

LÊ BÁ BẢO

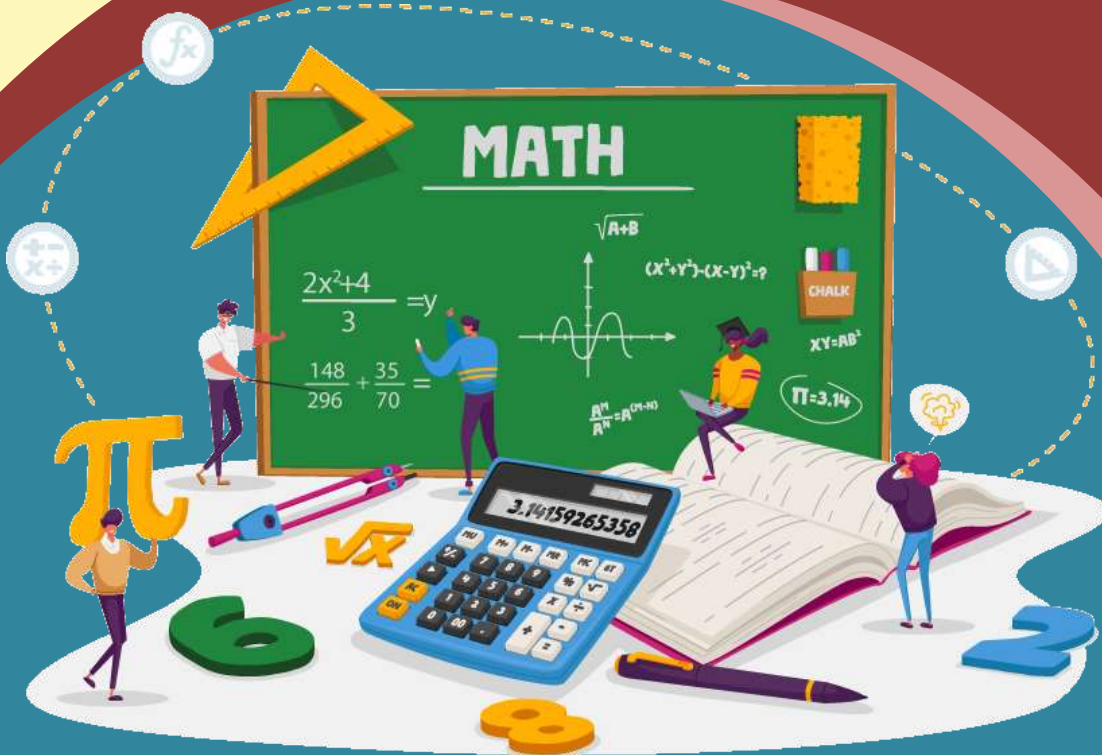
TRƯỜNG THPT ĐẶNG HUY TRỨ - ADMIN CLB GIÁO VIÊN TRẺ TP HUẾ

# TOÁN 12

**Chủ đề KHẢO SÁT HÀM SỐ**

## ĐỀ ÔN KHẢO SÁT HÀM SỐ

- ✍ LUYỆN THI THPT QUỐC GIA
- ✍ CẬP NHẬT TỪ ĐỀ THI MỚI NHẤT





ĐỀ ÔN TẬP SỐ 01\_TrNg 2025

# TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

**KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN  
VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ**

**Định hướng cấu trúc 2025**

**Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

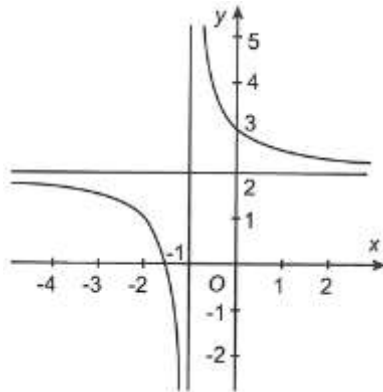
116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

## NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

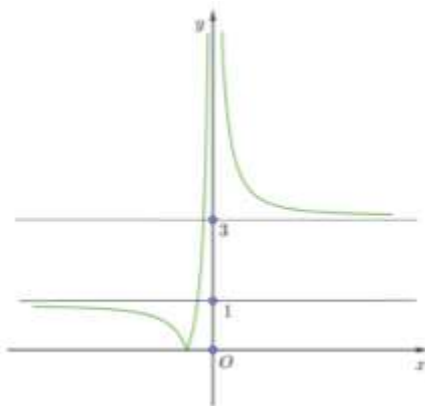
**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới:



Phương trình các đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  là

- A.  $x = 1$  và  $y = -2$ .    B.  $x = 1$  và  $y = 2$ .    C.  $x = -1$  và  $y = -2$ .    D.  $x = -1$  và  $y = 2$ .

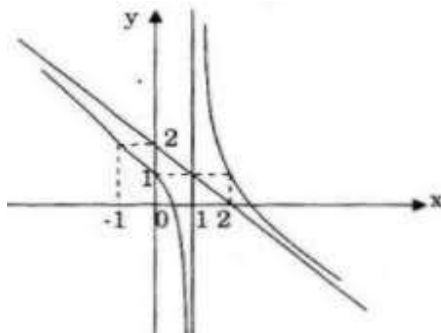
**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  là

- A. 4.    B. 3.    C. 2.    D. 1.

**Câu 3:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 4.                      B. 2.                      C. 1.                      D. 3.

**Câu 4:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$
$f(x)$	$1$ $\nearrow$ $10$	$3$ $\searrow$ $-\infty$	

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 4.                      B. 1.                      C. 3.                      D. 2.

**Câu 5:** Đồ thị hàm số nào sau đây nhận đường thẳng  $x = 2$  là tiệm cận đứng?

- A.  $y = \frac{2x}{x-2}$                       B.  $y = 2$                       C.  $y = \frac{2x}{x+2}$                       D.  $y = x - 2 - \frac{2}{x}$

**Câu 6:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và có đạo hàm trên  $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$ . Hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$-$	$0$	$+$	$+$
$f(x)$	$-3$ $\nearrow$ $1$	$+\infty$ $\searrow$ $-2$ $\nearrow$ $+\infty$		$-\infty$ $\nearrow$ $3$	

Hỏi hàm số  $y = f(x)$  có bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

- A. 1.                      B. 4.                      C. 3.                      D. 2

**Câu 7:** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$0$	$3$	$+\infty$
$y'$	$-$	$-$	$0$	$+$
$y$	$1$ $\searrow$ $-\infty$	$2$ $\searrow$ $-3$ $\nearrow$ $3$		

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 1.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 4.

**Câu 8:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-3$	$3$	$+\infty$
$y'$	$+$	$+$	$+$	
$y$	$0$ $\nearrow$ $+\infty$	$-\infty$ $\nearrow$ $+\infty$	$-\infty$ $\searrow$ $0$	

Số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 3.                                      B. 1.                                      C. 4.                                      D. 2.

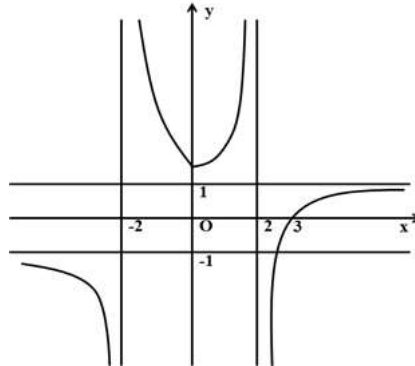
**Câu 9:** Đồ thị hàm số nào dưới đây có tâm đối xứng là điểm  $I(1;-2)$ ?

- A.  $y = \frac{2x-3}{2x+4}$ .                                      B.  $y = 2x^3 - 6x^2 + x + 1$ .  
 C.  $y = -2x^3 + 6x^2 + x - 1$ .                                      D.  $y = \frac{2-2x}{1-x}$ .

**Câu 10:** Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 6x^2 + x + 1$  là

- A.  $(2;13)$ .                                      B.  $(2;-13)$ .                                      C.  $(-2;-13)$ .                                      D.  $(-2;-33)$ .

**Câu 11:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

- A. 4.                                      B. 2.                                      C. 1.                                      D. 3.

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

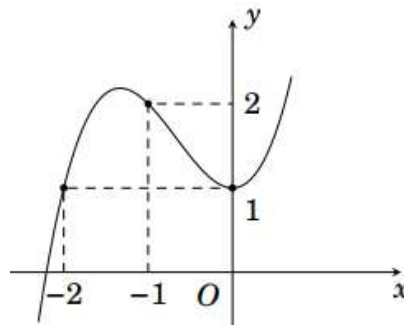
$x$	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	4	-1	$+\infty$	

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang.  
 B. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang  $y = 4$ .  
 C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.  
 D. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng  $x = 0$ .

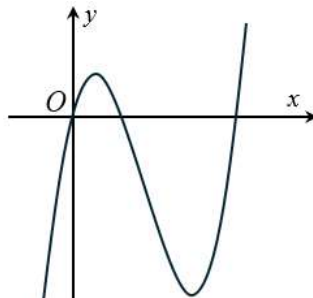
**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ .		
b)	Đồ thị hàm số cắt trục $Oy$ tại điểm có tọa độ $(0;1)$ .		
c)	Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ .		
d)	$2a + 3b + c = 9$ .		

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a \neq 0$ ) có đồ thị như hình bên dưới:

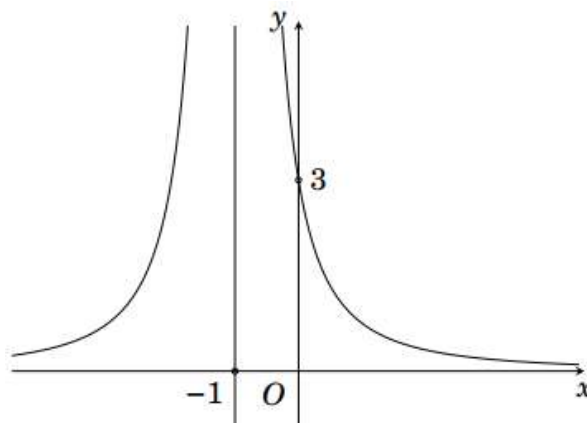


Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hàm số có hai điểm cực trị trái dấu.		
b)	Tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu là số âm.		
c)	Phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt.		
d)	Trong các hệ số $a, b, c, d$ có 2 hệ số dương.		

**Câu 3:** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2}$  có đồ thị  $(C)$ .

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$ .		
b)	Đồ thị hàm số $(C)$ có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x + 2$ .		
c)	Đồ thị hàm số $(C)$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$ .		
d)	Đồ thị hàm số $(C)$ nhận điểm $I(-2;0)$ làm tâm đối xứng.		

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$  với  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  có đồ thị hàm số  $y = f(x)$  nhận  $x = -1$  làm tiệm cận đứng như hình vẽ bên dưới:

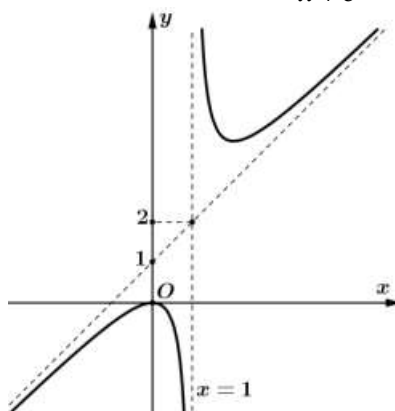


Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[-3; -2]$  bằng 8.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$f'(0) = 3$ .		
b)	Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$ .		
c)	Giá trị của $f(-3)$ bằng 8.		
d)	Giá trị của $f(2)$ bằng 4.		

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Đồ thị trong hình bên dưới là của hàm số  $y = ax + b + \frac{1}{x+c}$ , ( $a; b; c \in \mathbb{R}$ ).



Tính tổng  $a + b + c$ .

**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 2:** Gọi  $M(a; b)$ , ( $a > -2$ ) là điểm trên đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x+2}$  mà có khoảng cách đến đường thẳng  $d : y = 3x + 6$  nhỏ nhất. Tính giá trị  $a + b$ .

**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....

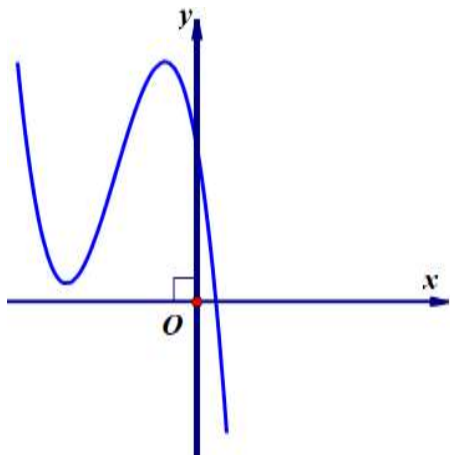
.....

.....

.....

.....

**Câu 3:** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị là đường cong như hình bên.



Có bao nhiêu số dương trong các số  $a, b, c, d$ ?

**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ ) có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$3$	$+\infty$
$f'$		-	-
$f$	-2	$+\infty$	-2

$\swarrow$   $\searrow$   
 $-\infty$   $-\infty$

Trong các số  $a, b, c$  có bao nhiêu số dương?

**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

**Câu 5:** Anh A dự định sử dụng hết  $4 \text{ m}^2$  kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

**Kết quả:**

**Trình bày:**

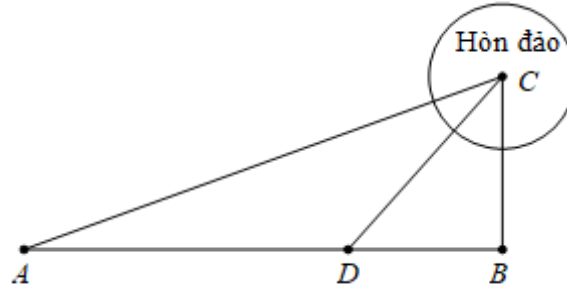
.....

.....

.....

.....

**Câu 6:** Một người cần đi từ khách sạn  $A$  bên bờ biển đến hòn đảo  $C$ . Biết rằng khoảng cách từ đảo  $C$  đến bờ biển là 10 km, khoảng cách từ khách sạn  $A$  đến điểm  $B$  trên bờ gần đảo  $C$  nhất là 40 km. Người đó có thể đi đường thủy hoặc đi đường bộ rồi đi đường thủy (như hình vẽ bên). Biết kinh phí đi đường thủy bằng thuyền là 5 USD/km, đi đường bộ bằng xe taxi là 3 USD/km. Hỏi người đó phải đi đường bộ một khoảng bao nhiêu để kinh phí nhỏ nhất? (kết quả ghi dưới dạng thập phân)



**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

.....

