)$; $(0;1)$.

Câu 4. Giải hệ phương trình:

a) $\begin{cases}2\sqrt{x-1}-\sqrt{y-1}=1\\\sqrt{x-1}+\sqrt{y-1}=2\end{cases}$ b) $\begin{cases}(x-1)^2-2y=2\\3(x-1)^2+3y=1\end{cases}$

Hướng dẫn giải

a) Đặt $u=\sqrt{x-1};v=\sqrt{y-1};(u,v\ge 0)$; $(2;2)$

b) $\left(1\pm\dfrac{2\sqrt{2}}{3};\dfrac{-5}{9}\right)$.

Câu 5. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số:

a) $\begin{cases}2x-3y=1\\x+3y=2\end{cases}$ b) $\begin{cases}5x=6y\\x=2(y-6)\end{cases}$ c) $\begin{cases}4x-3y=2\\x+y=4\end{cases}$

Hướng dẫn giải

a) $\left(1;\dfrac{1}{3}\right)$ b) $(8;15)$ c) $(2;2)$

Câu 6. Giải các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases}\sqrt{2}x-\sqrt{3}y=1\\ x+\sqrt{3}y=\sqrt{2}\end{cases}$ b) $\begin{cases}x-2\sqrt{2}y=\sqrt{5}\\ \sqrt{2}x+y=1-\sqrt{10}\end{cases}$

Hướng dẫn giải

a) $\left(1;\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{3}}\right)$ b) $\left(\dfrac{2\sqrt{2}-3\sqrt{5}}{5};\dfrac{1-2\sqrt{10}}{5}\right)$.

Câu 7. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế

a) $\begin{cases}7x-3y=5\\ 4x+y=2\end{cases}$ b) $\begin{cases}\sqrt{5}x-y=\sqrt{5}(\sqrt{3}-1)\\ 2\sqrt{3}x+3\sqrt{5}y=21\end{cases}$ c) $\begin{cases}1,7x-2y=3,8\\ 2,1x+5y=0,4\end{cases}$

Lời giải

a) Thế $y=2-4x$ ở phương trình dưới vào phương trình trên ta được

$$\begin{cases}7x-3(2-4x)=5\\ y=2-4x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}19x-6=5\\ y=2-4x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{11}{19}\\ y=\dfrac{-6}{19}\end{cases}\$$$

Kết luận: Nghiệm của hệ là $\left(\dfrac{11}{19};\dfrac{-6}{19}\right)$.

b) Thế $y=\sqrt{5}(x+1-\sqrt{3})$ ở phương trình trên vào phương trình dưới ta được

$$\begin{cases}y=\sqrt{5}(x+1-\sqrt{3})\\ 2\sqrt{3}x+15(x+1-\sqrt{3})=21\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=\sqrt{5}(x+1-\sqrt{3})\\ (15+2\sqrt{3})x=3(2+5\sqrt{3})\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{3(2+5\sqrt{3})}{15+2\sqrt{3}}=\dfrac{3(2+3\sqrt{3})(15-2\sqrt{3})}{225-12}=\dfrac{3\cdot 71\sqrt{3}}{213}=\sqrt{3}\\ y=\sqrt{5}(\sqrt{3}+1-\sqrt{3})=\sqrt{5}\end{cases}$$

Kết luận: Nghiệm của hệ là $(\sqrt{3};\sqrt{5})$.

c) Thế $y=\dfrac{1,7x-3,8}{2}$ ở phương trình trên vào phương trình dưới ta được

Kết luận: Nghiệm của hệ là $\left(\dfrac{198}{127};\dfrac{-73}{127}\right)$.

Câu 8. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số

a) $\begin{cases}3x+y=3\\ 2x-y=7.\end{cases}$ b) $\begin{cases}8x-7y=5\\ 12x+13y=-8.\end{cases}$ c) $\begin{cases}5(x+2y)=3x-1\\ 2x+4=3(x-5y)-12.\end{cases}$

Lời giải

a) Cộng hai phương trình của hệ cho nhau ta được phương trình

$$5x=10\Leftrightarrow x=2.$$

Do đó: $\begin{cases}x=2\\2x-y=7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=-3\end{cases}$

Kết luận: Nghiệm của hệ là $(2;-3)$.

b) Nhân phương trình đầu của hệ cho 3, nhân phương trình sau của hệ cho 2 và trừ theo vế hai phương trình của hệ, ta được

$$\begin{cases}24x-21y=15\\24x+26y=-16\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}8x-7y=5\\47y=-31\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=\dfrac{-31}{47}\\x=\dfrac{9}{188}\end{cases}.$$

Kết luận: Nghiệm của hệ là $\left(\dfrac{9}{188};\dfrac{-31}{47}\right)$.

c) $\begin{cases}5(x+2y)=3x-1\\2x+4=3(x-5y)-12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5x+10y=3x-1\\2x+4=3x-15y-12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x+10y=-1\\-x+15y=-16\end{cases}$

Nhân hai vế của phương trình sau cho 2 và cộng với phương trình đầu ta được

$$\begin{cases}2x+10y=-1\\-2x+30y=-32\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-x+15y=-16\\40y=-33\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=\dfrac{-33}{40}\\x=\dfrac{29}{8}\end{cases}$$

Kết luận: Nghiệm của hệ là $\left(\dfrac{29}{8};\dfrac{-33}{40}\right)$.

Câu 9. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp đặt ẩn phụ

a) $\begin{cases}\dfrac{15}{x}-\dfrac{7}{y}=9\\\dfrac{4}{x}+\dfrac{9}{y}=35.\end{cases}$

b) $\begin{cases}\dfrac{7}{x-y+2}-\dfrac{5}{x+y-1}=4,5\\\dfrac{3}{x-y+2}+\dfrac{2}{x+y-1}=4\end{cases}$

Lời giải

a) Đặt $u=\dfrac{1}{x},v=\dfrac{1}{y}(x\neq 0,y\neq 0)$. Ta được

$\begin{cases}15u-7v=9\\4u+9v=35\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}60u-28v=36\\60u+135v=525\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}163v=489\\60u-28v=36\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}v=3\\u=2\end{cases}$

Do đó $x=\dfrac{1}{2},y=\dfrac{1}{3}$.

b) Đặt $u=\dfrac{1}{x-y+2}, v=\dfrac{1}{x+y-1}, (x-y+2\neq 0, x+y-1\neq 0)$. Ta được

$$\begin{cases}7u-5v=4,5\\3u+2v=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}14u-10v=9\\15u+10v=20\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}29u=29\\7u-5v=4,5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u=1\\v=\dfrac{1}{2}\end{cases}$$

Do đó $\begin{cases}x-y+2=1\\x+y-1=\dfrac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{1}{4}\\y=\dfrac{5}{4}\end{cases}$

Câu 10. Trong mặt phẳng Oxy cho ba đường thẳng $(d_1): 2x-y=-1; (d_2): x+y=-2$; $(d_3): y=-2x-m$. Xác định m để ba đường thẳng đã cho đồng quy.

Lời giải

Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng (d_1) và (d_2) là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}2x-y=-1\\x+y=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\y=-1\end{cases}$$

Ba đường thẳng đã cho đồng quy khi và chỉ khi (d_3) đi qua $(-1;-1)$. Tức là

$$-1=-2\cdot(-1)-m\Leftrightarrow m=3.$$

Vậy $m=3$.

LUYỆN TẬP CHUNG

A. CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 0,5x+0,6y=0,4 \\ 0,4x-0,9y=1,7 \end{cases}$

Lời giải

Nhân hai vế của mỗi phương trình với 10, ta được: $\begin{cases} 5x+6y=4 \\ 4x-9y=17 \end{cases} \quad (1)$

Ta giải hệ (1). Nhân hai vế của phương trình thứ nhất với 3 và nhân hai vế của phương trình thứ hai với 2, ta được hệ: $\begin{cases} 15x+18y=12 \\ 8x-18y=34 \end{cases} \quad (2)$. Cộng từng vế của hai phương trình của hệ (2) ta được $23x=46$, suy ra $x=2$.

Thế $x=2$ vào phương trình thứ nhất của (1), ta được $5\cdot 2+6y=4$ hay $6y=-6$, suy ra $y=-1$.

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(2;-1)$.

Ví dụ 2. Tìm các hệ số x, y trong phản ứng hoá học đã được cân bằng sau: $3Fe + xO_2 \to yFe_3O_4$.

Lời giải

Vì số nguyên tử của Fe và O ở cả hai vế của phương trình phản ứng phải bằng nhau nên ta có hệ phương trình $\begin{cases} 3=3y \\ 2x=4y \end{cases}$ hay $\begin{cases} y=1 \\ x=2y. \end{cases}$. Giải hệ này ta được $x=2, y=1$.

Ví dụ 3. Tìm hai số a và b để đường thẳng $y=ax+b$ đi qua hai điểm $A(-2;-1)$ và $B(2;3)$.

Lời giải

Đường thẳng $y=ax+b$ đi qua điểm $A(-2;-1)$ nên $a(-2)+b=-1$ hay $-2a+b=-1$. Tương tự, đường thẳng $y=ax+b$ đi qua điểm $B(2;3)$ nên $a\cdot 2+b=3$ hay $2a+b=3$.

Từ đó, ta có hệ phương trình với hai ẩn là a và b : $\begin{cases} -2a+b=-1 \\ 2a+b=3. \end{cases}$

Cộng từng vế hai phương trình của hệ, ta được $2b=2$, suy ra $b=1$.

Thay $b=1$ vào phương trình thứ nhất, ta có $-2a+1=-1$, suy ra $a=1$. Vậy ta có đường thẳng $y=x+1$.

B. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

1.10. Cho hai phương trình: $-2x+5y=7 \quad (1); \quad 4x-3y=7 \quad (2)$

Trong các cặp số $(2;0), (1;-1), (-1;1), (-1;6), (4;3)$ và $(-2;-5)$, cặp số nào là:

a) Nghiệm của phương trình (1)?

b) Nghiệm của phướng trình (2)?

c) Nghiệm của hệ gồm phương trình (1) và phương trình (2)?

Lời giải

a) - Thay $x=2; y=0$ vào phương trình (1), ta có:

$-2x+5y=(-2)\cdot 2+5\cdot 0=(-4)+0=-4\neq 7$ nên $(2;0)$ không phải là nghiệm của phương trình (1).

- Thay $x=1; y=-1$ vào phương trình (1), ta có:

$-2x+5y=(-2)\cdot 1+5\cdot(-1)=(-2)-5=-7\neq 7$ nên $(1;-1)$ không phải là nghiệm của phương trình (1).

- Thay $x=-1; y=1$ vào phương trình (1), ta có:

$-2x+5y=(-2)\cdot(-1)+5\cdot 1=2+5=7$ nên $(-1;1)$ là nghiệm của phương trình (1).

- Thay $x=-1; y=6$ vào phương trình (1), ta có:

$-2x+5y=(-2)\cdot(-1)+5\cdot 6=2+30=32\neq 7$ nên $(-1;6)$ không phải là nghiệm của phương trình (1).

- Thay $x=4; y=3$ vào phương trình (1), ta có:

$-2x+5y=(-2)\cdot 4+5.3=-8+15=7$ nên $(4;3)$ là nghiệm của phương trình (1).

- Thay $x=-2; y=-5$ vào phương trình (1), ta có:

$-2x+5y=(-2)\cdot(-2)+5\cdot(-5)=4-25=-21\neq 7$ nên $(-2;-5)$ không phải là nghiệm của phương trình (1).

Vậy cặp số là nghiệm của phương trình (1) là $(-1;1)$ và $(4;3)$.

b) - Thay $x=2; y=0$ vào phương trình (2), ta có:

$4x-3y=4\cdot 2-3\cdot 0=8-0=8\neq 7$ nên $(2;0)$ không phải là nghiệm của phương trình (2).

- Thay $x=1; y=-1$ vào phương trình (2), ta có:

$4x-3y=4\cdot 1-3\cdot(-1)=4+3=7$ nên $(1;-1)$ là nghiệm của phương trình (2).

- Thay $x=-1; y=1$ vào phương trình (2), ta có:

$4x-3y=4\cdot(-1)-3\cdot 1=-4-3=-7\neq 7$ nên $(-1;1)$ không phải là nghiệm của phương trình (2).

- Thay $x=-1; y=6$ vào phương trình (2), ta có:

$4x-3y=4\cdot(-1)-3\cdot 6=-4-18=-22\neq 7$ nên $(-1;6)$ không phải là nghiệm của phương trình (2).

- Thay $x=4; y=3$ vào phương trình (2), ta có:

$4x-3y=4\cdot 4-3\cdot 3=16-9=7$ nên $(4;3)$ là nghiệm của phương trình (2).

- Thay $x=-2; y=-5$ vào phương trình (2), ta có:

$4x-3y=4\cdot(-2)-3\cdot(-5)=-8+15=7$ nên $(-2;-5)$ là nghiệm của phương trình (2).

