BÀI 1. TỔNG BA GÓC CỦA TAM GIÁC

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định lí

Tổng ba góc của một tam giác bằng 180°.

• Chú ý:

- Tam giác có ba góc nhọn là tam giác nhọn;

- Tam giác có một góc tù là tam giác tù;

- Tam giác có một góc vuông là tam giác vuông.

• Trong tam giác vuông, hai góc nhọn phụ nhau.

2. Góc ngoài tam giác

• Định nghĩa: Tam giác ABC có Bx là tia đối của tia BC thì góc ABx là góc ngoài tại đỉnh B của tam giác ABC.

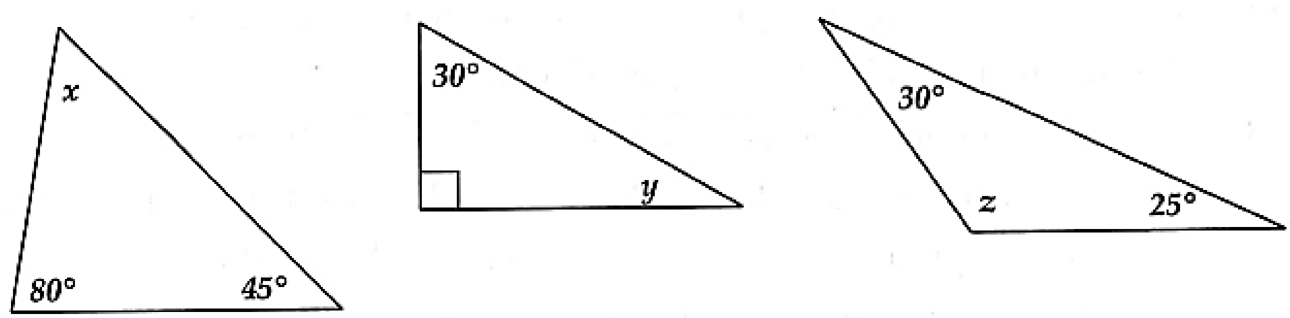
• Góc ngoài của một tam giác có số đo bằng tổng hai góc trong không kề với nó.

II. CÁC BÀI TẬP VÀ DẠNG TOÁN

Dạng 1. Tính số đo các góc

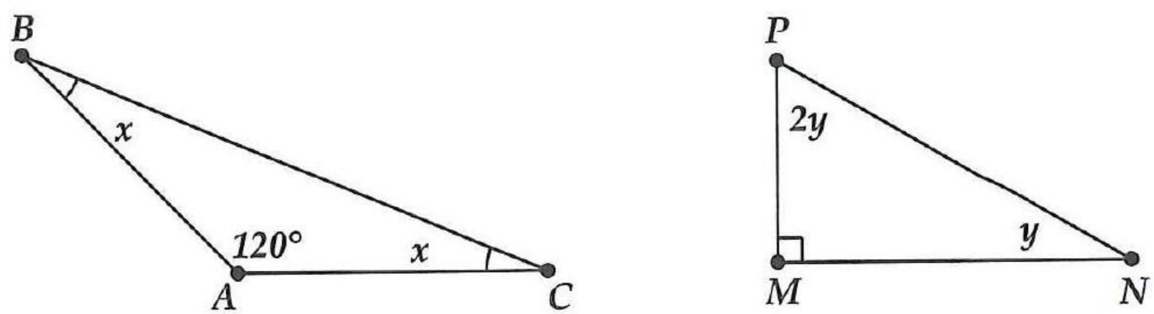
Phương pháp giải: Áp dụng Định lí tổng ba góc của tam giác.

1A. Tính số đo x, y, z trong các hình vẽ sau:



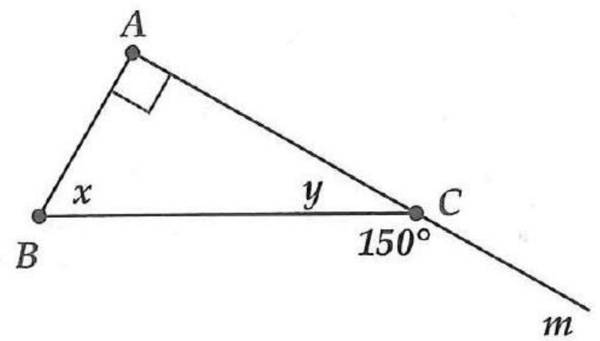
a) b) c)

1B. Tính số đo các góc còn lại trong các tam giác sau

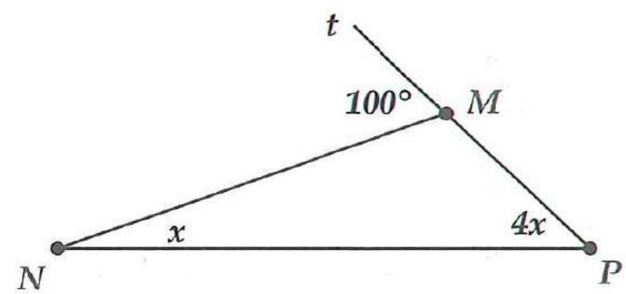


Dạng 2. Dựa vào tính chất góc ngoài tính số đo các góc trong tam giác

2A. Tính số đo các góc x, y, z trong các tam giác:

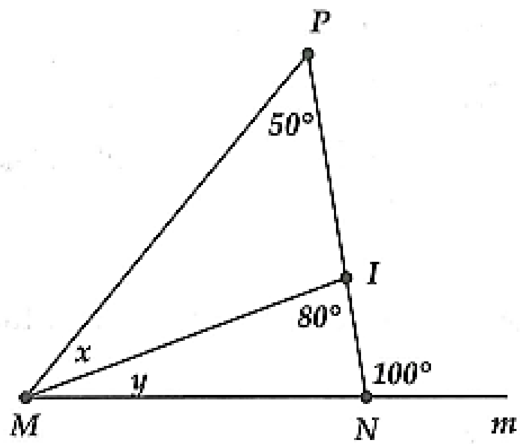


a)

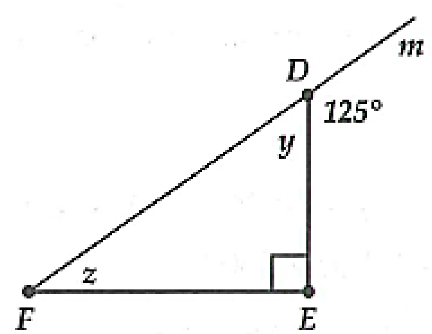


b)

2B. Tính số đo các góc x, y, z trong các hình vẽ sau:

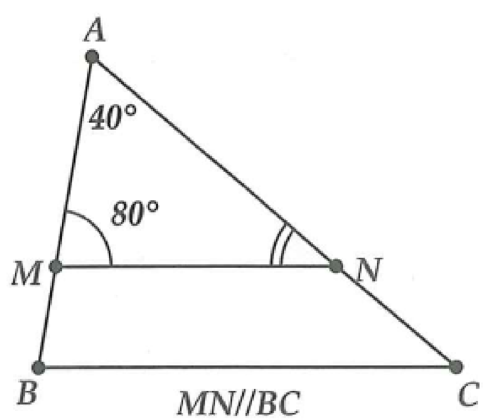


a)

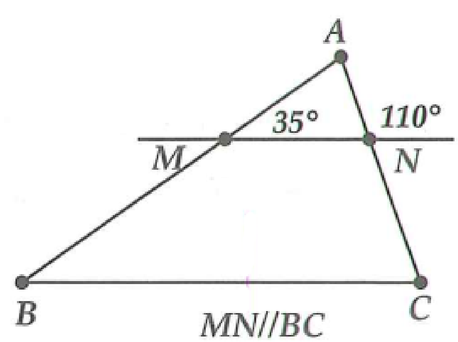


b)

3A. Tính số đo mỗi góc tam giác ABC trong mỗi trường hợp sau:

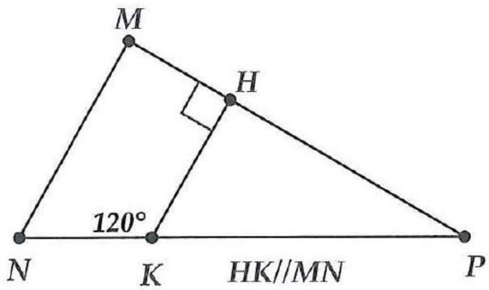


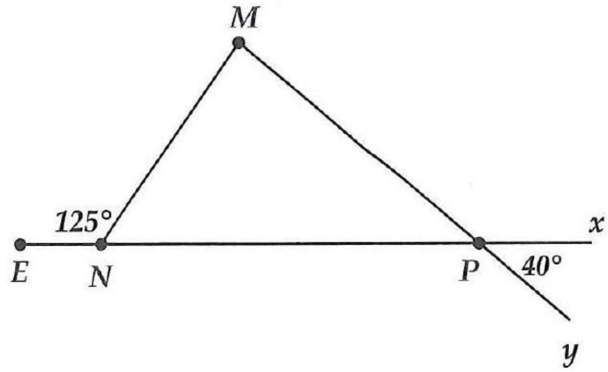
a)



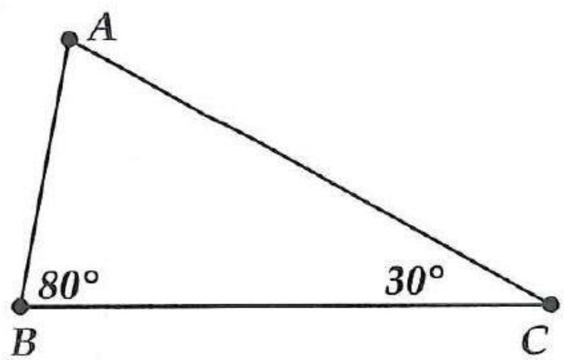
b)

3B. Tính số đo các góc tam giác MNP trong mỗi trường hợp sau:





4A. Cho hình vẽ sau:



a) Vẽ các góc ngoài tại đỉnh A, B, C.

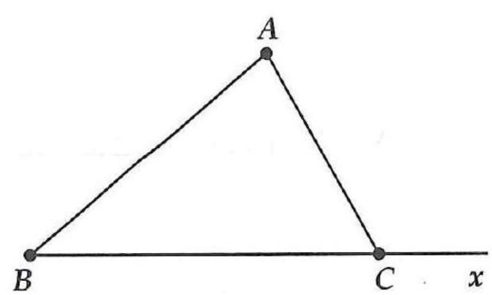
b) Tính số đo các góc ngoài tại đỉnh A, B, C của tam giác ABC. Tính tổng số đo các góc ngoài tam giác ABC.

4B. Cho tam giác ABC. Chứng minh tổng số đo các góc ngoài của tam giác ABC bằng 360°.

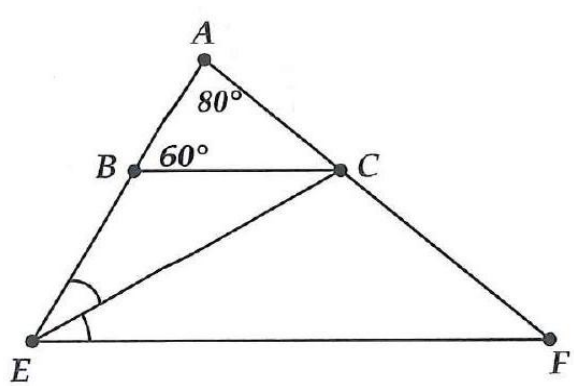
5A. Cho hình vẽ bên, biết rằng $\widehat{ACx} = 120^\circ$.

a) Tính tổng $\hat{A} + \hat{B}$.

b) Biết $\hat{A} = 2.\hat{B}$. Tính số đo $\hat{A}, \hat{B}$. Bài làm

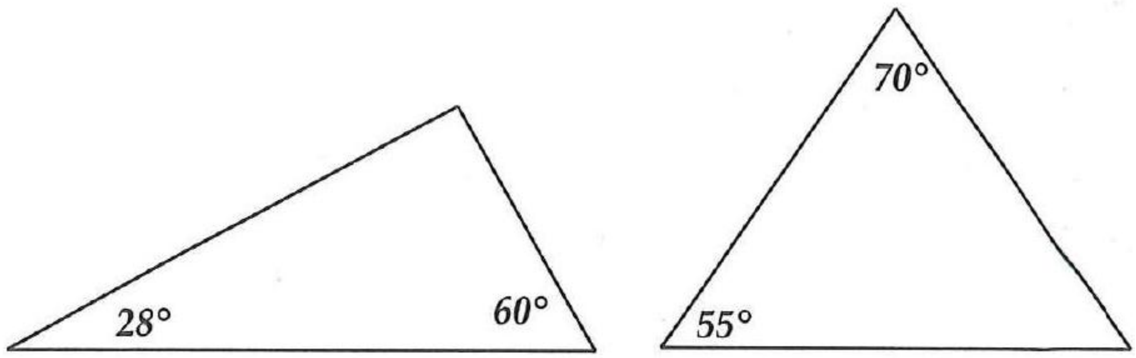


5B. Cho hình vẽ bên. Biết EC là tia phân giác $\widehat{FEA}$ và $BC // FE$. Tính số đo các góc $\triangle FEC$.



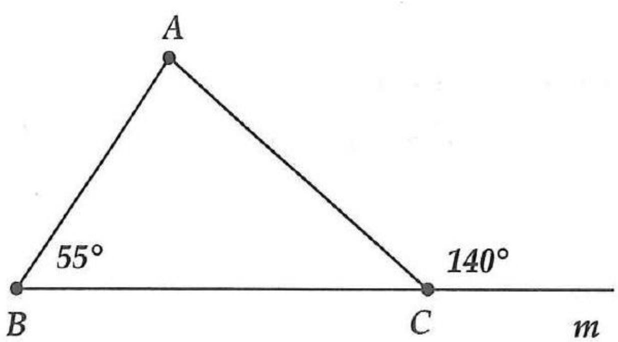
III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

6. Tính số đo các góc còn lại trong các tam giác sau:

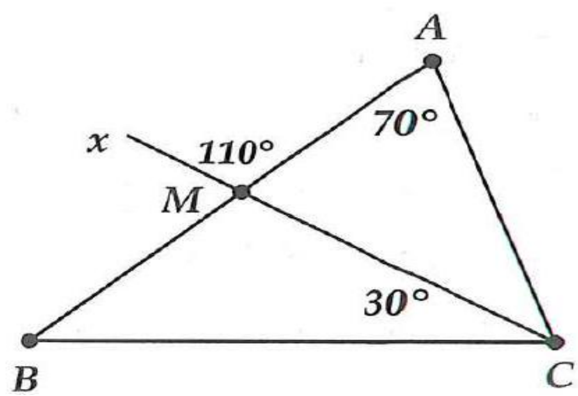


7. Tính số đo các góc trong tam giác ABC.

a)



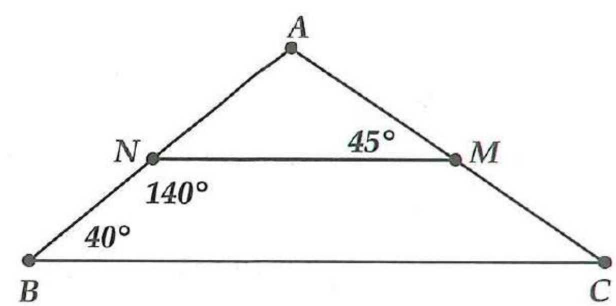
b)



8. Cho hình vẽ bên

a) Chứng minh $MN//BC$.

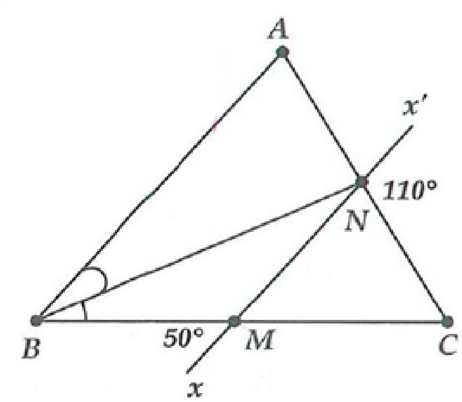
b) Tính số đo mỗi góc trong tam giác ABC.



9. Cho hình vẽ bên, biết rằng $MN//BC$.

a) Tính số đo các góc tam giác NMC.

b) Tính số đo các góc tam giác ABN và MNB.



HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

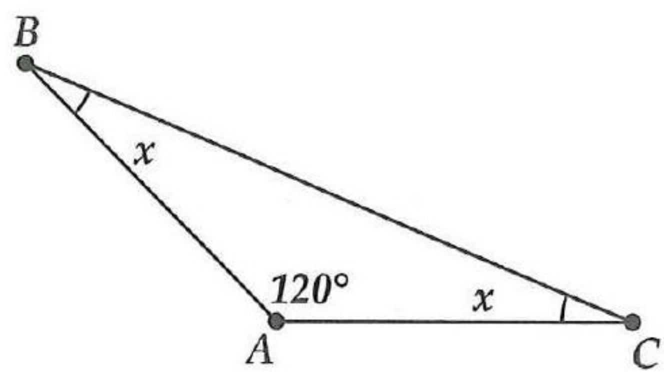
1A. a) Ta có $x+80^\circ+45^\circ=180^\circ$ (tổng ba góc của tam giác bằng 180°)

Do đó $x=180^\circ-45^\circ-80^\circ=55^\circ$.

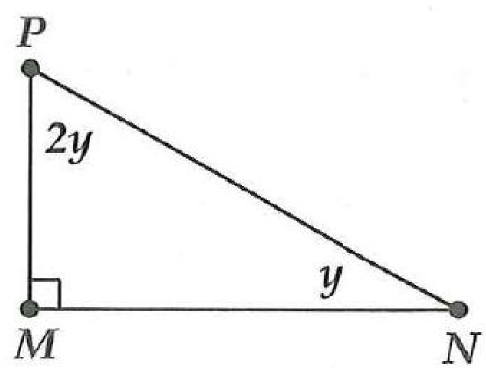
b) Tương tự câu a) $y=180^\circ-90^\circ-30^\circ=60^\circ$.

c) Tương tự câu a) $z=180^\circ-30^\circ-25^\circ=125^\circ$.

1B.



a)



b)

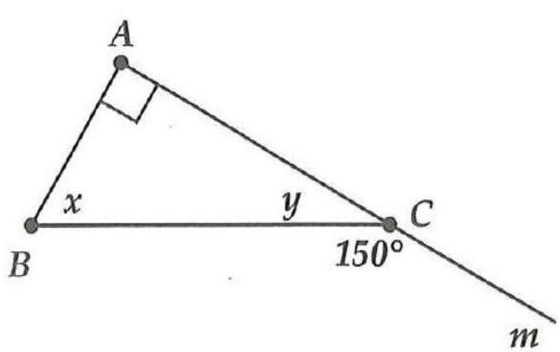
a) Trong tam giác ABC ta có: $\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180^\circ$ (tổng ba góc của một tam giác bằng 180°), do đó $120^\circ+x+x=180^\circ$

$120^\circ+2x=180^\circ$ nên $2x=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

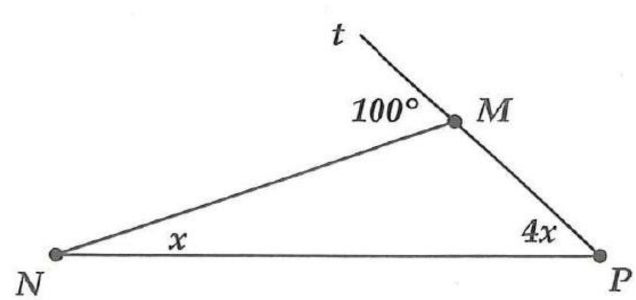
Suy ra $x=60^\circ:2=30^\circ$.

b) Tương tự câu a) $3y=180^\circ-90^\circ=90^\circ$ suy ra $y=30^\circ$.

2A.



a)



b)

a) $\widehat{BCm}$ là góc ngoài tại C của tam giác ABC nên $\widehat{BCm}=\hat{A}+\hat{B}$

Do đó $150^\circ=90^\circ+x$ suy ra $x=150^\circ-90^\circ=60^\circ$.

$y=180^\circ-150^\circ=30^\circ$.

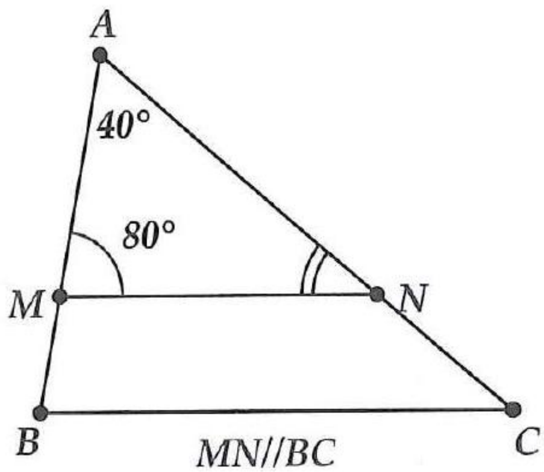
b) Tương tự câu a) $100^\circ = 4x + x = 5x$ suy ra $x = 100 : 5 = 20^\circ$.

2B. a) $100^\circ = 80^\circ + y$ suy ra $y = 20^\circ$; $80^\circ = 50^\circ + x$ suy ra $x = 30^\circ$.

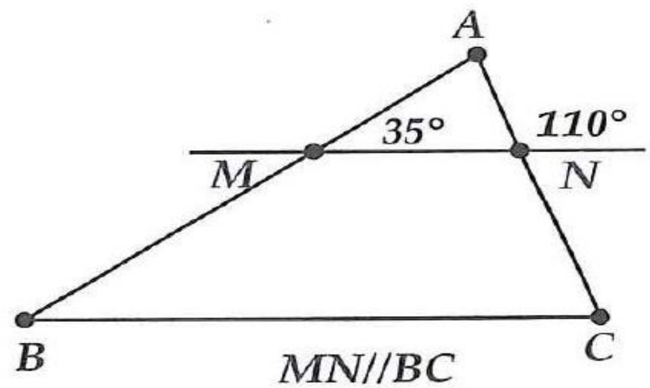
b) $y + 125^\circ = 180^\circ$ suy ra $y = 55^\circ$; $125^\circ = 90^\circ + z$ suy ra $z = 35^\circ$.

Có thể tính z dựa vào tổng số đo 3 góc tam giác.