**HẾT**

*Huế, 10h20' Ngày 07 tháng 7 năm 2024*



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 01\_TrNg 2025

## TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

**KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN  
VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ**

**Định hướng cấu trúc 2025**

Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

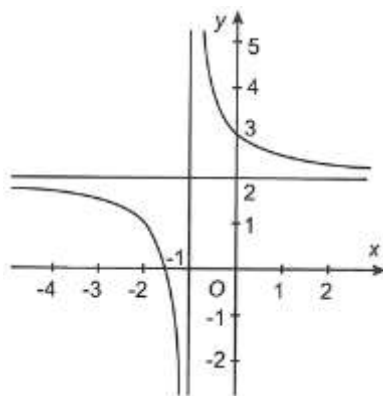
SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

### LỜI GIẢI CHI TIẾT

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới:



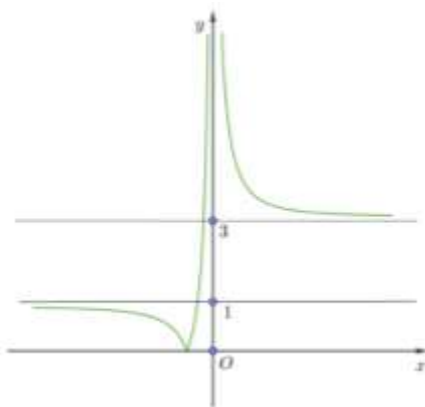
Phương trình các đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  là

- A.  $x = 1$  và  $y = -2$ .    B.  $x = 1$  và  $y = 2$ .    C.  $x = -1$  và  $y = -2$ .    **D.  $x = -1$  và  $y = 2$ .**

**Lời giải:**

Dựa vào đồ thị, ta suy ra tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị lần lượt là các đường thẳng  $x = -1$ ,  $y = 2$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  là

- A. 4.    **B. 3.**    C. 2.    D. 1.

**Lời giải:**

Dựa vào đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  ta có:



$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$
$f'(x)$	+		- 0 +	+	
$f(x)$	$-3$	$+\infty$	$-2$	$+\infty$	$3$

Hỏi hàm số  $y = f(x)$  có bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

- A. 1.                      **B. 4.**                      C. 3.                      D. 2

**Lời giải:**

Dựa vào bảng biến thiên suy ra đồ thị có hai tiệm cận đứng là  $x=1, x=-1$  và hai tiệm cận ngang là  $y=-3; y=3$ .

**Câu 7:** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$0$	$3$	$+\infty$
$y'$	-		- 0 +	
$y$	$1$	$2$	$3$	$-\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 1.                      B. 2.                      **C. 3.**                      D. 4.

**Lời giải:**

Quan sát bảng biến thiên ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 3$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1$  nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang  $y=1, y=3$ . Mặt khác  $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = -\infty$  nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x=0$ . Vậy đồ thị hàm số có tổng cộng ba đường tiệm cận.

**Câu 8:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-3$	$3$	$+\infty$
$y'$	+		+	+
$y$	$0$	$+\infty$	$+\infty$	$0$

Số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 3.**                      B. 1.                      C. 4.                      D. 2.

**Lời giải:**

Dựa vào BBT ta có

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$  là đường tiệm cận ngang.

$\lim_{x \rightarrow (-3)^+} y = -\infty \Rightarrow x = -3$  là đường tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow 3^+} y = -\infty \Rightarrow x = 3$  là đường tiệm cận đứng.

Vậy số đường tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là 3.

**Câu 9:** Đồ thị hàm số nào dưới đây có tâm đối xứng là điểm  $I(1; -2)$ ?

A.  $y = \frac{2x-3}{2x+4}$ .

B.  $y = 2x^3 - 6x^2 + x + 1$ .

C.  $y = -2x^3 + 6x^2 + x - 1$ .

D.  $y = \frac{2-2x}{1-x}$ .

**Lời giải:**

Hàm số  $y = 2x^3 - 6x^2 + x + 1$  có  $y' = 6x^2 - 12x + 1$  và  $y'' = 12x - 12$ .

Cho  $y'' = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = -2$  nên đồ thị hàm số có điểm uốn là  $I(1; -2)$  là tâm đối xứng của đồ thị hàm số.

**Câu 10:** Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 6x^2 + x + 1$  là

A.  $(2; 13)$ .

B.  $(2; -13)$ .

C.  $(-2; -13)$ .

D.  $(-2; -33)$ .

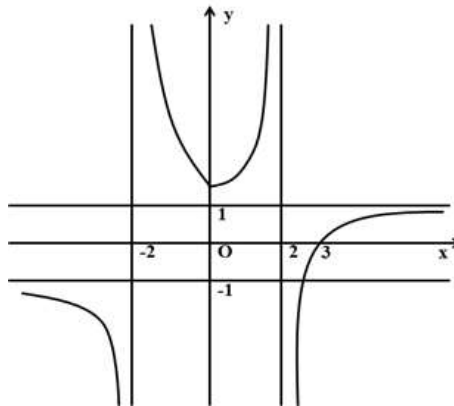
**Lời giải:**

Ta có  $y' = 3x^2 - 12x + 1 \Rightarrow y'' = 6x - 12$ .

Do đó  $y'' = 0 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow y = -13$ .

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 6x^2 + x + 1$  là  $I(2; -13)$ .

**Câu 11:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

**Lời giải:**

Từ đồ thị hàm số ta thấy:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$  nên đường thẳng  $y = -1$  là một đường tiệm cận ngang.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$  nên đường thẳng  $y = 1$  là một đường tiệm cận ngang.

Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là  $y = \pm 1$ .

Tương tự

$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty$  nên đường thẳng  $x = -2$  là đường tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty$  nên đường thẳng  $x = 2$  là đường tiệm cận đứng.

Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng là  $x = \pm 2$ .

Vậy đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$0$	$3$	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$4$	$-1$	$+\infty$	

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang  $y = 4$ .

C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng  $x = 0$ .

**Lời giải:**

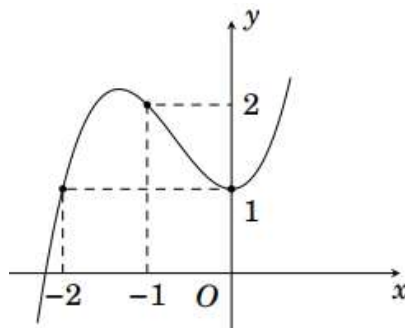
Từ BBT của hàm số  $y = f(x)$  ta có:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  nên đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

Và  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 4$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 4$ ,  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -1$ ,  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = -1$  nên đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ .		
b)	Đồ thị hàm số cắt trục $Oy$ tại điểm có tọa độ $(0;1)$ .		
c)	Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ .		
d)	$2a + 3b + c = 9$ .		

**Lời giải:**

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

a) Sai: Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 0$ , giá trị cực tiểu là  $y = 1$

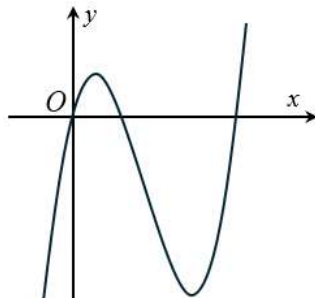
b) Đúng: Đồ thị hàm số cắt trục  $Oy$  tại điểm có tọa độ  $(0;1)$

c) Sai: Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; x_0)$  với  $-2 < x_0 < -1$

d) Sai: Đồ thị đi qua ba điểm  $(-2;1); (-1;2); (0;1)$  và đạt cực trị tại  $x = 0$  nên ta được hệ:

$$\begin{cases} -8a + 4b - 2c + d = 1 \\ -a + b - c + d = 2 \\ d = 1 \\ c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = 1; b = 2; c = 0; d = 1 \Rightarrow 2a + 3b + c = 8.$$

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a \neq 0$ ) có đồ thị như hình bên dưới:



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hàm số có hai điểm cực trị trái dấu.		
b)	Tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu là số âm.		
c)	Phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt.		
d)	Trong các hệ số $a, b, c, d$ có 2 hệ số dương.		

**Lời giải:**

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

Ta có:  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ;  $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

"Nhánh bên phải" hướng lên  $\Rightarrow a > 0$

Đồ thị qua gốc tọa độ  $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = d = 0$ .

Gọi  $x_1; x_2$  là hoành độ các cực trị  $x_1 + x_2 = \frac{-2b}{3a} > 0 \Rightarrow \frac{b}{a} < 0 \Rightarrow b < 0; x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{3a} > 0 \Rightarrow c > 0$

a) Sai.

Hàm số có hai điểm cực trị cùng dấu.

b) Đúng.

Tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu là số âm.

c) Sai.

Phương trình  $y' = 0$  có hai nghiệm phân biệt.

d) Đúng.

Trong các hệ số  $a, b, c, d$  có 2 hệ số dương.

**Câu 3:** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2}$  có đồ thị (C).

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$ .		
b)	Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x + 2$ .		
c)	Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$ .		
d)	Đồ thị hàm số (C) nhận điểm $I(-2; 0)$ làm tâm đối xứng.		

**Lời giải:**

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

a) Sai: Hàm số có tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

b) Đúng: Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng  $y = x + 2$

Giới hạn, tiệm cận: Ta có  $y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2} = x + 2 + \frac{1}{x + 2}$

•  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x + 2 + \frac{1}{x + 2} \right) = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( x + 2 + \frac{1}{x + 2} \right) = -\infty$

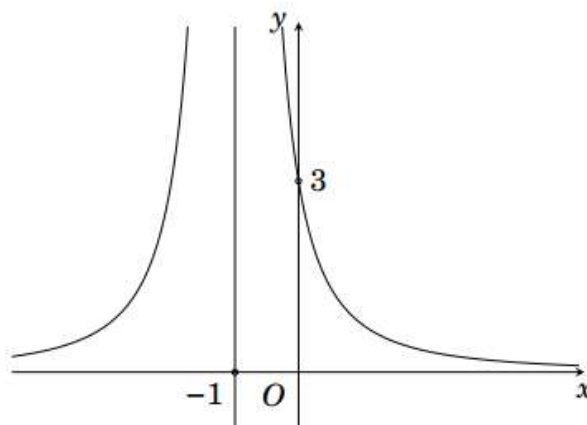
•  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x + 2)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{1}{x + 2} \right) = 0$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 2)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{1}{x + 2} \right) = 0$

c) Đúng: Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = -2$

•  $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \left( \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2} \right) = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \left( \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2} \right) = +\infty$

d) Đúng: Đồ thị hàm số (C) nhận điểm  $I(-2; 0)$  là giao điểm của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng.

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$  với  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  có đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  nhận  $x = -1$  làm tiệm cận đứng như hình vẽ bên dưới:



Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[-3; -2]$  bằng 8.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$f'(0) = 3$ .		
b)	Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$ .		
c)	Giá trị của $f(-3)$ bằng 8.		
d)	Giá trị của $f(2)$ bằng 4.		

**Lời giải:**

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đúng: Theo hình vẽ, đồ thị  $f'(x)$  qua điểm  $(0; 3)$  nên  $f'(0) = 3$

b) Sai: Do  $f'(x) > 0, \forall x \neq -1$  nên hàm số đã cho  $f(x)$  đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ .

c) Sai: Do  $f'(x) > 0, \forall x \neq -1 \Rightarrow \max_{[-3; -2]} f(x) = f(-2) = 8$  suy ra  $f(-3) \neq 8$

d) Đúng: Ta có  $f'(x) = \frac{ad - bc}{(cx + d)^2}$

Đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  đi qua điểm  $(0;3)$  nên  $f'(0) = 3 \Leftrightarrow \frac{ad - bc}{d^2} = 3$

Mặt khác, đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  có tiệm cận đứng  $x = -1$  nên  $-c + d = 0$

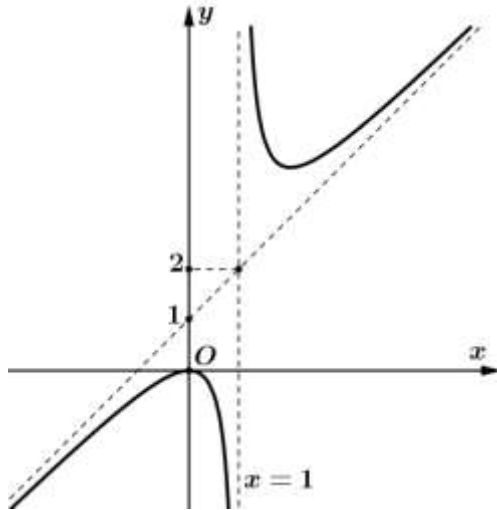
Vì  $f'(x) > 0, \forall x \neq -1 \Rightarrow \max_{[-3; -2]} f(x) = f(-2) = 8 \Leftrightarrow \frac{-2a + b}{-2c + d} = 8$

Vậy ta có hệ phương trình  $\begin{cases} ad - bc = 3d^2 \\ -c + d = 0 \\ b - 2a = 8(d - 2c) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = d \\ a - b = 3d \\ b - 2a = -8d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5d \\ b = 2d \\ c = d \end{cases}$

Từ đó suy ra  $f(x) = \frac{5dx + 2d}{dx + d} = \frac{5x + 2}{x + 1} \Rightarrow f(2) = 4$

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Đồ thị trong hình bên dưới là của hàm số  $y = ax + b + \frac{1}{x+c}, (a; b; c \in \mathbb{R})$ .



Tính tổng  $a + b + c$ .

**Kết quả:**

1

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

.....

**Lời giải:**

Ta có  $y = ax + b$  là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số. Từ đồ thị ta suy ra được  $y = x + 1$  là tiệm cận xiên nên  $a = 1, b = 1$ .

$x = 1$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nên  $c = -1$ . Vậy  $a + b + c = 1$ .

**Câu 2:** Gọi  $M(a; b), (a > -2)$  là điểm trên đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x+2}$  mà có khoảng cách đến đường thẳng  $d: y = 3x + 6$  nhỏ nhất. Tính giá trị  $a + b$ .

**Kết quả:**

-2

**Trình bày:**

.....  
.....  
.....  
.....

**Lời giải:**

Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ .

Ta có:  $d : y = 3x + 6 \Leftrightarrow d : 3x - y + 6 = 0$ .