Vậy cặp số là nghiệm của phương trình (2) là $(1;-1),(4;3)$ và $(-2;-5)$.

c) Ta thấy cặp số $(4;3)$ là nghiệm chung của phương trình (1) và phương trình (2).

Do đó, nghiệm của hệ gồm phương trình (1) và phương trình (2) là cặp số (4; 3).

1.11. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế:

a) $\begin{cases}2x-y=1\\x-2y=-1\end{cases}$ b) $\begin{cases}0,5x-0,5y=0,5\\1,2x-1,2y=1,2\end{cases}$ c) $\begin{cases}x+3y=-2\\5x-4y=28\end{cases}$

Lời giải

a) Từ phương trình thứ nhất ta có $y=2x-1$. Thế vào phương trình thứ hai, ta được $x-2(2x-1)=-1$, tức là $x-4x+2=-1$, suy ra $-3x=-3$ hay $x=1$. Từ đó $y=2\cdot1-1=1$.

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(1;1)$.

b) Chia hai vế của phương trình thứ nhất cho 0,5 và chia hai vế của phương trình thứ hai cho 1,2 ta được:

$\begin{cases}x-y=1\\x-y=1\end{cases}$. Từ phương trình thứ nhất ta có $y=x-1$. Thế vào phương trình thứ hai, ta được

$x-(x-1)=1$, t?c là $x-x+1=1$, suy ra $0x=0$. Ta thấy mọi giá trị của x đều thỏa mãn hệ thức (2).

Với mọi giá trị tùy ý của x, giá trị tương ứng của y được tính bởi (1).

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(x;x-1)$ với $x\in\mathbb{R}$ tùy ý.

c) Từ phương trình thứ nhất ta có $x=-3y-2$. Thế vào phương trình thứ hai, ta được $5(-3y-2)-4y=28$, tức là $-15y-10-4y=28$, suy ra $-19y=38$ hay $y=-2$. Từ đó $x=(-3)\cdot(-2)-2=4$.

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(4;-2)$.

1.12. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số:

a) $\begin{cases}5x+7y=-1\\3x+2y=-5\end{cases}$ b) $\begin{cases}2x-3y=11\\-0,8x+1,2y=1\end{cases}$ c) $\begin{cases}4x-3y=6\\0,4x+0,2y=0,8\end{cases}$

Lời giải

a) Nhân hai vế của phương trình thứ nhất với 3 và nhân hai vế của phương trình thứ hai với 5 , ta được $\begin{cases}15x+21y=-3\\15x+10y=-25\end{cases}$. Trừ từng vế hai phương trình của hệ mới, ta được $11y=22$ hay $y=2$.

Thế $y=2$ vào phương trình thứ hai của hệ đã cho, ta có $3x+2.2=-5$ hay $3x=-9$, suy ra $x=-3$.

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(-3;2)$.

b) Chia hai vế của phương trình thứ hai với 0,4 ta được: $\begin{cases}2x-3y=11\\-2x+3y=2,5\end{cases}$ Cộng từng vế hai phương trình của hệ mới, ta được $0x+0y=13,5$ (1).

Do không có giá trị nào của x và y thỏa mãn hệ thức (1) nên hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

c) Nhân hai vế của phương trình thứ hai với 10 , ta được: $\begin{cases}4x-3y=6\\4x+2y=8\end{cases}$

Trừ từng vế hai phương trình của hệ mới, ta được $-5y=-2$ hay $y=\frac{2}{5}$.

Thế $y=\frac{2}{5}$ vào phương trình thứ nhất của hệ đã cho, ta có $4x-3\cdot\frac{2}{5}=6$ hay $4x=\frac{36}{5}$, suy ra $x=\frac{9}{5}$.

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $\left(\frac{9}{5};\frac{2}{5}\right)$.

1.13. Tìm các hệ số x,y trong phản ứng hoá học đã được cân bằng sau: $4Al+xO_2\rightarrow yAl_2O_3$.

Lời giải

Vì số nguyên tử Al và O ở cả hai vế của phương trình phản ứng bằng nhau nên ta có hệ phương trình $\begin{cases}4=2y\\2x=3y\end{cases}$ hay $\begin{cases}y=2\\x=\frac{3}{2}y\end{cases}$, suy ra $\begin{cases}y=2\\x=\frac{3}{2}\cdot 2=3\end{cases}$. Vậy các hệ số x, y cần tìm là $x=3;y=2$.

1.14. Tìm a và b sao cho hệ phương trình $\begin{cases}ax+by=1\\ax+(b-2)y=3\end{cases}$ có nghiệm là $(1;-2)$.

Lời giải

Hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(1;-2)$ nên ta có $\begin{cases}a\cdot 1+b\cdot(-2)=1\\a\cdot 1+(2-b)\cdot(-2)=3\end{cases}$

Suy ra, $\begin{cases}a-2b=1\\a+2b-4=3\end{cases}$ hay $\begin{cases}a-2b=1\\a+2b=7\end{cases}$.

Cộng từng vế hai phương trình của hệ mới, ta được $2a=8$ hay $a=4$.

Thế $a=4$ vào phương trình thứ nhất của hệ mới, ta có $4-2b=1$ hay $2b=3$, suy ra $b=\frac{3}{2}$.

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $\left(4;\frac{3}{2}\right)$.

C. BÀI TẬP THÊM

Câu 1. Xác định a và b để đồ thị của hàm số $y=ax+b$ đi qua hai điểm A và B trong mỗi trường hợp sau:

a) $A(2;-2)$ và $B(-1;3)$ b) $A(-4;-2)$ và $B(2;1)$

c) $A(3;-1)$ và $B(-3;2)$ d) $A(\sqrt{3};2)$ và $B(0;2)$

Giải

a) Vì $A(2;-2)$ thuộc đồ thị nên $2a+b=-2$

Vì $B(-1;3)$ thuộc đồ thị nên $-a+b=3$. Ta có hệ phương trình ẩn là a và b:

$$\begin{cases}2a+b=-2\\-a+b=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\dfrac{5}{3}\\b=\dfrac{4}{3}\end{cases}$$

Vậy với $a=-\dfrac{5}{3}$, $b=\dfrac{4}{3}$ thì đồ thị hàm số $y=ax+b$ đi qua hai điểm $A(2;-2)$ và $B(-1;3)$.

b) Thay tọa độ của $A(-4;-2)$ và $B(2;1)$ vào $y=ax+b$

ta có hệ: $\begin{cases}-4a+b=-2\\2a+b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{1}{2}\\b=0\end{cases}$

c) Ta có hệ $\begin{cases}3a+b=-1\\-3a+b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\dfrac{1}{2}\\b=\dfrac{1}{2}\end{cases}$

d) Ta có hệ $\begin{cases}\sqrt{3}a+b=2\\0.a+b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\b=2\end{cases}$

Câu 2. Cho biểu thức $f(x)=ax^2+bx+4$. Xác định a, b để $f(2)=6$, $f(-1)=0$.

Hướng dẫn giải

$a=-1;b=3$.

Câu 3. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế

a) $\begin{cases}4x+5y=3\\x-3y=5.\end{cases}$

b) $\begin{cases}7x-2y=1\\3x+y=6\end{cases}$

c) $\begin{cases}5x+3y=1\\2x+y=-1\end{cases}$

d) $\begin{cases}x+y\sqrt{5}=0\\x\sqrt{5}+3y=1-\sqrt{5}\end{cases}$

Lời giải

1. $\begin{cases}4x+5y=3\\x-3y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=5+3y\\4x+5y=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=5+3y\\4(5+3y)+5y=3\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x=5+3y\\17y=-17\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=5+3y\\y=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=5+3\cdot(-1)=2\\y=-1\end{cases}$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(x;y)=(2;-1)$.

2. $\begin{cases}7x-2y=1\\3x+y=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=6-3x\\7x-2y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=6-3x\\7x-2(6-3x)=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=6-3x\\13x=13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=3\\x=1\end{cases}$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(x; y) = (1;3)$.

3. $\begin{cases} 5x+3y=1 \\ 2x+y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-1-2x \\ 5x+3y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-1-2x \\ 5x+3(-1-2x)=1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y=-1-2x \\ x=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-1-2\cdot(-4)=7 \\ x=-4 \end{cases}$

Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là $(x; y) = (-4;7)$.

4. $\begin{cases} x+y\sqrt{5}=0 \\ x\sqrt{5}+3y=1-\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-y\sqrt{5} \\ x\sqrt{5}+3y=1-\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-y\sqrt{5} \\ -y\sqrt{5}\sqrt{5}+3y=1-\sqrt{5} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-y\sqrt{5} \\ y=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{\sqrt{5}}{2}-\dfrac{5}{2} \\ y=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{cases}$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(x; y) = \left(\dfrac{\sqrt{5}}{2}-\dfrac{5}{2};\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)$.

Câu 4. Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp cộng đại số.

a) $\begin{cases} x-3y=1 \\ 2x+3y=11 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x-y=3 \\ x-y=1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x+4y=18 \\ 4x-3y=-1 \end{cases}$ d) $\begin{cases} \sqrt{3}x-\sqrt{2}y=1 \\ \sqrt{2}x+3\sqrt{3}y=4\sqrt{6} \end{cases}$

Lời giải

1. $\begin{cases} x-3y=1 \\ 2x+3y=11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x=12 \\ x-3y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ 4-3y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(x; y) = (4;1)$.

2. $\begin{cases} 2x-y=3 \\ x-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ 2-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(x; y) = (2;1)$.

3. $\begin{cases} 3x+4y=18 \\ 4x-3y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12x+16y=72 \\ 12x-9y=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25y=75 \\ 12x-9y=-9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3 \\ 12x-9\cdot3=-9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(x; y) = (2;3)$.

4. $\begin{cases}\sqrt{3}x-\sqrt{2}y=1\\ \sqrt{2}x+3\sqrt{3}y=4\sqrt{6}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{6}x-2y=\sqrt{2}\\ \sqrt{6}x+9y=12\sqrt{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}11y=11\sqrt{2}\\ \sqrt{6}x-2y=\sqrt{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=\sqrt{2}\\ \sqrt{6}x-2\sqrt{2}=\sqrt{2}\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x=\sqrt{3}\\ y=\sqrt{2}\end{cases}$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(x;y)=(\sqrt{3};\sqrt{2})$.

Câu 5. Giải các hệ phương trình.

a) $\begin{cases}\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=1\\ \dfrac{3}{x}+\dfrac{4}{y}=5\end{cases}$ b) $\begin{cases}\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{1}{y-1}=2\\ \dfrac{2}{x-2}+\dfrac{3}{y-1}=1\end{cases}$ c) $\begin{cases}\dfrac{4}{3}\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\right)=1\\ \dfrac{1}{6x}+\dfrac{1}{5y}=\dfrac{2}{15}\end{cases}$

Lời giải

1. Điều kiện xác định $x\neq 0, y\neq 0$.

Đặt $a=\dfrac{1}{x}, b=\dfrac{1}{y}$, hệ phương trình đã cho trở thành

$\begin{cases}a-b=1\\ 3a+4b=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1+b\\ 3a+4b=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1+b\\ 3(1+b)+4b=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1+b\\ 7b=2\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a=1+\dfrac{2}{7}\\ b=\dfrac{2}{7}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{9}{7}\\ b=\dfrac{2}{7}\end{cases}$. Khi đó ta có $\begin{cases}\dfrac{1}{x}=\dfrac{9}{7}\\ \dfrac{1}{y}=\dfrac{2}{7}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{7}{9}\\ y=\dfrac{7}{2}\end{cases}$ (nhận)

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(x;y)=\left(\dfrac{7}{9};\dfrac{7}{2}\right)$.

2. Điều kiện xác định $x\neq 2, y\neq 1$.

Đặt $a=\dfrac{1}{x-2}, b=\dfrac{1}{y-1}$, hệ phương trình đã cho trở thành

$\begin{cases}a-b=2\\ 2a+3b=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2+b\\ 2(2+b)+3b=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2+b\\ 5b=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2+b\\ b=-\dfrac{3}{5}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{7}{5}\\ b=-\dfrac{3}{5}\end{cases}$

Từ đó thay vào ta tìm được $\begin{cases}x=\dfrac{1}{a}+2=\dfrac{19}{7}\\ y=\dfrac{1}{b}+1=\dfrac{2}{5}\end{cases}$ (nhận)

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(x;y)=\left(\dfrac{19}{7};\dfrac{2}{5}\right)$.

3. Điều kiện xác định $x \neq 0, y \neq 0$.

Đặt $a = \frac{1}{x}, b = \frac{1}{y}$, hệ phương trình đã trở thành

$$\begin{cases} 4a + 4b = 3 \\ \frac{1}{6}a + \frac{1}{5}b = \frac{2}{15} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 4b = 3 \\ 5a + 6b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 20a + 20b = 15 \\ 20a + 24b = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4b = 1 \\ 20a + 20b = 15 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{4} \\ 20a + 20 \cdot \frac{1}{4} = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{4} \\ a = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ Khi đó ta có } \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases} \text{ (nhận)}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(x; y) = (2; 4)$.