3A.



a)



b)

a) $MN // BC$ nên $\widehat{AMN} = \widehat{ABC}$ (hai góc đồng vị), mà $\widehat{AMN} = 80^\circ$

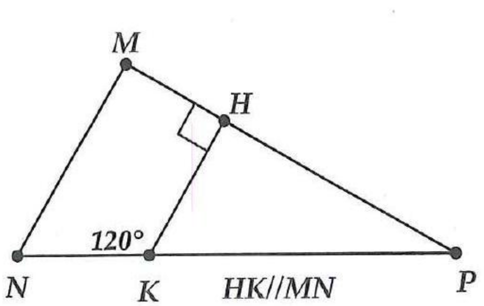
Do đó $\widehat{ABC} = 80^\circ$.

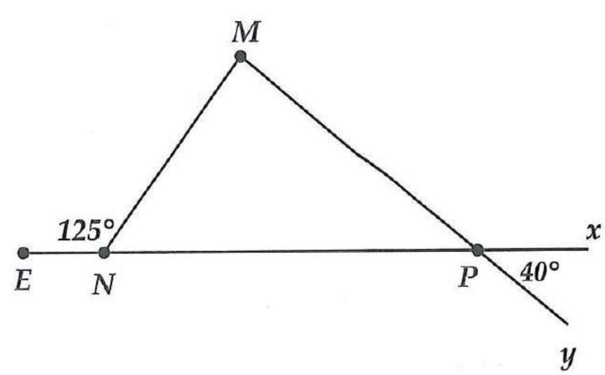
Trong tam giác ABC ta có $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$ (tổng số đo ba góc của tam giác bằng 180°), do đó $\hat{C} = 180^\circ - \hat{B} - \hat{A} = 180^\circ - 80^\circ - 40^\circ = 60^\circ$.

b) $\widehat{ANM} + 110^\circ = 180^\circ \Rightarrow \widehat{ANM} = 70^\circ$.

Tương tự câu a) $\widehat{ABC} = \widehat{AMN} = 35^\circ; \widehat{ACB} = \widehat{ANM} = 70^\circ$; $\hat{A} = 180^\circ - 35^\circ - 70^\circ = 75^\circ$.

3B.





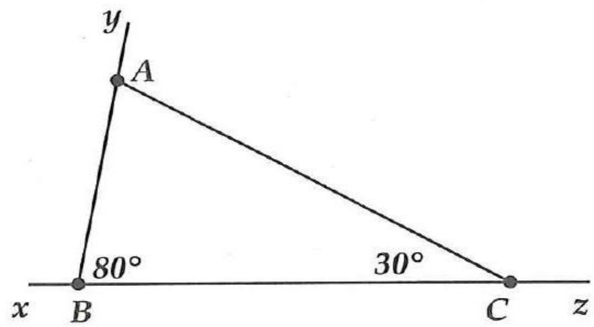
a) $MN // HK$ và $HK \perp MP$ nên $MN \perp MP$, do đó $\widehat{NMP} = 90^\circ$.

$MN // HK$ nên $\hat{N} + \widehat{HKN} = 180^\circ$ (2 góc trong cùng phía) $\Rightarrow \hat{N} = 60^\circ$.

Lập luận ta được $\hat{P} = 180^\circ - \left(\hat{M} + \hat{N}\right) = 30^\circ$.

b) $\widehat{MPN} = \widehat{xPy} = 40^\circ; \widehat{MNP} = 180^\circ - \widehat{MNE} = 55^\circ; \hat{M} = 85^\circ$.

4A. a) Gợi ý hình vẽ bên. Lưu ý mỗi đỉnh có 2 góc ngoài.



b) $\widehat{xBA} + \widehat{ABC} = 180^\circ$

$\Rightarrow \widehat{xBA} = 180^\circ - \widehat{ABC}$

$= 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$;

Tương tự

$\widehat{ACz} = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$.

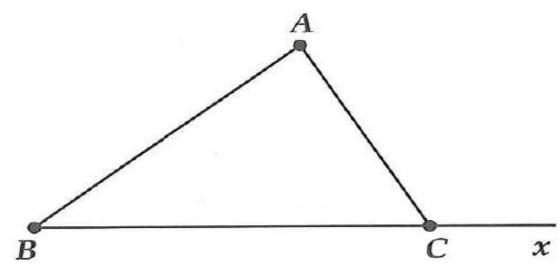
$\widehat{yAC} = \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 80^\circ + 30^\circ = 110^\circ$.

Vậy $\widehat{xBA} + \widehat{yAC} + \widehat{zCA} = 100^\circ + 110^\circ + 150^\circ = 360^\circ$.

4B. Tổng các góc ngoài $= \left(180^\circ - \hat{A}\right) + \left(180^\circ - \hat{B}\right) + \left(180^\circ - \hat{C}\right)$

$= \left(180^\circ + 180^\circ + 180^\circ\right) - \left(\hat{A} + \hat{B} + \hat{C}\right) = 540^\circ - 180^\circ = 360^\circ$.

5A. a) $\widehat{ACx}$ là góc ngoài tại C của tam giác ABC nên $\widehat{ACx} = \hat{A} + \hat{B}$.

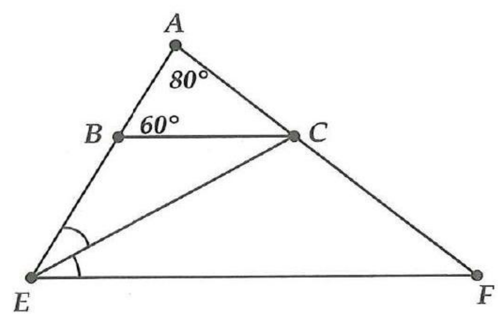


do đó $\hat{A} + \hat{B} = 120^\circ$.

b) $\hat{A} = 120 : (1+2).2 = 80^\circ$;

$\hat{B} = 120^\circ - 80^\circ = 40^\circ$.

5B. a) Vì $BC // FE$ nên $\widehat{ABC} = \widehat{FAE} = 60^\circ$;



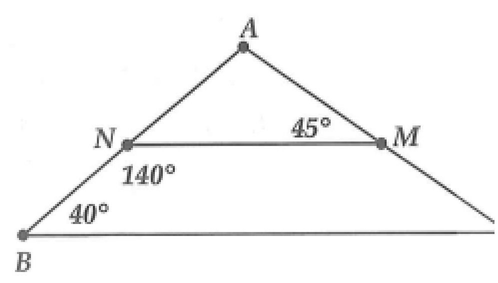
nên $\widehat{BEC} = \widehat{FEC} = \frac{1}{2}.60^\circ = 30^\circ$.

b) $\widehat{AFE} = \widehat{ACB} = 180^\circ - 60^\circ - 80^\circ = 40^\circ$.

$\widehat{FCE} = 180^\circ - \widehat{FEC} - \widehat{CFE} = 120^\circ$.

6. Đáp số: 92°; 55°.

7. Đáp số: a) $\hat{A} = 85^\circ; \hat{C} = 40^\circ$.



b) $\widehat{ACB} = 30^\circ + \widehat{ACM}$

$= 30^\circ + \left(110^\circ - 70^\circ\right) = 70^\circ; \widehat{B} = 40^\circ$

8. a) $\widehat{ABC}+\widehat{BNM}=40^\circ+140^\circ=180^\circ \Rightarrow MN//BC$.

b) $\hat{C}=\widehat{AMN}=45^\circ;\hat{A}=95^\circ$.

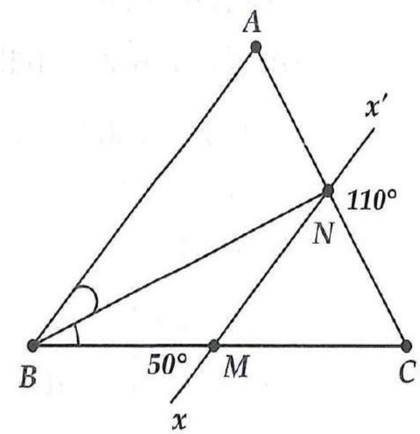
9. a) $\widehat{NMC}=50^\circ;\widehat{MNC}=70^\circ;\hat{C}=60^\circ$.

b) $\widehat{NBA}=\dfrac{1}{2}.50^\circ=25^\circ$;

$\hat{A}=\widehat{MNC}=50^\circ;\widehat{BNA}=105^\circ$;

$\widehat{NBM}=\dfrac{1}{2}.50^\circ=25^\circ$;

$\widehat{BMN}=180^\circ-50^\circ=130^\circ;\hat{N}=25^\circ$.



BÀI 2. HAI TAM GIÁC BẰNG NHAU.
TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ NHẤT CỦA TAM GIÁC

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Hai tam giác bằng nhau

- Hai tam giác bằng nhau nếu chúng có các cạnh tương ứng bằng nhau và các góc tương ứng bằng nhau.

Tam giác ABC và tam giác $A'B'C'$ có $\begin{cases} AB = A'B'; BC = B'C'; AC = A'C' \\ \widehat{A} = \widehat{A'}; \widehat{B} = \widehat{B'}; \widehat{C} = \widehat{C'} \end{cases}$ thì hai tam giác ABC và $A'B'C$ bằng nhau.

Kí hiệu $\triangle ABC = \triangle A'B'C'$.

2. Trường hợp bằng nhau thứ nhất của tam giác

Nếu ba cạnh của tam giác này lần lượt bằng ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

Hai tam giác ABC và $A'B'C'$ có

$AB = A'B'$

$BC = B'C'$

$AC = A'C'$

Vậy $\triangle ABC = \triangle A'B'C'$ (c.c.c)

II. CÁC BÀI TẬP VÀ DẠNG TOÁN

Dạng 1. Định nghĩa hai tam giác bằng nhau

Phương pháp giải: Sử định nghĩa hai tam giác có các góc tương ứng bằng nhau và các cạnh tương ứng bằng nhau thì bằng nhau.

1A. Biết rằng hai tam giác ABC và MNP bằng nhau nhưng chưa xác định các đỉnh tương ứng. Hãy viết kí hiệu bằng nhau của hai tam giác ABC và MNP trong các trường hợp sau:

a) $\hat{B} = \hat{M}; \hat{C} = \hat{P}$;

b) $\hat{B} = \hat{M}; BC = MN$;

c) $AB = MN; AC = NP$.

1B. Biết rằng hai tam giác PQR và DEF bằng nhau nhưng chưa xác định các đỉnh tương ứng. Hãy viết kí hiệu bằng nhau của hai tam giác PQR và DEF trong các trường hợp sau:

a) $DE = PQ; \hat{D} = \hat{Q}$;

b) $DE = PQ; FE = QR$;

c) $\hat{P} = \hat{D}; \hat{Q} = \hat{F}$.

2A. Cho tam giác ABC và tam giác MNP. Biết rằng $\hat{A} = \hat{M}; \hat{B} = \hat{N}$; $AB = MN; AC = MP; BC = NP$. Chứng minh:

a) $\hat{C} = \hat{P}$;

b) $\triangle ABC = \triangle MNP$.

2B. Cho hai tam giác ABC và DEF có $\widehat{A} = 30^\circ; \widehat{B} = 40^\circ; \widehat{F} = 110^\circ; \widehat{D} = 30^\circ$.

Biết rằng $AB = DE; AC = DF; BC = FE$.

a) Tính số đo các góc còn lại của hai tam giác.

b) Chứng minh hai tam giác bằng nhau bằng cách sử dụng định nghĩa.

Dạng 2. Trường hợp bằng nhau thứ nhất của hai tam giác. Chứng minh các góc, các cạnh tương ứng bằng nhau

Phương pháp giải:

• Sử dụng định nghĩa về trường hợp bằng nhau thứ nhất của hai tam giác.

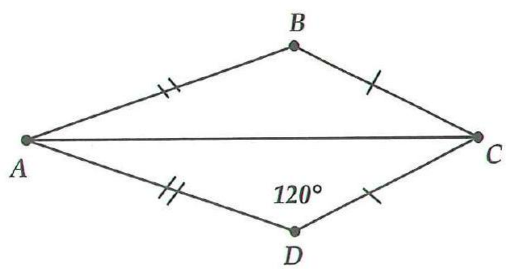
• Sử dụng định nghĩa tam giác bằng nhau để suy ra các góc tương ứng bằng nhau và các cạnh tương ứng bằng nhau để chứng minh các bài toán.

3A. Cho hình vẽ bên.

a) Chứng minh $\triangle ABC = \triangle ABD$;

b) Chứng minh AC là phân giác của $\widehat{BAD}$;

c) Tính số đo $\widehat{ABC}$?

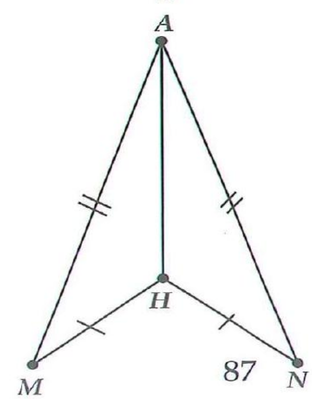


3B. Cho hình vẽ bên.

a) Chứng minh $\triangle AMH = \triangle ANH$;

b) Chứng minh AH là phân giác của $\widehat{MAN}$;

c) Biết $\widehat{AMH} = 20^\circ$. Tính số đo $\widehat{ANH}$?



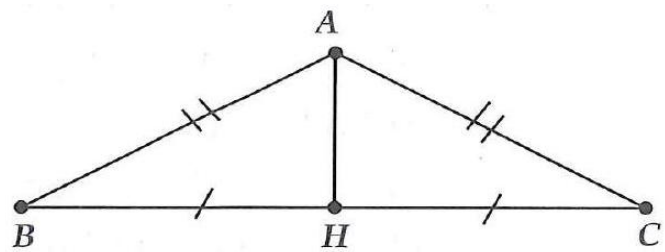
4A. Cho đoạn thẳng AB, gọi M là trung điểm của AB. Vẽ cung tròn tâm A và B có cùng bán kính (bán kính lớn hơn MA), hai cung tròn cắt nhau tại N.

a) Chứng minh $\triangle NMA = \triangle NMB$;

b) Chứng minh $NM \perp AB$;

c) Biết rằng $AB = 12$ cm; $NM = 8$ cm; $NA = 10$ cm. Tính chu vi tam giác NMB.

4B. Cho hình vẽ bên:



a) Chứng minh $\triangle ABH = \triangle ACH$;

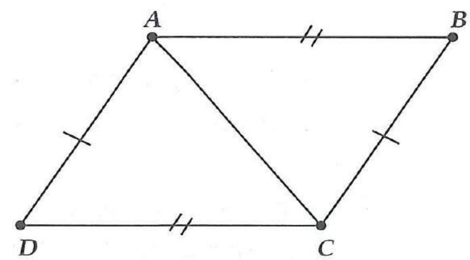
b) Chứng minh $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$;

c) Chứng minh $AH \perp BC$;

d) Biết rằng

$AB = 5$ cm; $AH = 3$ cm; $HC = 4$ cm.

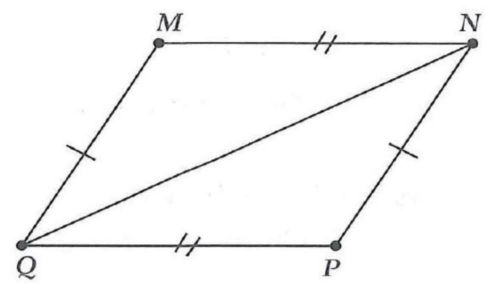
Tính chu vi tam giác ABH.



5A. Cho hình vẽ bên. Chứng minh:

a) $\triangle ADC = \triangle CBA$;

b) $AB // CD; AD // BC$.



5B. Cho hình vẽ bên. Chứng minh:

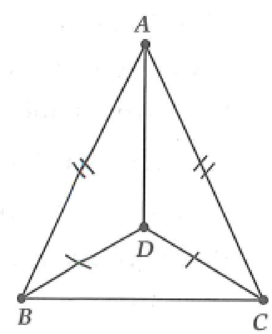
a) $\triangle MNQ = \triangle PQN$;

b) $\widehat{MNQ} = \widehat{PQN}$;

$MN // PQ; MQ // NP$

c) Biết $\hat{M} = 120^\circ; \widehat{QNP} = 30^\circ$.

Tính số đo các góc còn lại của hai tam giác MNP và QPN.

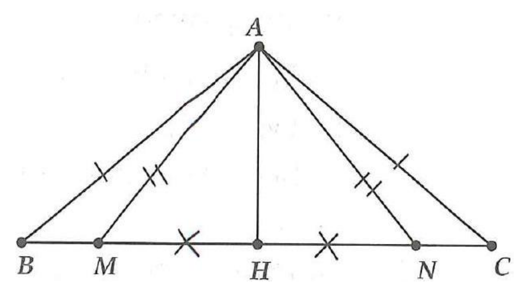


6A. Cho hình vẽ bên.

a) Chứng minh $\triangle ABD = \triangle ACD$;

b) Chứng minh AD là phân giác $\widehat{BAC}$.

c) Gọi I là trung điểm BC. Chứng minh $\triangle BID = \triangle CID; DI \perp BC$.



6B. Cho hình vẽ bên. Biết H là trung điểm BC.

a) Chứng minh $MB = NC$;

b) Chứng minh $\triangle ABM = \triangle ACN$.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

7. Biết $\triangle ABC = \triangle A'B'C'$, hãy viết thêm kí hiệu về sự bằng nhau của các tam giác bằng cách thay đổi thứ tự các đỉnh. Liệt kê các đỉnh tương ứng và các cạnh tương ứng của hai tam giác.

8. Biết rằng hai tam giác HIK và MNP bằng nhau nhưng xác định các đỉnh tương ứng. Hãy viết kí hiệu bằng nhau của hai tam giác HIK và MNP trong các trường hợp sau

a) $\hat{H} = \hat{P}; \hat{I} = \hat{N}$; b) $\hat{H} = \hat{M}; HI = NM$;

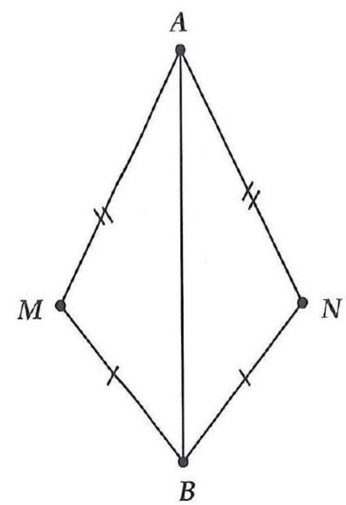
c) $HI = NP; IK = MP$; d) $\hat{H} = \hat{N}; HI = NP$.

9. Biết rằng $\triangle ABC = \triangle PQR$.

a) Viết các đỉnh tương ứng của hai tam giác, các cạnh tương ứng của hai tam giác.

b) Biết $\hat{A} = 40^\circ; \hat{B} = 35^\circ$. Tính số đo $\widehat{PRQ}$?

10. Cho hình vẽ bên.



a) Chứng minh $\triangle ABM = \triangle ABN$;

b) Chứng minh AB là phân giác của $\widehat{MAN}$; BA là phân giác của $\widehat{MBN}$;

c) Biết $\widehat{MAB} = 20^\circ$; $\widehat{MBA} = 25^\circ$. Tính số đó các góc còn lại của hai tam giác MAB và NAB.

11. Cho tam giác ABC có $AB = AC$. Gọi M là trung điểm của BC.

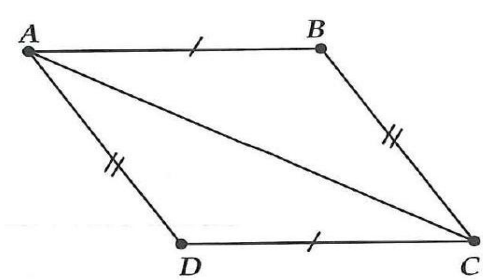
a) Chứng minh $\triangle ABM = \triangle ACM$;

b) Chứng minh $\widehat{ACM} = \widehat{ABM}$;

c) $AM \perp BC$;

d) Biết $AB = 13$ cm; $CM = 5$ cm; $AM = 12$ cm. Tính chu vi tam giác ABM.

12. Cho hình vẽ bên. Chứng minh



a) $\triangle ABC = \triangle CDA$;

b) $\widehat{BAC} = \widehat{ACD}; AB // CD$;

c) $AD // BC$.

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. a) Theo đề suy ra đỉnh B tương ứng với đỉnh M; đỉnh C tương ứng với đỉnh $P \Rightarrow \triangle ABC = \triangle NMP$;

b) $\hat{B} = \hat{M} \Rightarrow$ đỉnh B tương ứng đỉnh $M; BC = MN \Rightarrow$ hai đỉnh còn lại C và N là hai đỉnh tương ứng nên $\triangle ABC = PMN$;

c) $AB = MN; AC = NP \Rightarrow$ đỉnh lặp lại ở mỗi tam giác là A và N tương ứng với nhau; đỉnh còn lại B và $M; C$ và P là các đỉnh tương ứng nên $\triangle ABC = \triangle NMP$.

1B. Tương tự **1A.** Đáp số:

a) $\triangle PQR = \triangle EDF$; b) $\triangle QPR = \triangle EDF$; c) $\triangle PQR = \triangle DFE$.

2A. a) Trong tam giác ABC có $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$ (tổng ba góc tam giác)

$\Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - \left(\hat{A} + \hat{B}\right)$

Tương tự $\hat{P} = 180^\circ - \left(\hat{M} + \hat{N}\right)$. Mà $\hat{A} = \hat{M}; \hat{B} = \hat{N}$ nên $\hat{C} = \hat{P}$

b) Xét hai tam giác ABC và MNP có

$AB = MN; AC = MP; BC = NP$; và $\hat{A} = \hat{M}; \hat{B} = \hat{N}; \hat{C} = \hat{P}$ nên $\triangle ABC = \triangle MNP$.