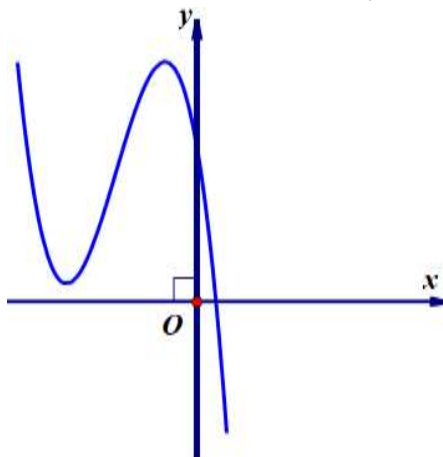
$$\text{Gọi } M\left(a; \frac{2a+1}{a+2}\right) \in (C), \text{ ta có } d(M, d) = \frac{\left|3a - \frac{2a+1}{a+2} + 6\right|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{\left|3a - 2 + \frac{3}{a+2} + 6\right|}{\sqrt{1^2 + 3^2}}$$

$$d(M, d) = \frac{\left|3(a+2) + \frac{3}{a+2} - 2\right|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} \geq \frac{|6-2|}{\sqrt{10}} = \frac{4}{\sqrt{10}} \quad (\text{Áp dụng bất đẳng thức Cauchy}).$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra: } a+2 = \frac{1}{a+2} \Leftrightarrow (a+2)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a+2=1 \\ a+2=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1, b=-1 \\ a=-3, b=5 \end{cases}$$

Do  $a > -2$  nên điểm  $M(-1; -1)$  thỏa mãn. Khi đó:  $a+b = -2$ .

**Câu 3:** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị là đường cong như hình bên.



Có bao nhiêu số dương trong các số  $a, b, c, d$ ?

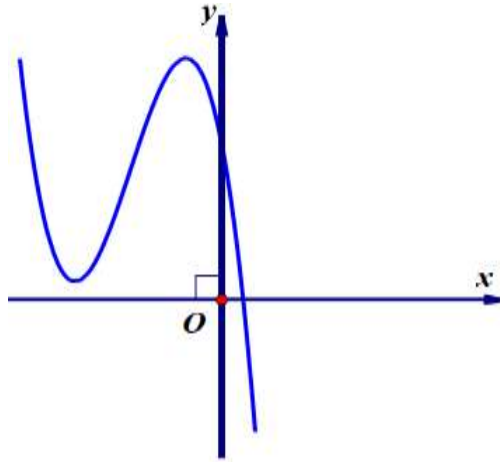
**Kết quả:**

1

**Trình bày:**

.....  
.....  
.....  
.....

**Lời giải:**



Đạo hàm của hàm số  $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ .

Dựa vào hình vẽ, ta nhận thấy  $a < 0$ .

Đồ thị hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  cắt trục tung tại điểm  $(0; d)$ , từ đồ thị ta có  $d > 0$ .

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về bên trái trục  $Oy$  nên ta cần có  $y' = 0$  có hai nghiệm âm phân biệt, nghĩa là:

$$\begin{cases} -\frac{2b}{3a} < 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \\ \frac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 - 3ac > 0 \\ ab > 0 \\ ca > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ b < 0 \\ c < 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases} \vee \begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ c > 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}.$$

Kết hợp với  $a < 0$  ta có trong 4 số  $a, b, c, d$  chỉ có một số dương là  $d$ .

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ ) có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$3$	$+\infty$
$f'$		-	-
$f$	-2	$+\infty$	-2

Trong các số  $a, b, c$  có bao nhiêu số dương?

**Kết quả:**

1

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

.....

**Lời giải:**

Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$ .

Từ bảng biến thiên ta có  $f'(x) < 0$ .

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số:  $y = -2$ .

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số:  $x = 3$ .

Từ hàm  $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ , ta có:  $f'(x) = \frac{ac-b}{(bx+c)^2}$ ; Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số:  $y = \frac{a}{b}$ ;

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số:  $x = \frac{-c}{b}$  (2).

$$\text{Ta có: } \begin{cases} ac-b < 0 \\ \frac{a}{b} = -2 \\ \frac{-c}{b} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6b^2 - b < 0 \\ a = -2b \\ c = -3b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < b < \frac{1}{6} \\ -\frac{1}{3} < a < 0 \\ -\frac{1}{2} < c < 0 \end{cases}$$

Vậy có 1 số dương trong các số  $a, b, c$ .

**Câu 5:** Anh A dự định sử dụng hết 4 m<sup>2</sup> kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

**Kết quả:**

0,73

**Trình bày:**

.....

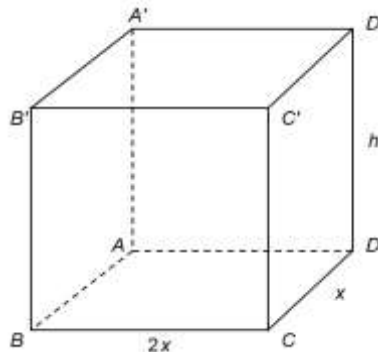
.....

.....

.....

.....

**Lời giải:**



Giả sử bể cá dạng hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có kích thước như hình vẽ.

Khi đó ta có diện tích xung quanh của bể cá là:

$$S_{xq} = 2.S_{BCC'B'} + 2.S_{ABB'A'} = 2.2x.h + 2.x.h = 4xh + 2xh = 6xh .$$

Diện tích mặt đáy bể cá là:  $S_{ABCD} = 2x.x = 2x^2$ .

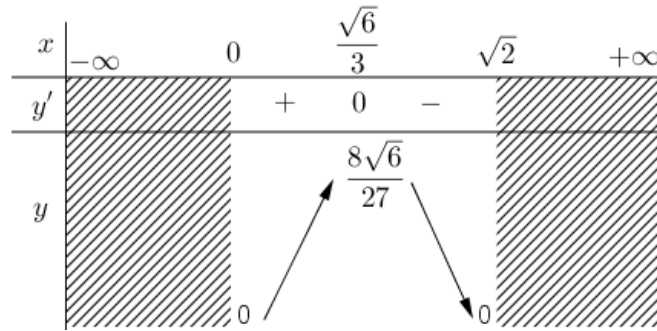
$$\text{Theo đề bài ta có: } 2x^2 + 6xh = 4 \Leftrightarrow h = \frac{4-2x^2}{6x}$$

Do  $x > 0, h > 0$  nên  $4 - 2x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < \sqrt{2}$

$$\text{Mặt khác } V = 2x^2h = \frac{4x-2x^3}{3} = f(x) \text{ với } x \in (0; \sqrt{2})$$

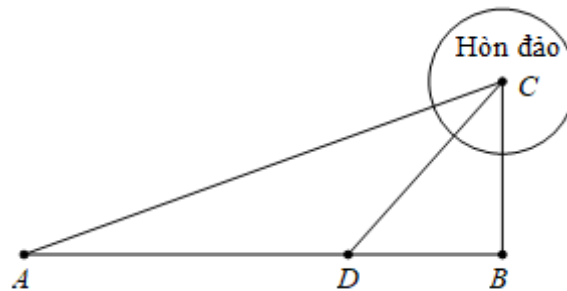
$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{4}{3} - 2x^2; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{4}{3} - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{6}}{3} \text{ (vì } x > 0)$$

Bảng biến thiên:



Vậy bể cá có thể tích lớn nhất bằng  $\frac{8\sqrt{6}}{27} \approx 0,73$  (m<sup>3</sup>).

**Câu 6:** Một người cần đi từ khách sạn  $A$  bên bờ biển đến hòn đảo  $C$ . Biết rằng khoảng cách từ đảo  $C$  đến bờ biển là 10 km, khoảng cách từ khách sạn  $A$  đến điểm  $B$  trên bờ gần đảo  $C$  nhất là 40 km. Người đó có thể đi đường thủy hoặc đi đường bộ rồi đi đường thủy (như hình vẽ bên). Biết kinh phí đi đường thủy bằng thuyền là 5 USD/km, đi đường bộ bằng xe taxi là 3 USD/km. Hỏi người đó phải đi đường bộ một khoảng bao nhiêu để kinh phí nhỏ nhất? (kết quả ghi dưới dạng thập phân)



**Kết quả:**

32,5

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

.....

**Lời giải:**

Vì  $B$  là điểm trên bờ gần hòn đảo  $C$  nhất nên suy ra  $BC \perp AB$ .

Theo đề bài, ta có  $AB = 40$ (km),  $BC = 10$ (km).

Gọi  $D$  là điểm bất kì thuộc đoạn  $AB$  ( $D$  có thể trùng với  $A$  hoặc  $B$ ).

Đặt  $AD = x$ (km),  $x \in [0; 40]$

Ta có  $BD = 40 - x \Rightarrow DC = \sqrt{(40 - x)^2 + 10^2}$ .

Để đi từ  $A$  đến  $C$ , thì người đó có thể phải đi đường bộ trên đoạn  $AD$  và đi đường thủy trên đoạn  $DC$ .

Do đó tổng kinh phí đi từ  $A$  đến  $C$  là:

$$f(x) = 3x + 5\sqrt{(40 - x)^2 + 10^2} \Leftrightarrow f(x) = 3x + 5\sqrt{x^2 - 80x + 1700} \text{ (USD)}$$

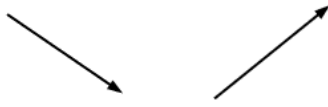
Tập xác định của hàm số  $f(x)$  là  $D = \mathbb{R}$ .

$$f'(x) = 3 + 5 \frac{2x-80}{2\sqrt{x^2-80x+1700}} \Leftrightarrow f'(x) = \frac{3\sqrt{x^2-80x+1700} + 5x - 200}{\sqrt{x^2-80x+1700}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{x^2-80x+1700} - 200 + 5x = 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{x^2-80x+1700} = 200 - 5x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 200 - 5x \geq 0 \\ 9(x^2 - 80x + 1700) = (200 - 5x)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{95}{2} \\ x = \frac{65}{2} \end{cases} \rightarrow x = \frac{65}{2} \in [0; 40].$$

Bảng biến thiên:

$x$	0	$\frac{65}{2}$	40
$f'(x)$		-	+
$f(x)$			

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số  $f(x)$  đạt giá trị nhỏ nhất trên  $[0; 40]$  (tức là kinh phí nhỏ nhất) tại điểm  $x = \frac{65}{2}$ .

Vậy người đó phải đi đường bộ  $\frac{65}{2} = 32,5$  km để kinh phí nhỏ nhất.

**HẾT**

*Huế, 10h20' Ngày 07 tháng 7 năm 2024*



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 02\_TrNg 2025

# TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

**KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN  
VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ**

**Định hướng cấu trúc 2025**

## Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: **0935.785.115** Facebook: **Lê Bá Bảo**

**116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế** Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

### NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

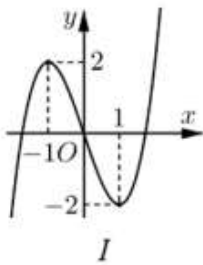
**Câu 1:** Điểm có tọa độ nào sau đây thuộc đồ thị (C) của hàm số  $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 1}$ ?

- A. (3;0).                      B. (2;1).                      C. (-2;1).                      D. (0;3).

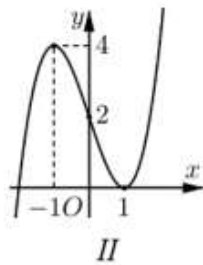
**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có bảng biến thiên sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$	
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$	$2$	$-2$	$+\infty$	

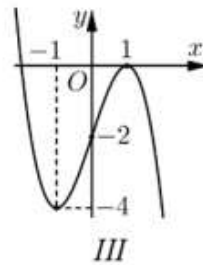
Đồ thị nào thể hiện hàm số  $y = f(x)$ ?



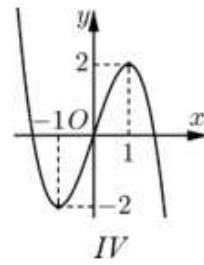
I



II



III



IV

- A. I.                              B. II.                              C. III.                              D. IV.

**Câu 3:** Bảng biến thiên sau là của một trong bốn hàm số sau. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

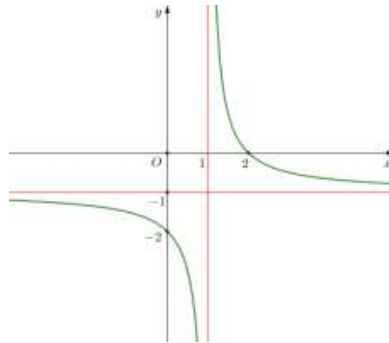
$x$	$-\infty$	$-10$	$-4$	$2$	$+\infty$	
$y'$	$-$	$0$	$+$	$+$	$0$	$-$
$y$	$+\infty$	$24$	$+\infty$	$0$	$-\infty$	$-\infty$

- A.  $y = \frac{x^2 - 3x + 4}{-x - 4}$ .      B.  $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{-x - 4}$ .      C.  $y = \frac{x^2 - 5x + 4}{x + 4}$ .      D.  $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{x + 4}$ .

**Câu 4:** Đường thẳng  $y = 2$  là tiệm cận ngang của đồ thị nào dưới đây?

- A.  $y = \frac{2}{x + 1}$ .                      B.  $y = \frac{1 + x}{1 - 2x}$ .                      C.  $y = \frac{-2x + 3}{x - 2}$ .                      D.  $y = \frac{2x - 2}{x + 2}$ .

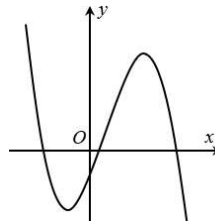
**Câu 5:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng là

- A.**  $x = 1$ .                      **B.**  $x = -1$ .                      **C.**  $x = 0$ .                      **D.**  $y = -1$ .

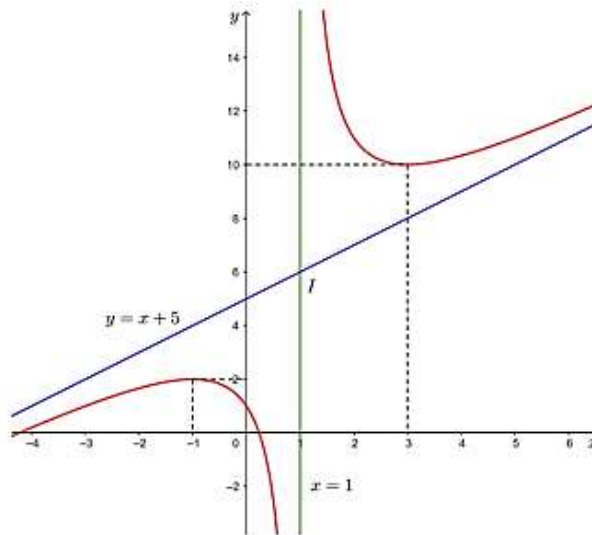
**Câu 6:** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.**  $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$ .                      **B.**  $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$ .  
**C.**  $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$ .                      **D.**  $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$ .

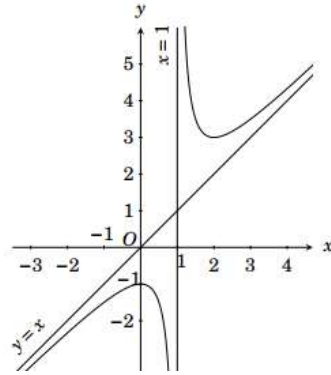
**Câu 7:** Cho hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$  ( $ad \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A.**  $(1; 6)$ .                      **B.**  $(1; 0)$ .                      **C.**  $(1; 5)$                       **D.**  $(1; 10)$ .