Câu 6. Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + ay = 1 \\ -ax + y = a \end{cases}$$

a) Chứng minh hệ luôn luôn có nghiệm duy nhất với mọi a.

b) Tìm a để hệ có nghiệm $(x; y)$ sao cho $x < 1;\ y < 1$

Giải

a) Ta có với $a \neq 0$ thì

$$\begin{cases} x + ay = 1 \\ -ax + y = a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ax + a^2y = a \\ -ax + y = a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + ay = 1 \\ (1 + a^2)y = 2\text{a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{2\text{a}}{a^2 + 1} \\ x = \frac{1 - a^2}{a^2 + 1} \end{cases}$$

Với $a = 0$ thì hệ có nghiệm $(1; 0)$

Vậy với mọi a hệ có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{1 - a^2}{a^2 + 1}; \frac{2\text{a}}{a^2 + 1} \right)$

b) Ta có $x < 1 \Leftrightarrow \frac{1 - a^2}{a^2 + 1} < 1 \Leftrightarrow 1 - a^2 < a^2 + 1 \Leftrightarrow 2\text{a}^2 > 0 \Leftrightarrow a \neq 0$

$y < 1 \Leftrightarrow \frac{2\text{a}}{a^2 + 1} < 1 \Leftrightarrow 2a < a^2 + 1 \Leftrightarrow (\text{a-}1)^2 > 0 \Leftrightarrow a \neq 1$

Vậy với $a \neq 0$ và $a \neq 1$ thì hệ có nghiệm $(x; y)$ sao cho $x < 1;\ y < 1$.

Câu 7. Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} (a + 1)x - y = 3 \\ ax + y = a \end{cases}$$

a) Giải hệ với $a=-\sqrt{2}$

b) Xác định a để hệ có nghiệm duy nhất thỏa mãn điều kiện $x+y>0$

Giải

a) Hệ có nghiệm duy nhất $\left(\frac{3-\sqrt{2}}{1-2\sqrt{2}};\frac{2+2\sqrt{2}}{1-2\sqrt{2}}\right)$

b) Cộng hai vế của hai phương trình ta được:

$(2a+1)x=a+3$

Nếu $a\neq -\frac{1}{2}$ thì $x=\frac{a+3}{2\text{a}+1}$, từ đó $y=a-ax=a-\frac{a^2+3\text{a}}{2\text{a}+1}=\frac{a^2-2\text{a}}{2\text{a}+1}$

Vậy với $a\neq -\frac{1}{2}$ thì hệ có nghiệm duy nhất $\left(\frac{a+3}{2\text{a}+1};\frac{a^2-2\text{a}}{2\text{a}+1}\right)$. Khi đó

$x+y=\frac{a+3}{2\text{a}+1}+\frac{a^2-2\text{a}}{2\text{a}+1}=\frac{a^2-a+3}{2\text{a}+1}$

BÀI 3. GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP HỆ PHƯƠNG TRÌNH

A. CÁC VÍ DỤ

Nhận xét. các bước giải một bài toán bằng cách lập hệ phương trình:

Bước 1. Lập hệ phương trình:

- Chọn ẩn số (thường chọn hai ẩn số) và đặt điều kiện thích hợp cho các ẩn số;

- Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết;

- Lập hệ phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

Bước 2. Giải hệ phương trình.

Bước 3. Trả lời: Kiểm tra xem trong các nghiệm tìm được của hệ phương trình, nghiệm nào thoả mãn, nghiệm nào không thoả mãn diều kiện của ẩn, rồi kết luận.

Ví dụ 1. Tìm hai số tự nhiên có tổng bằng 1 006, biết rằng nếu lấy số lớn chia cho số nhỏ thì được thương là 2 và số dư là 124 .

Lời giải

- Gọi hai số cần tìm là x và y, trong đó $x<y$. Số dư trong phép chia y cho x là 124 nên $x>124$. Vậy điều kiện của hai ẩn là $x, y \in \mathbb{N}$ và $124<x<y$. Tổng hai số bằng 1006 nên ta có phương trình $x+y=1006$.

Khi chia y cho x ta được thương là 2 , dư 124 nên ta có phương trình $y=2x+124$.

Do đó, ta có hệ phương trình $\begin{cases} x+y=1006 & (1) \\ y=2x+124 & (2) \end{cases}$

- Giải hệ phương trình:

Từ (2) thế $y=2x+124$ vào (1), ta được $3x+124=1006$ hay $3x=882$, suy ra $x=294$.

Từ đó ta được $y=2.294+124=712$.

- Các giá trị $x=294$ và $y=712$ thoả mãn các diều kiện của ẩn.

Vậy hai số cần tìm là 294 và 712.

Ví dụ 2. Hai đội công nhân cùng làm một đoạn đường trong 24 ngày thì xong. Mỗi ngày, đội I làm được nhiều gấp rưỡi đội II. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi đội làm xong đoạn đường đó trong bao lâu? (Giả sử năng suất của mỗi đội là không đổi).

Lời giải

- Gọi x là số ngày để đội I hoàn thành công việc nếu làm riêng một mình; y là số ngày để đội II hoàn thành công việc nếu làm riêng một mình. Điều kiện: $x>0$ và $y>0$.

Mỗi ngày đội I làm được $\frac{1}{x}$ (công việc) và đội II làm được $\frac{1}{y}$ (công việc).

Mới ngày đội I làm được nhiều gấp rưỡi đội II nên ta có phương trình $\frac{1}{x}=1,5\cdot\frac{1}{y}$ hay

$\frac{1}{x}=\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{y}$ $\quad(1)$.

Hai đội làm chung trong 24 ngày thì xong công việc nên mối ngày, hai đội làm chung thì được $\frac{1}{24}$ (công việc). Ta

có phương trình $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{24}$ $\quad(2)$. Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình (I) $\begin{cases}\frac{1}{x}=\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{y}\\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{24}\end{cases}$

- Nếu đặt $u=\frac{1}{x}$ và $v=\frac{1}{y}$ thì ta có hệ phương trình bậc nhất hai ẩn mới là u và v : (II)

$$\begin{cases}u=\frac{3}{2}v & (3)\\ u+v=\frac{1}{24} & (4)\end{cases}$$

Giải hệ (II): Thế $u=\frac{3}{2}v$ vào phương trình (4), ta được $\frac{3}{2}v+v=\frac{1}{24}$, hay $\frac{5}{2}v=\frac{1}{24}$, suy ra $v=\frac{1}{60}$.

Do đó $u=\frac{3}{2}v=\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{60}=\frac{1}{40}$.

Từ đó, ta có: $u=\frac{1}{x}=\frac{1}{40}$ suy ra $x=40; v=\frac{1}{y}=\frac{1}{60}$ suy ra $y=60$.

- Các giá trị tìm được của x và y thoả mãn diều kiện của ẩn.

Trả lời: Nếu làm một mình thì đội I làm xong đoạn đường đó trong 40 ngày, còn đội II làm xong trong 60 ngày.

B. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

1.15. Tìm số tự nhiên N có hai chữ số, biết rằng tổng của hai chữ số đó bằng 12, và nếu viết hai chữ số đó theo thứ tự ngược lại thì được một số lớn hơn N là 36 đơn vị.

Lời giải

Gọi số cần tìm là $\overline{ab}\left(a,b\in\mathbb{N}^*;0<a<b<10\right)$.

Tổng của hai chữ số bằng 12 nên ta có $a+b=12$. (1)

Số ban đầu là $\overline{ab}=10a+b$.

Khi đổi chỗ hai chữ số thì ta được số mới là $\overline{ba}=10b+a$.

Số mới lớn hơn số cũ 36 đơn vị nên ta có phương trình

$10a+b+36=10b+a$ hay $9b-9a=36$, suy ra $b-a=4$ (2). Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình $\begin{cases} a+b=12 \\ b-a=4 \end{cases}$.

Trừ từng vế hai phương trình của hệ mới, ta được $2a=8$ hay $a=4$ (thỏa mãn điều kiện).

Thay $a=4$ vào phương trình thứ nhất của hệ, ta có $4+b=12$, suy ra $b=12-4=8$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy số cần tìm là 48.

1.16. Điểm số trung bình của một vận động viên bắn súng sau 100 lần bắn là 8,69 điểm. Kết quả cụ thể được ghi trong bảng sau, trong đó có hai ô bị mờ không đọc được (đánh dấu "?"):

Điểm số của mỗi lần bắn	10	9	8	7	6
Số lần bắn	25	42	?	15	?

Em hãy tìm lại các số bị mờ trong hai ô đó.

Lời giải

Gọi số thứ nhất bị mờ là x, số thứ hai bị mờ là $y (x>0, y>0)$.

Số lần bắn là 100 nên ta có: $25+42+x+15+y=100$ hay $x+y=18$. (1)

Điểm số trung bình của một vận động viên bắn súng sau 100 lần bắn là 8,69 điểm nên ta có phương trình:

$10.25+9.42+8x+7.15+6y=100.8,69$

$\Leftrightarrow 250+378+8x+105+6y=869 \Leftrightarrow 8x+6y=136 \Leftrightarrow 4x+3y=68$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=18 \\ 4x+3y=68 \end{cases}$ (I).

Nhân hai vế của phương trình thứ nhất với 3 , ta được: $\begin{cases} 3x+3y=54 \\ 4x+3y=68 \end{cases}$.

Trừ từng vế hai phương trình của hệ mới, ta được $-x=-14$ hay $x=14$ (thỏa mãn điều kiện).

Thế $x=14$ vào phương trình thứ nhất của hệ (I), ta có $14+y=18$ suy ra $y=4$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy số thứ nhất bị mờ là 14 , số thứ hai bị mờ là 4 .

1.17. Năm ngoái, hai đơn vị sản xuất nông nghiệp thu hoạch được 3600 tấn thóc. Năm nay, hai đơn vị thu hoạch được 4095 tấn thóc. Hỏi năm nay, mỗi đơn vị thu hoạch được bao nhiêu tấn thóc, biết rằng năm nay, đơn vị thứ nhất làm vượt mức 15%, đơn vị thứ hai làm vượt mức 12% so với năm ngoái?

Hãy dùng máy tính cầm tay để kiểm tra lại kết quả thu được.

Lời giải

Gọi số thóc của hai đơn vị thu hoạch được trong năm ngoái lần lượt là x, y (tấn thóc) $(x, y>0)$.

Năm ngoái, hai đơn vị sản xuất nông nghiệp thu hoạch được 3600 tấn thóc nên ta có phương trình $x+y=3600$ (tấn thóc) (1) .

Năm nay đội thứ nhất làm vượt mức 15% so với năm ngoái nên năm nay đội sẽ thu hoạch được $115\%x=1,15x$ (tấn thóc).

Đội thứ hai làm vượt mức 12% so với năm ngoái nên năm nay đội sẽ thu hoạch được $112\%y=1,12y$ (tấn thóc).

Nên năm nay hai đội thu hoạch được 4095 tấn thóc, ta có phương trình $1,15x+1,12y=4095$ (2) (tấn thóc).

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=3600 \\ 1,15x+1,12y=4095 \end{cases}$.

Từ phương trình thứ nhất ta có $y=3600-x$. Thế vào phương trình thứ hai, ta được $1,15x+1,12(3600-x)=4095$, tức là $0,03x+4032=4095$.

Suy ra $0,03x=63$ hay $x=2100$ (thỏa mãn điều kiện).

Từ đó $y=3600-2100=2415$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy năm nay đội thứ nhất thu hoạch được 2415 tấn thóc, đội thứ hai thu hoạch được 1680 tấn thóc.

1.18. Hai người thợ cùng làm một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 3 giờ và người thứ hai làm trong 6 giờ thì chỉ hoàn thành được 25% công việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người hoàn thành công việc trong bao lâu?

Lời giải

Gọi x (giờ) và y (giờ) lần lượt là thời gian để người thứ nhất và người thứ hai một mình hoàn thành công việc. $(x>16, y>16)$.

Trong 1 giờ, người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (công việc).

Trong 1 giờ, người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ (công việc).

Trong 1 giờ, cả hai người làm được $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ (công việc).

Cả hai người cùng làm sẽ hoàn thành công việc trong 16 giờ nên ta có phương trình $16\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)=1$

hay $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{16}$. (1)

Người thứ nhất làm trong 3 giờ, người thứ hai làm trong 6 giờ thì hoàn thành 25% công việc (hay $\frac{1}{4}$ công việc) nên ta có phương trình $3\cdot\frac{1}{x}+6\cdot\frac{1}{y}=\frac{1}{4}$ hay $\frac{1}{x}+2\cdot\frac{1}{y}=\frac{1}{12}$ (2).