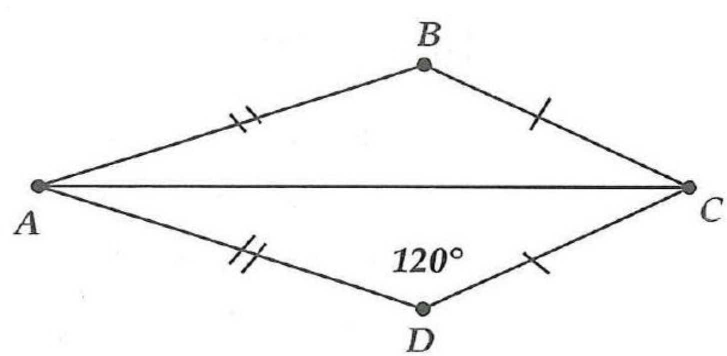
2B. a) Tính được $\hat{C} = 180^\circ - \left(\hat{A} + \hat{B}\right) = 110^\circ; \hat{E} = 180^\circ - \left(\hat{D} + \hat{F}\right) = 40^\circ$.

b) Xét tam giác ABC và DEF có

$\hat{A} = \hat{D} = 30^\circ; \hat{B} = \hat{E} = 40^\circ; \hat{C} = \hat{F} = 110^\circ; AB = DE; AC = DF; BC = FE;$

Suy ra $\triangle ABC = \triangle DEF$

3A. a) Xét tam giác ABC và ABD có: $AB = AD; BC = DC; AC$ chung Suy ra $\triangle ABC = \triangle ABD$ (c.c.c)



b) Vì $\triangle ABC = \triangle ABD$ (cmt) nên $\widehat{CAB} = \widehat{CAD}$ (2 góc tương ứng) nên AC là tia phân giác của $\widehat{BAD}$;

c) Vì $\triangle ABC = \triangle ABD$ (cmt) nên

$\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$ (2 góc tương ứng) mà $\widehat{ADC} = 120^\circ$ nên $\widehat{ABC} = 120^\circ$.

3B. a) $AM = AN; MH = NH$; AH chung nên $\triangle AMH = \triangle ANH$(c.c.c);

b) Vì $\triangle AMH = \triangle ANH\left(\text{cmt}\right)$

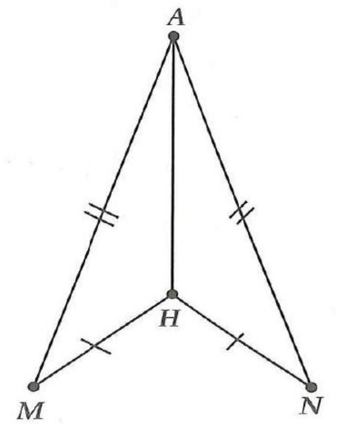
$\Rightarrow \widehat{MAH} = \widehat{NAH}$ (2 góc tương ứng)

nên AH là tia phân giác $\widehat{MAN}$;

c) Vì $\triangle AMH = \triangle ANH$ (cmt)

$\Rightarrow \widehat{AMH} = \widehat{ANH}$ (2 góc tương ứng)

mà $\widehat{AMH} = 20^\circ$ nên $\widehat{ANH} = 20^\circ$.



4A. a) N là giao điểm của hai cung tròn tâm A và B có cùng bán kính nên $NA = NB$;

Suy ra $\triangle MNA = \triangle MNB$ (c.c.c)

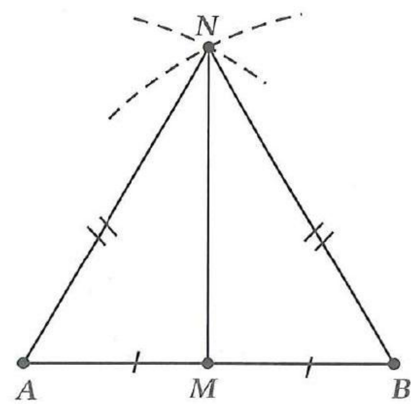
b) Vì $\triangle MNA = \triangle MNB\left(cmt\right)$ nên

$\widehat{NMA} = \widehat{NMB}$ (2 góc tương ứng);

mà $\widehat{NMA} + \widehat{NMB} = 180^\circ$ (2 góc kề bù)

$\Rightarrow \widehat{NMA} = \widehat{NMB} = \dfrac{1}{2}.180^\circ = 90^\circ$

Suy ra $NM \perp AB$.



c) M là trung điểm AB nên $AM = MB = \dfrac{1}{2}AB = 6\left(\text{cm}\right)$

Vì $NA = NB$; mà $NA = 10$ cm nên $NB = 10$ cm.

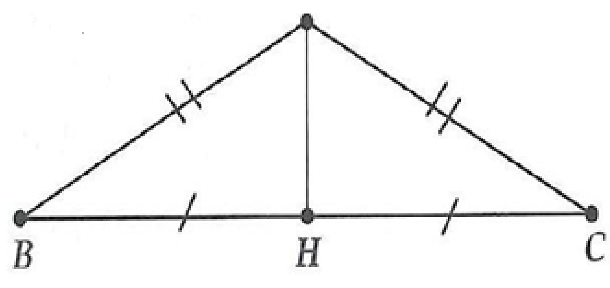
Chu vi tam giác NMB là $6 + 8 + 10 = 24\left(\text{cm}\right)$.

4B. a) HS tự chứng minh.

b) Vì $\triangle ABH = \triangle ACH\left(cmt\right) \Rightarrow \widehat{ABH} = \widehat{ACH}$ (hai góc tương ứng) hay $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$.

c) Chứng minh tương tự ý c) bài **4A.**

d) Chứng minh $BH = HC = 4$ cm. Suy ra chu vi ABH bằng 12 cm.

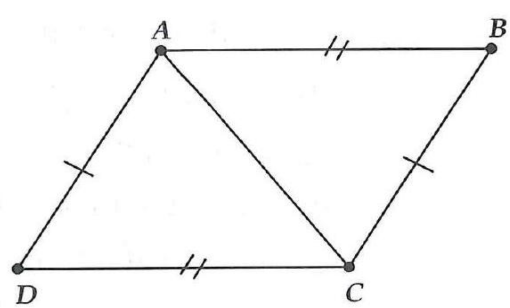


5A. a) Xét tam giác ADC và CBA có

$AD = BC; DC = AB; AC$ chung

Do đó $\triangle ADC = \triangle CBA($ c.c.c)

b) Vì $\triangle ADC = \triangle CBA\left(\text{cmt}\right)$



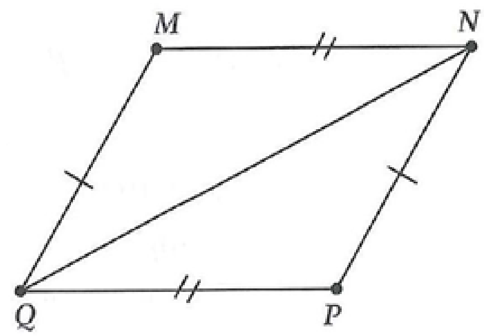
$\Rightarrow \widehat{DCA} = \widehat{BAC}$ (2 góc tương ứng)

Mà hai góc ở vị trí so le trong nên $DC // AB$ (DHNB)

Vì $\triangle ADC = \triangle CBA(cmt) \Rightarrow \widehat{DAC} = \widehat{BCA}$ (2 góc tương ứng)

Mà hai góc ở vị trí so le trong nên $DA // BC$ (DHNB).

5B. a) Tương tự **5A.** HS tự làm.



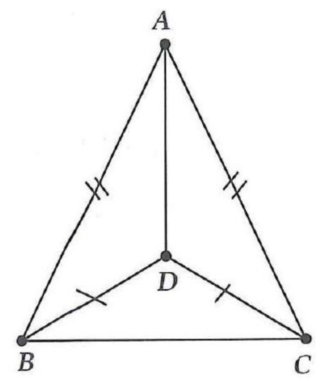
b) Chứng minh $\widehat{MNQ} = \widehat{NQP} \Rightarrow MN // PQ$.

Chứng minh $\widehat{MQN} = \widehat{PNQ} \Rightarrow MQ // NP$.

c) $\hat{M} = \hat{P} = 120^\circ$; $\widehat{NQM} = \widehat{QNP} = 30^\circ$; $\widehat{MNQ} = \widehat{NQP}$

$= 180^\circ - (120^\circ + 30^\circ) = 30^\circ$.

6A. a) Xét tam giác ADB và ADC có



$AB = AC; BD = CD; AD$ chung nên

$\triangle ADB = ADC($ c.c.c $)$

b) Vì $\triangle ADB = ADC$ (c.c.c)

nên $\widehat{BAD} = \widehat{CAD}$ (hai góc tương ứng).

Suy ra AD là tia phân giác $\widehat{BAC}$.

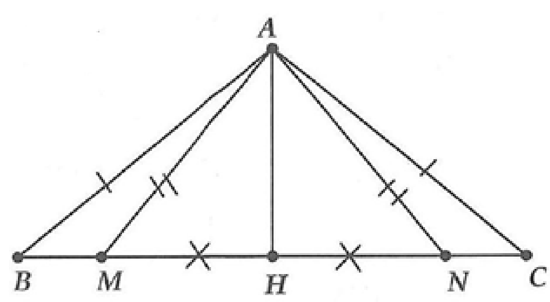
c) Xét tam giác BID và tam giác CID có $IB = IC$ (I là trung điểm BC); ID chung; $DB = DC$

Nên $\triangle BID = \triangle CID$ (c.c.c) .

Tương tự bài **4A** ý c) $\widehat{BID} = \widehat{CID}$; mà $\widehat{BID} + \widehat{CID} = 180^\circ$

Nên $\widehat{BID} = \widehat{CID} = \frac{1}{2}.180^\circ = 90^\circ \Rightarrow DI \perp BC$.

6B. a) Ta có $BH = MH + MB \Rightarrow MB = HB - MH$



$HC = NH + HC \Rightarrow NC = HC - NH$;

Mà $HB = HC$ (H là trung điểm BC);

$HM = HN$ suy ra $MB = NC$.

b) HS tự chứng minh $\triangle ABM = \triangle ACN($ c.c.c$)$.

7. $\triangle ACB = \triangle A'C'B'$; ; $\qquad$ $\triangle BAC = \triangle B'A'C'$

$\triangle BCA = \triangle B'C'A'$; $\qquad$ $\triangle CAB = \triangle C'A'B'$;

$\triangle CBA = \triangle C'B'A'$;

HS tự liệt kê các đỉnh và các cạnh tương ứng.

8. a) $\triangle HIK = \triangle PNM$; b) $\triangle HIK = \triangle MNP$;

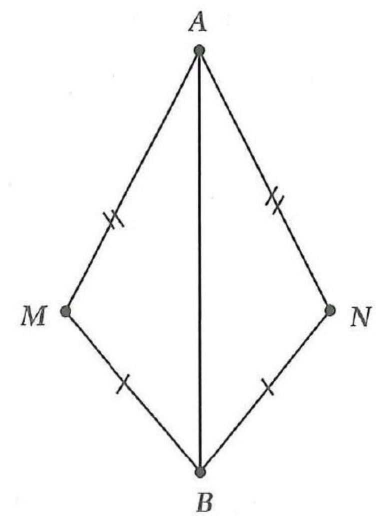
c) $\triangle HIK = \triangle NPM$; d) $\triangle HIK = \triangle NPM$.

9. a) Hs tự làm.

b) Gợi ý: $\widehat{PRQ} = 180^\circ - \left(\hat{P} + \hat{Q}\right)$

$= 180^\circ - \left(\hat{A} + \hat{B}\right) = 105^\circ$

10. a) HS tự chứng minh $\triangle ABM = \triangle ABN$(c.c.c)



b) Từ câu a) suy ra $\widehat{MAB} = \widehat{NAB} \Rightarrow AB$ là phân giác $\widehat{MAN}$.

$\widehat{MBA} = \widehat{NBA} \Rightarrow BA$ là phân giác $\widehat{MBN}$.

c) Do $\triangle ABM = \triangle ABN$(c.c.c) nên

$\widehat{MAB} = \widehat{NAB} = 20^\circ; \widehat{MBA} = \widehat{NBA} = 25^\circ$;

Ta có $\widehat{AMB} = 180^\circ - 20^\circ - 25^\circ = 135^\circ$;

Nên $\widehat{AMB} = \widehat{ANB} = 135^\circ$.

11. Tương tự **4A, 4B**. HS tự làm.

12. Tương tự **5A, 5B**. HS tự làm.

BÀI 3. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ HAI VÀ THỨ BA CỦA TAM GIÁC

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Trường hợp bằng nhau thứ hai của tam giác

Nếu hai cạnh và góc xen giữa của tam giác này bằng hai cạnh và góc xen giữa của tam giác kia thì hai tam giác bằng nhau.

2. Trường hợp bằng nhau thứ ba của tam giác

Nếu một cạnh và hai góc kề của tam giác này bằng một cạnh và hai góc kề của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

II. CÁC BÀI TẬP VÀ DẠNG TOÁN

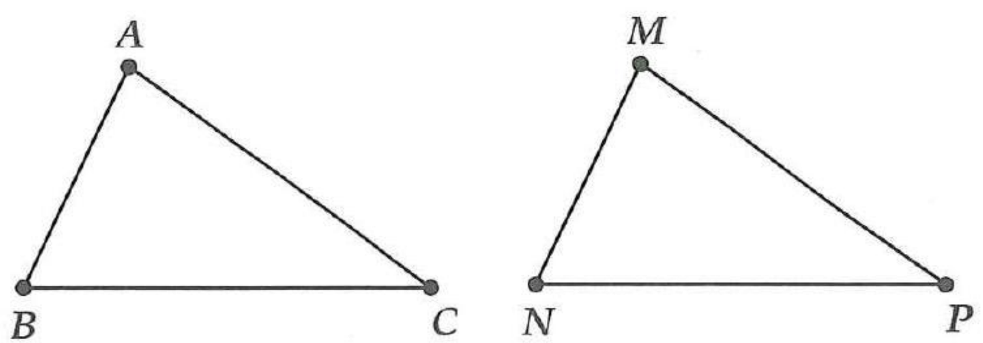
Dạng 1. Trường hợp bằng nhau thứ hai của tam giác

Phương pháp giải:

- Áp dụng lý thuyết trường hợp bằng nhau thứ hai của tam giác.

- Từ việc chứng minh hai tam giác bằng nhau suy ra các cạnh tương ứng bằng nhau; các góc tương ứng bằng nhau.

1A. Cần bổ sung thêm điều kiện gì để hai tam giác sau bằng nhau theo trường hợp cạnh - góc - cạnh trong các trường hợp sau?



a) $AB = MN; AC = MP$;

b) $AB = MN; BC = NP$;

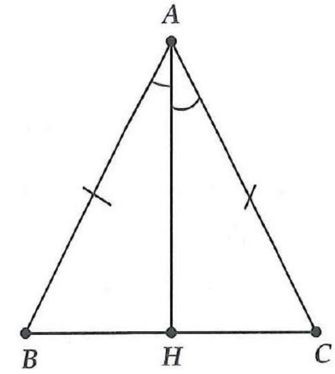
c) $AC = MP; \hat{C} = \hat{P}$.

1B. Cần thêm điều kiện gì để $\triangle ABC = \triangle A'B'C'$ theo trường hợp cạnh góc - cạnh trong các trường hợp dưới đây?

a) $AB = A'B'; BC = B'C'$;

b) $\hat{B} = \widehat{B'}$;

c) $\hat{C} = \widehat{C'}; AC = A'C'$.



2A. Cho hình vẽ bên, chứng minh:

a) $\triangle ABH = \triangle ACH$;

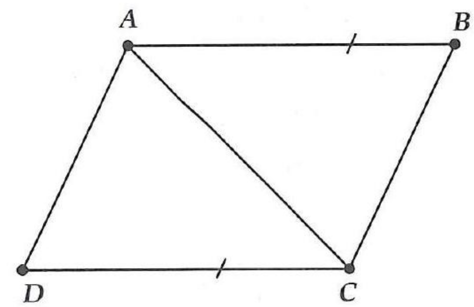
b) $\widehat{ABH} = \widehat{ACH}$;

c) $AH \perp BC$.

2B. Cho tam giác MNP có $MN = MP$. Kẻ tia phân giác góc M cắt cạnh NP tại I. Chứng minh:

a) $\triangle MNI = \triangle MPI$; b) $MI \perp NP$;

c) Lấy điểm E thuộc cạnh MN; điểm F thuộc cạnh MP sao cho $ME = MF$. Chứng minh $\widehat{NIE} = \widehat{\text{PIF}}$.



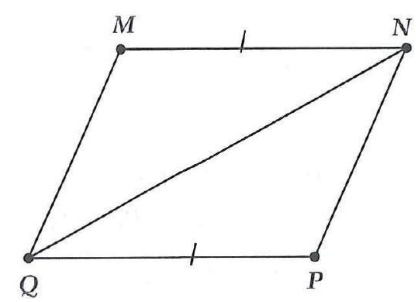
3A. Cho hình vẽ bên, biết $AB // CD$.

Chứng minh:

a) $\triangle ABC = \triangle CDA$;

b) $\hat{B} = \hat{D}$;

c) $AD // BC$.



3B. Cho hình vẽ bên. Biết $MN // PQ$. Chứng minh:

a) $\triangle MNQ = \triangle PQN$;

b) $\hat{M} = \hat{P}$;

c) $MQ // NP$.

4A. Cho góc xOy khác góc bẹt, Ot là tia phân giác của $\widehat{xOy}$; Lấy điểm A thuộc tia Ox và điểm B thuộc tia Oy sao cho $OA = OB$. Lấy điểm M bất kì trên tia Ot. Chứng minh:

a) $\triangle AOM = \triangle BOM$;

b) $AM = BM$;

c) $AB \perp Ot$.

4B. Cho góc xOy khác góc bẹt, Om là tia phân giác của $\widehat{xOy}$; Lấy điểm H bất kì trên tia Om. Vẽ cung tròn tâm O cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại M, N. Chứng minh:

a) $\triangle ONH = \triangle OMH$;

b) $HM = HN$; HO là tia phân giác của $\widehat{NHM}$;

c) $MN \perp Om$.

5A. Cho tam giác ABC, trên tia đối của tia AB lấy điểm M, trên tia đối của tia AC lấy điểm N sao cho $AM = AB; AN = AC$.

a) Chứng minh $\triangle AMN = \triangle ABC$;

b) Chứng minh $MN // BC$;

c) Lấy điểm H trên cạnh BC và điểm K trên cạnh MN sao cho $BH = MK$. Chứng minh $\triangle AKM = \triangle AHB$. Từ đó chứng minh A, K, H thẳng hàng.

5B. Cho tam giác ABC, trên tia đối của tia BA lấy điểm E, trên tia đối của tia BC lấy điềm F sao cho $BA = BE; BC = BF$.

a) Chứng minh $\triangle ABC = \triangle EBF$;

b) Chứng minh $AC // FE; FA // CE$;

c) Lấy M thuộc đoạn AC và N thuộc đoạn FE sao cho $AM = NE$. Chứng minh B, M, N thẳng hàng.

6A. Cho tam giác ABC có $AB = AC$. Gọi M là trung điểm BC.

a) Chứng minh $\triangle ABM = \triangle ACM$;

b) Lấy H thuộc tia đối BM; K thuộc tia đối CM sao cho $BH = CK$.

Chứng minh $\triangle ABH = \triangle ACK$.

6B. Cho tam giác ABC có $AB = AC$. Gọi H là trung điểm BC.

a) Chứng minh $\triangle ABH = \triangle ACH$;

b) Lấy E thuộc đoạn BH và F thuộc đoạn CH sao cho $HE = HF$.

Chứng minh $BE = FC$. Từ đó chứng minh $\triangle ABE = \triangle ACF$.

Dạng 2. Trường hợp bằng nhau thứ ba của tam giác

Phương pháp giải:

- Áp dụng lý thuyết trường hợp bằng nhau thứ ba của tam giác.

- Từ việc chứng minh hai tam giác bằng nhau suy ra các cạnh tương ứng bằng nhau; các góc tương ứng bằng nhau.

7A. Cần thêm điều kiện gì để $\triangle ABC = \triangle MNP$ theo trường hợp góc canh - góc trong các trường hợp sau:

a) $AB = MN; \hat{A} = \hat{M}$;

b) $\hat{A} = \hat{M}; \hat{C} = \hat{P}$;

c) $BC = NP$.

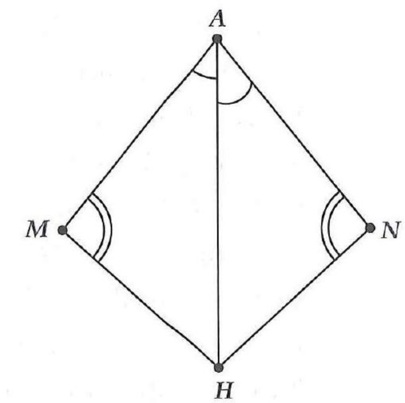
7B. Cần thêm điều kiện gì để $\triangle ABC = \triangle A'B'C'$ theo trường hợp góc cạnh - góc trong các trường hợp sau:

a) $AB = A'B'; \widehat{A} = \widehat{A'}$;

b) $\widehat{A} = \widehat{A'}; \widehat{C} = \widehat{C'}$;

c) $AC = MP$.

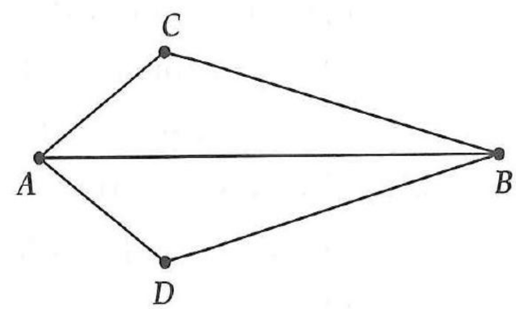
8A. Cho hình vẽ bên. Chứng minh



a) $\widehat{AHM} = \widehat{AHN}$;

b) $\triangle AHM = \triangle AHN$;

8B. Cho hình vẽ bên biết:



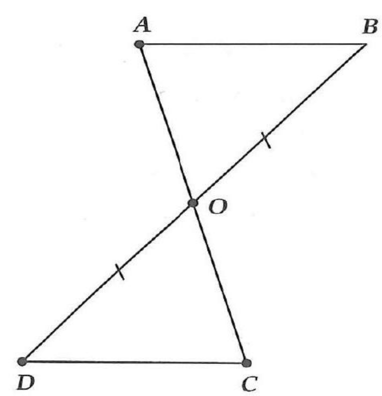
AB là phân giác của $\widehat{CAD}$.

$\widehat{CAD} = 40^\circ; \hat{C} = 150^\circ; \widehat{ABD} = 10^\circ$.

a) Tính số đo các góc còn lại của các tam giác ABC và ADB.

b) Chứng minh $\triangle ABD = \triangle ABC$.

9A. Cho hình vẽ bên biết $AB//CD$.