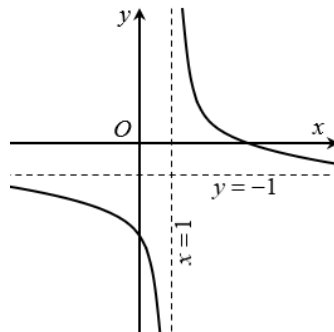
**Câu 8:** Đồ thị dưới đây là của một trong bốn hàm số sau:



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A.  $y = \frac{x^2 - 3}{x - 2}$ .      B.  $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ .      C.  $y = \frac{x^2 - x}{x - 2}$ .      D.  $y = \frac{x^2 - 4x + 5}{x - 2}$ .

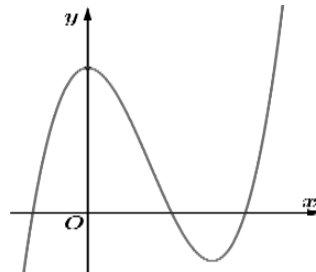
**Câu 9:** Cho hàm số  $y = \frac{ax - b}{x - 1}$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $b < 0 < a$ .      B.  $0 < b < a$ .      C.  $b < a < 0$ .      D.  $0 < a < b$ .

**Câu 10:** Cho đồ thị hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào dưới đây đúng?

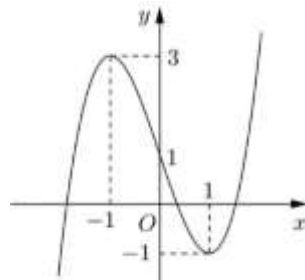
- A. Đồ thị hàm số đã cho có ba điểm cực trị.  
 B. Hàm số đã cho đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .  
 C. Hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất.  
 D. Đồ thị hàm số đã cho là hàm số  $y = x^3 + 3x + 3$ .

**Câu 11:** Bảng biến thiên sau đây của hàm số nào?

$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$
$y'$	$+$		$+$
$y$	$2$	$+\infty$	$2$
		$-\infty$	

- A.  $y = \frac{2x + 3}{x + 1}$ .      B.  $y = \frac{2x - 1}{x - 1}$ .      C.  $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$ .      D.  $y = \frac{x + 1}{2x - 1}$ .

**Câu 12:** Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



- A.  $y = x^3 - 3x + 1$ .    B.  $y = x^3 - 3x - 1$ .    C.  $y = -x^3 - 3x^2 - 1$ .    D.  $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ .

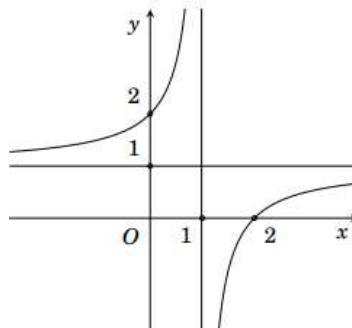
**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$+\infty$		
$y'$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$
$y$	$+\infty$			$4$		$-\infty$
			$0$			

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$a < 0$ .		
b)	Tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là điểm $I(-1; 2)$ .		
c)	Trong bốn hệ số $a, b, c, d$ có đúng hai số âm.		
d)	Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-4; 20)$ .		

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = \frac{x+a}{bx+c}$ ; ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng $x = 1$ .		
b)	Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang $y = 0$ .		
c)	Tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là $I(1; 1)$ .		
d)	$a - 3b - 2c = -3$ .		

**Câu 3:** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$  có đồ thị là  $(C)$ .

Khẳng định		Đúng	Sai
------------	--	------	-----

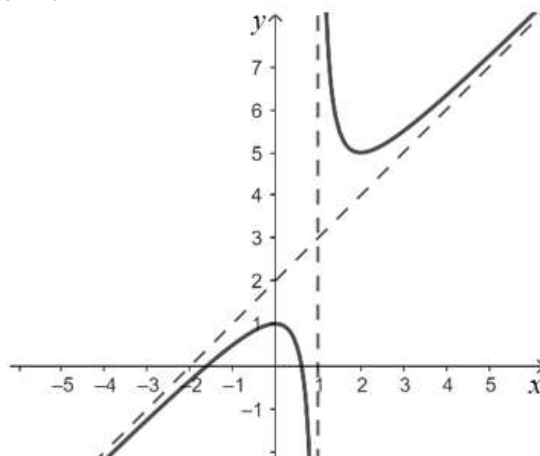
a)	Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận đứng là $x = 2$ .		
b)	Biết đồ thị hàm số (C) cắt trục tung tại điểm M. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C) tại M là $3x - 4y + 2 = 0$ .		
c)	Đồ thị (C) có hai điểm cực trị nằm 2 phía đối với Oy.		
d)	Tiệm cận xiên của đồ thị (C) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 1.		

**Câu 4:** Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được  $x$  mét vải lụa ( $1 \leq x \leq 18$ ). Tổng chi phí sản xuất  $x$  mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí:  $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$ . Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi  $B(x)$  là số tiền bán được và  $L(x)$  là lợi nhuận thu được khi bán  $x$  mét vải lụa.

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	$B(x) = 220x$ (nghìn đồng).		
b)	$L(x) = B(x) - C(x) = -x^3 + 3x^2 + 240x - 500$ (nghìn đồng).		
c)	Nếu hộ này bán ra mỗi ngày từ 10 mét đến 18 mét vải lụa thì lợi nhuận giảm.		
d)	Nếu hộ này bán ra mỗi ngày 10 mét vải lụa thì đạt lợi nhuận cao nhất.		

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  ( $a > 0, m \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hỏi trong các số  $b, c, m, n$  có tất cả bao nhiêu số dương?

**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

**Câu 2:** Số điểm có tọa độ nguyên thuộc đồ thị hàm số  $y = \frac{2x^2 + 3x + 10}{x + 2}$  là bao nhiêu?

**Kết quả:**

**Trình bày:**

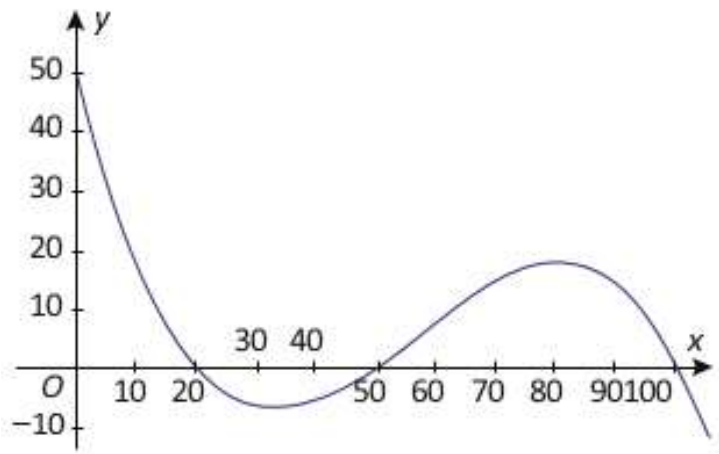
.....

.....

.....

.....

**Câu 3:** Một phần đường ray tàu lượn siêu tốc có dạng đồ thị hàm số bậc ba:  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ , ( $a \neq 0$ ). Trục  $Ox$  mô tả quãng đường tàu di chuyển theo chiều ngang (tính bằng centimét), trục  $Oy$  mô tả chiều cao của đường ray (tính bằng centimét) tại mỗi vị trí  $x$ . Chiều cao xuất phát là 50 cm. Tàu xuống dưới mặt đất lần thứ nhất từ vị trí  $x = 20$  cm, tàu lên khỏi mặt đất ở vị trí  $x = 50$  cm và sau đó xuống dưới mặt đất lần thứ hai ở vị trí  $x = 100$  cm. Xét đồ thị của hàm số đã cho khi  $x \in [0; 100]$  như hình vẽ bên dưới:



Biết điểm cao nhất của đường ray khi tàu lên khỏi mặt đất và tọa độ điểm thấp nhất của đường ray khi tàu xuống dưới mặt đất lần lượt có hoành độ là  $p$  và  $q$ . Tính  $3p + q$ .

**Kết quả:**

**Trình bày:**

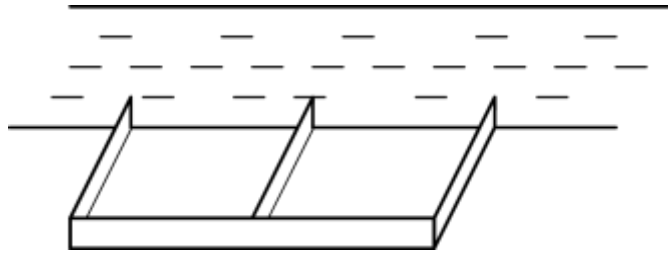
.....

.....

.....

.....

**Câu 4:** Một người nông dân có 15 000 000 đồng với dự định làm một cái hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông (như hình vẽ) nhằm rào một khu đất có hai phần chữ nhật để trồng rau. Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60000 đồng một mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50000 đồng một mét. Tìm diện tích lớn nhất của khu đất rào được.



**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....

.....

.....

**Câu 5:** Ông A dự định sử dụng hết  $5 m^2$  kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

**Kết quả:**

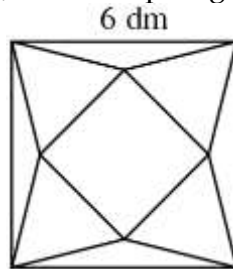
**Trình bày:**

.....

.....

.....

**Câu 6:** Từ một tấm bìa mỏng hình vuông cạnh 6 dm, bạn Hoa cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của hình vuông ban đầu và đỉnh là đỉnh của một hình vuông nhỏ phía trong rồi gấp lên, ghép lại tạo thành một khối chóp tứ giác đều (tham khảo hình vẽ).



Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu decimét khối (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....

.....

.....

**HẾT**

Huế, 10h20' Ngày 12 tháng 7 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 02\_TrNg 2025

# TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

**KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN  
VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ**

**Định hướng cấu trúc 2025**

## LỜI GIẢI CHI TIẾT

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Điểm có tọa độ nào sau đây thuộc đồ thị (C) của hàm số  $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 1}$ ?

A. (3;0).

B. (2;1).

C. (-2;1).

**D. (0;3).**

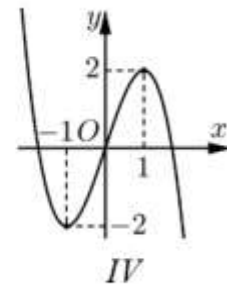
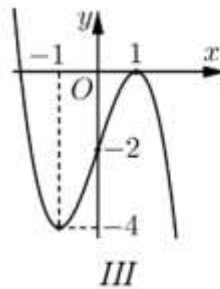
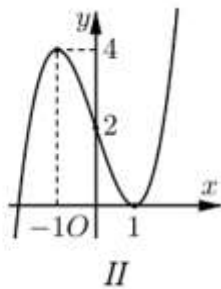
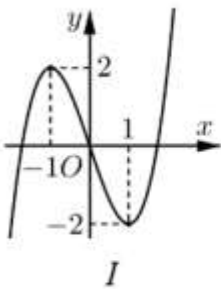
**Lời giải:**

Phương án D:  $\frac{0^2 + 3 \cdot 0 + 3}{0 + 1} = 3 \Rightarrow M(0;3) \in (C)$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có bảng biến thiên sau:

$x$	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$y'$		+	0	-	0	+	
$y$	$-\infty$		2		-2		$+\infty$

Đồ thị nào thể hiện hàm số  $y = f(x)$ ?



**A. I.**

B. II.

C. III.

D. IV.

**Lời giải:**

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy:

Hàm số có giá trị cực đại bằng 2 và giá trị cực tiểu bằng -2 nên loại B và C.

Khi  $x \rightarrow +\infty$  thì  $y \rightarrow +\infty$  nên chỉ có chọn A là phù hợp.

**Câu 3:** Bảng biến thiên sau là của một trong bốn hàm số sau. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

$x$	$-\infty$	$-10$	$-4$	$2$	$+\infty$		
$y'$		$-$	$0$	$+$	$+$	$0$	$-$
$y$	$+\infty$		$+\infty$		$0$		$-\infty$
			$24$				

A.  $y = \frac{x^2 - 3x + 4}{-x - 4}$ .

**B.  $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{-x - 4}$ .**

C.  $y = \frac{x^2 - 5x + 4}{x + 4}$ .

D.  $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{x + 4}$ .

**Lời giải:**

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

Tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = -4$  và các giới hạn:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$

Điểm cực đại  $A(2;0)$  và điểm cực tiểu  $B(-10;24)$ . Do đó hàm số cần tìm là  $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{-x - 4}$

**Câu 4:** Đường thẳng  $y = 2$  là tiệm cận ngang của đồ thị nào dưới đây?

A.  $y = \frac{2}{x+1}$ .

B.  $y = \frac{1+x}{1-2x}$ .

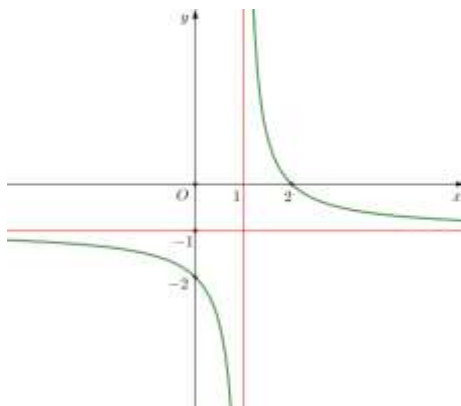
C.  $y = \frac{-2x+3}{x-2}$ .

**D.  $y = \frac{2x-2}{x+2}$ .**

**Lời giải:**

Trong 4 phương án trên chỉ có đáp án  $y = \frac{2x-2}{x+2}$  thỏa  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-2}{x+2} = 2$ .

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng là

A.  $x = 1$ .

B.  $x = -1$ .

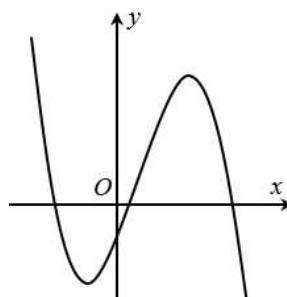
C.  $x = 0$ .

D.  $y = -1$ .

**Lời giải:**

Từ đồ thị hàm số ta thấy: hàm số đã cho có một tiệm cận đứng  $x = 1$

**Câu 6:** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.  $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$ .**

B.  $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$ .

C.  $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$ .

D.  $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$ .

**Lời giải:**

Ta có:  $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ .

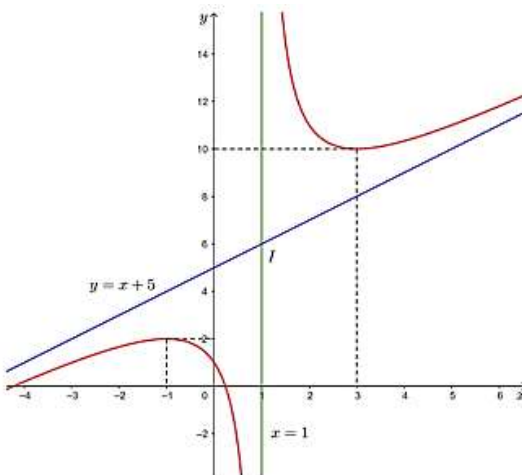
Nhìn vào đồ thị ta có: Phần bên phải của đồ thị đi xuống nên  $a < 0$ .

Giao điểm với trục tung nằm phía dưới điểm  $O$  nên  $d < 0$ .

Hai điểm cực trị nằm về hai phía đối với trục tung nên suy ra phương trình  $y' = 0$  có hai nghiệm trái dấu  $\Leftrightarrow ac < 0 \Leftrightarrow c > 0$ . Điểm uốn lệch phải so với trục tung nên  $-\frac{b}{3a} > 0 \Leftrightarrow b > 0$ .

Vậy suy ra  $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$ .

**Câu 7:** Cho hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$  ( $ad \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là

**A. (1;6).**

**B. (1;0).**

**C. (1;5).**

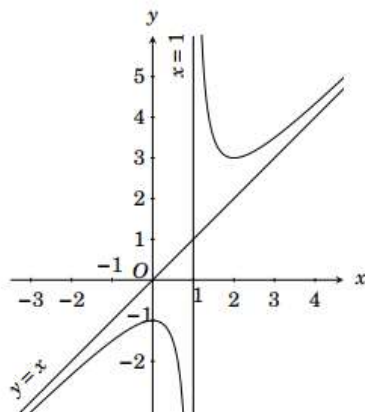
**D. (1;10).**

**Lời giải:**

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là giao điểm đường tiệm cận đứng và tiệm cận xiên (Hình vẽ).

Vậy  $I(1;6)$  là tâm đối xứng của đồ thị đã cho.

**Câu 8:** Đồ thị dưới đây là của một trong bốn hàm số sau:



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

**A.  $y = \frac{x^2 - 3}{x - 2}$ .**

**B.  $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ .**

**C.  $y = \frac{x^2 - x}{x - 2}$ .**

**D.  $y = \frac{x^2 - 4x + 5}{x - 2}$ .**

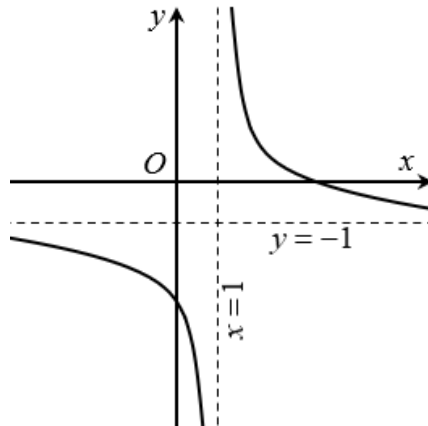
**Lời giải:**

Dựa vào đồ thị ta thấy:

Tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 1$  và tiệm cận xiên  $y = x$

Giới hạn:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ . Do đó hàm số cần tìm là  $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$

**Câu 9:** Cho hàm số  $y = \frac{ax - b}{x - 1}$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào dưới đây đúng?

A.  $b < 0 < a$ .

B.  $0 < b < a$ .

**C.  $b < a < 0$ .**

D.  $0 < a < b$ .

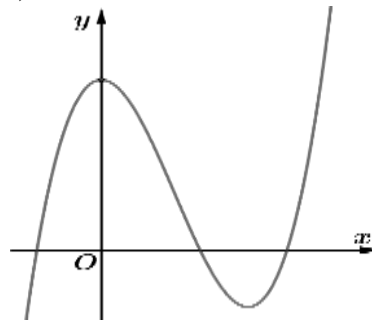
**Lời giải:**

Ta có:  $y' = \frac{-a + b}{(x - 1)^2}$ .

Từ đồ thị suy ra hàm số nghịch biến nên:  $-a + b < 0 \Leftrightarrow a > b$ .

Mặt khác đồ thị hàm số có tiệm cận ngang  $y = -1$  nên  $a < 0$ . Vậy  $b < a < 0$ .

**Câu 10:** Cho đồ thị hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có ba điểm cực trị.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

**C. Hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất.**

D. Đồ thị hàm số đã cho là hàm số  $y = x^3 + 3x + 3$ .

**Lời giải:**

Dựa vào đồ thị, ta có:

A. Đồ thị hàm số đã cho có ba điểm cực trị. **SAI**

B. Hàm số đã cho đồng biến trên  $\mathbb{R}$ . **SAI**

C. Hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất. **ĐÚNG**

D. Hàm số ở phương án D không có cực trị. **SAI**

**Câu 11:** Bảng biến thiên sau đây của hàm số nào?

$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$
$y'$	+		+
$y$	2	$+\infty$	2

A.  $y = \frac{2x+3}{x+1}$ .

B.  $y = \frac{2x-1}{x-1}$ .

**C.  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ .**

D.  $y = \frac{x+1}{2x-1}$ .

**Lời giải:**

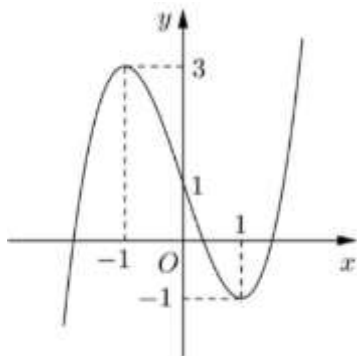
Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x = -1$  nên loại  $y = \frac{2x-1}{x-1}$ ,

$y = \frac{x+1}{2x-1}$ .

Xét phương án  $y = \frac{2x+3}{x+1}$ :  $y = \frac{2x+3}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{-1}{(x+1)^2} < 0, \forall x \neq -1$  suy ra hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định (loại).

Xét phương án  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ :  $y = \frac{2x-1}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$  suy ra hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định (chọn).

**Câu 12:** Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



**A.  $y = x^3 - 3x + 1$ .**

B.  $y = x^3 - 3x - 1$ .

C.  $y = -x^3 - 3x^2 - 1$ .

D.  $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ .

**Lời giải:**

Hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  với  $a > 0$  và cắt  $Oy$  tại  $(0;1)$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$+\infty$	
$y'$	-	0	+	0	-
$y$	$+\infty$		4		$-\infty$

Khẳng định	Đúng	Sai
------------	------	-----

a)	$a < 0$ .		
b)	Tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là điểm $I(-1;2)$ .		
c)	Trong bốn hệ số $a, b, c, d$ có đúng hai số âm.		
d)	Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-4;20)$ .		

**Lời giải:**

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

b) Đúng.

Đồ thị hàm số đã cho có 2 điểm cực trị là  $A(-2;0); B(0;4) \rightarrow$  Tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là trung điểm  $AB \rightarrow I(-1;2)$ .

c) Đúng.

Từ bảng biến thiên ta có: 
$$\begin{cases} f(-2) = 0 \\ f(0) = 4 \\ f'(-2) = 0 \\ f'(0) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = -1; b = -3; c = 0; d = 4$$

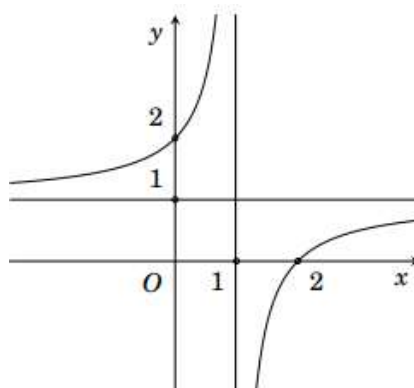
Vậy có đúng hai số âm trong bốn số trên.

d) Đúng.

Do  $a = -1; b = -3; c = 0; d = 4$  nên hàm số đã cho là  $y = -x^3 - 3x^2 + 4$ .

Thay toạ độ điểm  $(-4;20)$  vào phương trình thì thoả mãn nên đồ thị hàm số đi qua  $(-4;20)$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = \frac{x+a}{bx+c}$ ; ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng $x = 1$ .		
b)	Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang $y = 0$ .		
c)	Tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là $I(1;1)$ .		
d)	$a - 3b - 2c = -3$ .		

**Lời giải:**

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Đúng.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x = 1$ .

b) Sai.

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang  $y = 1$ .

d) Đúng.

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang  $y=1$  nên  $\frac{1}{b}=1 \Rightarrow b=1$ .

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x=1$  nên  $-\frac{c}{b}=1$  mà  $b=1 \Rightarrow c=-1$ .

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm  $(0;2)$  nên  $\frac{a}{c}=2$  mà  $c=-1 \Rightarrow a=-2$ .

Vậy  $T = a - 3b - 2c = -2 - 3.1 - 2.(-1) = -3$ .

**Câu 3:** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$  có đồ thị là  $(C)$ .

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Đồ thị hàm số $(C)$ có tiệm cận đứng là $x=2$ .		
b)	Biết đồ thị hàm số $(C)$ cắt trục tung tại điểm $M$ . Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(C)$ tại $M$ là $3x - 4y + 2 = 0$ .		
c)	Đồ thị $(C)$ có hai điểm cực trị nằm 2 phía đối với $Oy$ .		
d)	Tiệm cận xiên của đồ thị $(C)$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 1.		

**Lời giải:**

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ .

Ta có:  $y' = \frac{x^2 - 4x + 3}{(x-2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases}$ .

Bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$	
$y'$	+	0	-	-	0	+
$y$	$-\infty$	↗ 1	↘ $-\infty$	↘ 5	↗ $+\infty$	$+\infty$

b) Đúng.

Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung là  $M\left(0; \frac{1}{2}\right)$  và  $y'(0) = \frac{3}{4}$  nên phương trình tiếp

tuyến của đồ thị hàm số tại  $M$  là  $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$

c) Sai.

Hàm số đạt cực trị tại  $x=1$  và  $x=3$  nên 2 điểm cực trị nằm cùng phía đối với  $Oy$ .

d) Sai.

Ta có:  $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2} = x + 1 + \frac{1}{x - 2}$ .

Ta có:  $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (x+1)] = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} [y - (x+1)] = 0 \end{cases} \longrightarrow d: y = x + 1 \text{ là tiệm cận xiên của } (C).$

Ta có:  $\begin{cases} d \cap Ox = A(-1;0) \\ d \cap Oy = B(0;1) \end{cases} \longrightarrow S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} |x_A| \cdot |y_B| = \frac{1}{2}.$

**Câu 4:** Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được  $x$  mét vải lụa ( $1 \leq x \leq 18$ ). Tổng chi phí sản xuất  $x$  mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí:  $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$ . Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi  $B(x)$  là số tiền bán được và  $L(x)$  là lợi nhuận thu được khi bán  $x$  mét vải lụa.

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	$B(x) = 220x$ (nghìn đồng).		
b)	$L(x) = B(x) - C(x) = -x^3 + 3x^2 + 240x - 500$ (nghìn đồng).		
c)	Nếu hộ này bán ra mỗi ngày từ 10 mét đến 18 mét vải lụa thì lợi nhuận giảm.		
d)	Nếu hộ này bán ra mỗi ngày 10 mét vải lụa thì đạt lợi nhuận cao nhất.		

**Lời giải:**

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

a) b) Khi bán  $x$  mét vải lụa:

- Số tiền thu được là:  $B(x) = 220x$  (nghìn đồng).

- Lợi nhuận thu được là:  $L(x) = B(x) - C(x) = -x^3 + 3x^2 + 240x - 500$  (nghìn đồng).

c) d) Hàm số  $L(x)$  xác định trên  $[1; 18]$ .

- Sự biến thiên:

+ Chiều biến thiên:

- Đạo hàm  $L'(x) = -3x^2 + 6x + 240$ ;  $L'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 10$  hoặc  $x = -8$  (loại).

- Trên khoảng  $(1; 10)$ ,  $L'(x) > 0$  nên hàm số đồng biến trên khoảng này.

- Trên khoảng  $(10; 18)$ ,  $L'(x) < 0$  nên hàm số nghịch biến trên khoảng này.

+ Cực trị: Hàm số  $L(x)$  đạt cực đại tại  $x = 10$  và  $L_{CB} = L(10) = 1200$ .

+ Bảng biến thiên:

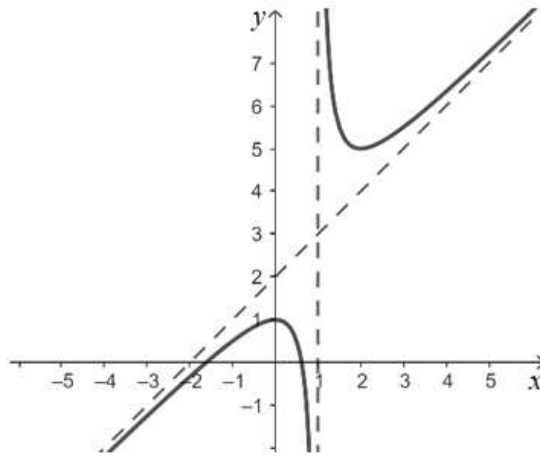
$x$	1	10	18
$L'(x)$	+	0	-
$L(x)$	-258	1200	-1040

Dựa vào BBT, ta nhận thấy khi  $x = 10$  thì hàm số đạt giá trị lớn nhất là 1200.

Như vậy, hộ làm nghề dệt cần sản xuất và bán ra mỗi ngày 10 mét vải lụa để thu được lợi nhuận tối đa. Lợi nhuận tối đa này là 1200 nghìn đồng.

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  ( $a > 0, m \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hỏi trong các số  $b, c, m, n$  có tất cả bao nhiêu số dương?

**Kết quả:**

2

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

**Lời giải:**

Ta có:  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  ( $a > 0, m \neq 0$ ).

Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{-n}{m} \right\}$ .

Đồ thị có tiệm cận xiên:  $y = x + 2$ . Tiệm cận đứng  $x = \frac{-n}{m} = 1 \Leftrightarrow n = -m$ .

Ta có:  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n} = \frac{a}{m}x + \frac{bm - an}{m^2} + \frac{c - \frac{bmn - an^2}{m^2}}{mx + n}$

Suy ra:  $\begin{cases} \frac{a}{m} = 1 \\ \frac{bm - an}{m^2} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = m > 0 \\ b = m > 0 \end{cases}$

Và  $n = -m < 0$

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại  $y_0 = \frac{c}{n} > 0 \Rightarrow c < 0$

Vậy trong các số  $b, c, m, n$  thì có 2 số dương là  $b; m$ .