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{16} \\ \dfrac{1}{x}+2\cdot\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{12} \end{cases}$.

Đặt $u=\dfrac{1}{x}; v=\dfrac{1}{y}$. Khi đó hệ phương trình trở thành: $\begin{cases} u+v=\dfrac{1}{16} \\ u+2v=\dfrac{1}{12} \end{cases}$.

Trừ từng vế hai phương trình của hệ mới, ta được $2v-v=\dfrac{1}{12}-\dfrac{1}{16}$ hay $v=\dfrac{1}{48}$.

Thế $v=\dfrac{1}{48}$ vào phương trình thứ nhất của hệ (I), ta có $u+v=\dfrac{1}{16}$ suy ra $u=\dfrac{1}{24}$.

- Với $u=\dfrac{1}{24}$ thì $\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{24}$, suy ra $x=24$ (thỏa mãn điều kiện).

- Với $v=\dfrac{1}{48}$ thì $\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{48}$, suy ra $y=48$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy nếu làm riêng, người thứ nhất hoàn thành công việc sau 24 giờ và người thứ hai hoàn thành công việc trong

48 giờ.

C. CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1. TOÁN VỀ QUAN HỆ GIỮA CÁC SỐ

1. Phương pháp giải

Biểu diễn số có hai chữ số: $\overline{ab}=10a+b$

a là chữ số hàng chục: $0<a\le 9$, $a\in N$

b là chữ số hàng đơn vị: $0\le b\le 9$, $b\in N$

- Biểu diễn số có ba chữ số: $\overline{abc}=100a+10b+c$

a là chữ số hàng trăm, b là chữ số hàng chục và c là chữ số hàng đơn vị.

2. Các ví dụ

Ví dụ 1. Tìm hai số tự nhiên, biết rằng tổng của chúng bằng 1006 và nếu lấy số lớn chia cho số nhỏ thì được thương là 2 và số dư là 124.

Giải

Gọi hai số tự nhiên cần tìm là x, y (x là số lớn). Theo đề bài ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x+y=1006 & (1) \\ x=2y+124 & (2) \end{cases}$$

Thay (2) và (1): $3y+124=1006 \Leftrightarrow y=294$

Từ đó $x=172$.

Vậy hai số tự nhiên cần tìm là 712 và 294.

Ví dụ 2: Tổng các chữ số của một số là có hai chữ số bằng 6. Nếu thêm vào số đó 18 đơn vị thì số thu được cũng viết bằng các chữ số đó nhưng theo thứ tự ngược lại. Hãy tìm số đó.

Giải:

Gọi chữ số hàng chục là x, chữ số hàng đơn vị là y:

$$0 < x, y \le 9, \quad x, y \in N$$

Theo đề bài ta có:

$$\begin{cases} x+y=6 \\ \overline{xy}+18=\overline{yx} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=6 \\ 10x+y+18=10y+x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=6 \\ 9x-9y=-18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=6 \\ x-y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$$

Vậy số cần tìm là 24.

DẠNG 2: TOÁN LÀM CHUNG CÔNG VIỆC

1. Phương pháp giải

- Toán làm chung công việc có ba đại lượng tham gia toàn bộ công việc, phần làm việc trong một đơn vị thời gian (năng suất), thời gian.
  1. Năng suất làm việc: đưa về một đơn vị thời gian (chẳng hạn: 1 ngày, 1 giờ, …)

Nếu một đội làm xong công việc trong x ngày thì một ngày đội đó làm được $\frac{1}{x}$ công việc.

Xem toàn bộ công việc là 1.

2. Các ví dụ

Ví dụ 1. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn (không có nước) thì sau $4\frac{4}{5}$ giờ đầy bể. Nếu lúc đầu chỉ mở vòi thứ nhất và 9 giờ sau mới mở thêm vòi thứ hai thì sau $\frac{6}{5}$ giờ nữa mới đầy bể. Hỏi nếu ngay từ đầu chỉ mở vòi thứ hai thì sau bao lâu mới đầy bể?

Giải:

Ta có $4\frac{4}{5}$ giờ $= \frac{24}{5}$ giờ.

Gọi x (giờ) là thời gian để vòi thứ nhất chảy đầy bể ($x>0$); y (giờ) là thời gian để vòi thứ hai chảy đầy bể ($y>0$).

Trong một giờ vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{x}$ bể, vòi thứ hai chảy được $\frac{1}{y}$ bể.

Hai vòi cùng chảy đầy bể sau $\frac{24}{5}$ giờ nên 1 giờ cả hai cùng chảy được $\frac{5}{24}$ bể. Ta có phương trình :

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{24} \qquad (1)$$

Trong 9 giờ, vòi thứ nhất chảy được $\frac{9}{x}$ bể và $\frac{6}{5}$ giờ, hai vòi cùng chảy được $\frac{6}{5}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$ bể

nên ta có phương trình : $\frac{9}{x}+\frac{6}{5}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)=1 \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình : $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{24}\\ \frac{9}{x}+\frac{6}{5}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)=1\end{cases}$

Đặt $u=\frac{1}{x}, y=\frac{1}{y}$. Ta có hệ :

$$\begin{cases}u+v=\frac{5}{24}\\ 9u+\frac{6}{5}(u+v)=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}u+v=\frac{5}{24}\\ 51u+6v=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}u=\frac{1}{12}\\ v=\frac{1}{8}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=12\\ y=8\end{cases}$$

Vậy nếu ngay từ đầu chỉ mở vòi thứ hai thì sau 8 giờ sẽ đầy bể.

Ví dụ 2. Hai người thợ cùng làm một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm 3 giờ và người thứ hai làm 6 giờ thì chỉ hoàn thành được 25% công việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người hoàn thành công việc đó trong bao lâu ?

Giải :

Ta có $25\%=\frac{1}{4}$.

Gọi x (giờ) là thời gian người thứ nhất hoàn thành công việc $(x>0)$; y (giờ) là thời gian người thứ hai hoàn thành xong công việc $(y>0)$.

Trong 1 giờ người thứ nhất hoàn thành được $\frac{1}{x}$ công việc, người thứ hai hoàn thành được $\frac{1}{y}$ công việc.

Hai người cùng làm công việc trong 16 giờ thì trong một giờ hai người cùng làm được $\frac{1}{16}$ công việc.

Ta có hệ phương trình : $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{16}\\ \frac{3}{x}+\frac{6}{y}=\frac{1}{4}\end{cases}$

Giải hệ phương trình ta được $x=24; y=48$.

Vậy nếu làm riêng thì người thứ nhất hoàn thành công việc trong 24 giờ và người thứ hai hoàn thành công việc trong 48 giờ.

Ví dụ 3 : Nếu hai vòi nước cùng chảy vào một bể nước cạn (không có nước) thì bể sẽ đầy trong 1 giờ 20 phút. Nếu mở vòi thứ nhất trong 10 phút và vòi thứ hai trong 12 phút thì chỉ được $\frac{2}{15}$ bể nước. Hỏi nếu mở riêng từng vòi thì thời gian để mỗi vòi chảy đầy bể là bao nhiêu ?

Giải :

Ta có : 1 giờ 20 phút = 80 phút.

Gọi x (phút) là thời gian vòi thứ nhất chảy riêng một mình đầy bể và y (phút) là thời gian vòi thứ hai chảy riêng một mình đầy bể $\left(x, y > 0\right)$.

Trong một phút vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{x}$ bể và vòi thứ hai chảy được $\frac{1}{y}$ bể.

Ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{80} \\ \frac{10}{x} + \frac{12}{y} = \frac{2}{15} \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được $x = 120,\ y = 240$.

Vậy vòi thứ nhất chảy đầy bể trong 120 phút (2 giờ) và vòi thứ hai chả đầy bể trong 240 phút (4 giờ).

Ví dụ 4: Hai đội xe chở cát để san lấp một khu đất. Nếu hai đội cùng làm thì trong 18 ngày xong công việc. Nếu đội thứ nhất làm trong 6 ngày, sau đó đội thứ hai làm tiếp 8 ngày nữa thì được 40% công việc. Hỏi mỗi đội làm một mình thì bao lâu xong công việc ?

Lời giải

Gọi thời gian để đội một làm một mình xong công việc là x (ngày).

Gọi thời gian để đội hai làm một mình xong công việc là y (ngày).

Một ngày đội một làm được $\frac{1}{x}$ (công việc).

Một ngày đội hai làm được $\frac{1}{y}$ (công việc).

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{18} \\ \frac{6}{x} + \frac{8}{y} = \frac{2}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{45} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{30} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 45 \\ y = 30. \end{cases}$$

Vậy đội một làm 45 ngày và đội hai làm 30 ngày.

Ví dụ 5. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể thì sau 4 giờ 48 phút bể đầy. Nếu vòi I chảy trong 4 giờ, vòi II chảy trong 3 giờ thì cả hai vòi chảy được $\frac{3}{4}$ bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

Lời giải

Ta có 4 giờ 48 phút bằng $\frac{24}{5}$ giờ.

Gọi thời gian vòi một chảy đầy bể là x giờ $\left(x > 0\right)$.

Gọi thời gian vòi hai chảy đầy bể là y giờ $\left(y > 0\right)$.

Một giờ vòi một chảy được $\frac{1}{x}$ bể.

Một giờ vòi hai chảy được $\frac{1}{y}$ bể.

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{24} \\ \frac{3}{x}+\frac{4}{y}=\frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x}=\frac{1}{12} \\ \frac{1}{y}=\frac{1}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=12 \\ y=8 \end{cases}$$

Vậy thời gian vòi một chảy đầy bể là 12 giờ và vòi hai chảy đầy bể là 8 giờ.

DẠNG 3. LOẠI TOÁN CHUYỂN ĐỘNG

1. Phương pháp giải :

- Toán chuyển động có ba đại lượng tham gia vào là: vận tốc, thời gian, quãng đường.
- Gọi v là vận tốc, t là thời gian đi được, s là quãng đường đi được, ta có: $S = vt$.

2. Các ví dụ

Ví dụ 1. Một ô tô đi từ A và dự định đến B lúc 12 giờ trưa. Nếu xe chạy với vận tốc $35km/h$ thì sẽ đến B chậm hơn 2 giờ so với dự định. Nếu xe chạy với vận tốc $50km/h$ thì sẽ đến B sớm hơn 1 giờ so với dự định. Tính độ dài quãng đường AB và thời điểm xuất phát của ô tô tại A.

Giải

Gọi x (km) là độ dài quãng đường AB và y (giờ) là thời gian dự định đi để đến B đúng lúc 12 giờ trưa $(x, y > 0)$. Thời gian ô tô đến B khi chạy với vận tốc $35km/h$ là $y+2$ nên ta có : $x = 35(y+2)$ (1)

Thời gian ô tô đến B khi chạy với vận tốc $50km/h$ là $y-1$ nên $x = 50(y-1)$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} x = 35(y+2) \\ x = 50(y-1) \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta có nghiệm $(x, y) = (350; 8)$.

Vậy $AB = 350km$, ô tô xuất phát từ A lúc 4 giờ sáng.

Ví dụ 2. Hai vật chuyển động đều trên một đường tròn đường kính $20cm$, xuất phát cùng một lúc, từ cùng một điểm. Nếu chuyển động cùng chiều thì cứ 20 giây chúng lại gặp nhau. Nếu chuyển động ngược chiều thì cứ 4 giây chúng lại gặp nhau. Tính vận tốc của mỗi vật.

Giải

Gọi vận tốc của hai vật lần lượt là x (cm/s) và y (cm/s) $(x > y > 0)$.

Khi chuyển động cùng chiều, cứ 20 giây chúng lại gặp nhau, nghĩa là quãng đường mà vật đi nhanh hơn đi được trong 20 giây hơn quãng đường vật kia cũng đi trong 20 giây là đúng 1 vòng $(= 20\pi\, cm)$. Ta có phương trình $20(x-y) = 20\pi$ (1)

Khi chuyển động ngược chiều, cứ 4 giây chúng lại gặp nhau, nghĩa là tổng quãng đường hai vật đi được trong 4 giây là đúng một vòng. Ta có phương trình $4(x+y) = 20\pi$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} 20(x-y)=20\pi \\ 4(x+y)=20\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=\pi \\ x+y=5\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3\pi \\ y=2\pi \end{cases}$$

Vậy vận tốc của mỗi vật là $3\pi\, cm/s$ và $2\pi\, cm/s$.

Ví dụ 3. Mỗi ngày ba của bạn An chở bạn ấy từ nhà đến trường mất 30 phút. Vì hôm nay là ngày thi tuyển sinh nên ba bạn ấy muốn con mình đến trường sớm hơn, do đó ông ấy đã tăng vận tốc xe lên $15(km/h)$ và đến sớm hơn thường ngày là 10 phút. Hỏi quãng đường từ nhà của bạn An đến trường là bao nhiêu km ?