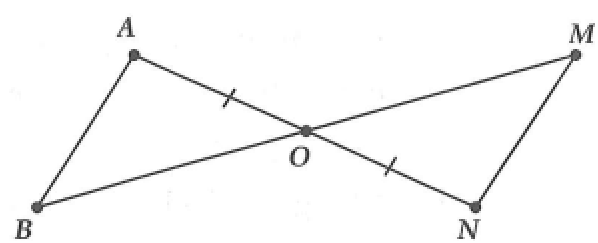


Chứng minh:

a) $\widehat{BAO} = \widehat{DCO}$;

b) $\triangle ABO = \triangle CDO$.

9B. Cho hình vẽ bên, biết $AB//MN$.



Chứng minh:

a) $\widehat{BAO} = \widehat{MNO}$;

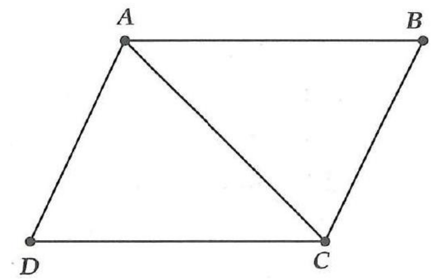
b) $\triangle BAO = \triangle MNO$.

10A. Cho hình vẽ bên, biết

$AB//CD; AD//BC$. Chứng minh:

a) $\widehat{BAC} = \widehat{ACD}$;

b) $\triangle ABC = \triangle CDA$.

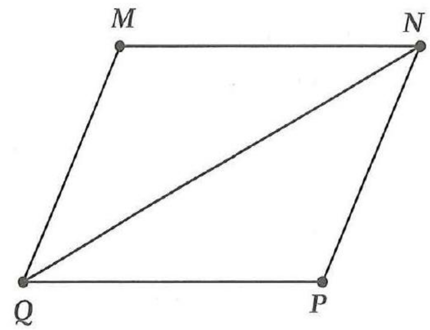


10B. Cho hình vẽ bên, biết $MN // PQ; MQ // NP$.

Chứng minh:

a) $\widehat{MNQ} = \widehat{NQP}$;

b) $\triangle MNQ = \triangle PQN$.

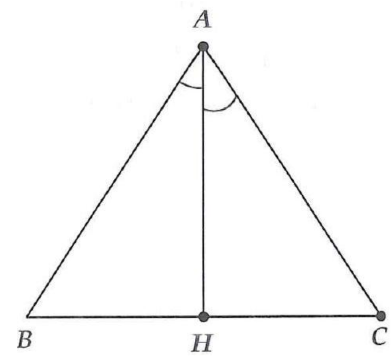


III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

11. Cần bổ sung thêm điều kiện gì để $\triangle ABH = \triangle ACH$ theo trường hợp:

a) Cạnh - góc - cạnh;

b) Góc - cạnh - góc.



12. Cho tam giác ABC, qua A kẻ đường thẳng d song song với cạnh BC, trên đường thẳng d lấy điểm M sao cho $AM = BC; M$ và C nằm cùng phía so với AB. Chứng minh:

a) $\widehat{MAC} = \widehat{BCA}$; b) $\triangle MAC = \triangle BCA$; c) $AB // MC$.

13. Cho góc xOy khác góc bẹt. Lấy A, C thuộc tia Ox và B, D thuộc tia Oy sao cho $OA = OB; OC = OD$. (A nằm giữa O và C; điểm B nằm giữa O và D). Chứng minh:

a) $\triangle OAD = \triangle OBC$; b) $\widehat{OCB} = \widehat{ODA}; \widehat{CAD} = \widehat{DBC}$.

c) Gọi I làm giao điểm của AD và BC. Chứng minh $IA = IB$.

14. Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi M là trung điểm AC, trên tia đối của tia MB lấy điểm D sao cho $MD = MB$.

a) Chứng minh $AD = BC$;

b) Chứng minh $CD \perp AC$;

c) Đường thẳng qua B song song với AC cắt tia DC tại N. Chứng minh $\triangle ABM = \triangle CNM$.

15. Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn $(AB < AC)$. E là trung điểm của BC. Trên tia AE lấy điểm D sao cho E là trung điểm AD.

a) Chứng minh $\triangle ABE = \triangle DCE$;

b) Chứng minh $AC // BD$;

c) Kẻ $AH \perp BC\left(H \in BC\right)$; Trên tia AH lấy điểm K sao cho H là trung điểm AK. Chứng minh $BD = AC = CK$.

16. Cho tam giác ABC. Điểm E là trung điểm của BC. Lấy D thuộc tia đối của EA sao cho $ED = EA$.

a) Chứng minh $\triangle AEB = \triangle DEC$;

b) Chứng minh $AC // BD$;

c) Kẻ $EI \perp AC\left(I \in AC\right)$; $EK \perp BD\left(K \in BD\right)$.

Chứng minh $\triangle AIE = \triangle DKE$;

d) Chứng minh I, E, K thẳng hàng.

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. a) $\hat{A} = \hat{M}$;   b) $\hat{B} = \hat{N}$;   c) $BC = NP$.

1B. Tương tự **1A.** HS tự làm.

2A. a) Xét tam giác ABH và tam giác ACH có $AB = AC; \widehat{BAH} = \widehat{CAH}$; AH chung

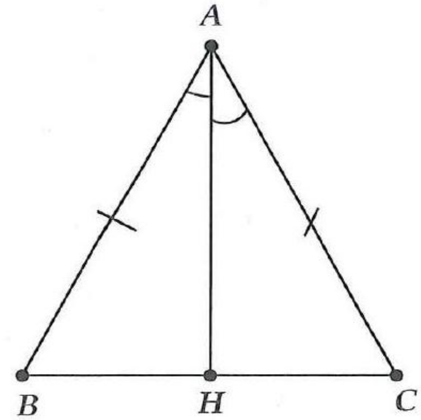
Do đó $\triangle ABH = \triangle ACH$(c.g.c)

b) Vì $\triangle ABH = \triangle ACH$ (cmt) nên

$\widehat{ABH} = \widehat{ACH}$ (2 góc tương ứng);

c) Vì $\triangle ABH = \triangle ACH$ (cmt) nên

$\widehat{AHB} = \widehat{AHC}$ (2 góc tương ứng) mà $\widehat{AHB} + \widehat{AHC} = 180^\circ$ (hai góc kề bù) nên $\widehat{AHB} = \widehat{AHC} = \frac{1}{2}.180^\circ = 90^\circ \Rightarrow AH \perp BC$.



2B. a) b) Tương tự **2A.** HS tự chứng minh.

c) Gợi ý: Chứng minh $NE = PF$ (sử dụng trừ đoạn thẳng)

Chứng minh $\widehat{MNP} = \widehat{MPN}$, chứng minh $\triangle$NIE $= \triangle P$IF (c.g.c).

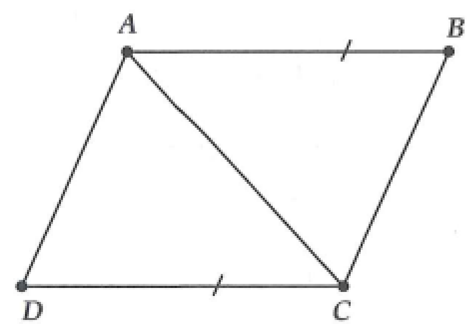
3A. a) Vì $AB // CD$ nên $\widehat{BAC} = \widehat{ACD}$ (hai góc so le trong).

Xét tam giác ABC và tam giác CDA có:

AC chung; $\widehat{BAC} = \widehat{ACD}; AB = CD$

Do đó $\triangle ABC = \triangle CDA$ (c.g.c) .

b) Vì $\triangle ABC = \triangle CDA$(cmt) nên $\hat{B} = \hat{D}$ (hai góc tương ứng).



c) Vì $\triangle ABC = \triangle CDA$ (cmt) nên $\widehat{DAC} = \widehat{BCA}$ (hai góc tương ứng) mà hai góc ở vị trí so le trong nên $AD // BC$.

3B. Tương tự **3A.** HS tự làm.

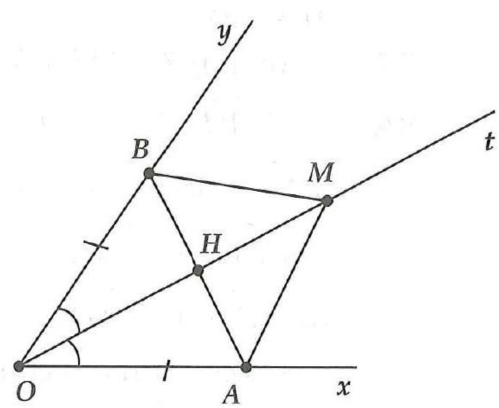
4A. a) Vì Ot là tia phân giác $\widehat{xOy}$ nên $\widehat{xOt} = \widehat{tOy}$,

hay $\widehat{AOM} = \widehat{BOM}$.

Xét tam giác AOM và tam giác BOM có OM chung;

$\widehat{AOM} = \widehat{BOM}$;

$OA = OB$



Do đó $\triangle AOM = \triangle BOM$ (c.g.c)

b) Vì $\triangle AOM = \triangle BOM\left(\text{cmt}\right)$ nên $AM = BM$ (hai cạnh tương ứng).

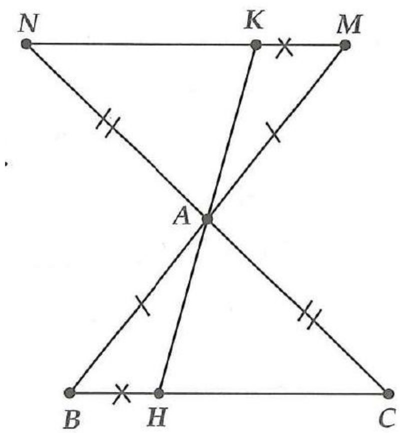
c) Gọi H là giao điểm AB và Ot.

Chứng minh $\triangle OHA = \triangle OHB$

$\Rightarrow \widehat{OHA} = \widehat{OHB} = \dfrac{1}{2}.180^\circ = 90^\circ$.

4B. Tương tự **4A.** HS tự làm.

5A. a) HS tự chứng minh.



b) Do $\triangle AMN = \triangle ABC$ (cmt)

suy ra $\widehat{ABC} = \widehat{AMN}$

mà hai góc ở vị trí so le trong nên $MN // BC$.

c) Vì $\widehat{ABC} = \widehat{AMN}; AB = AM$;

$BH = KM$ nên $\triangle AHB = \triangle AKM$ (c.g.c);

Suy ra $\widehat{BAH} = \widehat{MAK}$

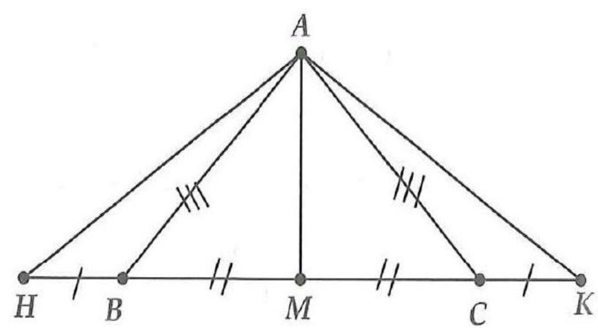
Mà $\widehat{BAH} + \widehat{HAM} = 180^\circ$

$\Rightarrow \widehat{KAM} + \widehat{HAM} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{KAH} = 180^\circ$.

Do đó A, K, H thẳng hàng.

5B. Tương tự **5A.** HS tự làm.

6A. a) HS tự chứng minh.



b) Từ câu a) suy ra $\widehat{ABM} = \widehat{ACM}$.

Ta có $\widehat{ABH} = 180^\circ - \widehat{ABM}$;

$\widehat{ACK} = 180^\circ - \widehat{ACM}$;

suy ra $\widehat{ABH} = \widehat{ACK}$.

Từ đó chứng minh $\triangle ABH = \triangle ACK$(c.g.c).

6B. Tương tự **6A.** HS tự làm.

7A. a) $\hat{B} = \hat{N}$; b) $AC = MP$; c) $\hat{B} = \hat{N}; \hat{C} = \hat{P}$.

7B. Tương tự **7A.** HS tự làm.

8A. a) $\widehat{AMH} = 180^\circ - \hat{M} - \widehat{MAH}$;

$\widehat{ANH} = 180^\circ - \hat{N} - \widehat{NAH}$;

Mà $\hat{M} = \hat{N}; \widehat{MAH} = \widehat{NAH}$

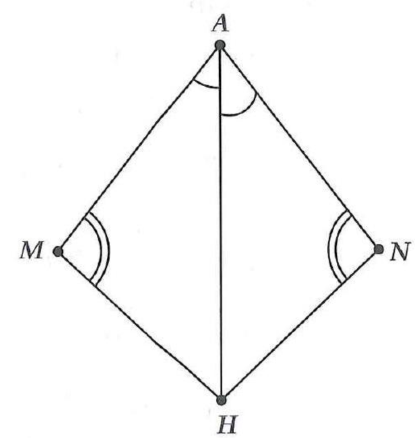
nên $\widehat{AHM} = \widehat{AHN}$;

b) Do có cạnh AH chung;

$\widehat{AHM} = \widehat{AHN}$;

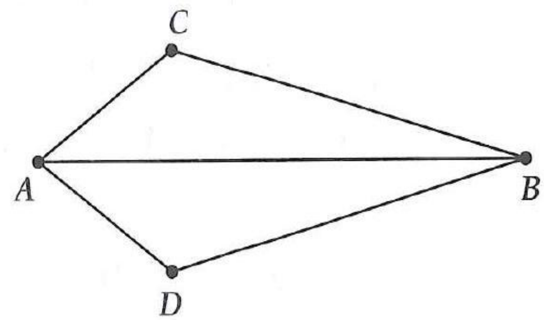
$\widehat{MAH} = \widehat{NAH}$

nên $\triangle AHM = \triangle AHN$(g.c.g).



8B. a) Sử dụng tính chất tổng ba góc trong tam giác tính được

$\widehat{CAB} = \widehat{DAB} = 20^\circ; \hat{D} = 150^\circ$; $\widehat{ABC} = 10^\circ$.

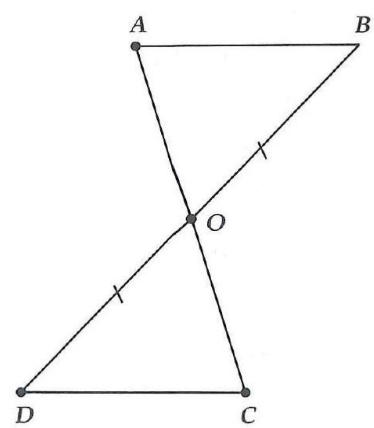


b) Do AB chung;

$\widehat{CAB} = \widehat{DAB} = 20^\circ$;

$\widehat{CBA} = \widehat{DBA} = 10^\circ$

nên $\triangle ABD = \triangle ABC$ (g.c.g).



9A. a) Vì $AB//CD$ nên $\widehat{BAO} = \widehat{DCO}$ (hai góc so le trong);

b) Vì $\widehat{AOB} = \widehat{COD}$ (đối đỉnh); $OB = OD$;

Vì $AB//CD$ nên $\widehat{BAO} = \widehat{DCO}$ (hai góc so le trong)

nên $\triangle ABO = \triangle CDO$ (g.c.g).

9B. Tương tự **9A.** HS tự làm.

10A. a) $AB//CD \Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{ACD}$ (slt)

b) $AD//BC \Rightarrow \widehat{DAC} = \widehat{ACB}$.

Vì $\widehat{BAC} = \widehat{ACD}; \widehat{DAC} = \widehat{ACB}$ và AC chung

nên $\triangle ABC = \triangle CDA$ (g.c.g).

10B. Tương tự **10A.** HS tự làm.

11. a) $AB = AC$;

b) $\widehat{AHB} = \widehat{AHC}$.

12. Tương tự **3A.** HS tự làm

13. a) HS tự làm.

b) Gơi ý: chứng minh $\widehat{CAD}=\widehat{DBC}$.

$\widehat{CAD}=180^\circ-\widehat{OAD};\widehat{DBC}=180^\circ-\widehat{OBC}$, mà $\widehat{OAD}=\widehat{OBC}$

Nên $\widehat{CAD}=\widehat{DBC}$.

c) Gợi ý: $AC=OC-OA;BD=OD-OB\Rightarrow AC=BD$.

Chứng minh $\triangle IAC=\triangle IBD\left(g.c.g\right)\Rightarrow IA=IB$.

14. a) Chứng minh $\triangle MAD=\triangle MCB\left(c.g.c\right)$.

b) Chứng minh $\triangle MAB=\triangle MCD$ (c.g.c) $\Rightarrow\widehat{MAB}=\widehat{MCD}=90^\circ$

$\Rightarrow CD\perp AC$

c) Chứng minh $DN//AB$.

Tương tự **10A.** Chứng minh $\triangle CAB=\triangle BNC\left(g.c.g\right)\Rightarrow AB=CN$

Suy ra ĐPCM.

15. a) $\triangle ABE=\triangle DCE($ c.g.c).

b) Chứng minh $\triangle AEC=\triangle DEB\left(c.g.c\right)\Rightarrow\widehat{EAC}=\widehat{EDB}\Rightarrow AC//DB$.

c) Do $\triangle AEC=\triangle DEB\Rightarrow AC=BD$.

Chứng minh $\triangle CBA=\triangle CBK\left(c.g.c\right)\Rightarrow AC=CK$.

16. Tương tự **5A.** HS tự chứng minh.

BÀI 4. CÁC TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA TAM GIÁC VUÔNG

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Ba trường hợp bằng nhau của tam giác vuông

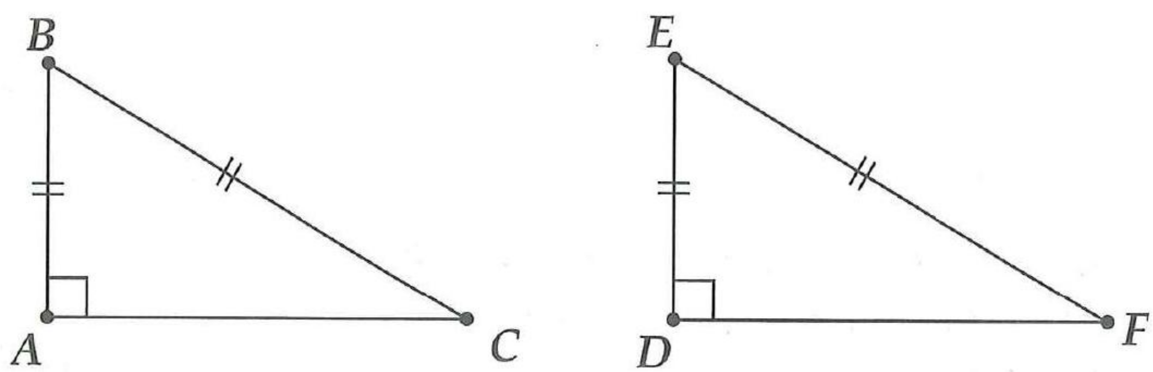
- Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này lần lượt bằng hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.

- Nếu một cạnh góc vuông và góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông này bằng một cạnh góc vuông và góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.

- Nếu cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.

2. Trường hợp bằng nhau đặc biệt của tam giác vuông

Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.



Xét $\triangle ABC$ và $\triangle DEF$ có : $\left.\begin{array}{l}\widehat{A}=\widehat{D}=90^\circ\\ AB=EF\\ ABE\end{array}\right\}\Rightarrow \triangle ABC=\triangle DEF\,(ch-cgv)$

BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Chứng minh hai tam giác vuông bằng nhau

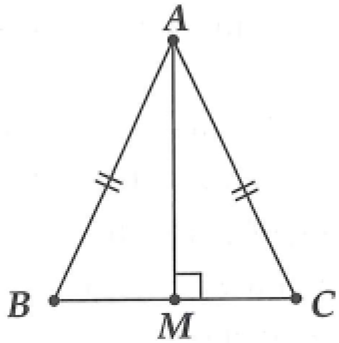
Phương pháp giải:

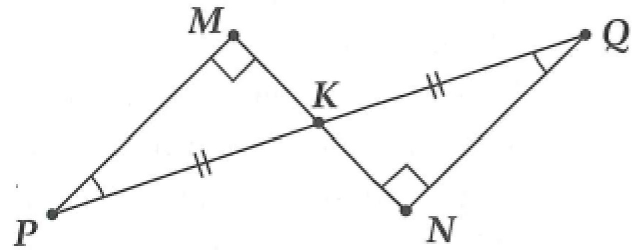
- Xét hai tam giác vuông

- Xét các yếu tố bằng nhau của hai tam giác vuông rồi đối chiếu lên các trường hợp bằng nhau của chúng (xem phần Tóm tắt lý thuyết).

- Kết luận hai tam giác bằng nhau.

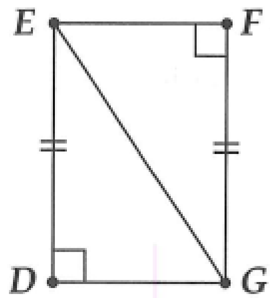
1A. Mỗi hình sau có các cặp tam giác vuông nào bằng nhau? Vì sao?

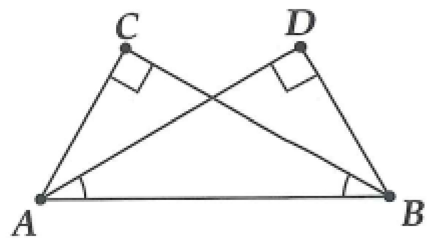




a) b)

1B. Tìm và chứng minh các tam giác vuông bằng nhau trong mỗi hình sau:





a) b)

2A. Cho $\triangle ABC$ có $AB = AC$. Kẻ $AH \perp BC$ tại H.

a) Chứng minh $\triangle ABH = \triangle ACH$.

b) Kẻ $HM \perp AB$ tại $M, HN \perp AC$ tại N. Chứng minh $\triangle AMH = \triangle ANH$.

c) Chứng minh $\triangle MBH = \triangle NCH$.

d) Chứng minh HA là tia phân giác của $\widehat{MHN}$

2B. Cho $\triangle ABC$ có $AB = AC$. Kẻ $BM \perp AC$ tại $M, CN \perp AB$ tại N. Chứng minh:

a) $\triangle AMB = \triangle ANC$.

b) $\triangle BCN = \triangle CBM$.

3A. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = AC$. Gọi d là đường thẳng bất kì đi qua A và cắt BC tại M. Kẻ $BH \perp d$ tại $H, CK \perp d$ tại K.

Chứng minh $\triangle BHA = \triangle AKC$.

3B. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A $(AB < AC)$.Kẻ $AH \perp BC$ tại H. Trên AB lấy điểm I sao cho $AI = AC$. Kẻ $IK \perp AH$ tại K.