**Câu 2:** Số điểm có tọa độ nguyên thuộc đồ thị hàm số  $y = \frac{2x^2 + 3x + 10}{x + 2}$  là bao nhiêu?

**Kết quả:**

12

**Trình bày:**

.....

.....

.....

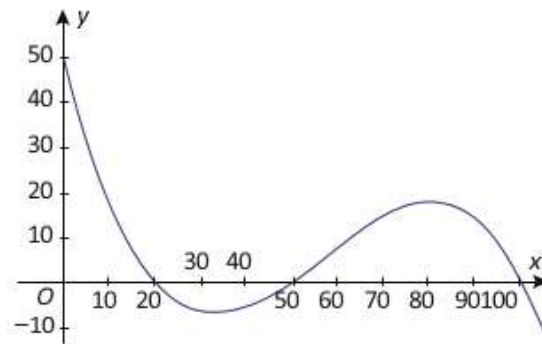
.....  
.....  
**Lời giải:**

$$\text{Ta có: } y = \frac{2x^2 + 3x + 10}{x + 2} = 2x - 1 + \frac{12}{x + 2}$$

$$\text{Điểm } M(x; y) \in (C) \text{ có tọa độ nguyên thì } \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ y \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ 12 : (x + 2) \end{cases}$$

12 có 12 ước số nên có 12 điểm có tọa độ nguyên.

**Câu 3:** Một phần đường ray tàu lượn siêu tốc có dạng đồ thị hàm số bậc ba:  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ , ( $a \neq 0$ ). Trục  $Ox$  mô tả quãng đường tàu di chuyển theo chiều ngang (tính bằng centimét), trục  $Oy$  mô tả chiều cao của đường ray (tính bằng centimét) tại mỗi vị trí  $x$ . Chiều cao xuất phát là 50 cm. Tàu xuống dưới mặt đất lần thứ nhất từ vị trí  $x = 20$  cm, tàu lên khỏi mặt đất ở vị trí  $x = 50$  cm và sau đó xuống dưới mặt đất lần thứ hai ở vị trí  $x = 100$  cm. Xét đồ thị của hàm số đã cho khi  $x \in [0; 100]$  như hình vẽ bên dưới:



Biết điểm cao nhất của đường ray khi tàu lên khỏi mặt đất và tọa độ điểm thấp nhất của đường ray khi tàu xuống dưới mặt đất lần lượt có hoành độ là  $p$  và  $q$ . Tính  $3p + q$ .

**Kết quả:**

180
-----

**Trình bày:**

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Lời giải:**

a) Do đồ thị hàm số giao với trục hoành tại các điểm  $x = 20$ ;  $x = 50$ ,  $x = 100$  nên phương trình  $f(x) = 0$  có 3 nghiệm 20, 50, 100, từ đó ta có:  $y = a(x - 20)(x - 50)(x - 100)$ .

Mặt khác, tại điểm  $x = 0$  ta có  $y = 50$ , suy ra:  $50 = a(0 - 20)(0 - 50)(0 - 100)$  hay  $a = -\frac{1}{2000}$ .

$$\text{Suy ra: } y = -\frac{1}{2000}(x - 20)(x - 50)(x - 100) = -\frac{1}{2000}x^3 + \frac{17}{200}x^2 - 4x + 50.$$

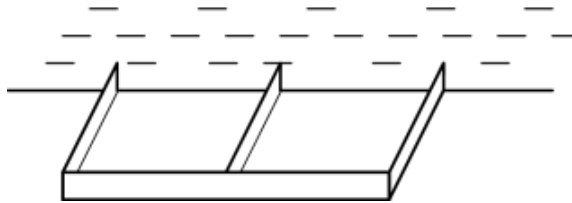
b) Các điểm cần tìm chính là các điểm cực trị của hàm số:

$$y = f(x) = -\frac{1}{2000}x^3 + \frac{17}{200}x^2 - 4x + 50$$

$$y' = -\frac{3}{2000}x^2 + \frac{34}{200}x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{100}{3}; x = 80$$

Ta có các điểm cực trị của hàm số  $f(x)$  là  $A\left(\frac{100}{3}; -\frac{200}{27}\right); B(80; 18) \longrightarrow p = \frac{100}{3}; q = 80$ .

**Câu 4:** Một người nông dân có 15 000 000 đồng với dự định làm một cái hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông (như hình vẽ) nhằm rào một khu đất có hai phần chữ nhật để trồng rau. Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60000 đồng một mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50000 đồng một mét. Tìm diện tích lớn nhất của khu đất rào được.



**Kết quả:**

6250

**Trình bày:**

.....

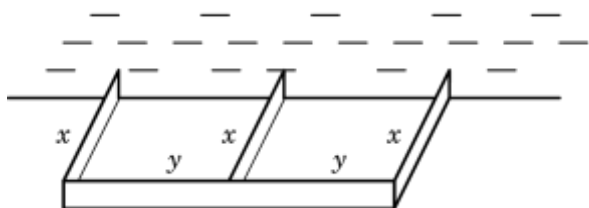
.....

.....

.....

**Lời giải:**

Ta đặt các kích thước của hàng rào như hình vẽ:



Trong đó

Do bác nông dân trả 15 000 000 đồng để chi trả cho nguyên vật liệu và đã biết giá thành từng mét nên ta có mối quan hệ:

$$3x \cdot 50000 + 2y \cdot 60000 = 15000000 \Leftrightarrow 15x + 12y = 1500 \Leftrightarrow y = \frac{1500 - 15x}{12} = \frac{500 - 5x}{4}$$

Diện tích của khu vườn sau khi đã rào được tính bằng công thức

$$f(x) = 2 \cdot x \cdot y = 2x \cdot \frac{500 - 5x}{4} = \frac{1}{2}(-5x^2 + 500x)$$

Xét hàm số  $f(x) = \frac{1}{2}(-5x^2 + 500x)$  trên  $(0; +\infty)$ .

Ta có  $f'(x) = \frac{1}{2}(-10x + 500)$ ,  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 50$ .

Bảng biến thiên:

$x$	0	50	$+\infty$
$f'$	+	0	-
$f$	6250		

Vậy diện tích lớn nhất của khu đất được rào là  $6250 \text{ (m}^2\text{)}$

**Câu 5:** Ông A dự định sử dụng hết  $5 \text{ m}^2$  kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

**Kết quả:**

1,01

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

.....

**Lời giải:**

Gọi  $x, y$  lần lượt là chiều rộng và chiều cao của bể cá (điều kiện  $x, y > 0$ ).

Ta có thể tích bể cá  $V = 2x^2y$ .

Theo đề bài ta có:  $2xy + 2.2xy + 2x^2 = 5 \Leftrightarrow 6xy + 2x^2 = 5$

$$\Leftrightarrow y = \frac{5 - 2x^2}{6x} \quad (\text{Điều kiện } y > 0 \Leftrightarrow 5 - 2x^2 > 0 \Rightarrow 0 < x < \sqrt{\frac{5}{2}})$$

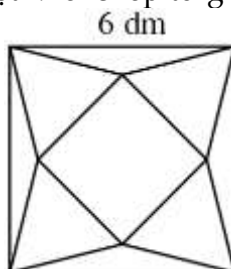
$$\Rightarrow V = 2x^2 \frac{5 - 2x^2}{6x} = \frac{5x - 2x^3}{3} \Rightarrow V' = \frac{5 - 6x^2}{3} \Rightarrow V' = 0 \Leftrightarrow 5 - 6x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{5}{6}}$$

Bảng biến thiên:

$x$	0	$\sqrt{\frac{5}{6}}$	$\sqrt{\frac{5}{2}}$		
$V'$		+	0	-	
$V$	0	$\nearrow$	$\frac{5\sqrt{30}}{27}$	$\searrow$	0

$$\Rightarrow V_{\max} = \frac{5\sqrt{30}}{27} \approx 1,01 \text{ m}^3.$$

**Câu 6:** Từ một tấm bìa mỏng hình vuông cạnh 6 dm, bạn Hoa cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của hình vuông ban đầu và đỉnh là đỉnh của một hình vuông nhỏ phía trong rồi gập lên, ghép lại tạo thành một khối chóp tứ giác đều (tham khảo hình vẽ).



Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu decimét khối (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

**Kết quả:**

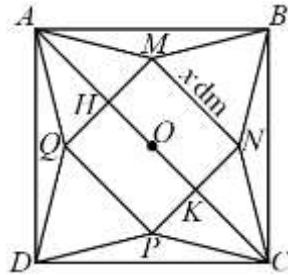
7,3

**Trình bày:**

.....

**Lời giải:**

Gọi cạnh đáy của hình chóp tứ giác đều là  $x$  (dm), với  $0 < x < 6\sqrt{2}$  như hình bên dưới:



Ta có:  $AH = \frac{AC - HK}{2} = 3\sqrt{2} - \frac{x}{2}$ .

Đường cao của hình chóp tứ giác đều là:

$$h = \sqrt{AH^2 - OH^2} = \sqrt{\left(3\sqrt{2} - \frac{x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{18 - 3\sqrt{2}x}$$

Thể tích khối chóp là:  $V = \frac{1}{3}hx^2 = \frac{1}{3}x^2\sqrt{18 - 3\sqrt{2}x} = \frac{1}{3}\sqrt{x^4(18 - 3\sqrt{2}x)}$ .

Để tìm giá trị lớn nhất của  $V$  ta đi tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = x^4(18 - 3\sqrt{2}x)$  với  $0 < x < 6\sqrt{2}$ .

Ta có:  $f'(x) = x^3(-15\sqrt{2}x + 72)$ ,  $f'(x) = 0$  khi  $x = 0$  hoặc  $x = \frac{12\sqrt{2}}{5}$ .

Bảng biến thiên của  $f(x)$  như sau:

$x$	0	$\frac{12\sqrt{2}}{5}$	$6\sqrt{2}$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	0	$f\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right)$	-93312

Từ bảng biến thiên ta có  $\max_{(0; 6\sqrt{2})} f\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right) \approx 477,75$  tại  $x = \frac{12\sqrt{2}}{5}$ .

Vậy thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng:

$$V_{\max} = \frac{1}{3}\sqrt{\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right)^4 \left(18 - 3\sqrt{2} \cdot \frac{12\sqrt{2}}{5}\right)} \approx 7,3 \text{ dm}^3.$$

**HẾT**

Huế, 10h20' Ngày 12 tháng 7 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 03\_TrNg 2025

# TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

**Môn: Toán 12 - KNIT**  
**KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN**  
**VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ**  
**Định hướng cấu trúc 2025**

## Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

### NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 20. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số  $y = -2x^3 + 3x^2 + 4x - 5$  ?

- A.  $M(0;5)$ .                      B.  $Q(1;4)$ .                      C.  $N(2;15)$ .                      D.  $P(-2;15)$ .

**Câu 2.** Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây, hàm số nào có bảng biến thiên sau?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		+	+
y	-1	$+\infty$	-1

- A.  $y = \frac{-x+2}{x+1}$ .                      B.  $y = \frac{-x-2}{x-1}$ .                      C.  $y = \frac{-x+2}{x-1}$ .                      D.  $y = \frac{x-2}{x+1}$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = x^4 - 3x^2 + 2025$  có đồ thị (C). Hệ số góc của tiếp tuyến đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng  $-1$  là

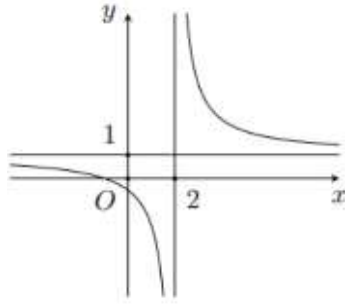
- A.  $-10$ .                      B.  $2$ .                      C.  $10$ .                      D.  $-2$ .

**Câu 4.** Bảng biến thiên sau là của một trong bốn hàm số được cho ở các phương án A, B, C, D. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

x	$-\infty$	1	3	5	$+\infty$						
y'		-	0	+		+	0	-			
y	$+\infty$			$+\infty$			-9		$-\infty$		$-\infty$

- A.  $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3}$ .                      B.  $y = \frac{-x^2 - x + 2}{x - 3}$ .                      C.  $y = \frac{-x^2 + x + 2}{x - 3}$ .                      D.  $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{-x + 3}$ .

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ , ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số là

- A. (1;2).                      B. (2;1).                      C. (-2;-1).                      D. (-1;-2).

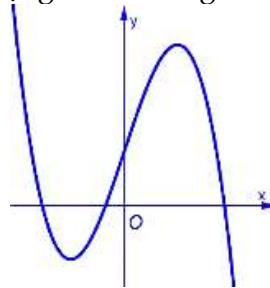
**Câu 6.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{ax-3}{bx+c}$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ ) có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	3 ↘ -∞		+∞ ↘ 3

Trong các số  $a, b$  và  $c$  có bao nhiêu số âm?

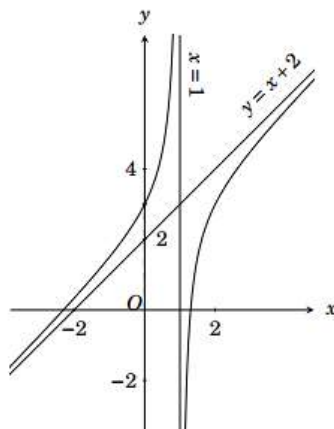
- A. 3.                      B. 2.                      C. 1.                      D. 0.

**Câu 7.** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



- A.  $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ .    B.  $y = \frac{x+3}{x-1}$ .                      C.  $y = x^4 - 2x^2 + 1$ .    D.  $y = -x^3 + 3x + 1$ .

**Câu 8.** Đồ thị dưới đây là của hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$ , ( $a; b; c; d; e \in \mathbb{R}$ ).



Tâm đối xứng của đồ thị hàm số có tọa độ là

- A. (3;1).                      B. (1;3).                      C. (1;2).                      D. (2;1).

**Câu 9.** Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c, (a; b; c \in \mathbb{R})$  có đồ thị  $(C)$ . Khẳng định nào sau đây sai?

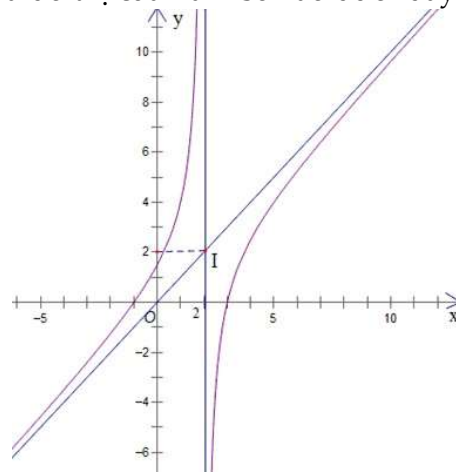
- A. Đồ thị  $(C)$  luôn có tâm đối xứng.      B. Đồ thị  $(C)$  luôn có điểm cực trị.  
 C. Đồ thị  $(C)$  luôn cắt trục hoành.      D.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ .

**Câu 10.** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ?

$x$	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		1		-3		$+\infty$

- A.  $y = x^3 - 3x + 1$ .      B.  $y = 2x^2 + 1$ .      C.  $y = x^3 - 3x^2 + 1$ .      D.  $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ .

**Câu 11.** Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A.  $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 2}$ .      B.  $y = \frac{x^2 - 2x}{x - 1}$ .      C.  $y = \frac{x^2 - 3x}{x - 2}$ .      D.  $y = \frac{x^2 + 3x}{x + 1}$ .

**Câu 12.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên sau:

$x$	$-\infty$	2	4	$+\infty$			
$y'$		+	0	-	0	+	
$y$	$-\infty$		3		-2		$+\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

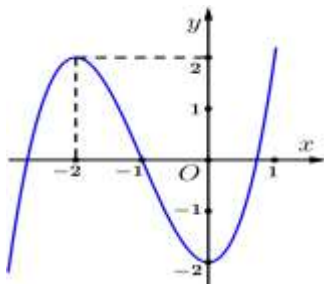
- A.  $f(0) < 3$ .      B. Hàm số đạt cực đại tại  $x = 3$ .  
 C. Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = -2$ .      D. Hàm số đạt cực đại tại  $x = 4$ .

**Câu 13.** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ?

$x$	$-\infty$	-1	$+\infty$				
$y'$		+		+			
$y$	2		$+\infty$		$-\infty$		2

- A.  $y = x^3 + 3x^2 - 2$ .      B.  $y = \frac{2x + 3}{x + 1}$ .      C.  $y = -x^4 + 3x^2 - 1$ .      D.  $y = \frac{2x + 1}{x + 1}$ .

**Câu 14.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

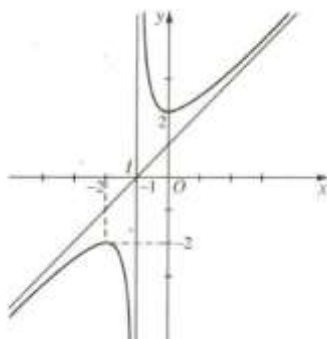
A.  $f'\left(-\frac{3}{2}\right) < 0$ .

B. Phương trình  $f(x) = 0$  có hai nghiệm dương phân biệt.

C.  $f'(-5) < 0$ .

D.  $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

**Câu 15.** Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



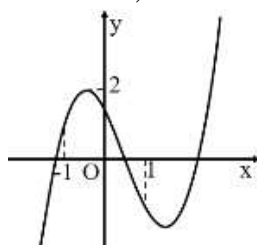
A.  $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 2}$ .

B.  $y = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$ .

C.  $y = \frac{x^2 + 3x}{x - 2}$ .

D.  $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ .

**Câu 16.** Hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a; b; c; d \in \mathbb{R})$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào sau đây đúng?

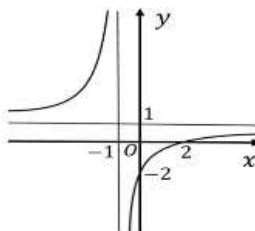
A.  $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$ .

B.  $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$ .

C.  $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$ .

D.  $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$ .

**Câu 17.** Cho hàm số  $y = \frac{ax + b}{cx + d}, (a; b; c; d \in \mathbb{R})$  có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới:



Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

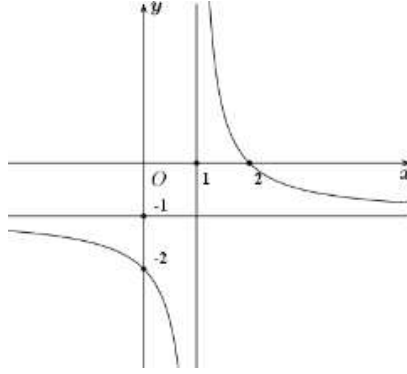
A.  $(-2; 0)$ .

B.  $(2; 0)$ .

C.  $(0; -2)$ .

D.  $(0; 2)$ .

**Câu 18.** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{x+c}$ , ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị như hình bên dưới:



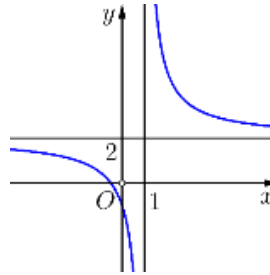
Tính giá trị của biểu thức  $T = a - 3b + 2c$ .

- A.  $T = -9$ .                      B.  $T = -7$ .                      C.  $T = 12$ .                      D.  $T = 10$ .

**Câu 19.** Cho hàm số  $y = \frac{x+2}{x+1}$  có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại giao điểm của đồ thị (C) với trục tung là

- A.  $y = -x + 2$ .                      B.  $y = -x + 1$ .                      C.  $y = x - 2$ .                      D.  $y = -x - 2$ .

**Câu 20.** Hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  với  $a > 0$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới:

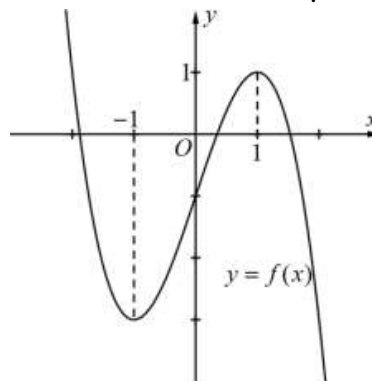


Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $b < 0, c < 0, d < 0$ .    B.  $b < 0, c > 0, d < 0$ .    C.  $b > 0, c > 0, d < 0$ .    D.  $b > 0, c < 0, d < 0$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 5. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và đồ thị như Hình 3.

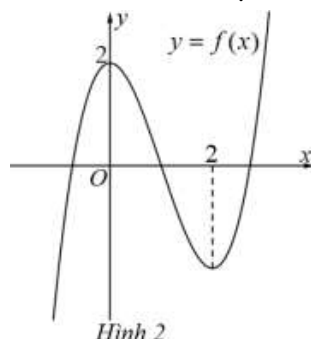


Hình 3

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ .		
b)	Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x_0 = -1$ .		
c)	Đạo hàm của hàm số nhận giá trị không âm trên		

	khoảng $(-1; 1)$ .		
d)	Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 0]$ bằng 1.		

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  có đồ thị như Hình 2.



Hình 2

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị là 0 và 2.		
b)	Giá trị $b$ bằng 0.		
c)	Giá trị $c = -2$ .		
d)	$f(x) = x^3 - 6x^2 + 2$ .		

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$ .

Khẳng định		Đúng	Sai																				
a)	Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 3x^2 - 6x$ .																						
b)	Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 2)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ .																						
c)	Bảng biến thiên của hàm số đã cho là: <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td>0</td> <td>2</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>y'</math></td> <td></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td><math>y</math></td> <td><math>+\infty</math></td> <td></td> <td><math>-2</math></td> <td></td> <td>2</td> <td></td> <td><math>-\infty</math></td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	0	2	$+\infty$	$y'$		-	0	+	0	-	$y$	$+\infty$		$-2$		2		$-\infty$		
$x$	$-\infty$	0	2	$+\infty$																			
$y'$		-	0	+	0	-																	
$y$	$+\infty$		$-2$		2		$-\infty$																
d)	Đồ thị hàm số đã cho như ở Hình 4. <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td><math>y</math></td> <td></td> <td>-2</td> <td></td> <td>2</td> <td></td> </tr> </table>	$x$	-1	0	1	2	3	$y$		-2		2											
$x$	-1	0	1	2	3																		
$y$		-2		2																			

Hình 4

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = \frac{2x-1}{x-1}$ .

Khẳng định		Đúng	Sai				
a)	Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = \frac{-1}{(x-1)^2}$ .						
b)	Đạo hàm của hàm số đã cho nhận giá trị âm với mọi $x \neq 1$ .						
c)	Bảng biến thiên của hàm số đã cho là: <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$		$+\infty$		
$x$	$-\infty$		$+\infty$				



**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

**Câu 2.** Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa là 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 22 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở  $x$  (người) thì giá tiền cho mỗi người là  $\frac{(40-x)^2}{2}$  (nghìn đồng). Với thỏa thuận như trên thì lái xe có thể thu được nhiều nhất bao nhiêu triệu đồng từ một chuyến chở khách (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

**Kết quả:**

**Trình bày:**

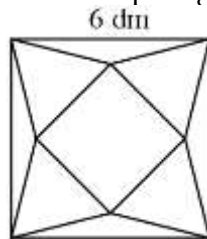
.....

.....

.....

.....

**Câu 3.** Từ một tấm bìa mỏng hình vuông cạnh 6 dm, bạn Hoa cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của hình vuông ban đầu và đỉnh là đỉnh của một hình vuông nhỏ phía trong rồi gập lên, ghép lại tạo thành một khối chóp tứ giác đều (Hình 7).



Hình 7

Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu decimét khối (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

**Câu 4.** Một hãng điện thoại đưa ra một quy luật bán buôn cho từng đại lý, đó là đại lý nhập càng nhiều điện thoại của hãng thì giá bán buôn một chiếc điện thoại càng giảm. Cụ thể, nếu đại lý mua  $x$  điện thoại thì giá tiền của mỗi điện thoại là  $6000 - 3x$  (nghìn đồng),  $x \in \mathbb{N}^*$ ,  $x < 2000$ . Đại lý nhập cùng một lúc bao nhiêu chiếc điện thoại thì hãng có thể thu về nhiều tiền nhất từ đại lý đó?

**Kết quả:**

*Trình bày:*

.....

.....

.....

.....

**Câu 5.** Bạn Hoa cần gấp một hộp quà có dạng hình lăng trụ tứ giác đều với diện tích toàn phần là  $200\text{cm}^2$ . Hộp quà mà bạn Hoa gấp được có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu centimet khối (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

**Kết quả:**

*Trình bày:*

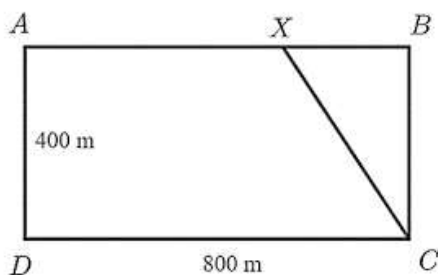
.....

.....

.....

.....

**Câu 6.** Một vận động viên thể thao hai môn phối hợp luyện tập với một bể bơi hình chữ nhật rộng 400m, dài 800m. Vận động viên chạy phối hợp với bơi như sau: Xuất phát từ điểm A, chạy đến điểm X và bơi từ điểm X đến điểm C (Hình 4).



Hỏi nên chọn điểm X cách A gần bằng bao nhiêu mét để vận động viên đến C nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? Biết rằng vận tốc chạy là 30km/h, vận tốc bơi là 6km/h.

**Kết quả:**

*Trình bày:*

.....

.....

.....

.....

**HẾT**

Huế, 10h20' Ngày 16 tháng 7 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 03\_TrNg 2025

# TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNIT**

**KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN  
VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ**

**Định hướng cấu trúc 2025**

## LỜI GIẢI CHI TIẾT

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 20. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

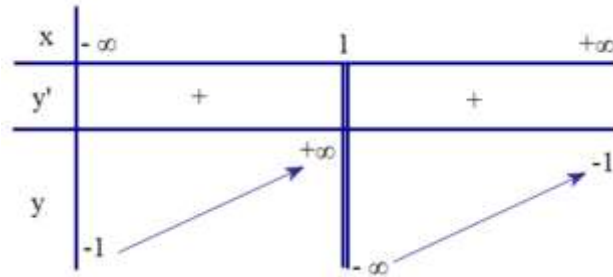
**Câu 1.** Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số  $y = -2x^3 + 3x^2 + 4x - 5$  ?

- A.  $M(0;5)$ .      B.  $Q(1;4)$ .      C.  $N(2;15)$ .      **D.  $P(-2;15)$ .**

**Lời giải:**

Thay lần lượt tọa độ các điểm  $M, N, P, Q$  vào hàm số  $y = -2x^3 + 3x^2 + 4x - 5$  ta thấy điểm  $P$  thỏa mãn.

**Câu 2.** Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây, hàm số nào có bảng biến thiên sau?



- A.  $y = \frac{-x+2}{x+1}$ .      **B.  $y = \frac{-x-2}{x-1}$ .**      C.  $y = \frac{-x+2}{x-1}$ .      D.  $y = \frac{x-2}{x+1}$ .

**Lời giải:**

+ Từ bảng biến thiên ta thấy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng  $x = 1$  nên ta loại phương án A và D.

+ Từ bảng biến thiên ta thấy  $y' > 0$  với mọi  $x \neq 1$ . Kiểm tra hai phương án còn lại ta thấy

$$\left(\frac{-x+2}{x+1}\right)' = \frac{-3}{(x+1)^2} < 0, \forall x \neq 1 \text{ nên loại phương án C.}$$

$$\left(\frac{-x-2}{x-1}\right)' = \frac{3}{(x-1)^2} > 0, \forall x \neq 1 \text{ nên chọn B.}$$

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = x^4 - 3x^2 + 2025$  có đồ thị  $(C)$ . Hệ số góc của tiếp tuyến đồ thị  $(C)$  tại điểm có hoành độ bằng  $-1$  là

- A.  $-10$ .      **B.  $2$ .**      C.  $10$ .      D.  $-2$ .

**Lời giải:**

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

Ta có:  $y = x^4 - 3x^2 + 2025 \Rightarrow y' = 4x^3 - 6x \Rightarrow$  hệ số góc của tiếp tuyến đồ thị  $(C)$  tại điểm có hoành độ bằng  $-1$  là:  $y'(-1) = -4 + 6 = 2$ .

**Câu 4.** Bảng biến thiên sau là của một trong bốn hàm số được cho ở các phương án A, B, C, D. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

$x$	$-\infty$	1	3	5	$+\infty$	
$y'$	-	0	+	+	0	-
$y$	$+\infty$		$+\infty$		-9	
		$\searrow$	$\nearrow$		$\searrow$	$\nearrow$
			-1		$-\infty$	$-\infty$

- A.  $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3}$ .    B.  $y = \frac{-x^2 - x + 2}{x - 3}$ .    **C.  $y = \frac{-x^2 + x + 2}{x - 3}$ .**    D.  $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{-x + 3}$ .