Giải

Gọi vận tốc xe thường ngày là $x(km/h), x>0;$ Quãng đường từ nhà của bạn An đến trường là $y(km)\,(y>0)$ Theo đề ta có phương trình $\frac{y}{x}=\frac{1}{2}$.

Do ba bạn An tăng vận tốc lên $15(km/h)$ và đến sớm hơn 10 phút nên $\frac{y}{x+15}=\frac{1}{3}$.

Từ đó ta có hệ phương trình $\begin{cases} \frac{y}{x}=\frac{1}{2} \\ \frac{y}{x+15}=\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=30 \\ y=15 \end{cases}$.

Vậy quãng đường từ nhà của bạn An đến trường là 15 km.

Ví dụ 4. Một ô tô đi quãng đường AB với vận tốc $50km/h$ rồi đi tiếp quãng đường BC với vận tốc $45km/h$. Biết quãng đường tổng cộng dài 165 km và thời gian ô tô đi trên quãng đường AB ít hơn thời gian đi trên quãng đường BC là 30 phút. Tính thời gian ô tô đi trên mỗi đoạn đường.

Lời giải

Gọi thời gian ô tô đi trên mỗi đoạn đường lần lượt là $x, y\,(x, y>0$, đơn vị: giờ).

Đổi 30 phút $=0,5h$. Theo đề bài, ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 50x+45y=165 \\ y-x=0,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1,5 \\ y=2. \end{cases}$$

Vậy thời gian ô tô đi hết quãng đường AB là 1,5 giờ. Thời gian ô tô đi hết quãng đường BC là 2 giờ.

Ví dụ 5. Một ôtô dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định. Nếu xe chạy mỗi giờ nhanh hơn 10 km thì đến nơi sớm hơn dự định 3 giờ, còn nếu xe chạy chậm lại mỗi giờ 10 km thì đến nơi chậm mất 5 giờ. Tính vận tốc của xe lúc ban đầu, thời gian dự định và chiều dài quãng đường AB.

Lời giải

Gọi $x(km/h)$ là vận tốc ô tô lúc đầu $(x>10)$, và y (h) là thời gian ô tô dự định đi từ A đến B $(y>0)$

Theo hài ra ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}(x+10)(y-3)=xy\\(x-10)(y+5)=xy\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-3x+10y=30\\5x-10y=50\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=40\\y=15\end{cases}$$

Vậy vận tốc xe lúc đầu là $40km/h$. Quãng đường AB dài $40\cdot 15=600km$.

DẠNG 4. CÁC DẠNG KHÁC

Ví dụ 1. Giải bài toán cổ sau :

Quýt, cam mười bảy quả tươi
Đem chia cho một trăm người cùng vui.
Chia ba mỗi quả quýt rồi
Còn cam mỗi quả chia mười vừa xinh.
Trăm người, trăm miếng ngọt lành.
Quýt, cam mỗi loại tính rành là bao ?

Giải

Gọi số lượng quýt, cam lần lượt là $x,\ y\ (x,y>0)$

Ta có hệ phương trình : $\begin{cases}x+y=17\\3x+10y=100\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=10\\y=7\end{cases}$

Vậy số quýt là 10 quả và cam là 7 quả.

Ví dụ 2. Tính độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông, biết rằng nếu tăng mỗi cạnh lên 3 cm thì diện tích tam giác đó sẽ tăng thêm $36cm^2$, và nếu một cạnh giảm đi 2 cm, cạnh kia giảm đi 4 cm thì diện tích của tam giác giảm đi $26cm^2$.

Giải

Gọi hai cạnh góc vuông của tam giác vuông là x (cm) và y (cm) $(x>0,y>0)$ thì diện tích tam giác là $\frac{1}{2}xy$.

Nếu tăng mỗi cạnh lên 3 cm thì diện tích tam giác là $\frac{1}{2}(x+3)(y+3)$, ta có phương trình :

$$\frac{1}{2}(x+3)(y+3)=\frac{1}{2}xy+36 \qquad (1)$$

Nếu một cạnh giảm đi 2 cm, cạnh kia giảm đi 4 cm thì diện tích tam giác là $\frac{1}{2}(x-2)(y-4)$. Khi đó ta có :

$$\frac{1}{2}(x-2)(y-4)=\frac{1}{2}xy-26 \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases}\frac{1}{2}(x+3)(y+3)=\frac{1}{2}xy+36\\\frac{1}{2}(x-2)(y-4)=\frac{1}{2}xy-26\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x+3)(y+3)=xy+72\\(x-2)(y-4)=xy-52\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=21\\2x+y=30\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=9\\y=12\end{cases}$$

Vậy độ dài hai cạnh góc vuông của tam giác vuông là 9 cm và 12 cm.

Ví dụ 3. Nhà Lan có một mảnh vườn trồng rau cải bắp. Vườn được dánh thành nhiều luống, mỗi luống trồng cùng một số cây cải bắp. Lan tính rằng: Nếu tăng thêm 8 luống rau, nhưng mỗi luống trồng ít đi 3 cây thì số cây toàn vườn ít đi 54 cây. Nếu giảm đi 4 luống, nhưng mỗi luống trồng tăng thêm 2 cây thì số rau toàn vườn sẽ tăng thêm 32 cây. Hỏi vườn nhà Lan trồng bao nhiêu cây rau cải bắp? (Số cây trong các luông như nhau).

Giải :

Gọi x (luống) là số luống của vườn nhà Lan và y (cây) là số cây trong mỗi luống ($x,y>0$ và x,y nguyên). Khi đó số cây bắp cải toàn vườn là xy (cây). Nếu tăng thêm 8 luống rau và mỗi luống trồng ít đi 3 cây thì số cây trong vườn là $(x+8)(y-3)$, ta có phương trình :

$$(x+8)(y-3)=xy-54 \qquad (1)$$

Nếu giảm đi 4 luống và tăng thêm 2 cây ở mỗi luống thì số cây trong vườn là $(x-4)(y+2)$. Khi đó ta có :

$$(x-4)(y+2)=xy+32 \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases}(x+8)(y-3)=xy-54\\(x-4)(y+2)=xy+32\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-3x+8y=-30\\2x-4y=40\end{cases}$$

Giải hệ ta được : $x=50$; $y=15$.

Vậy vườn nhà Lan trồng $50.15=750$ cây bắp cải.

Ví dụ 4. Số tiền mua 9 quả thanh yên và 8 quả táo rừng thơm là 107 rupi. Số tiền mua 7 quả thanh yên và 7 quả táo rừng thơm là 91 rupi. Hỏi giá mỗi quả thanh yên và mỗi quả táo là bao nhiêu rupi ?

Giải

Goi x (rupi) là giá mỗi quả thanh yên và y (rupi) là giá mỗi quả táo rừng thơm $(x,y>0)$.

Ta có hệ phương trình : $\begin{cases}9x+8y=107\\7x+7y=91\end{cases}$

Giải hệ ta được : $x=3$; $y=10$.

Vậy mỗi quả thanh yên giá 3 rupi và mỗi quả táo rừng thơm giá 10 rupi.

Ví dụ 5. Điểm số trung bình của một vận động viên bắn súng sau 100 lần bắn là $8,69$ điểm. Kết quả cụ thể được ghi trong bảng sau, trong đó có hai ô bị mờ không đọc được (đánh dấu *) :

Điểm số của mỗi lần bắn	10	9	8	7	6
Số lần bắn	25	42	*	15	*

Em hãy tìm lại các số trong số đó.

Giải :

Gọi x là số thứ nhất, y là số thứ hai $(x,y>0)$

Ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases}25+42+x+15+y=100\\10.25+9.42+8.x+7.15+6.y=100.8,69\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x+y=18\\8x+6y=136\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=14\\y=4\end{cases}$$

Vậy số thứ nhất là 14, số thứ hai là 4.

Ví dụ 6. Một người mua hai loại hàng và phải trả tổng $2,17$ triệu đồng, kể cả thuế giá trị gia tăng (VAT) với mức 10% đối với loại hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai. Nếu thuế VAT là 9% đối với cả hai loại hàng thì người đó phải trả tổng $2,18$ triệu đồng. Hỏi nếu không kể thuế VAT thì người đó phải trả bao nhiêu tiền cho mỗi loại hàng ?

Giải

Gọi x (triệu đồng) là số tiền phải trả cho loại hàng thứ nhất và y (triệu đồng) là số tiền phải trả cho loại hàng thứ hai nếu không kể thuế VAT. Khi đó, số tiền phải trả cho loại hàng thứ nhất, (kể cả thuế

VAT 10%) là $\frac{110}{100}x$ triệu đồng, loại hàng thứ hai, (kể cả thuế VAT 8%), là $\frac{108}{100}y$ triệu đồng. Ta có phương trình :

$$\frac{110}{100}x+\frac{108}{100}y=2,17 \text{ hay } 1,1x+1,08y=2,17.$$

Khi thuế VAT là 9% cho cả hai loại hàng thì số tiền phải trả là :

$\frac{109}{100}(x+y)=2,18$ hay $1,09x+1,09y=2,18$.

Ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases}1,1x+1,08y=2,17\\1,09x+1,09y=2,18\end{cases}$$

Giải hệ ta được : $x=0,5$; $y=1,5$.

Vậy nếu không kể thuế VAT thì người đó phải trả $0,5$ triệu đồng cho loại hàng thứ nhất và $1,5$ triệu đồng cho loại hàng thứ hai.

D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1. Tìm một số tự nhiên có hai chữ số, tổng các chữ số của nó bằng 11, nếu đổi chỗ hai chữ số hàng chục và hàng đơn vị cho nhau thì số đó tăng thêm 27 đơn vị.

Hướng dẫn giải

Gọi số có hai chữ số là: $\overline{ab}$

Ta có hệ: $\begin{cases}a+b=11\\10b+a-(10a+b)=27\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=4\\b=7\end{cases}$

Số cần tìm là 47.

Câu 2. Tìm một số tự nhiên có ba chữ số, tổng các chữ số bằng 17, chữ số hàng chục là 4, nếu đổi chỗ các chữ số hàng trăm và hàng đơn vị cho nhau thì số giảm đi 99 đơn vị.

Giải

Số cần tìm có dạng $\overline{x4y}$ ta có hệ

$$\begin{cases}x+y=13\\100x+40+y-(100y+40+x)=99\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=6\\y=7\end{cases}$$

Câu 4. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể sau 4 giờ 48 phút bể đầy. Nếu vòi I chảy trong 4 giờ, vòi II chảy trong 3 giờ thì cả hai vòi chảy được $\frac{3}{4}$ bể. Tính thời gian để mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

Hướng dẫn giải

Gọi x,y (giờ) lần lượt là thời gian vòi I, vòi II chảy một mình đầy bể.

Ta có hệ: $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{24}\\\frac{4}{x}+\frac{3}{y}=\frac{3}{4}\end{cases}$

Câu 5. Một ô tô đi từ tỉnh A đến tỉnh B với một vận tốc đã định. Nếu vận tốc tăng thêm $20km/h$ thì thời gian đi được sẽ giảm 1 giờ, nếu vận tốc giảm bớt $10km/h$ thì thời gian đi tăng thêm 1 giờ. Tính vận tốc và thời gian dự định của ô tô.

Hướng dẫn giải

Gọi vận tốc của ô tô là $x(km/h)$ và thời gian đi của ô tô là $y\ (h)\ (x,y>0)$.

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases}(x+20)(y-1)=xy\\(x-10)(y+1)=xy\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=40\\y=3\end{cases}$

Câu 6. Hai ca nô cùng khởi hành từ A đến B cách nhau $85km$ và đi ngược chiều nhau. Sau 1 giờ 40 phút thì gặp nhau. Tính vận tốc thật của mỗi ca nô, biết rằng vận tốc ca nô đi xuôi dòng lớn hơn vận tốc ca nô đi ngược dòng là $9km/h$ và vận tốc dòng nước là $3km/h$ (vận tốc thật của ca nô không đổi).

Hướng dẫn giải

Gọi vận tốc thật của ca nô đi xuôi dòng là $x\ (km/h)$ và vận tốc thật của ca nô đi ngược dòng là $y\ (km/h)(x,y>3)$

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases}x+3-(y-3)=9\\\frac{5}{3}(x+3)+\frac{5}{3}(y-3)=85\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=27\\y=24\end{cases}$

Câu 7. Đoạn đường AB dài $200\ km$. Cùng lúc một xe máy đi từ A và một ô tô đi từ B, xe máy và ô tô gặp nhau tại C cách A $120km$. Nếu xe máy khởi hành sau ô tô 1 giờ thì gặp nhau tại D cách C $24\ km$. Tính vận tốc của ô tô và xe máy.