Chứng minh $\triangle AHC = \triangle IKA$.

Dạng 2. Sử dụng trường hợp bằng nhau của hai tam giác vuông để chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau, hai góc bằng nhau.

Phương pháp giải:

- Chọn ra hai tam giác vuông có cạnh (góc) là hai đoạn thẳng (góc) mà đề bài yêu cầu chứng minh bằng nhau.

- Chứng minh hai tam giác vuông đó bằng nhau theo trường hợp đã học rồi suy ra hai cạnh (góc) tương ứng bằng nhau.

4A. Cho $\widehat{xOy}$ nhọn. Lấy hai điểm A,B lần lượt thuộc Ox,Oy sao cho $OA=OB$. Từ A kẻ đường thẳng vuông góc với Oy tại E. Từ B kẻ đường thẳng vuông góc với Ox tại F. Chứng minh:

a) $OE=OF$.

b) $\widehat{BAE}=\widehat{ABF}$.

c) Gọi I là giao điểm của AE và BF. Chứng minh $OI\perp AB$.

4B. Cho $\triangle ABC$ có $AB=AC$. Đường thẳng qua B vuông góc với AB cắt đường thẳng qua C vuông góc với AC tại O. Chứng minh:

a) $BO=CO$.

b) $AO\perp BC$.

c) $\widehat{BCO}=\widehat{CBO}$.

5A. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có BM là tia phân giác của $\hat{B}\left(M\in AC\right)$. Kẻ $MD\perp BC$ tại D. Kéo dài MD cắt AB tại E.

a) Chứng minh $BA=BD$.

b) Chứng minh $\triangle ABC=\triangle DBE$.

c) Kẻ $DH\perp AC$ tại $H, AK\perp DE$ tại K, AK cắt DH tại N. Chứng minh MN là tia phân giác của $\widehat{KMH}$.

d) Chứng minh B,M,N thẳng hàng.

5B. Cho $\triangle ABC$ nhọn có $AB<AC$. Gọi I là giao điểm tia phân giác của góc B và góc C. Từ I lần lượt kẻ các đường thẳng vuông góc với BC,AC,AB tại M,N,P. Chứng minh:

a) $BM=BP$.

b) $IM=IN$.

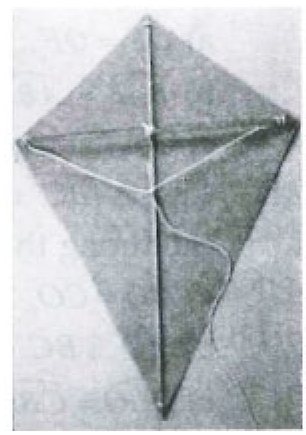
c) $BP+CN=BC$.

d) AI là tia phân giác của $\widehat{BAC}$.

Dạng 3. Ứng dụng trường hợp bằng nhau của hai tam giác vuông vào thực tế

6A. "Để biết độ dài các cột đèn cao áp (trồng thẳng đứng) có bằng nhau không, ta có thể đo bóng của chúng dưới ánh sáng Mặt Trời mà không cân đo chính xác độ dài của mỗi cột". Do Mặt Trời ở xa Trái Đất nên có thể coi ánh sáng tạo với mặt đất những góc bằng nhau. Sử dụng hình vẽ bên cạnh, em hãy chứng tỏ nhận xét trên nhé.

6B. Diều giấy là một loại diều đơn giản, dễ làm và rất hay gặp ở các vùng nông thôn Việt Nam. Muốn diều bay được, ngoài phần đuôi diều thì thân diều cũng phải được thiết kế là một tứ giác cân xứng, không "lệch". Để làm được điều này, người ta đặt hai que tre (gọi là "xương" diều) vuông góc với nhau tại trung điểm của mỗi que và 4 đỉnh của thân diều trùng với 4 đầu của hai que tre. Khi đó, thân diều là một tứ giác có 2 cặp cạnh bằng nhau và đảm bảo tính cân xứng. Em hãy chỉ ra và chứng minh hai cặp cạnh bằng nhau đó trên hình vẽ nhé.



III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

7. Cho $\triangle ABC$ nhọn có $AB < AC$. Gọi M là trung điểm của BC. Qua M kẻ đường thẳng vuông góc với BC, cắt tia phân giác của $\widehat{BAC}$ tại I. Kẻ $IH \perp AB$ tại $H, IK \perp AC$ tại K. Chứng minh:

a) $IB = IC$.

b) $IH = IK$.

c) $BH = CK$.

8. Cho $\triangle ABC$ có $AB = AC$. Lấy điểm E thuộc tia phân giác của $\widehat{BAC}$ sao cho E nằm ngoài $\triangle ABC$. Kẻ $EN \perp AB$ tại $N, EP \perp AC$ tại P. Chứng minh:

a) $\triangle AEN = \triangle AEP$.

b) $\triangle ABE = \triangle ACE$.

c) $\triangle BNE = \triangle CPE$.

d) Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh A, M, E thẳng hàng.

9. Cho $\triangle ABC$ nhọn. Kẻ $AH \perp BC\left(H \in BC\right)$. Trên nửa mặt phẳng bờ AH chứa điểm B, vẽ $AD \perp AB$ sao cho $AD = AB$. Trên nửa mặt còn lại, vẽ $AE \perp AC$ sao cho $AE = AC$. Kẻ $DK \perp AH$ tại K, $EM \perp AH$ tại M. Chứng minh:

a) $DK = EM$.

b) Gọi I là giao điểm của AH và DE. Chứng minh I là trung điểm của DE.

10. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB > AC$. Tia phân giác của góc B cắt AC tại I. Kẻ $IH \perp BC$ tại H. Trên tia AC lấy điểm M sao cho $AM = AB$. Đường thẳng vuông góc với AM tại M cắt IH tại N. Chứng minh:

a) $AB = BH$ b) $\widehat{IBN} = 45^\circ$

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. a) $\widehat{AMB} = \widehat{AMC} = 90^\circ, AB = AC(gt), AM$: chung

$\Rightarrow \triangle ABM = \triangle ACM\ (ch - cgv)$

b) $\widehat{KMP} = \widehat{KNQ} = 90^\circ, KP = KQ(gt), \widehat{KPM} = \widehat{KQN}(gt)$

$\Rightarrow \triangle KMP = \triangle KNQ\ (ch\text{ - }gn)$

1B. a) $\widehat{GDE} = \widehat{GFE} = 90^\circ, EG$: chung, $DE = FG(gt)$

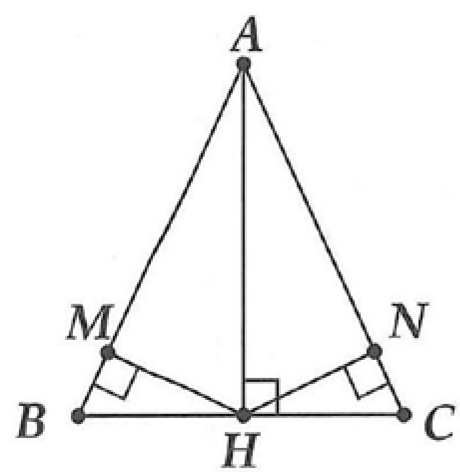
$\Rightarrow \triangle DGE = \triangle FEG(ch - cgv)$

b) $\widehat{ACB} = \widehat{ADB} = 90^\circ, AB$: chung, $\widehat{ABC} = \widehat{BAD}(gt)$

$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle BAD(ch - gn)$

2A. a) $\widehat{AHB} = \widehat{AHC} = 90^\circ, AB = AC(gt), AH$: chung

$\Rightarrow \triangle ABH = \triangle ACH\ (ch - cgv)$



b) $\widehat{AMH} = \widehat{ANH} = 90^\circ, AH$: chung,

$\widehat{MAH} = \widehat{NAH}\ (\triangle ABH = \triangle ACH)$

$\Rightarrow \triangle AMH = \triangle ANH\ (ch - gn)$

c) $\widehat{HMB} = \widehat{HNC} = 90^\circ$,

$BH = CH\ (\triangle ABH = \triangle ACH), MH = NH\ (\triangle AMH = \triangle ANH)$

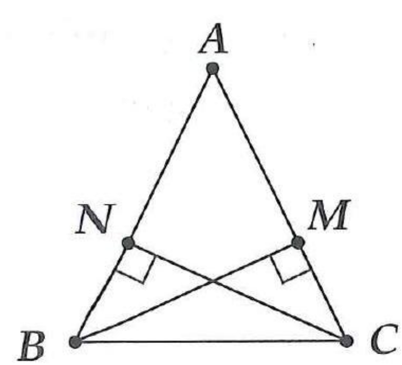
$\Rightarrow \triangle MBH = \triangle NCH\ (ch - cgv)$

d) Từ câu b) có $\widehat{MHA} = \widehat{NHA}$.

Suy ra HA là tia phân giác của $\widehat{MHN}$.

2B. a) $\widehat{AMB} = \widehat{ANC} = 90^\circ, AB = AC(gt), \widehat{A}$: chung

$\Rightarrow \triangle ABM = \triangle ACN\ (ch - gn)$.

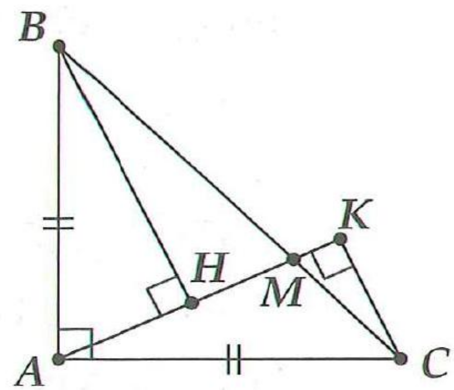


b) Từ a) suy ra $BM = CN$, kết hợp

$\widehat{CMB} = \widehat{BNC} = 90^\circ, BC$: chung

$\Rightarrow \triangle BCN = \triangle CBM\ (ch - cgv)$.

3A. $\triangle ABH$ vuông tại H có $\widehat{ABH}+\widehat{BAH}=90^\circ$



Mà $\widehat{CAK}+\widehat{BAH}=\widehat{CAB}=90^\circ$

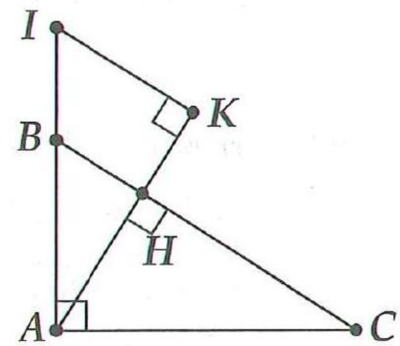
$\Rightarrow \widehat{ABH}=\widehat{CAK}$

$\widehat{AHB}=\widehat{AKC}=90^\circ, AB=AC\left(gt\right);$

$\widehat{ABH}=\widehat{CAK}$

$\Rightarrow \triangle BHA = \triangle AKC\left(ch-gn\right).$

3B. Tương tự **3A**



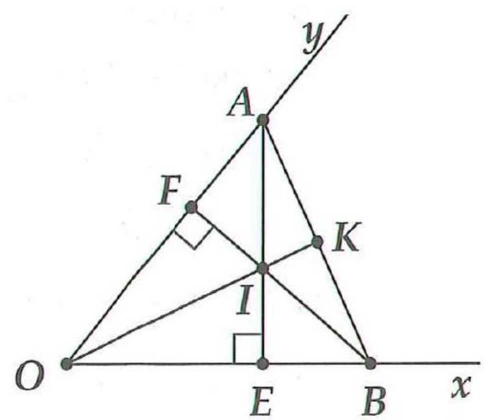
$\widehat{AIK}=\widehat{CAH}$ (cùng phụ với $\widehat{IAK}$)

Từ đó chứng minh được

$\triangle AHC = \triangle IKA\left(ch-gn\right).$

4A. a) $\widehat{AEO}=\widehat{BFO}=90^\circ, OA=OB\left(gt\right)$, $\widehat{AOB}$ chung

$\Rightarrow \triangle AEO = \triangle BFO$ $(ch\text{-}gn) \Rightarrow OE=OF$.



b) $OA=OB; OE=OF$

$\Rightarrow OA-OF=OB-OE$ hay $AF=BE$.

$\widehat{AEB}=\widehat{BFA}=90^\circ, AB$: chung, $AF=BE$

$\Rightarrow \triangle AEB = \triangle BFA\left(ch-cgv\right) \Rightarrow \widehat{BAE}=\widehat{ABF}$.

c) Gọi K là giao điểm của OI và AB

$\widehat{OEI}=\widehat{OFI}=90^\circ, OI$: chung, $OE=OF$

$\Rightarrow \triangle OEI = \triangle OFI\left(ch-cgv\right) \Rightarrow \widehat{EOI}=\widehat{FOI}$

OK : chung, $\widehat{EOI}=\widehat{FOI}, OA=OB$

$\Rightarrow \triangle OAK = \triangle OBH$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{OKA}=\widehat{OKB}$

Mà $\widehat{OKA}+\widehat{OKB}=180^\circ$ (2 góc kề bù)

$\Rightarrow \widehat{OKA}=\widehat{OKB}=180^\circ:2=90^\circ \Rightarrow OI \perp AB$ tại K .

4B. a) Chứng minh: $\triangle OAB = \triangle OAC\left(ch-cgv\right) \Rightarrow BO=CO$.

b) Gọi M là giao điểm của AO với BC .

Tương tự **3A**, chứng minh $\triangle ABM = \triangle ACM$ (c.g.c)

$\Rightarrow \widehat{AMB} = \widehat{AMC}$

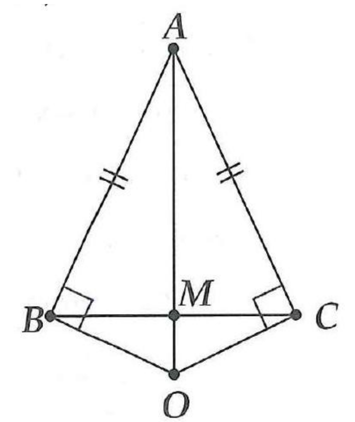
Mà $\widehat{AMB} + \widehat{AMC} = 180^\circ$ (2 góc kề bù)

$\Rightarrow \widehat{AMB} = \widehat{AMC} = 180^\circ : 2 = 90^\circ$

$\Rightarrow AO \perp BC$ tại M.

c) Chứng minh:

$\triangle OMB = \triangle OMC\left(ch-cgv\right) \Rightarrow \widehat{BCO} = \widehat{CBO}$.



5A. a) $\widehat{MAB} = \widehat{MDB} = 90^\circ, BM$: chung; $\widehat{ABM} = \widehat{DBM}$

$\Rightarrow \triangle ABM = \triangle DBM($ ch $-gn) \Rightarrow AB = BD$.

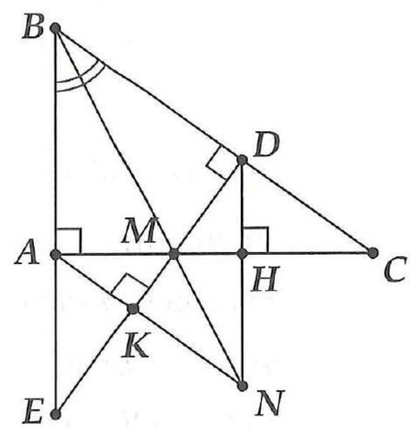
b) $\widehat{BAC} = \widehat{BDE} = 90^\circ, BA = BD$, $\widehat{ABC}$ chung

$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle DBE$ (g.c.g)

c) $\widehat{AKM} = \widehat{DHM} = 90^\circ, AM = DM$,

$\widehat{AMK} = \widehat{DMH}$

$\Rightarrow \triangle AKM = \triangle DHM$ $(ch\text{-}gn) \Rightarrow KM = HM$



Do đó, $\Rightarrow \triangle NKM = \triangle NHM\left(ch-cgv\right) \Rightarrow \widehat{KMN} = \widehat{HMN}$

Suy ra MN là tia phân giác của $\widehat{KMH}$.

d) Từ c) suy ra $\widehat{KNM} = \widehat{HNM}$ nên NM là tia phân giác của $\widehat{KNH}$.

Chứng minh $\triangle ABN = \triangle DBN($ c.g.c $) \Rightarrow \widehat{ABN} = \widehat{DBN}$ nên NB cũng là tia phân giác của $\widehat{KNH}$.

Do đó B, M, N thẳng hàng.

5B. a) Chứng minh:

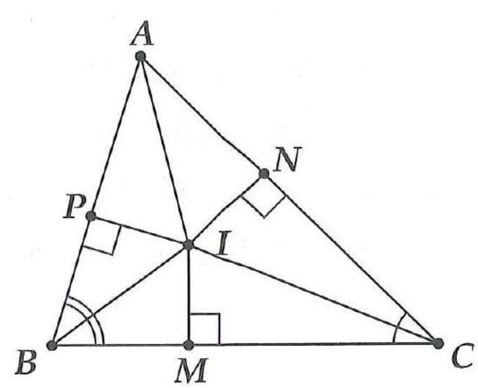
$\triangle BIP = \triangle BIM(ch\ -gn) \Rightarrow BM = BP$.

b) Chứng minh

$\Delta CIN = \Delta CIM\left(ch-gn\right) \Rightarrow IM = IN$.

c) Từ b) suy ra: $CM = CN$

Do đó: $BP + CN = BM + CM = BC$



d) Chứng minh $\triangle AIP = \triangle AIN\left(ch-cgv\right) \Rightarrow \widehat{PAI} = \widehat{NAI}$

Suy ra AI là tia phân giác của $\widehat{BAC}$.

6A. Đặt tên các điểm như hình vẽ.

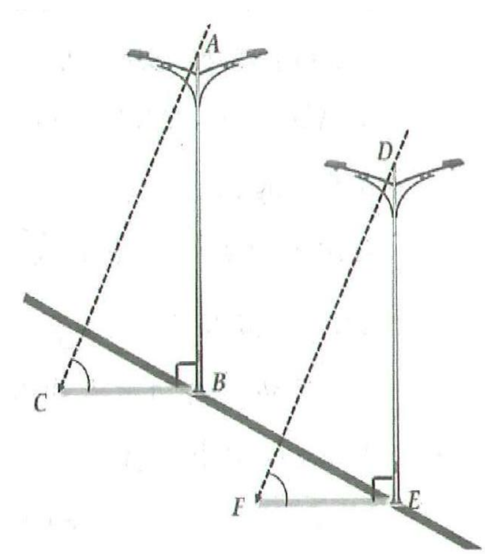
Giả sử bóng của hai cột đèn bằng nhau

Tức là $BC = EF$.

Suy ra $\triangle ABC = \triangle DEF$ (g.c.g)

$\Rightarrow AB = DE$

Do đó chiều cao hai cột đèn cao áp là bằng nhau.



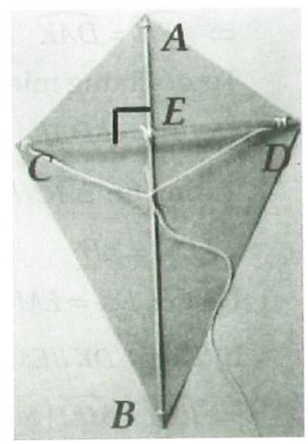
6B. Đặt tên các điểm như hình vẽ.

Ta có $AB \perp CD$ tại E và E là trung điểm của AB và CD.

$\triangle AEC = \triangle AED($ c.g.c $) \Rightarrow AC = AD$

$\triangle BEC = \triangle BED($ c.g.c $) \Rightarrow BC = BD$

Vậy thân diều là tứ giác $ACBD$ có hai cặp cạnh bằng nhau là AC và $AD; BC$ và BD.



7. a) Chứng minh

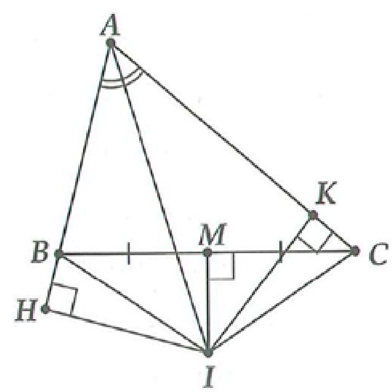
$\Delta BIM = \Delta CIM\,(\text{c.g.c}) \Rightarrow IB = IC.$

b) Chứng minh

$\triangle AIH = \triangle AIK\,(ch - gn) \Rightarrow IH = IK$.

C) Chứng minh

$\triangle BIH = \triangle CIK\,(ch - cgv) \Rightarrow BH = CK$.

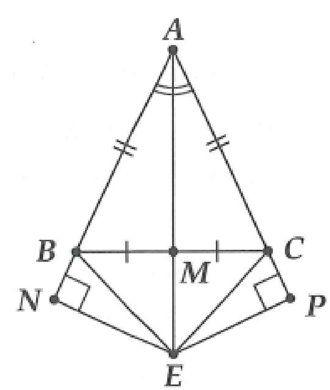


8. a) HS tự làm. Gợi ý: $\triangle AEN = \triangle AEP\,(ch - gn)$.

b) HS tự làm. Gợi ý: $\triangle ABE = \triangle ACE$ (c.g.c).

c) Từ a) suy ra: $EN = EP$

Từ b) suy ra: $BE = CE$



$\Rightarrow \triangle BNE = \triangle CPE\left(ch-cgv\right)$

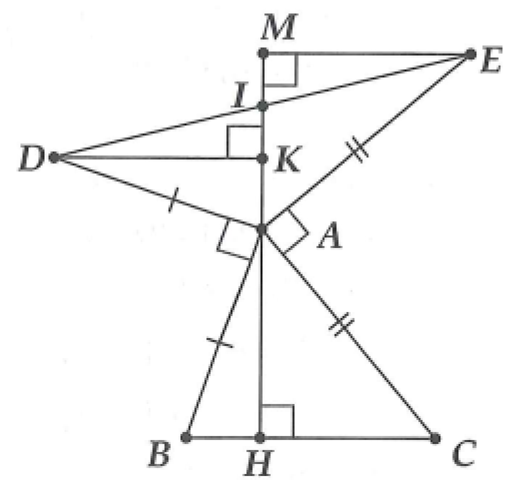
d) Chứng minh

$\triangle ABM = \triangle ACM(\text{c.c.c}) \Rightarrow \widehat{BAM} = \widehat{CAM}$

Suy ra AM là tia phân giác của $\widehat{BAC}$

$\Rightarrow E \in AM$ hay A, M, E thẳng hàng.