Hướng dẫn giải

Gọi vận tốc của xe máy là $x\ (km/h)$ và vận tốc của ô tô là $y\ (km/h)(x,y>0)$

Ta có hệ phương trình $\begin{cases}\frac{120}{x}=\frac{80}{y}\\\frac{104}{y}-\frac{96}{x}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=60\\y=40\end{cases}$

Câu 8. Tìm số có ba chữ số chia hết cho 11, biết rằng khi chia số đó cho 11 được thương bằng tổng các chữ số của số bị chia.

Hướng dẫn giải

Gọi số cần tìm là $\overline{xyz}$, ta có:

$$100x+10y+z=11(x+y+z)\Leftrightarrow 89x=10z+y=\overline{zy}$$

$\Rightarrow x=1,y=9,z=8$ ta có số 198.

Câu 9. Một tam giác có chiều cao bằng $\frac{3}{4}$ cạnh đáy. Nếu chiều xao tăng thêm $3dm$ và cạnh đáy giảm đi $2dm$ thì diện tích của nó tăng thêm $12\,dm^2$. Tính chiều cao và cạnh đáy của tam giác.

Hướng dẫn giải

Cạnh đáy $20dm$, chiều cao $15dm$.

Câu 10. Hai giá sách có 450 cuốn. Nếu chuyển 50 cuốn từ giá thứ nhất sang giá thứ hai sẽ bằng $\frac{4}{5}$ số sách ở giá thứ nhất. Tính số sách của mỗi giá.

Hướng dẫn giải

Gọi số sách trong mỗi giá là x, y (x,y nguyên dương).

Ta có hệ $\begin{cases} x+y=450 \\ y+50=\frac{4}{5}(x-50) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=300 \\ y=150 \end{cases}$

Câu 11. Một dung dịch chứa 30% axit nitơric (tính theo thể tích) và một dung dịch khác chứa 55% axit nitơric. Cần phải trộn thêm bao nhiêu lít dung dịch loại 1 và loại 2 để được 100 lít dung dịch 50% axit nitơric?

Lời giải

Gọi x, y theo thứ tự là số lít dung dịch loại 1 và 2 $(x, y > 0)$.

Lượng axit nitơric chứa trong dung dịch loại 1 là $\frac{30}{100}x$ và loại 2 là $\frac{55}{100}y$.

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x+y=100 \\ \frac{30}{100}x+\frac{55}{100}y=50. \end{cases}$$

Giải hệ này ta được: $x=20$ và $y=80$.

Vậy lượng dung dịch loại 1 là 20 lít và loại 2 là 80 lít.

Câu 12. Hai giá sách có 450 cuốn. Nếu chuyển 50 cuốn từ giá thứ nhất sang giá thứ hai thì số sách trên giá thứ hai bằng $\frac{4}{5}$ số sách giá thứ nhất. Tính số sách trên mỗi giá.

Lời giải

Gọi số sách ở giá thứ nhất là x và số sách giá thứ hai là y (x, y nguyên dương).

Hai giá sách có 450 cuốn nên ta có phương trình $x+y=450.$

Khi chuyển 50 cuốn từ giá thứ nhất sang giá thứ hai thì số sách ở giá thứ hai bằng $\frac{4}{5}$ số sách giá thứ nhất nên ta có: $y+50=\frac{4}{5}(x-50)$.

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x+y=450 \\ y+50=\frac{4}{5}(x-50). \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được $x=300$ và $y=150$.

Vậy số sách ở giá thứ nhất là 300 cuốn, ở giá thứ hai là 150 cuốn.

Câu 13. Hai anh Quang và Bình góp vốn cùng kinh doanh. Anh Quang góp 13 triệu đồng, anh Bình góp 15 triệu đồng. Sau một thời gian kinh doanh lãi được 7 triệu đồng. Lãi được chia đều theo tỉ lệ góp vốn. Tính số lãi mỗi anh được hưởng.

Lời giải

Gọi số lãi anh Quang và anh Bình được hưởng lần lượt là x, y (triệu đồng, $x, y>0$).

Vì số lãi của cả hai anh là 7 triệu đồng nên ta có phương trình $x+y=7$.

Vì lãi tỉ lệ với vốn đã góp nên $\frac{x}{15}=\frac{y}{13}$.

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x+y=7 \\ \frac{x}{15}=\frac{y}{13}. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được $x=3,75$ và $3,25$.

Vậy anh Quang được lãi 3750000 đồng và anh Bình được lãi 3250000 đồng.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG I

PHẦN 1. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

A. TRẮC NGHIỆM

1.19. Cặp số nào sau đây là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 5x+7y=-1 \\ 3x+2y=-5 \end{cases}$?

A. $(-1;1)$. B. $(-3;2)$. C. $(2;-3)$. D. $(5;5)$.

Lời giải

Chọn B

Nhân hai vế của phương trình thứ nhất cho 3 và chia hai vế của phương trình thứ hai cho 5 , ta được:
$\begin{cases} 15x+21y=-3 \\ 15x+10y=-25 \end{cases}$

Trừ từng vế hai phương trình của hệ mới, ta được $11y=22$ hay $y=2$.

Thế $y=2$ vào phương trình thứ hai của hệ đã cho, ta có $3x+2.2=-5$ hay $3x=-9$, suy ra $x=-3$.

Do đó, hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(-3;2)$.

1.20. Trên mặt phẳng toạ độ Oxy, cho các điểm $A(1;2), B(5;6), C(2;3), D(-1;-1)$. Đường thẳng $4x-3y=-1$ đi qua hai điểm nào trong các điểm đã cho?

A. A và B; B. B và C; C. C và D; D. D và A.

Lời giải

Chọn C

- Thay $x=1; y=2$ vào phương trình đường thẳng, ta có: $4\cdot1-3\cdot2=4-6=-2\neq-1$.

Suy ra đường thẳng $4x-3y=-1$ không đi qua $A(1;2)$.

Do đó, loại đáp án A và D.

- Thay $x=5; y=6$ vào phương trình đường thẳng, ta có: $4\cdot5-3\cdot6=20-18=2\neq-1$.

Suy ra đường thẳng $4x-3y=-1$ không đi qua $B(5;6)$.

Do đó, loại đáp án B.

- Thay $x=2; y=3$ vào phương trình đường thẳng, ta có: $4\cdot2-3\cdot3=8-9=-1$.

Suy ra đường thẳng $4x-3y=-1$ không đi qua $C(2;3)$.

1.21. Hệ phương trình $\begin{cases} 1,5x-0,6y=0,3 \\ -2x+y=-2 \end{cases}$

A. Có nghiệm là $(0;-0,5)$. B. Có nghiệm là $(1;0)$. C. Có nghiệm là $(-3;-8)$. D. Vô nghiệm.

Lời giải

Chọn C

Chia hai vế của phương trình thứ nhất cho 0,3 và nhân hai vế của phương trình thứ hai với 2 , ta được:

$$\begin{cases} 5x-2y=1 \\ -4x+2y=-4 \end{cases}$$

Cộng từng vế hai phương trình của hệ mới, ta được $x=-3$.

Thế $x=-3$ vào phương trình thứ hai của hệ đã cho, ta có $(-2)\cdot(-3)+y=-2$ hay $6+y=-2$, suy ra $y=-8$.

Do đó, hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(-3;-8)$.

1.22. Hệ phương trình $\begin{cases} 0,6x+0,3y=1,8 \\ 2x+y=-6 \end{cases}$

A. Có một nghiệm. B. Vô nghiệm. C. Có vô số nghiệm. D. Có hai nghiệm.

Lời giải

Chọn B

Chia hai vế của phương trình thứ nhất cho 0,3 ta được: $\begin{cases} 2x+y=6 \\ 2x+y=-6 \end{cases}$

Trừ từng vế hai phương trình của hệ mới, ta được $0x+0y=12 \quad (1)$.

Do không có giá trị nào của x và y thỏa mãn hệ thức (1) nên hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

B. TỰ LUẬN

1.23. Giải các hệ phương trình:

a) $\begin{cases} 2x+5y=10 \\ \dfrac{2}{5}x+y=1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 0,2x+0,1y=0,3 \\ 3x+y=5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \dfrac{3}{2}x-y=\dfrac{1}{2} \\ 6x-4y=2 \end{cases}$

Lời giải

a) Nhân hai vế của phương trình thứ nhất với 5 , ta được: $\begin{cases} 2x+5y=10 \\ 2x+5y=5 \end{cases}$.

Trừ từng vế hai phương trình của hệ mới, ta được $0x+0y=5 \quad (1)$.

Do không có giá trị nào của x và y thỏa mãn hệ thức (1) nên hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

b) Nhân hai vế của phương trình thứ nhất với 10 , ta được: $\begin{cases} 2x+y=3 \\ 3x+y=5 \end{cases}$

Trừ từng vế hai phương trình của hệ mới, ta được $\mathrm{x}=2$.

Thế $x=2$ vào phương trình thứ hai của hệ đã cho, ta có $3\cdot 2+y=5$ hay $6+y=5$, suy ra $y=-1$.

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(2;-1)$.

c) Nhân hai vế của phương trình thứ nhất với 2 và chia hai vế của phương trình thứ nhất cho 2 , ta được: $\begin{cases}3x-2y=1\\3x-2y=1\end{cases}$.

Trừ từng vế hai phương trình của hệ mới, ta được $0x=0$. Phương trình nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Ta có $3x-2y=1$ hay $2y=3x-1$, suy ra $y=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}$.

Vậy hệ phương trình có vô số nghiệm. Các nghiệm của hệ được viết như sau $\begin{cases}x\in\mathbb{R}\\y=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}\end{cases}$

1.24. Giải các hệ phương trình:

a) $\begin{cases}0,5x+2y=-2,5\\0,7x-3y=8,1\end{cases}$ b) $\begin{cases}5x-3y=-2\\14x+8y=19\end{cases}$ c) $\begin{cases}2(x-2)+3(1+y)=-2\\3(x-2)-2(1+y)=-3\end{cases}$

Lời giải

a) Nhân hai vế của phương trình thứ nhất với 3 và nhân hai vế của phương trình thứ hai với 2 , ta được: $\begin{cases}1,5x+6y=-7,5\\1,4x-6y=16,2\end{cases}$

Trừ từng vế hai phương trình của hệ mới, ta được $2,9x=8,7$, suy ra $x=3$.

Thế $x=3$ vào phương trình thứ nhất của hệ đã cho, ta có $0,5\cdot3+2y=-2,5$ hay $2y=-4$, suy ra $y=-2$.

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(3;-2)$.

b) Nhân hai vế của phương trình thứ nhất với 8 và nhân hai vế của phương trình thứ hai với 3 , ta được: $\begin{cases}40x-24y=-16\\42x+24y=57\end{cases}$.

Trừ từng vế hai phương trình của hệ mới, ta được $82\text{x}=41$, suy ra $x=\frac{1}{2}$.

Thế $x=\frac{1}{2}$ vào phương trình thứ nhất của hệ đã cho, ta có $5\cdot\frac{1}{2}-3y=-2$ hay $3y=\frac{9}{2}$, suy ra $y=\frac{3}{2}$.

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$.

c) Đặt $a=x-2;b=1+y$.

Khi đó phương trình đã cho trở thành $\begin{cases}2a+3b=-2\\3a-2b=-3.\end{cases}$ (1)

Nhân hai vế của phương trình thứ nhất với 3 và nhân hai vế của phương trình thứ hai với 2, ta được: $\begin{cases}6a+9b=-6\\6a-4b=-6\end{cases}$

Trừ từng vế hai phương trình của hệ mới, ta được $13b = 0$, suy ra $b = 0$.

Thế $x = 0$ vào phương trình thứ nhất của hệ (1), ta có $2a + 3 \cdot 0 = -2$ hay $2a = -2$, suy ra $a = -1$

- Với $a = -1$ thì $x - 2 = -1$, suy ra $x = 1$.

- Với $b = 0$ thì $1 + y = 0$, suy ra $y = -1$.

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(1; -1)$.

1.25. Tìm số tự nhiên N có hai chữ số, biết rằng nếu viết thêm chữ số 3 vào giữa hai chư số của số N thì được một số lớn hơn số $2\mathrm{N}$ là 585 đơn vị, và nếu viết hai chữ số của số N theo thứ tự ngược lại thì được một số nhỏ hơn số N là 18 đơn vị.

Lời giải

Gọi số có hai chữ số cần tìm là $\overline{ab}(10 \le \overline{ab} \le 99, x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N})$.

Sau khi viết thêm chữ số 3 vào giữa hai chữ số của số n thì ta được số mới có dạng $\overline{a3b}$

Nếu viết thêm chữ số 3 vào giữa hai chữ số của số n thì được một số lớn hơn số $2n$ là 585 đơn vị nên ta có phương trình:

$$\overline{a3b} - 2\overline{ab} = 585 \Leftrightarrow 100a + 30 + b - 2(10a + b) = 585 \Leftrightarrow 100a + 30 + b - 20a - 2b = 585$$
$$\Leftrightarrow 80a - b = 555 \qquad (1)$$

Khi viết hai chữ số của số n theo thứ tự ngược lại thì ta được số có dạng $\overline{ba}$.