9. a) $\triangle ABH$ vuông tại H có $\widehat{ABH} + \widehat{BAH} = 90^\circ$



Mà $\widehat{BAH} + \widehat{BAD} + \widehat{DAK} = 180^\circ$

$\Rightarrow \widehat{BAH} + \widehat{DAK} = 180^\circ$

$\Rightarrow \widehat{ABH} = \widehat{DAK}$

Từ đó chứng minh được:

$\triangle ABH = \Delta DAK\left(ch-gn\right) \Rightarrow DK = AH$

Tương tự, $\triangle ACH = \triangle EAM \quad (ch-gn)$

$\Rightarrow EM = AH$

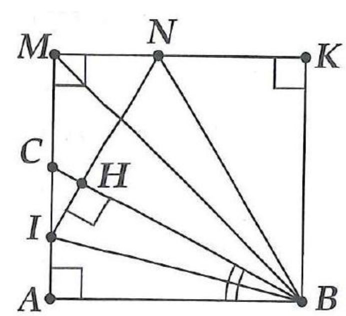
Do đó: $DK = EM\left(=AH\right)$

b) Ta có: $DK\,//\,EM$ (vì cùng vuông góc với AH)

$\Rightarrow \widehat{KDI} = \widehat{MEI}\left(SLT\right)$

$\Rightarrow \Delta DIK = \Delta EIM\left(g.c.g\right) \Rightarrow DI = EI \Rightarrow I$ là trung điểm của DE.

10. a) Chứng minh $\triangle ABI = \triangle HBI(ch-gn) \Rightarrow AB = BH$.



b) Kẻ $BK \perp MN$ tại K.

Chứng minh

$\triangle ABM = \Delta KMB\left(ch-gn\right) \Rightarrow AM = BK$

Mà $AM = AB; AB = BH$

$\Rightarrow BH = BK$

$\Rightarrow \triangle HBN = \triangle KBN\left(ch-cgv\right) \Rightarrow \widehat{HBN} = \widehat{KBN} = \frac{1}{2}\widehat{HBK}$.

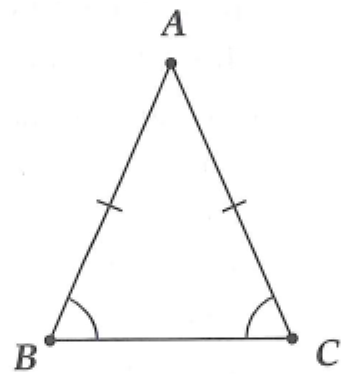
Mà $\widehat{HBI} = \frac{1}{2}\widehat{ABH}$ (BI là tia phân giác $\widehat{ABH}$)

$\Rightarrow \widehat{IBN} = \widehat{IBH} + \widehat{HBN} = \frac{1}{2}\left(\widehat{ABH} + \widehat{HBK}\right) = \frac{1}{2}\widehat{ABK} = \frac{1}{2}.90^\circ = 45^\circ$.

BÀI 5. TAM GIÁC CÂN.
ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA ĐOẠN THẲNG

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tam giác cân



a) Định nghĩa:

Tam giác cân là tam giác có hai cạnh bằng nhau.

b) Tính chất:

Trong tam giác cân, hai góc đáy bằng nhau.

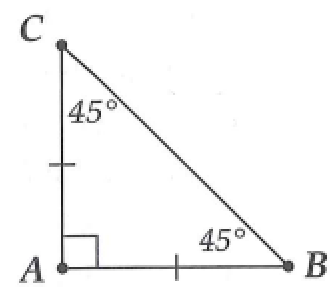
c) Dấu hiệu nhận biết

- Tam giác có hai cạnh bằng nhau là tam giác cân.
- Tam giác có hai góc bằng nhau thì tam giác đó là tam giác cân.

$\triangle ABC$ cân tại $A \Rightarrow \begin{cases} AB = AC \\ \hat{B} = \hat{C} \end{cases}$

$\triangle ABC$ có $AB = AC$ hoặc $\hat{B} = \hat{C} \Rightarrow \triangle ABC$ cân tại A.

2. Tam giác vuông cân



a) Định nghĩa:

Tam giác vuông cân là tam giác vuông có hai cạnh bằng nhau.

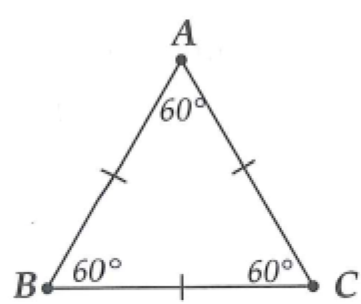
b) Tính chất:

Trong tam giác vuông cân, hai góc nhọn bằng 45°.

c) Dấu hiệu nhận biết

- Tam giác vuông có hai cạnh bằng nhau là tam giác vuông cân.
- Tam giác vuông có một góc bằng 45° là tam giác vuông cân.
- Tam giác cân có một góc đáy bằng 45° là tam giác vuông cân.

3. Tam giác đều



a) Định nghĩa:

Tam giác đều là tam giác có ba cạnh bằng nhau

b) Tính chất:

Trong tam giác đều, ba góc bằng nhau và bằng 60°.

c) Dấu hiệu nhận biết

- Tam giác có ba cạnh bằng nhau là tam giác đều.

- Tam giác có ba góc bằng nhau là tam giác đều.

- Tam giác cân có một góc bằng 60° là tam giác đều.

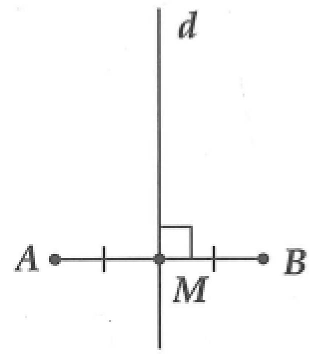
4. Đường trung trực của đoạn thẳng

a) Định nghĩa:

Đường thẳng vuông góc với một đoạn thẳng tại trung điểm của nó được gọi là đường trung trực của đoạn thẳng đó.

b) Tính chất:

Điểm nằm trên đường trung trực của một đoạn thẳng thì cách đều hai mút của đoạn thẳng đó.



II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Tính số đo các góc của một tam giác cân khi biết số đo góc ở đỉnh hoặc số đo một góc đáy

Phương pháp giải: Vận dụng tính chất hai góc đáy của tam giác cân, kết hợp với định lí tổng các góc trong một tam giác, định lí góc ngoài của tam giác.

1A. Cho $\triangle ABC$ cân tại A. Tính các góc còn lại của $\triangle ABC$ trong mỗi trường hợp sau :

a) $\hat{B} = 70^\circ$. b) $\hat{A} = 50^\circ$.

1B. Cho $\triangle MNP$ cân tại P. Tính các góc còn lại của $\triangle MNP$ trong mỗi trường hợp sau:

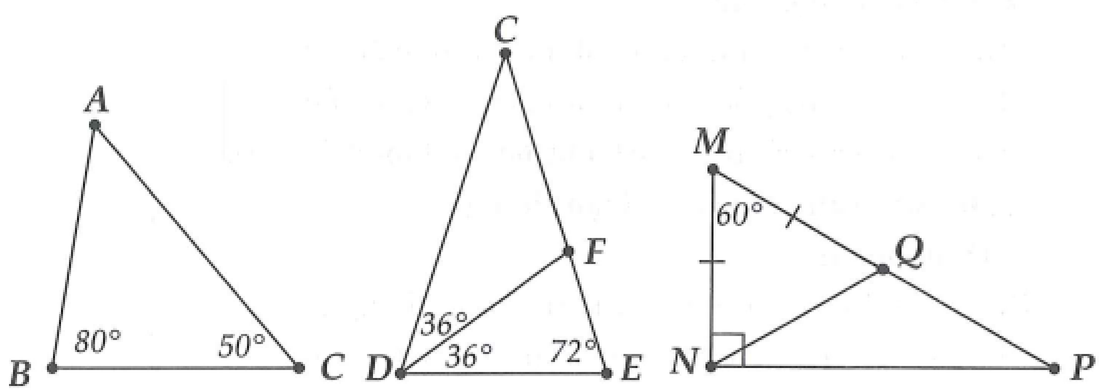
a) $\hat{M} = 40^\circ$

b) Góc ngoài tại đỉnh P bằng 110°.

Dạng 2. Chứng minh tam giác cân, tam giác đều

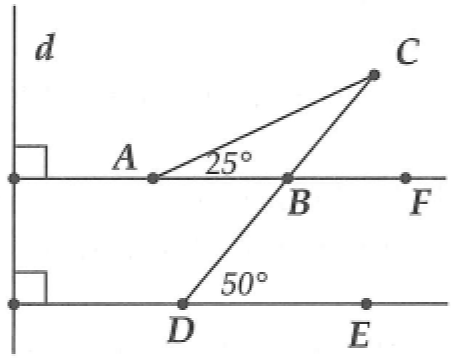
Phương pháp giải: Sử dụng các dấu hiệu nhận biết tam giác cân, tam giác vuông cân, tam giác đều

2A. Tìm và chứng minh tam giác cân, tam giác đều trong các hình bên dưới:

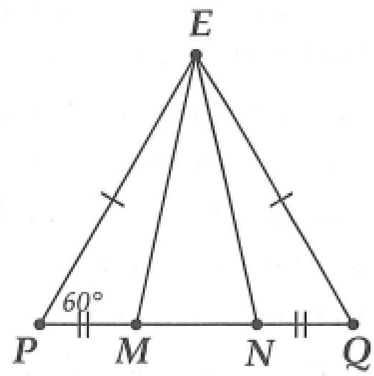


a) b) c)

2B. Tìm và chứng minh tam giác cân, tam giác đều trong các hình bên dưới:

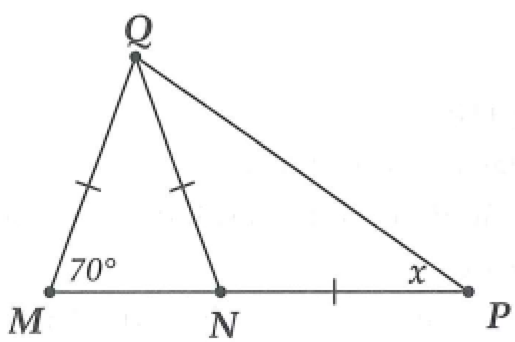


a)

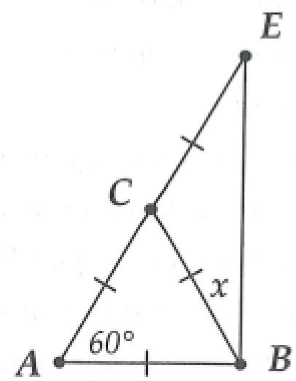


b)

3A. Tìm số đo x trên hình H1.



H1.



H2.

3B. Tìm số đo x trên hình H2.

4A. Cho $\triangle ABC$ cân tại A. Trên cạnh AB, AC lần lượt lấy các điểm D, E sao cho $BD = CE$.

a) Chứng minh rằng: $\triangle ADE$ cân

b) Gọi M là giao điểm của BE và CD. Chứng minh $\triangle BMC$ cân.

4B. Cho $\triangle ABC$ cân tại A. Qua A kẻ đường thẳng song song với BC, cắt tia phân giác của $\hat{B}$ tại I. Chứng minh: $\triangle ABI; \triangle ACI$ cân.

5A. Cho $\triangle ABC$ đều. Trên tia đối của các tia AB, BC, CA lần lượt lấy các điểm H, I, K sao cho $AH = BI = CK$. Chứng minh: $\triangle HIK$ đều.

5B. Cho $\widehat{xOy} = 120^\circ$. Từ điểm E bất kì trên tia phân giác của $\widehat{xOy}$, vẽ các đường thẳng vuông góc với Ox, Oy lần lượt tại P và Q. Chứng minh:

a) $\triangle OPQ$ cân.

b) $\triangle EPQ$ đều.

Dạng 3. Vận dụng tính chất của tam giác cân để chứng minh sự bằng nhau của hai tam giác,

hai đoạn thẳng, hai góc và chứng minh đường trung trực của một đoạn thẳng

6A. Cho $\triangle ABC$ cân tại A. Trên tia đối của tia BC lấy điểm D, trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$. Kẻ $BH \perp AD$ tại H, $CK \perp AE$ tại K. Chứng minh:

a) $\triangle ADE$ cân.

b) $\triangle BHD = \triangle CKE$.

c) Gọi I là giao điểm của BH và CK. Chứng minh AI là đường trung trực của DE.

6B. Cho đoạn thẳng BC. Trên cạnh BC lấy hai điểm D, E sao cho $BD = CE$ và D nằm giữa E và C. Lấy điểm A bất kì trên đường trung trực của DE. Kẻ $EM \perp AB$ tại $M, DN \perp AC$ tại N. Chứng minh:

a) $\triangle ABC$ cân.

b) $AD = AE$.

7A. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A $(AB < AC)$. Tia phân giác của góc A cắt BC tại D. Qua D kẻ đường thẳng vuông góc với BC, cắt AC tại E. Trên cạnh AB lấy điểm F sao cho $AE = AF$. Chứng minh:

a) $\widehat{ABC} = \widehat{CED}$.

b) $\triangle BDF$ cân.

c) $DB = DE$.

7B. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $BC = 2AB$. Trên cạnh BC lấy điểm I sao cho $IA = IC$. Chứng minh:

a) $\widehat{ABI} = \widehat{BAI}$.

b) $\triangle ABI$ đều.

c) Qua I kẻ đường thẳng song song với AB cắt AC ở K. Chứng minh IK là đường trung trực của AC.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

8. Cho $\triangle ABC$ có hai tia phân giác của góc B và góc C cắt nhau tại I. Qua I kẻ đường thẳng song song với BC, cắt AB, AC lần lượt tại H, K. Chứng minh $BH + CK = HK$.

9. Cho $\triangle ABC$ vuông cân tại A. Trên cạnh BC lấy các điểm M, N sao cho $BM = CN = AB$. Tính $\widehat{MAN}$.

10. Cho $\triangle ABC$ cân tại A. Trên cạnh BC lấy hai điểm D, E sao cho $BD = CE < \frac{BC}{2}$. Qua D kẻ đường thẳng vuông góc với BC, cắt AB tại M. Qua E kẻ đường thẳng vuông góc với BC, cắt AC tại N. Chứng minh:

a) $DM = EN$. b) $EM = DN$.

c) $\triangle ADE$ cân. d) $MN // BC$.

11. Cho $\triangle ABC$ cân tại A. Tia phân giác của góc B và góc C cắt AC, AB lần lượt tại D và E. Chứng minh:

a) $\triangle AED$ cân.

b) $BE = ED = DC$.

c) Gọi O là giao điểm của BD và CE. Chứng minh $\triangle OED$ cân.

12. Cho $\triangle ABC$ có $\hat{A} = 60^\circ$. Tia phân giác của góc B và góc C cắt AC, AB lần lượt tại D, E và cắt nhau tại O. Tia phân giác của $\widehat{BOC}$ cắt BC tại F.

13. a) Tính $\widehat{BOC}$.

b) Chứng minh $OD = OE = OF$.

c) Chứng minh $\triangle DEF$ đều.

13. Cho $\triangle ABC$ vuông cân tại A. Điểm M là trung điểm của BC. Điểm E là điểm bất kì nằm giữa M và C. Kẻ $BH \perp AE$ tại H, $CK \perp AE$ tại K. Chứng minh:

a) $BH = AK$.

b) $\triangle HBM = \triangle KAM$.

c) $\triangle MHK$ vuông cân.

14. Cho $\triangle ABC$ đều. Vẽ ra phía ngoài tam giác các tam giác vuông cân tại A là $\triangle ABM$ và $\triangle ACN$. Chứng minh:

a) $BN = CM$.

b) $BN \perp CM$.

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. a) $\triangle ABC$ cân tại $A \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = 70^\circ$

$\Rightarrow \hat{A} = 180^\circ - \left(\hat{B} + \hat{C}\right) = 40^\circ$.

b) $\triangle ABC$ cân tại $A \Rightarrow \hat{B} = \hat{C}$

Mà $\hat{B} + \hat{C} = 180^\circ - \hat{A} = 130^\circ$

$\Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = 130^\circ : 2 = 65^\circ$.

1B. a) Tương tự **1A**, $\hat{M} = \hat{N} = 40^\circ; \hat{P} = 100^\circ$.

b) Vì góc ngoài tại đỉnh P bằng 110° nên $\hat{M} + \hat{N} = 110^\circ$

Suy ra $\hat{M} = \hat{N} = 110^\circ : 2 = 55^\circ$.

2A. a) Áp dụng định lí tổng ba góc trong tam giác tính được $\hat{A} = 50^\circ$.

$\triangle ABC$ có $\hat{A} = \hat{C}\left(= 50^\circ\right)$ nên cân tại B.

b) Tính được $\widehat{CDE} = 72^\circ, \widehat{DCE} = 36^\circ; \widehat{DFE} = 72^\circ$.

$\triangle CDE$ có $\widehat{CDE} = \widehat{CED}\left(= 72^\circ\right)$ nên cân tại C.

$\triangle CDF$ có $\widehat{CDF} = \widehat{CFD}\left(= 36^\circ\right)$ nên cân tại F.

$\triangle DEF$ có $\widehat{DFE} = \widehat{DEF}\left(= 72^\circ\right)$ nên cân tại D.

c) $\triangle MNQ$ có $MN = MQ$ nên cân tại M, mà $\widehat{NMQ} = 60^\circ$

$\Rightarrow \triangle MNQ$ đều $\Rightarrow \widehat{MNQ} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{PNQ} = 30^\circ$

$\triangle MNP$ vuông tại N nên tính được $\widehat{NPQ} = 30^\circ$.

$\triangle NPQ$ có $\widehat{PNQ} = \widehat{NPQ}\left(= 30^\circ\right)$ nên cân tại Q.

2B. a) Ta có: $AB // DE$ (cùng vuông góc với d) $\Rightarrow \widehat{CBF} = \widehat{CDE} = 50^\circ$

Mà $\widehat{CBF}$ là góc ngoài của $\triangle ABC$ tại đỉnh B

$\Rightarrow \widehat{ACB} + \widehat{CAB} = \widehat{CBF} = 50^\circ \Rightarrow \widehat{ACB} = 25^\circ$

$\triangle ABC$ có $\widehat{ACB} = \widehat{CAB}\left(= 25^\circ\right)$ nên cân tại B.

b) $\triangle EPQ$ có $EP = EQ$ nên cân tại E, mà $\widehat{EPQ} = 60^\circ \Rightarrow \triangle EPQ$ đều

$\Rightarrow \widehat{EQP} = 60^\circ$.

$\triangle EPM = \Delta EQN$(c.g.c) $\Rightarrow EM = EN \Rightarrow \triangle EMN$ cân tại E.

3A. $\triangle QMN$ có $QM = QN$ nên cân tại $Q \Rightarrow \widehat{QNM} = \widehat{QMN} = 70^\circ$.

$\triangle QNP$ có $NQ = NP$ nên cân tại $N \Rightarrow \widehat{NQP} = \widehat{NPQ}$.

Mà $\widehat{QNM}$ là góc ngoài của $\triangle QMN$ tại đỉnh N.

$\Rightarrow \widehat{NQP} + \widehat{NPQ} = \widehat{QNM} = 70^\circ$.

$\Rightarrow \widehat{NQP} = \widehat{NPQ} = 70^\circ : 2 = 35^\circ$ hay $x = 35^\circ$.

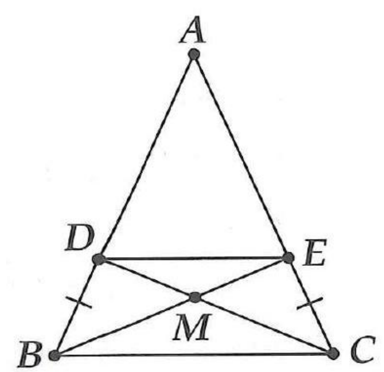
3B. Chứng minh $\triangle ABC$ đều $\Rightarrow \widehat{ACB} = 60^\circ$.

Chứng minh $\triangle BCE$ cân tại $C \Rightarrow \widehat{CBE} = \widehat{CEB}$

Áp dụng tính chất góc ngoài của $\triangle BCE$ tại đỉnh C

Từ đó tính được $\widehat{CBE} = \widehat{CEB} = 30^\circ$ hay $x = 30^\circ$.

4A. a) $\triangle ABC$ cân tại $A \Rightarrow AB = AC$



$\Rightarrow AB - BD = AC - CE \Rightarrow AD = AE$

$\Rightarrow \triangle ADE$ cân tại A.

b) $AB = AC$, $\hat{A}$: chung, $AD = AE$

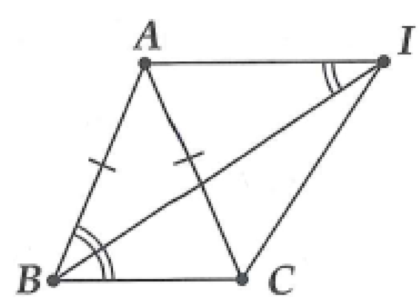
$\Rightarrow \triangle ABE = \triangle ACD$(c.g.c) $\Rightarrow \widehat{ABE} = \widehat{ACD}$

Mà $\triangle ABC$ cân tại $A \Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{ACB}$

$\Rightarrow \widehat{ABC} - \widehat{ABE} = \widehat{ACB} - \widehat{ACD}$ hay $\widehat{MBC} = \widehat{MCB}$

$\Rightarrow \triangle MBC$ cân tại M.

4B. $AI // BC \Rightarrow \widehat{AIB} = \widehat{IBC}\,(SLT)$



BI là cắt tia phân giác của $\hat{B} \Rightarrow \widehat{ABI} = \widehat{IBC}$

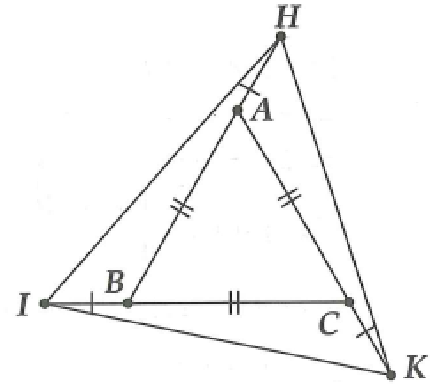
$\Rightarrow \widehat{ABI} = \widehat{AIB} \Rightarrow \triangle ABI$ cân tại A.

$\Rightarrow AB = AI$.

Mà $AB = AC$($\triangle ABC$ cân tại A).

$\Rightarrow AC = AI \Rightarrow \triangle ACI$ cân tại A.

5A. $\triangle ABC$ đều $\Rightarrow \begin{cases} AB = AC = BC \\ \hat{A} = \hat{B} = \hat{C} \end{cases}$



Từ đó chứng minh được: $AK = BH = CI$

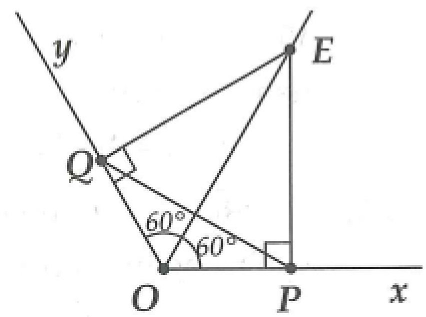
và $\widehat{HAK} = \widehat{IBH} = \widehat{KCI}$

$\triangle AHK = \Delta BIH(\text{c.g.c}) \Rightarrow HK = HI$

$\triangle AHK = \Delta CKI(\text{c.g.c}) \Rightarrow HK = KI$

Suy ra: $HK = KI = IH$ nên ΔHIK đều

5B. a) $\triangle OEQ = \triangle OEP(ch - gn) \Rightarrow OQ = OP \Rightarrow \triangle OPQ$ cân

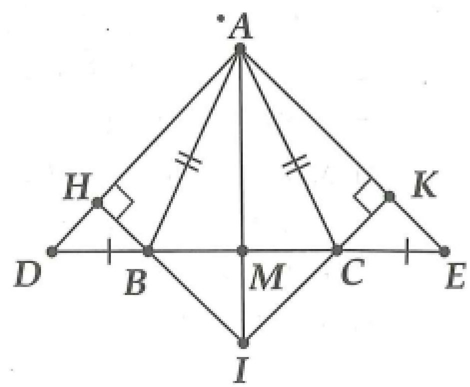


b) Từ a) suy ra $EP = EQ \Rightarrow \triangle EPQ$ cân tại E

Mà $\triangle EOQ$ vuông tại Q có $\widehat{EOQ} = 60^\circ$ nên $\widehat{QEO} = 30^\circ$.

Tương tự $\widehat{PEO} = 30^\circ$. Suy ra $\widehat{PEQ} = 60^\circ$. Vậy $\triangle EPQ$ đều.

6A. a) $\triangle ABC$ cân tại A $\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ và $AB = AC$



$\Rightarrow \widehat{ABD} = \widehat{ACE}$

$\Rightarrow \triangle ABD = \triangle ACE(\text{c.g.c}) \Rightarrow AD = AE$

$\Rightarrow \triangle ADE$ cân tại A.

b) Từ a) suy ra $\hat{D} = \hat{E}$.

Do đó $\triangle BHD = \triangle CKE(ch - gn)$

c) Gọi M là giao điểm của AI và DE.

Từ b) suy ra $HD = KE \Rightarrow AD - HD = AE - KE$ hay $AH = AK$

$\Rightarrow \triangle AHI = \triangle AKI(ch - cgv) \Rightarrow \widehat{HAI} = \widehat{KAI}$

Từ đó chứng minh $\Rightarrow \triangle ADM = \triangle AEM(\text{c.g.c}) \Rightarrow \begin{cases} \widehat{AMD} = \widehat{AME} \\ DM = ME \end{cases}$

Do đó, M là trung điểm DE và $\widehat{AMD} = 180^\circ : 2 = 90^\circ$ (vì $\widehat{AMD}$ và $\widehat{AME}$ kề bù). Suy ra $AI \perp DE$ tại trung điểm M của DE.

Vậy AI là đường trung trực của DE.

6B. a) Ta có: A thuộc đường trung trực của $BC \Rightarrow AB = AC$

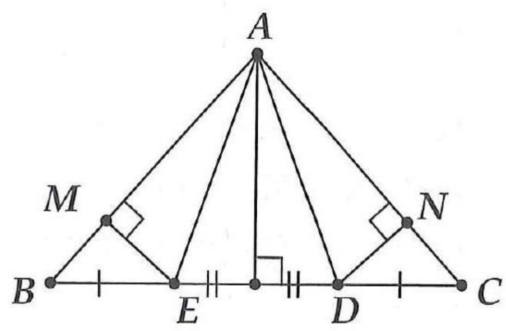
$\Rightarrow \triangle ABC$ cân tại A.

b) Từ $BD = CE$

$\Rightarrow BD - ED = CE - ED$.

$\Rightarrow BE = CD$

Từ a) suy ra: $\begin{cases} AB = AC \\ \hat{B} = \hat{C} \end{cases}$



$\Rightarrow \triangle BME = \triangle CND\left(ch - gn\right)$

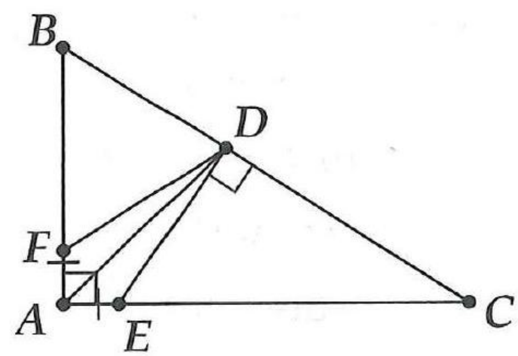
$\Rightarrow BM = CN; ME = ND$

Vì $AB = AC; BM = CN$ nên $AM = AN$

$\Rightarrow \triangle AME = \triangle AND($ c.g.c $) \Rightarrow AE = AD$.

7A. a) $\widehat{ABC} = \widehat{CED}$ (cùng phụ với $\hat{C}$).

b) Chứng minh $\triangle ADE = \triangle ADF$ (c.g.c)



$\Rightarrow \widehat{AED} = \widehat{AFD}$

Mà $\widehat{BFD}$ kề bù với $\widehat{AFD}; \widehat{CED}$ kề bù với $\widehat{AED}$

$\Rightarrow \widehat{BFD} = \widehat{CED} \Rightarrow \widehat{BFD} = \widehat{FBD}$

$\Rightarrow \triangle BDF$ cân tại D.

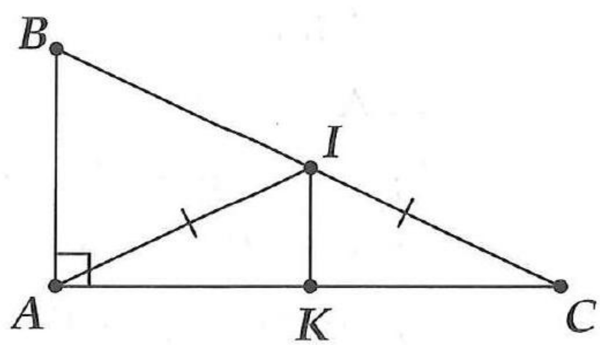
c) $\triangle ADE = \triangle ADF \Rightarrow DE = DF$

$\Rightarrow \triangle BDF$ cân tại $D \Rightarrow DF = DB$

$\Rightarrow DB = DE$.

7B. a) $\triangle AIC$ có $IA = IC$ nên cân tại I

$\Rightarrow \widehat{IAC} = \widehat{ICA}$



Mà $\triangle ABC$ vuông tại A nên

$\widehat{ABC} + \widehat{ICA} = 90^\circ; \widehat{IAN} + \widehat{IAC} = 90^\circ$

$\Rightarrow \widehat{ABI} = \widehat{BAI}$

b) Từ a) suy ra $\triangle ABI$ cân tại $I \Rightarrow IA = IB$

Mà $IA = IC\left(gt\right)$ nên $IB = IC = IA = \frac{1}{2}BC$

Do $BC = 2AB$ nên $AB = \frac{1}{2}BC$

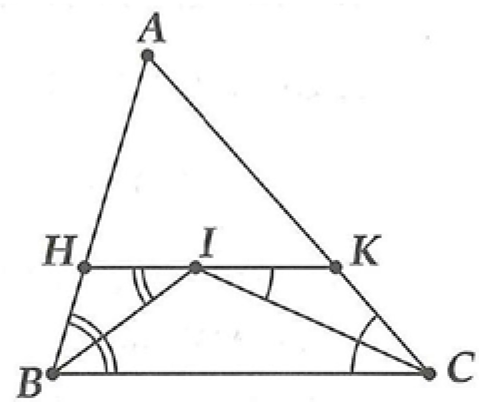
Vậy $AB = IB = IA \Rightarrow \triangle ABI$ đều.

c) Có: $IK // AB; AB \perp AC \Rightarrow IK \perp AC$

Chứng minh: $\triangle AIK = \triangle CIK\left(ch-cgv\right) \Rightarrow AK = KC$

Vậy $IK \perp AC$ tại trung điểm K của AC nên IK là đường trung trực của AC.

8. Ta có: BI là phân giác của góc B



$\Rightarrow \widehat{HBI} = \widehat{CBI}$

CI là phân giác của góc $C \Rightarrow \widehat{KCI} = \widehat{BCI}$

Mặt khác: $HK // BC$

$\Rightarrow \widehat{HIB} = \widehat{CBI}\left(SLT\right); \widehat{KIC} = \widehat{BCI}\left(SLT\right)$

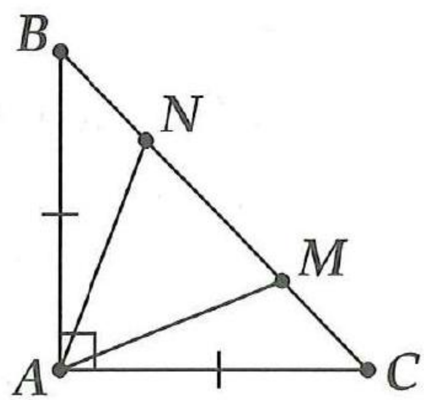
Xét $\triangle HIB$ có $\widehat{HIB} = \widehat{HBI}\left(= \widehat{CBI}\right)$

nên $\triangle HIB$ cân tại $H \Rightarrow HB = HI$

Xét $\triangle KIC$ có $\widehat{KIC} = \widehat{KCI}\left(= \widehat{BCI}\right)$ nên $\triangle KIC$ cân tại $K \Rightarrow KC = KI$

$\Rightarrow BH + CK = HI + KI = HK$

9. Ta có: $\triangle ABC$ vuông cân tại A $\Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = 45^\circ$.



Chứng minh: $\triangle ABM = \triangle ACN$(c.g.c)

$\Rightarrow \widehat{BAM} = \widehat{CAN}$

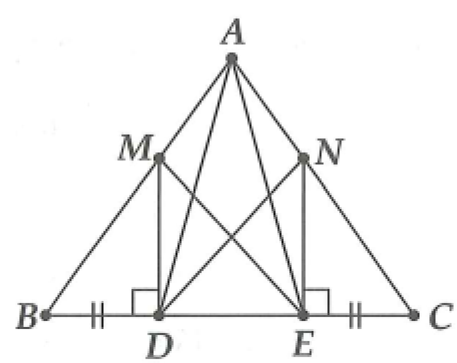
Chứng minh: $\triangle ABM$ cân tại B

$\Rightarrow 2\widehat{BAM} = 180^\circ - \hat{B} = 135^\circ$

Mà 2. $\widehat{BAM} = \widehat{BAM} + \widehat{CAN} = \widehat{BAM} + \widehat{MAC} + \widehat{MAN} = 90^\circ + \widehat{MAN}$

$\Rightarrow \widehat{MAN} = 135^\circ - 90^\circ = 45^\circ$.

10. a) $\triangle ABC$ cân tại $A \Rightarrow \hat{B} = \hat{C}; AB = AC$



Chứng minh: $\triangle BMD = \triangle CNE$ (g.c.g)

$\Rightarrow DM = EN$

b) Ta có: $BD = CE$

$\Rightarrow BD + DE = DE + CE \Leftrightarrow BE = CD$

Từ a) suy ra: $BM = CN$

Chứng minh $\triangle BME = \triangle CND$(c.g.c) $\Rightarrow ME = ND$

c) Chứng minh $\triangle BAD = \triangle CAE$(c.g.c) $\Rightarrow AD = AE$

$\Rightarrow \triangle ADE$ cân tại A.

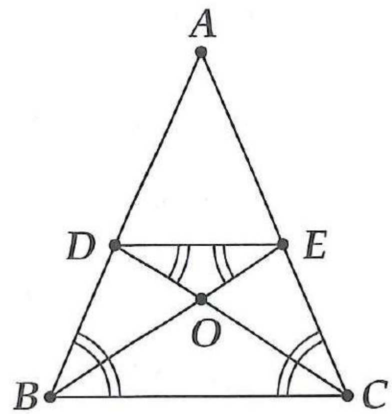
d) $\triangle ABC$ cân tại $A \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = \dfrac{180^\circ - \hat{A}}{2}$

Ta có: $AM = AN$ do $AB - BM = AC - CN$

$\Rightarrow \triangle AMN$ cân tại $A \Rightarrow \widehat{AMN} = \widehat{ANM} = \dfrac{180^\circ - \hat{A}}{2}$

$\Rightarrow \widehat{AMN} = \widehat{ABC}$ mà 2 góc ở vị trí đồng vị nên $MN // BC$.

11. a) $\triangle ABC$ cân tại $A \Rightarrow \hat{B} = \hat{C}; AB = AC$



$\widehat{ABE} = \widehat{CBE} = \widehat{ACD}$

$\triangle BAE = \triangle CAD$ (g.c.g)

$\Rightarrow AD = AE \Rightarrow \triangle AED$ cân tại A.

b) Chứng minh tương tự ***10.d*** ta có:

$DE // BC \Rightarrow \widehat{DEB} = \widehat{CBE}(SLT); \widehat{EDC} = \widehat{BCD}(SLT)(2)$

$\triangle BDE$ có $\widehat{DEB} = \widehat{DBE}\left(= \widehat{CBE}\right)$ nên $\triangle BDE$

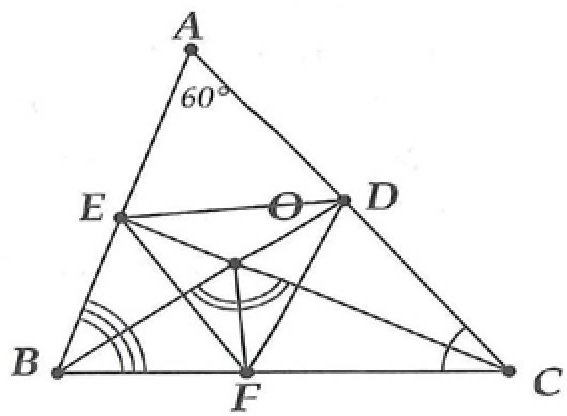
cân tại $D \Rightarrow BD = DE$

Tương tự $\triangle DEC$ cân tại $E \Rightarrow DE = CE$

Vậy $BE = ED = CD$.

c) Từ (1) và (2) suy ra: $\widehat{ODE} = \widehat{OED} \Rightarrow \triangle OED$ cân tại O

12. a) Chứng minh: $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 120^\circ$



$\Rightarrow \widehat{OBC} + \widehat{OCB} = \dfrac{1}{2}\widehat{ABC} + \dfrac{1}{2}\widehat{ACB} = \dfrac{1}{2}.120^\circ = 60^\circ$

$\Rightarrow \widehat{BOC} = 120^\circ$.

b) OF là tia phân giác của $\widehat{BOC}$

$\Rightarrow \widehat{FOB} = \widehat{FOC} = \dfrac{1}{2}\widehat{BOC} = 60^\circ$

$\widehat{BOC} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{BOE} = 60^\circ; \widehat{COD} = 60^\circ$

$\triangle BOE = \triangle BOF$ (g.c.g) $\Rightarrow OE = OF$;

$\triangle COD = \triangle COF$ (g.c.g) $\Rightarrow OD = OF$

Vậy $OD = OE = OF$.

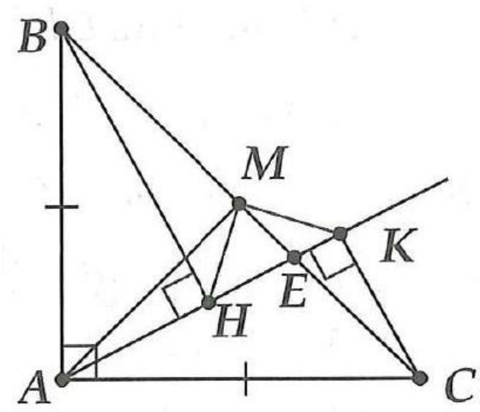
c) Chứng minh: $\widehat{EOD} = \widehat{EOF} = \widehat{DOF}\left(= 120^\circ\right)$

$\triangle EOD = \triangle EOF$ (c.g.c) $\Rightarrow DE = EF$.

$\triangle EOD = \triangle DOF$(c.g.c) $\Rightarrow DE = DF$.

$\Rightarrow DE = EF = DF \Rightarrow \triangle DEF$ đều.

13. a) $\triangle ABC$ vuông cân tại A



$\Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = 45^\circ; AB = AC$

Chứng minh $\widehat{ABH} = \widehat{CAK}$ (vì cùng phụ với $\widehat{BAH}$)

$\triangle ABH = \triangle CAK\left(ch - gn\right) \Rightarrow BH = AK$

b) $\triangle ABM = \triangle ACM$ (c.c.c) $\Rightarrow \widehat{AMB} = \widehat{AMC} = \dfrac{180^\circ}{2} = 90^\circ$

$\triangle ABM$ vuông tại M có $\widehat{ABM} = 45^\circ$ nên vuông cân tại M

$\Rightarrow AM = BM$

Chứng minh: $\widehat{EBH} = \widehat{EAM}$ (vì cùng phụ với $\widehat{BEA}$)

Chứng minh: $\triangle HBM = \triangle KAM$ (c.g.c)

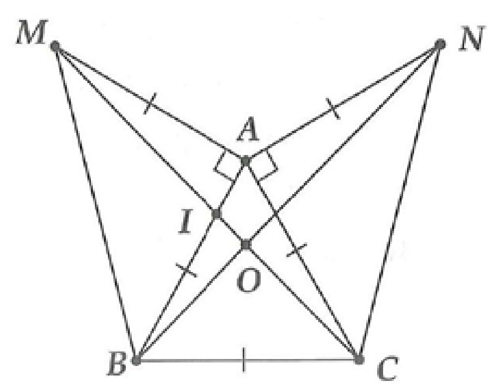
c) Từ b) suy ra: $HM = KM$ và $\widehat{BHM} = \widehat{AKM}$

$\triangle MHK$ có $HM = KM$ nên cân tại $M \Rightarrow \widehat{KHM} = \widehat{HKM}$

$\Rightarrow \widehat{KHM} = \widehat{BHM} = 90^\circ : 2 = 45^\circ$

$\triangle MHK$ cân tại M có $\widehat{KHM} = 45^\circ$ nên vuông cân tại M.

14. a) $\widehat{BAN} = \widehat{CAM}\left(= 90^\circ + \widehat{BAC}\right)$



$\triangle BAN = \triangle MAC$(c.g.c) $\Rightarrow BN = CM$

b) Gọi O là giao điểm BN và CM, I là giao điểm AB và CM

Từ a) suy ra: $\widehat{AMI} = \widehat{OBI}$

$\Rightarrow \widehat{AMI} + \widehat{AIM} = \widehat{OBI} + \widehat{OIB}$

Mà $\widehat{AMI} + \widehat{AIM} = 180^\circ - \widehat{MAI} = 90^\circ; \widehat{OBI} + \widehat{OIB} = 180^\circ - \widehat{BOI}$

$\Rightarrow 180^\circ - \widehat{BOI} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{BOI} = 90^\circ \Rightarrow BN \perp CM$

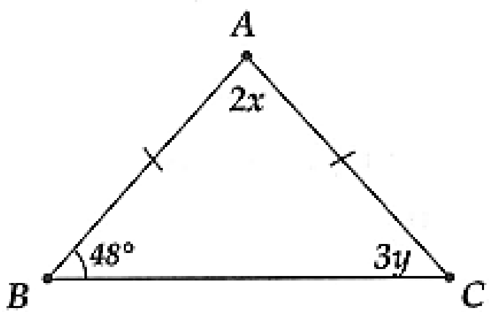
ÔN TẬP CHƯƠNG IV

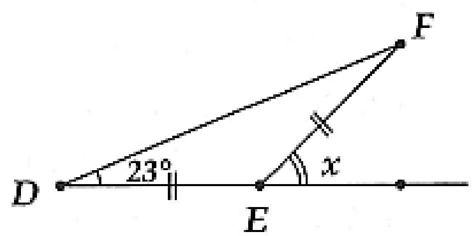
I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Xem lại *Tóm tắt lý thuyết* từ **Bài 1** đến **Bài 8**.

II. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

1A. Tính giá trị của x và y trong các hình dưới đây:

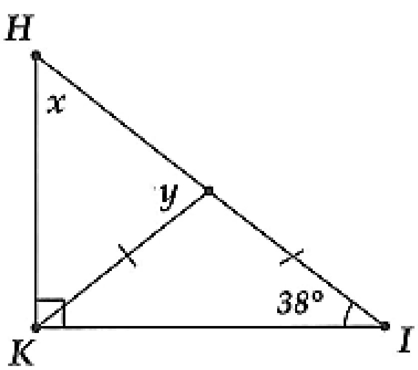


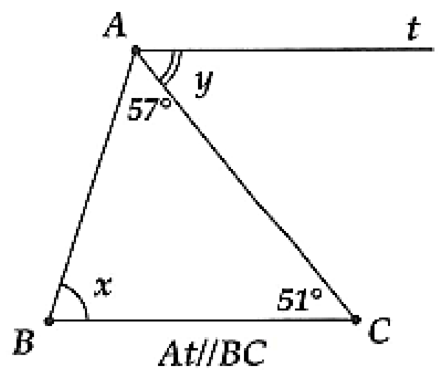


a) b)

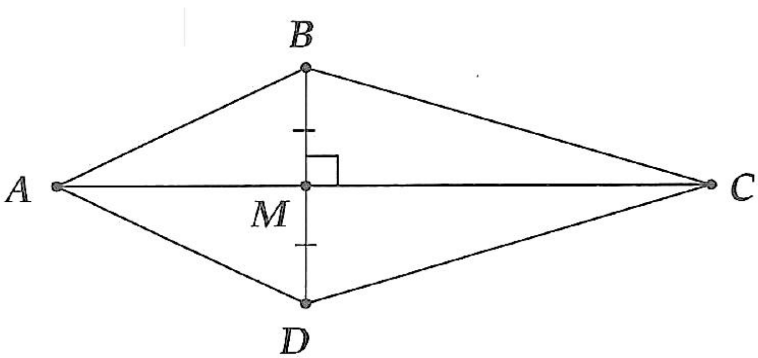
1B. Tính giá trị của x và y trong các hình dưới đây:

a) b)

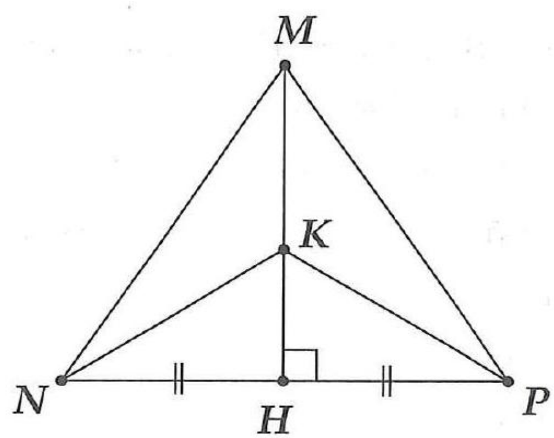




2A. Tìm các cặp tam giác bằng nhau trong hình dưới đây:



2B. Tìm các cặp tam giác bằng nhau trong hình vẽ dưới đây:



3A. Cho tam giác ABC, gọi I là trung điểm cạnh BC. Trên tia đối của tia IA lấy điểm D sao cho $ID = IA$.

a) Chứng minh $AB = CD$ và $AB // CD$.

b) Chứng minh $BD // AC$.

c) Chứng minh $\triangle ABC = \triangle DCB$.

d) Trên các đoạn thẳng AB, CD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $AM = DN$. Chứng minh ba điểm M, I, N thẳng hàng.