Thì được một số nhỏ hơn số n là 18 đơn vị nên ta có phương trình

$$\overline{ab} - \overline{ba} = 18 \Leftrightarrow 10a + b - (10b + a) = 18 \Leftrightarrow 10a + b - 10b - a = 18 \Leftrightarrow a - b = 2 \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} 80a - b = 555 \\ a - b = 2 \end{cases}$.

Trừ từng vế của hai phương trình ta có $(80a - b) - (a - b) = 555 - 2$ hay $79a = 55$, suy ra $a = 7$ (thỏa mãn điều kiện).

- Với $a = 7$ thay vào phương trình thứ hai ta được $b = 5$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy số tự nhiên n có hai chữ số cần tìm là 75 .

1.26. Trên cánh đồng có diện tích 160 ha của một đơn vị sản xuất, người ta dành 60 ha để cấy thí điểm giống lúa mới, còn lại vẫn cấy giống lúa cũ. Khi thu hoạch, đầu tiên người ta gặt 8 ha giống lúa cũ và 7 ha giống lúa mới để đối chứng. Kết quả là 7 ha giống lúa mới cho thu hoạch nhiều hơn 8 ha giống lúa cũ là 2 tấn thóc. Biết rằng tổng số thóc (cả hai giống) thu hoạch cả vụ trên 160 ha là 860 tấn. Hỏi năng suất của mỗi giống lúa trên 1 ha là bao nhiêu tấn thóc?

Lời giải

Số ha cấy lúa cũ là: 160 - 60 = 100 (ha).

Gọi năng suất của mỗi giống lúa trên 1 ha là x, y (tấn thóc) ($x > 0, y > 0$).

Số lúa cũ thu được trên 8 ha giống lúa cũ là $8x$ (tấn thóc).

Số lúa mới thu được trên 7 ha giống lúa mới là $7y$ (tấn thóc).

Kết quả 7 ha giống lúa mới cho thu hoạch nhiều hơn 8 ha giống lúa cũ là 2 tấn thóc nên ta có phương trình

$7y - 8x = 2 \quad (1)$

Số lúa cũ thu được trên 100 ha giống lúa cũ là $100x$ (tấn thóc).

Số lúa mới thu được trên 60 ha giống lúa mới là 60y (tấn thóc).

Tổng số thóc (cả hai giống) thu hoạch cả vụ trên 160 ha là 860 tấn nên ta có phương trình $100x + 60y = 860$ hay $5x + 3y = 43$. (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} 7y - 8x = 2 \\ 5x + 3y = 43 \end{cases}$.

Nhân cả hai vế của phương trình thứ nhất với 3 , phương trình thứ hai với 7 ta được hệ phương trình $\begin{cases} 21y - 24x = 6 \\ 35x + 21y = 301 \end{cases} \quad (I)$.

Nhân cả hai vế của phương trình thứ nhất với 3 , phương trình thứ hai với 7 ta được hệ phương trình $\begin{cases} 21y - 24x = 6 \\ 35x + 21y = 301 \end{cases}$.

Trừ từng vế của hai phương trình ta được $(21y - 24x) - (35x + 21y) = 6 - 301$ hay $-59x = -295$ nên $x = 5$ (thỏa mãn điều kiện).

Thế $x = 5$ vào phương trình thứ hai của hệ (I), ta có $5 \cdot 5 + 3y = 43$ hay $3y = 18$, suy ra $y = 6$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy trên 1 ha, năng suất của mỗi giống lúa cũ là 5 tấn thóc, năng suất của mỗi giống lúa mới là 6 tấn thóc.

1.27. Hai vật chuyển động đều trên một đường tròn đường kính $20\,\text{cm}$, xuất phát cùng một lúc, từ cùng một điểm. Nếu chuyển động ngược chiều thì cứ sau 4 giây chúng lại gặp nhau. Nếu chuyển động cùng chiều thì cứ 20 giây chúng lại gặp nhau. Tính vận tốc (cm/s) của mỗi vật.

Lời giải

Chu vi của hình tròn là $20 \cdot 3{,}14 = 62{,}8(\text{cm})$.

Không mất tổng quát, xét trường hợp vật thứ nhất chuyển động nhanh hơn vật thứ hai.

Gọi vận tốc (cm/s) của mỗi vật là $x, y (x > y > 0)$.

Quãng đường vật thứ nhất đi được sau 20 giây là $20x(\text{cm})$.

Quãng đường vật thứ hai đi được sau 20 giây là $20\text{y}(\text{cm})$.

Hai vật chuyển động cùng chiều thì cứ 20 giây chúng lại gặp nhau nên ta có phương trình $20x - 20y = 62{,}8$ hay $x - y = 3{,}14$. (1)

Quãng đường vật thứ nhất đi được sau 4 giây là $4x(\text{cm})$.

Quãng đường vật thứ hai đi được sau 4 giây là $4y(\text{cm})$.

chuyển động ngược chiều thì cứ sau 4 giây chúng lại gặp nhau nên ta có phương trình
$4x+4y=62,84$ hay $x+y=15,7$ $\quad(2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases}x-y=3,14\\x+y=15,7\end{cases}$.

Cộng từng vế của hai phương trình ta có $x-y+x+y=3,14+15,7$ hay $2x=18,84$ nên $x=9,42(t/m)$. Thay $x=9,42$ vào phương trình đầu ta được $y=6,28(t/m)$.

Vậy vận tốc của 2 vật lần lượt là $9,42\,\mathrm{cm/s}$ và $6,28\,\mathrm{cm/s}$.

1.28. Một người mua hai loại hàng và phải trả tổng cộng là 21,7 triệu đồng, kể cả thuế giá trị gia tăng (VAT) với mức 10% đối với loại hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai. Nếu thuế VAT là 9% đối với cả hai loại hàng thì người đó phải trả tổng cộng 21,8 triệu đồng. Hỏi nếu không kể thuế VAT thì người đó phải trả bao nhiêu tiền cho mỗi loại hàng?

Lời giải

Gọi số tiền người mua hàng phải trả đối với loại hàng thứ nhất và loại hàng thứ hai không kể thuế VAT là $x,y(x,y>0)$ (triệu đồng)

Khi thuế giá trị gia tăng (VAT) tới mức 10% đối với loại hàng thứ nhất thì giá tiền của loại hàng thứ nhất là $110\%x=1,1x$.

8% đối với loại hàng thứ hai thì giá tiền của loại hàng thứ hai là $108\%y=1,08y$.

Người mua hàng phải trả tổng cộng là 21,7 triệu đồng nên ta có phương trình

$1,1x+1,08y=21,7.$ Nếu thuế VAT là 9% đối với cả hai loại hàng thì giá tiền của loại hàng thứ nhất là

$109\%x=1,09x.$ Giá tiền của loại hàng thứ hai là $109\%y=1,09y$.

Người đó phải trả tổng cộng 21,8 triệu đồng nên ta có phương trình
$1,09x+1,09y=21,8$ hay $x+y=20.$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình $\begin{cases}1,1x+1,08y=21,7\\x+y=20\end{cases}$.

Từ phương trình thứ hai ta có $x=20-y$. Thay vào phương trình nhất ta được:

$1,1(20-y)+1,08y=21,7$ hay $-0,02y=0,3$ nên $y=15$ (thỏa mãn điều kiện).

Với $y=15$ thì $x=5$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy nếu không kể thuế VAT thì người đó phải trả 5 triệu đồng cho mặt hàng thứ nhất và 15 triệu cho mặt hàng thứ hai.

PHẦN 2. BÀI TẬP LÀM THÊM

Câu 1. Cho phương trình $mx+(m+1)y=3$.

1. Với $m=1$, xét xem các cặp số sau, cặp số nào là nghiệm của phương trình.

i) $(3;-2)$ ii) $(0;1)$ iii) $(-1;0)$.

2. Tìm nghiệm tổng quát của phương trình trên ứng với

i) $m=-1$ ii) $m=2$.

3. Tìm giá trị m tương ứng khi phương trình nhận các cặp số sau làm nghiệm.

i) $(3;1)$ ii) $(2;3)$.

Lời giải

1. Với $m=1$, ta có phương trình $2x+3y=3$.

i) Thay $x=3, y=-2$ vào phương trình, ta có $2\cdot 3+3\cdot(-2)=6\neq 3$ nên $(3;-2)$ không là nghiệm của phương trình.

ii) Thay $x=0, y=1$ vào phương trình, ta có $2\cdot 0+3\cdot 1=3$ nên $(0;1)$ là nghiệm của phương trình.

iii) Thay $x=-1, y=0$ vào phương trình, ta có $2\cdot(-1)+3\cdot 0=-2\neq 3$ nên $(-1;0)$ không là nghiệm của phương trình.

2. Tìm nghiệm tổng quát.

i) Với $m=-1$ ta có phương trình $-1\cdot x+(-1+1)y=3 \Leftrightarrow x=-3$.

Vậy phương trình có nghiệm tổng quát $\begin{cases} x=-3 \\ y\in\mathbb{R} \end{cases}$.

ii) Với $m=2$ ta có phương trình $2x+3y=3 \Leftrightarrow y=-\dfrac{2}{3}x+1$.

Vậy phương trình có nghiệm tổng quát $\begin{cases} x\in\mathbb{R} \\ y=-\dfrac{2}{3}x+1 \end{cases}$.

Hoặc: $2x+3y=3 \Leftrightarrow x=-\dfrac{3}{2}y+\dfrac{3}{2}$. Vậy phương trình có nghiệm tổng quát $\begin{cases} x=-\dfrac{3}{2}y+\dfrac{3}{2} \\ y\in\mathbb{R} \end{cases}$.

3. Tìm giá trị m tương ứng khi phương trình nhận các cặp số sau làm nghiệm.

i) Thay $x=3, y=1$ vào phương trình, ta có $3m+(m+1)\cdot 1=3 \Leftrightarrow m=\dfrac{1}{2}$.

ii) Thay $x=2, y=3$ vào phương trình, ta có $2m+(m+1)\cdot 3=3 \Leftrightarrow m=0$.

Câu 2. Giải các hệ phương trình sau và minh họa hình học kết quả tìm được :

a) $\begin{cases} 2x+5y=2 \\ \dfrac{2}{5}x+y=1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 0,2x+0,1y=0,3 \\ 3x+y=5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \dfrac{3}{2}x-y=\dfrac{1}{2} \\ 3x-2y=1 \end{cases}$

Giải

a) Ta có : $\begin{cases} 2x+5y=2 \\ \dfrac{2}{5}x+y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+5y=2 \\ 2x+5y=5 \end{cases}$ Hệ vô nghiệm .

Học sinh tự vẽ hình. Hai đường thẳng $2x+5y=2$ và $2x+5y=5$ song song với nhau .

b) Ta có : $\begin{cases}0,2x+0,1y=0,3\\3x+y=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x+y=3\\3x+y=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}$ $\begin{cases}3x-2y=1\\3x-2y=1\end{cases} \Leftrightarrow y=\frac{1}{2}(3x-1)$

Hệ có nghiệm duy nhất $(2\,;-1)$.

Hai đường thẳng $0,2x+0,1y=0,3$ và $3x+y=5$ cắt nhau tại điểm $(2\,;-1)$.

c) $\begin{cases}\frac{3}{2}x-y=\frac{1}{2}\\3x-2y=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3x-2y=1\\3x-2y=1\end{cases} \Leftrightarrow y=\frac{1}{2}(3x-1)$

Hệ có vô số nghiệm $\begin{cases}y=\frac{1}{2}(3x-1)\\x\in\mathbb{R}\end{cases}$. Hai đường thẳng $\frac{3}{2}x-y=\frac{1}{2}$ và $3x-2y=1$ trùng nhau.