3B. Cho tam giác ABC vuông tại A có $\hat{B} = 50^\circ$. Trên nửa mặt phẳng bờ AC không chứa B, vẽ tia Cx vuông góc với AC. Trên tia Cx lấy điểm D sao cho $CD = AB$.

a) Tính số đo $\widehat{ACB}$.

b) Chứng minh $\triangle ABC = \triangle CDA$ và $AD // BC$.

c) Kẻ $AH \perp BC (H \in BC)$ và $CK \perp AD (K \in AD)$. Chứng minh $BH = DK$.

d) Gọi I là trung điểm của AC. Chứng minh ba điểm H, I, K thẳng hàng và 3 đường thẳng AC, HK, BD cùng gặp nhau ở I.

4A. Cho $\triangle ABC$ cân tại A. Trên tia đối của tia BC lấy điểm E, trên tia đối của tia CB lấy điểm F sao cho $BE = CF$.

a) Chứng minh $\triangle AEF$ cân.

b) Vẽ BH vuông góc với đường AE. Vẽ CK vuông góc với đường AF. Chứng minh $\triangle EBH = \triangle FCK$.

c) Các đường thẳng HB và KC cắt nhau tại I. Tam giác IHK là tam giác gì? Tại sao?

d) Khi $\widehat{BAC} = 60^\circ$ và $BE = CF = BC$, tính số đo các góc của tam giác AEF và xác định dạng của tam giác IBC.

4B. Cho góc mOn bằng 100°, tia Ox là tia phân giác góc mOn. Lấy điểm H thuộc tia Ox, đường thẳng vuông góc với OH tại H cắt các tia Om, On lần lượt tại A, B.

a) Chứng minh $HA = HB, OA = OB$.

b) Tính số đo các góc của tam giác OAB.

c) Trên tia Ox lấy điểm C sao cho $\widehat{HBC} = 60^\circ$. Chứng minh tam giác ABC đều.

d) Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho $BE = BO$. Chứng minh $AB = OE$.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

5. Cho tam giác nhọn $ABC(AB < AC)$. Gọi D là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia DA lấy điểm M sao cho $DM = DA$.

a) Chứng minh $AC = BM$ và $AC // BM$.

b) Chứng minh $\triangle ABM = \triangle MCA$.

c) Kẻ $AH \perp BC, MK \perp BC \left(H, K \in BC\right)$. Chứng minh $BK = CH$.

d) Chứng minh $HM // AK$.

6. Cho tam giác ABC. Gọi D là trung điểm của AB, E là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia DE lấy điểm K sao cho $DK = DE$.

a) Chứng minh $\triangle BDE = \triangle ADK$ và $AK // BC$.

b) Chứng minh $\triangle AKE = \triangle ECA$.

c) Cho $\hat{A} = 65^\circ, \hat{C} = 55^\circ$. Tính số đo các góc của $\triangle DAK$.

d) Gọi I là trung điểm của AE. Chứng minh I là trung điểm của CK.

7. Cho tam giác ABC cân tại A. Tia phân giác góc BAC cắt cạnh BC tại M.

a) Chứng minh $\triangle AMB = \triangle AMC$.

b) Kẻ $ME \perp AB\left(E \in AB\right), MF \perp AC\left(F \in AC\right)$. Chứng minh tam giác AEF cân.

c) Chứng minh $AM \perp EF$.

d) Qua B kẻ đường thẳng song song với AC cắt đường thẳng FM tại I. Chứng minh $BE = BI$.

8. Cho tam giác ABC vuông tại $A, \widehat{ACB} = 30^\circ$. Tia phân giác của góc ABC cắt cạnh AC tại M. Lấy điểm K trên cạnh BC sao cho $BK = BA$.

a) Chứng minh $\triangle ABM = \triangle KBM$.

b) Gọi E là giao điểm của các đường thẳng AB và KM. Chứng minh tam giác MEC cân.

c) Chứng minh tam giác BEC đều.

d) Kẻ $AH \perp EM\left(H \in EM\right)$.Các đường thẳng AH và EC cắt nhau tại N. Chứng minh $KN \perp AC$.

9. Cho tam giác ABC cân tại A. Lấy điểm D thuộc cạnh AB, E thuộc cạnh AC sao cho $AD = AE$.

a) Chứng minh $BE = CD$.

b) Gọi K là giao điểm của BE và CD. Chứng minh tam giác KBC cân.

c) Chứng minh AK là tia phân giác góc A.

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. a) Tam giác ABC cân tại $A \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} \Rightarrow 3y = 48^\circ \Rightarrow y = 16^\circ$

$\hat{A} = 180^0 - 2\hat{B} = 180^0 - 2.48^0 = 84^0 \Rightarrow 2x = 84^0 \Rightarrow x = 42^0.$

b) Tam giác DEF cân tại E

$\Rightarrow \hat{D} = \hat{F} = 23^\circ \Rightarrow x = \hat{D} + \hat{F} = 46^\circ$

1B. a) $x = 52^\circ, y = 76^0$. b) $x = 72^0, y = 51^0$.

2A. Các cặp tam giác bằng nhau:

$\triangle ABM = \triangle ADM$(c.g.c) ;$\triangle CBM = \triangle CDM$(c.g.c);

$\triangle ABC = \triangle ADC$(c.c.c).

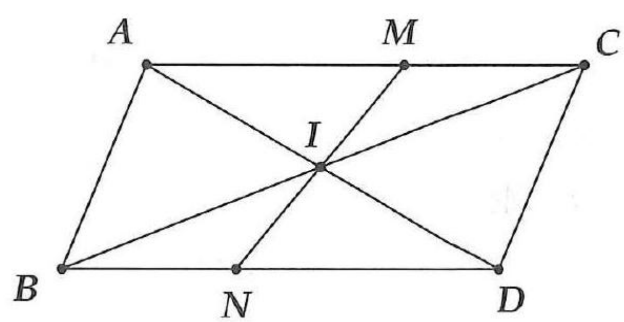
2B. Các cặp tam giác bằng nhau:

$\triangle MHN = \Delta MHP$(c.g.c) ;$\triangle KHN = \Delta KHP$(c.g.c);

$\triangle MKN = \triangle MKP$(c.c.c) .

3A. a) Chứng minh được $\triangle IAB = \triangle IDC$ (c-g-c). Từ kết quả đó ta có $AB = CD$ và $\widehat{IAB} = \widehat{IDC}$.

$\Rightarrow AB // CD$.



b) Tương tự câu a)

Chứng minh

$\triangle BID = \triangle CIA(c - g - c)$

c) Dùng kết quả trên chứng minh được

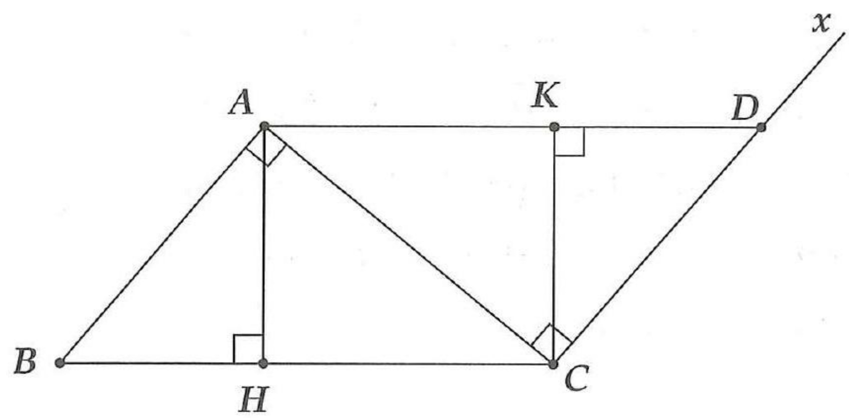
$\triangle ABC = \triangle DCB$ (c-g-c).

d) Chứng minh được $\triangle AMI = \triangle DNI$ (c-g-c), từ đó ta có

$\widehat{AIM} = \widehat{DIN}$ mà $\widehat{AIM} + \widehat{MID} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{DIN} + \widehat{MID} = 180^\circ$

$\Rightarrow$ ĐPCM.

3B. a) $\widehat{ACB} = 40^\circ$.



b) Chứng minh được $\triangle ABC = \triangle CDA\left(\text{c}-\text{g}-\text{c}\right)$.

$\Rightarrow \widehat{ACB} = \widehat{CAD}$, từ đó $AD // BC$.

c) Từ kết quả câu b) chứng minh được

$\triangle AHB = \triangle CKD$ (cạnh huyền - góc nhọn) $\Rightarrow$ ĐPCM.

d) Chứng minh được $AH // CK$ chú ý $AH = CK$, từ đó

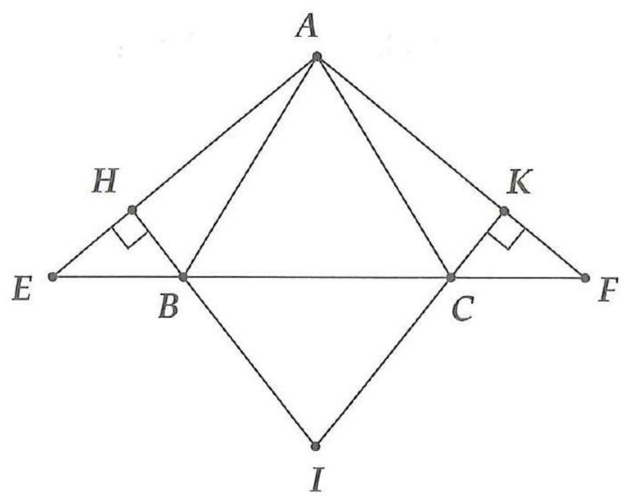
$\triangle IAH = \Delta ICK\left(\text{c}-\text{g}-\text{c}\right) \Rightarrow \widehat{AIH} = \widehat{CIK}$

$\Rightarrow \widehat{AIH} + \widehat{AIK} = 180^\circ \Rightarrow$ ĐPCM.

Tương tự với $\triangle ABI$ và $\triangle CDI$ suy ra B, I, D cũng thẳng hàng $\Rightarrow$ ĐPCM.

4A. a) Ta có $\triangle ABE = \triangle ACF$ (c-g-c) $\Rightarrow \widehat{AEB} = \widehat{AFC} \Rightarrow$ ĐPCM.

b) Dùng kết quả câu a) chứng minh $\triangle BHE = \triangle FCK$ (c.h-g.n)



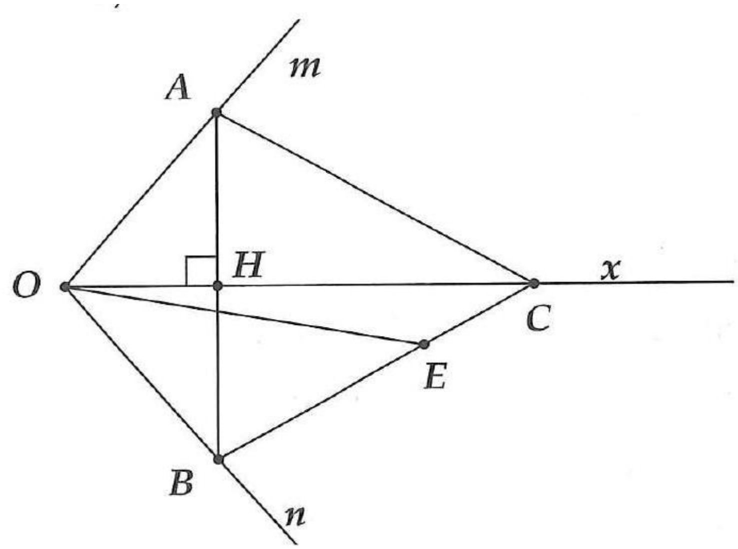
c) Từ kết quả câu b) ta có $\widehat{HBE} = \widehat{KCF}$, từ đó chứng minh được $\widehat{IBC} = \widehat{ICB}$ nên tam giác IBC cân tại I.

d) Từ giả thiết suy ra các tam giác ABE, ACF cân và tam giác ABC đều, từ đó tính được $\widehat{AEF} = \widehat{AFE} = 30^\circ, \widehat{EAF} = 120^\circ$.

Cũng có $\widehat{IBC} = 60^\circ$ nên tam giác IBC là tam giác đều.

4B. a) Chứng minh được $\triangle OHA = \triangle OHB$ (g-c-g) $\Rightarrow$ ĐPCM.

b) $\widehat{OAB} = \widehat{OBA} = 40^\circ, \widehat{AOB} = 100^\circ$.



c) Dùng kết quả câu a) chứng minh được $CA = CB$, chú ý $\widehat{HBC} = 60^\circ \Rightarrow$ ĐPCM.

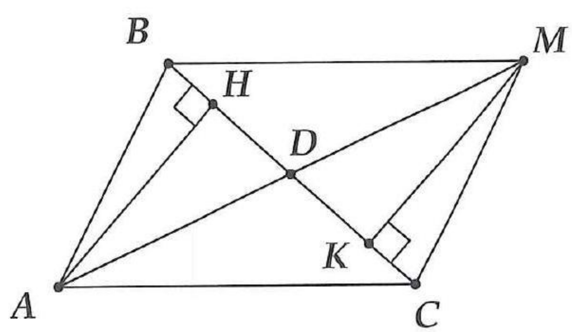
d) Tính được $\widehat{OBE} = 100^\circ$, từ đó $\triangle BOE = \triangle OBA$ (c-g-c).

$\Rightarrow AB = OE$.

5. a) Chứng minh được $\triangle ADC = \triangle MDB$(c.g.c). Từ kết đó ta có

$AC = BM$ và $\widehat{DAC} = \widehat{DMB}$

$\Rightarrow AC // BM$.



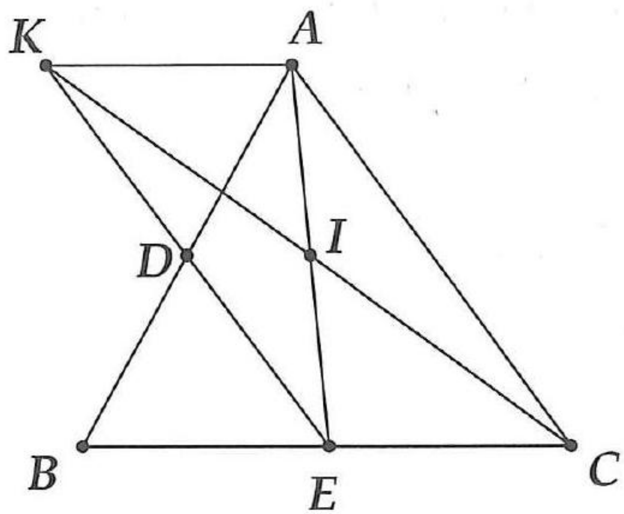
b) $\triangle ABM = \triangle MCA$ (c-g-c).

c) Chứng minh được $\triangle BKM = \triangle CHA$ (cạnh huyền - góc nhọn) $\Rightarrow$ ĐPCM.

d) Chú ý $\triangle HDM = \triangle KDA \Rightarrow$ ĐPCM.

6. a) $\triangle BDE = \triangle ADK$ (c-g-c).

Chú ý $\widehat{DAK} = \widehat{DBE} \Rightarrow AK // BC$.



b) Chú ý $AK = EB = EC$, từ đó $\triangle AKE = \triangle ECA$ (c.g.c).

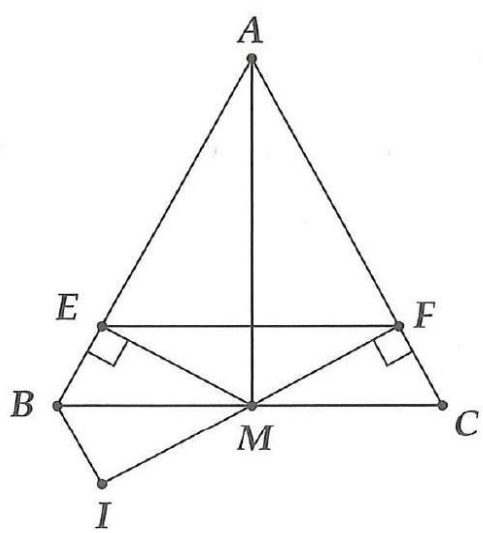
c) Từ kết quả câu b) chứng minh được $DE // AC$, do đó tính được $\widehat{DBE} = 60^\circ, \widehat{BDE} = 65^\circ, \widehat{BED} = 55^\circ$. Suy ra các góc của $\triangle DAK$.

d) Chứng minh được $\triangle AIK = \triangle EIC$ (c-g-c) $\Rightarrow IK = IC$.

Cũng có $\widehat{AIK} = \widehat{EIC} \Rightarrow \widehat{AIK} + \widehat{AIC} = 180^\circ$, từ đó ba điểm K, I, C thẳng hàng $\Rightarrow$ ĐPCM.

7. a) $\triangle AMB = \triangle AMC$ (c-g-c).

b) Ta có $\triangle AME = \triangle AMF$ (cạnh huyền - góc nhọn), từ đó $AE = AF \Rightarrow$ ĐPCM.



c) Ta có $\widehat{AEF} = \widehat{ABC} = \dfrac{180^\circ - \widehat{BAC}}{2}$, từ đó $EF // BC$, mà $AM \perp BC$. $\Rightarrow$ ĐPCM.

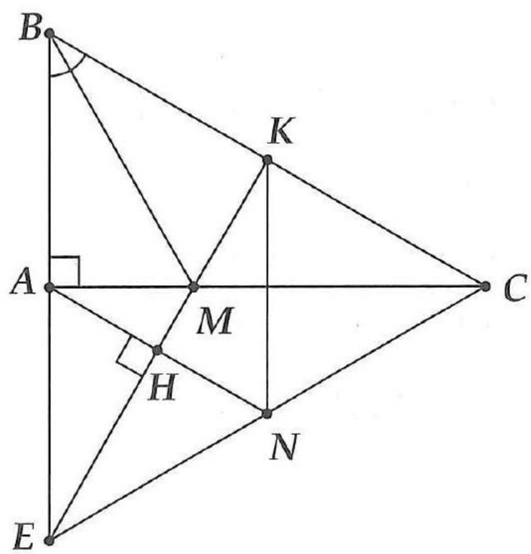
d) Chú ý $\widehat{BIM} = 90^\circ, \widehat{EBM} = \widehat{FCM} = \widehat{IBM} \Rightarrow$ chứng minh $\triangle BEM = \triangle BIM$ (cạnh huyền - góc nhọn) $\Rightarrow$ ĐPCM.

8. a) $\triangle ABM = \triangle KBM$ (c-g-c).

b) Từ kết quả câu a) ta có $\widehat{MKB} = \widehat{MAB} = 90^\circ, MA = MK$.

Bởi vậy $\triangle MAE = \triangle MKC$ (g.c.g)

$\Rightarrow$ ĐPCM.



c) Từ a) và b) suy ra $BE = BA + AE = BK + KC = BC$.

Lại có $\widehat{EBC} = 60^\circ \Rightarrow \triangle BEC$ đều.

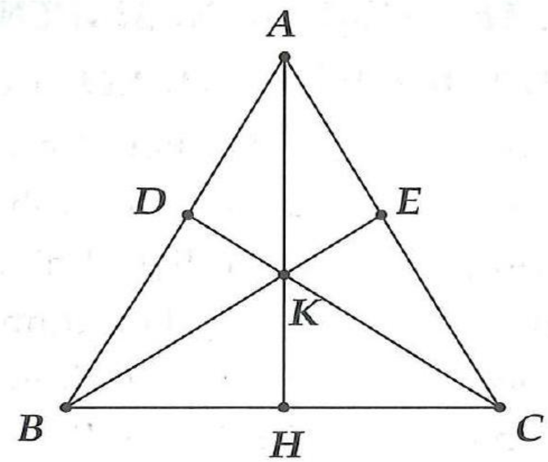
d) Chứng minh được $AE = KC = \dfrac{EC}{2}$, chú ý $AN // BC$

$\Rightarrow \triangle AEN$ đều $\Rightarrow NE = AE = \dfrac{AE}{2} \Rightarrow CN = CK$, mà $\widehat{KCN} = 60^\circ$

$\Rightarrow \triangle CKN$ đều $\Rightarrow \widehat{CKN} = \widehat{CBE} = 60^\circ \Rightarrow KN // AE \Rightarrow$ ĐPCM.

9. a) Chứng minh được

$\triangle AEB = \triangle ADC$ (c-g-c) $\Rightarrow BE = CD$.



b) Từ kết quả câu a) ta có $\widehat{ABE} = \widehat{ACD}$, mà $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ nên $\widehat{KBC} = \widehat{KCB} \Rightarrow$ ĐPCM.

c) Từ kết quả câu b) ta có $KB = KC$.

Từ đó $\Delta AKB = \Delta AKC$ (c-c-c)

$\Rightarrow$ ĐPCM.