Câu 3. Giải các hệ phương trình sau :

a) $\begin{cases}x\sqrt{5}-(1+\sqrt{3})y=1\\(1-\sqrt{3})x+y\sqrt{5}=1\end{cases}$ b) $\begin{cases}\frac{2x}{x+1}+\frac{y}{y+1}=\sqrt{2}\\\frac{x}{x+1}+\frac{3y}{y+1}=-1\end{cases}$

Giải

a) Ta có : $\begin{cases}x\sqrt{5}-(1+\sqrt{3})y=1\\(1-\sqrt{3})x+y\sqrt{5}=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}5x-\sqrt{5}(1+\sqrt{3})y=\sqrt{5}\\-2x+\sqrt{5}(1+\sqrt{3})y=1+\sqrt{3}\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}x\sqrt{5}-\left(1+\sqrt{3}\right)y=1\\3x=1+\sqrt{3}+\sqrt{5}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\frac{1+\sqrt{3}+\sqrt{5}}{3}\\y=\frac{2+\sqrt{5}+\sqrt{15}}{3\left(\sqrt{3}+1\right)}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\frac{1+\sqrt{3}+\sqrt{5}}{3}\\y=\frac{-1+\sqrt{3}+\sqrt{5}}{3}\end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $\left(\frac{1+\sqrt{3}+\sqrt{5}}{3};\frac{-1+\sqrt{3}+\sqrt{5}}{3}\right)$.

b) Điều kiện : $x\neq-1; y\neq-1$

Đặt : $\mathrm{u}=\frac{x}{x+1};\mathrm{v}=\frac{\mathrm{y}}{\mathrm{y}+1}$. Ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases}2u+v=\sqrt{2}\\u+3v=-1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\mathrm{u}=\frac{1+3\sqrt{2}}{5}\\\mathrm{v}=\frac{-2-\sqrt{2}}{5}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\frac{\mathrm{x}}{\mathrm{x}+1}=\frac{1+3\sqrt{2}}{5}\\\frac{\mathrm{y}}{\mathrm{y}+1}=\frac{-2-\sqrt{2}}{5}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\mathrm{x}=\frac{1+3\sqrt{2}}{4-3\sqrt{2}}\\\mathrm{y}=-\frac{2+\sqrt{2}}{7+\sqrt{2}}\end{cases}$$

Hệ có nghiệm duy nhất : $\left(\dfrac{1+3\sqrt{2}}{4-3\sqrt{2}};-\dfrac{2+\sqrt{2}}{7+\sqrt{2}}\right)$.

Câu 4. Giải hệ phương trình $\begin{cases}2x-y=m\\4x-m^2y=2\sqrt{2}\end{cases}$ trong mỗi trường hợp sau :

a) $\mathrm{m}=-\sqrt{2}$ b) $\mathrm{m}=\sqrt{2}$ c) $\mathrm{m}=1$

Giải

Ta có : $\begin{cases}2x-y=m\\4x-m^2y=2\sqrt{2}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=2x-m\\4x-m^2(2x-m)=2\sqrt{2}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=2x-m\\2(2-m^2)x=2\sqrt{2}-m^3\end{cases}$ (1).

a) Với $\mathrm{m}=-\sqrt{2}$ phương trình (1) trở thành $0.x=4\sqrt{2}$, vô nghiệm.

Vậy hệ đã cho vô nghiệm.

b) Với $\mathrm{m}=\sqrt{2}$ phương trình (1) trở thành $0.x=0$, đúng với mọi x.

Vậy hệ đã cho có nghiệm $\begin{cases}x\in\mathbb{R}\\y=2x-\sqrt{2}\end{cases}$.

c) Với $\mathrm{m}=1$ phương trình (1) trở thành $2x=2\sqrt{2}-1 \Leftrightarrow x=\dfrac{2\sqrt{2}-1}{2}$

Vậy hệ đã cho có nghiệm : $\begin{cases}x=\dfrac{2\sqrt{2}-1}{2}\\y=2\sqrt{2}-2\end{cases}$

Câu 5. Hai người ở địa điểm A và B cách nhau 3,6km , khởi hành cùng một lúc, đi ngược chiều nhau ở một địa điểm cách A là 2km. Nếu cả hai cùng giữ nguyên vận tốc như trường hợp trên, nhưng người đi chậm hơn xuất phát trước người kia 6 phút thì họ sẽ gặp nhau ở chính giữa quãng đường. Tính vận tốc của mỗi người.

Giải

Gọi vận tốc của người xuất phát từ A là v_1 (m/phút) , của người đi từ B là v_2 (m/phút) . Điều kiện $\mathrm{v}_1>0,\mathrm{v}_2>0$, Khi gặp nhau tại địa điểm cách A là 2km, người xuất phát từ A đi được 2000m, người xuất phát từ B đi được 1600. Ta có phương trình :

$$\frac{2000}{v_1}=\frac{1600}{v_2} \qquad (1)$$

Điều đó còn cho thấy người xuất phát từ B đi chậm hơn. Khi người đi từ B xuất phát trước người kia 6 phút thì hai người gặp nhau ở chính giữa quãng đường, nghĩa là mỗi người đi được 1,8km = 1800m. Ta có phương trình : $\dfrac{1800}{v_1}+6=\dfrac{1800}{v_2}$ (2).

Đặt $\dfrac{100}{v_1}=x$ và $\dfrac{100}{v_2}=y$, từ (1) và (2), ta có hệ phương trình : $\begin{cases}20x=16y\\18x+6=18y\end{cases}$

Hệ phương trình này có nghiệm $(x, y) = \left(\frac{4}{3}; \frac{5}{3}\right)$. Từ đó suy ra :

$$\frac{100}{v_1} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow v_1 = 75; \frac{100}{v_2} = \frac{5}{3} \Leftrightarrow v_2 = 60$$

Các giá trị tìm được v_1 và v_2 thỏa mãn các điều kiện của bài toán. Vậy vận tốc đi từ A là 75m/phút, của người đi từ B là 60m/phút.

Câu 6. Một vật có khối lượng 124g và thể tích 15cm^3 là hợp kim của đồng và kẽm. Tính xem trong đó có bao nhiêu gam đồng,v à bao nhiêu gam kẽm, biết rằng cứ 89g đồng thì có thể tích là 10cm^3 và 7gam kẽm có thể tích là 1cm^3.

Giải

Gọi x và y lần lượt là số gam đồng và kẽm có trong vật đó $(\text{x, y} > 0)$.

Vì khối lượng của vật là 124g nên ta có phương trình $\text{x} + \text{y} = 124$.

Thể tích của x gam đồng là $\frac{10}{89}x\left(\text{cm}^3\right)$. Thể tích của y gam kẽm là $\frac{1}{7}y\left(\text{cm}^3\right)$

Vì thể tích của vật là 15cm^3 nên ta có phương trình : $\frac{10}{89}x + \frac{1}{7}y = 15$

Từ đó ta có hệ phương trình : $\begin{cases} x + y = 124 \\ \frac{10}{89}x + \frac{1}{7}y = 15 \end{cases}$

Giải hệ phương trình ta được $x = 89; y = 35$

Vậy số gam đồng trong vật là $89gam$ và số gam kẽm trong vật là $35gam$.

Câu 7. Hai đội xây dựng làm chung một công việc và dự định hoàn thành trong 12 ngày. Nhưng khi làm chung được 8 ngày thì đội I được điều động đi làm việc khác. Tuy chỉ còn một mình đội II làm việc, do cải tiến cách làm , năng suất của đội II tăng gấp đôi nên họ đã làm xong phần việc còn lại trong 3,5 ngày. Hỏi với năng suất ban đầu , nếu mỗi đội làm một mình thì phải làm trong bao nhiêu ngày mới xong công việc trên ?

Giải

Với năng suất ban đầu , giả sử đội I làm xong công việc trong x ngày, đội II làm trong y ngày (x, y nguyên dương)

Theo dự định hai đội hoàn thành công việc trong 12 ngày nên có phương trình :

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12}.$$

Trong 8 ngày, cả hai đội làm được $\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$(công việc) ; còn lại $\frac{1}{3}$ công việc do đội II làm. Do năng suất gấp đôi nên đội II làm mỗi ngày được $\frac{2}{y}$ công việc và hoàn thành nốt $\frac{1}{3}$ công việc nói trên trong 3,5 ngày. Do đó ta có phương trình : $3,5.\frac{2}{y}=\frac{1}{3}\Leftrightarrow y=21$

Ta có hệ phương trình : $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{12}\\ y=21\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=28\\ y=21\end{cases}$

Vậy đội I làm trong 28 ngày và đội II làm trong 21 ngày .

Câu 8. Năm ngoái, hai đơn vị sản xuất nông nghiệp thu hoạch được 720 tấn thóc. Năm nay, đơn vị thứ nhất làm vượt mức 15%, đơn vị thứ hai làm vượt mức 12% so với năm ngoái. Do đó cả hai đơn vị thu hoạch được 819 tấn thóc. Hỏi mỗi năm, mỗi đơn vị thu hoạch được bao nhiêu tấn thóc ?

Giải :

Gọi x và y lần lượt là số tấn thóc mà hai đơn vị thu hoạch được trong năm ngoái (x, y > 0), ta có :

$$x+y=720 \qquad (1)$$

Năm năy đơn vị thứ nhất vượt 15% mà đơn vị thứ hai vượt 12% nên số tấn thọc thu được của mỗi đơn vị trong năm nay lần lượt là : $\frac{115}{100}x;\frac{112}{100}y$

Do đó ta có phương trình : $\frac{115}{100}x+\frac{112}{100}y=819$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình : $\begin{cases}\frac{115}{100}x+\frac{112}{100}y=819\\ x+y=720\end{cases}$.

Giải hệ phương trình ta được : $x=420; y=300$.

Vậy năm ngoái đội I thu hoạch được 420 tấn thóc, đội II thu hoạch được 300 tấn thóc.

Năm nay đội I thu hoạch được 483 tấn thóc, đội II thu hoạch được 336 tấn thóc.

Câu 9. Giải hệ phương trình : $\begin{cases}|x+1|+|y-1|=5\\ |x+1|=4y-4\end{cases}$

Hướng dẫn giải

Từ phương trình thứ hai của hệ ta có $4y-4\geq 0\Rightarrow y\geq 1$. Ta có hệ:

$$\begin{cases}|x+1|+y-1=5\\ |x+1|=4y-4\end{cases}$$

Giải tìm $y=2$. Hệ có hai nghiệm $(3;2),(-5;2)$.

Câu 10. Quãng đường AB gồm một đoạn lên dốc dài 4 km, một đoạn xuống dốc dài 5km. Một người đi xe đạp từ A đến B hết 40phút và đi từ B về A hết 41 phút (vận tốc lên dốc lúc đi và về như nhau, vận tốc xuống dốc lúc đi và về như nhau). Tính vận tốc lúc lên dốc và lúc xuống dốc.

Hướng dẫn giải

Gọi vận tốc lên dốc và vận tốc xuống dốc lần lượt là x và y $\left(km/h\right)$ $\left(x,y>0\right)$.

Thời gian đi từ A đến B là: $\frac{4}{x}+\frac{5}{y}\left(h\right)$ và thời gian đi từ B về A là: $\frac{5}{x}+\frac{4}{y}\left(h\right)$. Ta có hệ:

$$\begin{cases}\frac{4}{x}+\frac{5}{y}=\frac{2}{3}\\ \frac{5}{x}+\frac{4}{y}=\frac{41}{60}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=12\\ y=15\end{cases}$$

Câu 11. Tuổi hai anh em cộng lại bằng 21. Tuổi anh hiện nay gấp đôi tuổi em lúc anh bằng tuổi em hiện nay.Tính tuổi của mỗi người hiện nay.

Hướng dẫn giải

Gọi x,y lần lượt là tuổi anh và em hiện nay

Ta có hệ $\begin{cases}x+y=21\\ x-y=y-\frac{x}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=12\\ y=9\end{cases}$

Câu 12. Với giá trị nào của m,n thì hệ $\begin{cases}mx-y=1\\ x+y=n\end{cases}$ có nghiệm $(-1;0)$?

Lời giải

Hệ có nghiệm (-1; 0) khi và chỉ khi cặp số trên thỏa mãn cả hai phương trình của hệ, hay

$$m.(-1)-0=1 \text{ và } (-1)+0=n$$

Từ đó $m=-1;n=-1$

Câu 13. Cho ba đường thẳng

$$\left(d_1\right): x-2y=-3;$$

$$\left(d_2\right): \sqrt{2}x+y=\sqrt{2}+2;$$

$$\left(d_m\right): mx-(1-2m)y=5-m$$

1. Xác định m để ba đường thẳng $\left(d_1\right);\left(d_2\right)$ và $\left(d_m\right)$ đồng quy.

2. Chứng minh rằng $\left(d_m\right)$ luôn đi qua một điểm cố định với mọi m .

Lời giải

1. Tọa độ giao điểm của (d_1) và (d_2) là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x-2y=-3 \\ \sqrt{2}x+y=\sqrt{2}+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm của (d_1) và (d_2) là $M(1;2)$.

Ba đường thẳng $(d_1);(d_2)$ và (d_m) đồng quy khi và chỉ khi:

$$M \in (d_m) \Leftrightarrow m\cdot 1-(1-2m)\cdot 2=5-m \Leftrightarrow m=\frac{7}{6}.$$

Vậy với $m=\frac{7}{6}$ thì ba đường thẳng $(d_1);(d_2)$ và (d_m) đồng quy.

2. Đặt $E(x_0;y_0)$ là điểm cố định thuộc (d_m). Khi đó

$$mx_0-(1-2m)y_0=5-m, \forall m \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow (x_0+2y_0+1)m=y_0+5, \forall m \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0+2y_0+1=0 \\ y_0+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0=9 \\ y_0=-5. \end{cases}$$

Vậy điểm cố định mà (d_m) luôn đi qua là $E(9;-5)$.