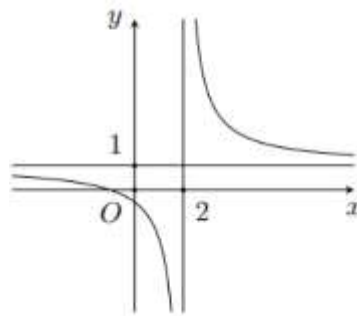
**Lời giải:**

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

Tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 3$  và các giới hạn:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$

Điểm cực đại  $A(5; -9)$  và điểm cực tiểu  $B(1; -1)$ . Do đó hàm số cần tìm là  $y = \frac{-x^2 + x + 2}{x - 3}$

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ , ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số là

- A. (1; 2).    **B. (2; 1).**    C. (-2; -1).    D. (-1; -2).

**Lời giải:**

Tâm đối xứng là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $x = 2$ ;  $y = 1$ .

**Câu 6.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{ax - 3}{bx + c}$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ ) có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	3		$+\infty$
	$\searrow$		$\searrow$
		$-\infty$	3

Trong các số  $a, b$  và  $c$  có bao nhiêu số âm?

- A. 3.**    B. 2.    C. 1.    D. 0.

**Lời giải:**

Hàm số  $f(x) = \frac{ax - 3}{bx + c}$  có đường tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = -\frac{c}{b}$  và đường tiệm cận

ngang là đường thẳng  $y = \frac{a}{b}$ .

$$\text{Từ bảng biến thiên ta có } \begin{cases} -\frac{c}{b} = -2 \\ \frac{a}{b} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2b \quad (1) \\ a = 3b \quad (2) \end{cases}$$

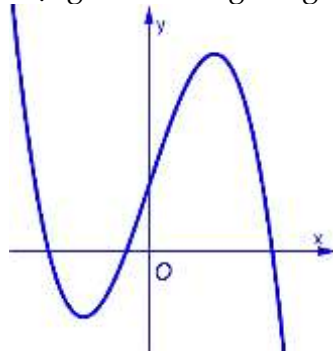
Vì hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; -2)$  và  $(-2; +\infty)$  nên

$$f'(x) = \frac{ac + 3b}{(bx + c)^2} < 0 \Leftrightarrow ac + 3b < 0 \quad (3)$$

Thay (1), (2) vào (3) ta được  $6b^2 + 3b < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < b < 0$ .

Vậy  $b$  là số âm nên  $a$  và  $c$  cũng là số âm. Do đó trong các số  $a, b$  và  $c$  có 3 số âm.

**Câu 7.** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?

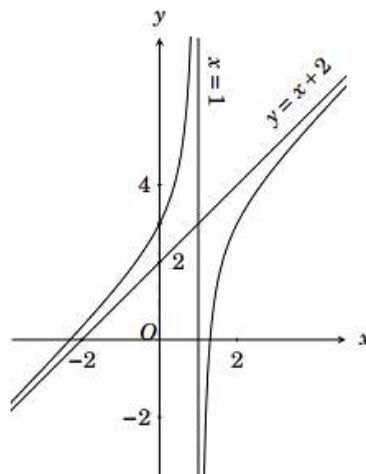


- A.  $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ .    B.  $y = \frac{x+3}{x-1}$ .    C.  $y = x^4 - 2x^2 + 1$ .    **D.  $y = -x^3 + 3x + 1$ .**

**Lời giải:**

Đây là đồ thị hàm số bậc ba dạng  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  với  $a < 0$ .

**Câu 8.** Đồ thị dưới đây là của hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$ , ( $a; b; c; d; e \in \mathbb{R}$ ).



Tâm đối xứng của đồ thị hàm số có tọa độ là

- A. (3;1).    **B. (1;3).**    C. (1;2).    D. (2;1).

**Lời giải:**

Dựa vào đồ thị ta thấy:

Tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 1$  và tiệm cận xiên  $y = x + 2$

Giới hạn:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$

Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số là nghiệm của hệ:  $\begin{cases} x=1 \\ y=x+2 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$

**Câu 9.** Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c, (a; b; c \in \mathbb{R})$  có đồ thị (C). Khẳng định nào sau đây sai?

**A.** Đồ thị (C) luôn có tâm đối xứng.

**B.** Đồ thị (C) luôn có điểm cực trị.

**C.** Đồ thị (C) luôn cắt trục hoành.

**D.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ .

**Lời giải:**

Câu **A, C, D:** Đúng

Câu **B:** Xét hàm số  $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$

Ta có:  $y' = 3x^2 + 2ax + b = 0$

Có:  $\Delta' = a^2 - 3b$

Chọn  $a = b = 0$ : Khi đó  $\Delta' = 0 \Rightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ . Khi đó hàm số không có cực trị. Do vậy **B sai**.

**Câu 10.** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ?

$x$	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		↗ 1		↘ -3		↗ $+\infty$

**A.**  $y = x^3 - 3x + 1$ .

**B.**  $y = 2x^2 + 1$ .

**C.**  $y = x^3 - 3x^2 + 1$ .

**D.**  $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ .

**Lời giải:**

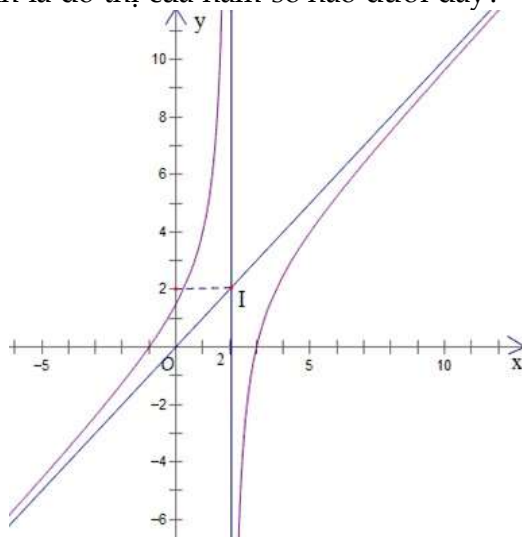
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số cần tìm là hàm số bậc ba.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ , suy ra hệ số  $a > 0$ . Từ bảng biến thiên, hàm số đạt cực trị tại  $x = 0; x = 2$ .

Mà  $y = x^3 - 3x^2 + 1$  có  $y' = 3x^2 - 6x$ . Xét  $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$ .

Vậy hàm số cần tìm là  $y = x^3 - 3x^2 + 1$ .

**Câu 11.** Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



**A.**  $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 2}$ .

**B.**  $y = \frac{x^2 - 2x}{x - 1}$ .

**C.**  $y = \frac{x^2 - 3x}{x - 2}$ .

**D.**  $y = \frac{x^2 + 3x}{x + 1}$ .

**Lời giải:**

Dựa vào đồ thị, ta có tiệm cận đứng  $x = 2$  suy ra loại phương án B và D  
 Đồ thị không đi qua gốc tọa độ suy ra loại phương án C.

**Câu 12.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên sau:

$x$	$-\infty$		2		4		$+\infty$
$y'$		+	0	-	0	+	
$y$	$-\infty$		↗ 3 ↘		↘ -2 ↗		$+\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  $f(0) < 3$ .

**B.** Hàm số đạt cực đại tại  $x = 3$ .

**C.** Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = -2$ .

**D.** Hàm số đạt cực đại tại  $x = 4$ .

**Lời giải:**

Dựa vào bảng biến thiên của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  để thấy  $f(0) < 3$ .

**Câu 13.** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ?

$x$	$-\infty$		-1		$+\infty$
$y'$		+		+	
$y$	↗ 2 ↘		↘ $+\infty$ ↗		↘ $-\infty$ ↗ 2

**A.**  $y = x^3 + 3x^2 - 2$ .

**B.**  $y = \frac{2x + 3}{x + 1}$ .

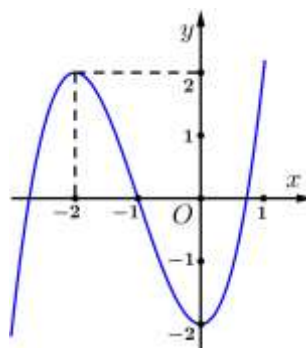
**C.**  $y = -x^4 + 3x^2 - 1$ .

**D.**  $y = \frac{2x + 1}{x + 1}$ .

**Lời giải:**

Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x = -1$  nên loại A, C.  
 Hàm số đồng biến trên các khoảng  $-\infty; -1$  và  $-1; +\infty$  nên chọn D.

**Câu 14.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

**A.**  $f'(-\frac{3}{2}) < 0$ .

**B.** Phương trình  $f(x) = 0$  có hai nghiệm dương phân biệt.

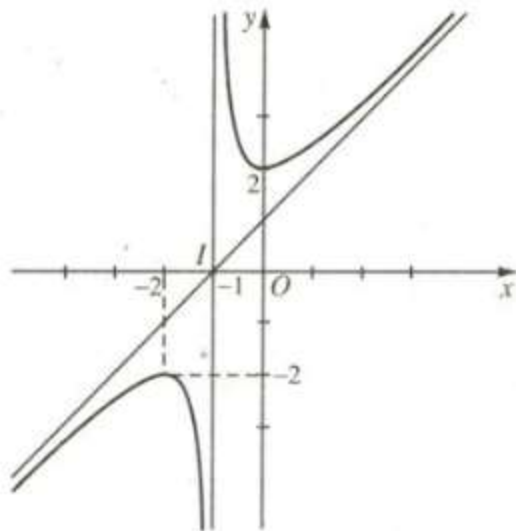
**C.**  $f'(-5) < 0$ .

D.  $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

**Lời giải:**

Dựa vào đồ thị ta có:  $f'(x) < 0, \forall x \in (-2; 0) \Rightarrow f'\left(-\frac{3}{2}\right) < 0$ .

**Câu 15.** Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A.  $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 2}$ .

B.  $y = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$ .

C.  $y = \frac{x^2 + 3x}{x - 2}$ .

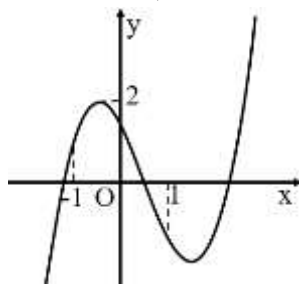
D.  $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ .

**Lời giải:**

Dựa vào đồ thị, ta có tiệm cận đứng  $x = -1$  suy ra loại phương án A và C

Đồ thị cắt trục tung tại điểm  $(0; 2)$  suy ra loại phương án B.

**Câu 16.** Hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a; b; c; d \in \mathbb{R})$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$ .

B.  $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$ .

C.  $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$ .

D.  $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$ .

**Lời giải:**

+ Dựa vào hình dạng đồ thị, suy ra  $a > 0$ .

+ Đồ thị cắt trục  $Oy$  tại điểm có tọa độ  $0; d$ . Dựa vào đồ thị suy ra  $d > 0$ .

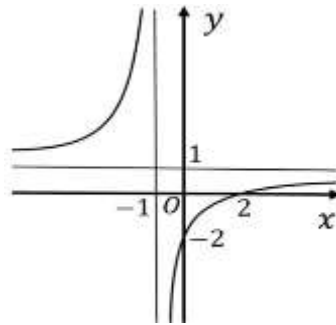
+ Ta có:  $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ . Hàm số có hai điểm cực trị  $x_1, x_2$   $x_1 < x_2$  trái dấu nên phương trình  $y' = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  trái dấu. Vì thế  $3a \cdot c < 0$ , nên suy ra  $c < 0$ .

+ Mặt khác từ đồ thị ta thấy  $\begin{cases} x_1 > -1 \\ x_2 > 1 \end{cases}$  nên  $x_1 + x_2 > 0$ .

Mà  $x_1 + x_2 = \frac{-2b}{3a}$  nên suy ra  $\frac{-2b}{3a} > 0 \Rightarrow b < 0$ .

Vậy  $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$ .

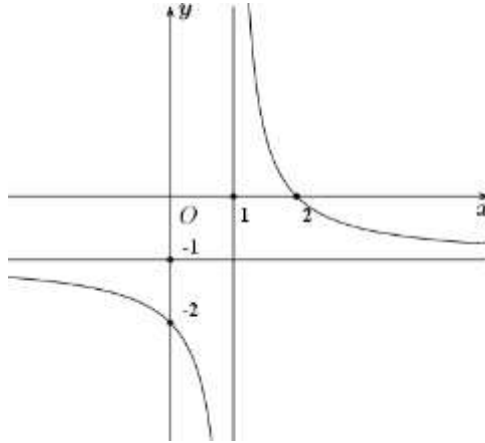
**Câu 17.** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}, (a; b; c; d \in \mathbb{R})$  có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới:



Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

- A.**  $(-2; 0)$ .      **B.**  $(2; 0)$ .      **C.**  $(0; -2)$ .      **D.**  $(0; 2)$ .

**Câu 18.** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{x+c}, (a, b, c \in \mathbb{R})$  có đồ thị như hình bên dưới:



Tính giá trị của biểu thức  $T = a - 3b + 2c$ .

- A.**  $T = -9$ .      **B.**  $T = -7$ .      **C.**  $T = 12$ .      **D.**  $T = 10$ .

**Lời giải:**

Đồ thị hàm số  $y = \frac{ax+b}{x+c}$  có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 1$ . Suy ra  $c = -1$ .

Đồ thị hàm số  $y = \frac{ax+b}{x+c}$  có tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = -1$ . Suy ra  $a = -1$ .

Đồ thị hàm số  $y = \frac{ax+b}{x+c}$  giao với trục tung tại điểm có tung độ  $-2$ . Suy ra  $\frac{b}{c} = -2 \Rightarrow b = 2$ .

Vậy  $T = -9$ .

**Câu 19.** Cho hàm số  $y = \frac{x+2}{x+1}$  có đồ thị  $(C)$ . Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại giao điểm của đồ thị  $(C)$  với trục tung là

- A.**  $y = -x + 2$ .      **B.**  $y = -x + 1$ .      **C.**  $y = x - 2$ .      **D.**  $y = -x - 2$ .

**Lời giải:**

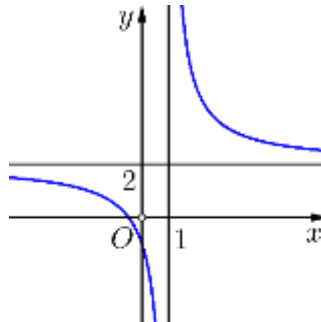
Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

Hoành độ giao điểm của đồ thị  $(C)$  với trục tung là  $x = 0 \Rightarrow y = 2$ .

$$y = \frac{x+2}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{-1}{(x+1)^2} \Rightarrow y'(0) = -1.$$

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm có dạng:  $y = -(x-0) + 2 \Leftrightarrow y = -x + 2$ .

**Câu 20.** Hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  với  $a > 0$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $b < 0, c < 0, d < 0$ .    B.  $b < 0, c > 0, d < 0$ .    **C.  $b > 0, c > 0, d < 0$ .**    D.  $b > 0, c < 0, d < 0$ .

**Lời giải:**

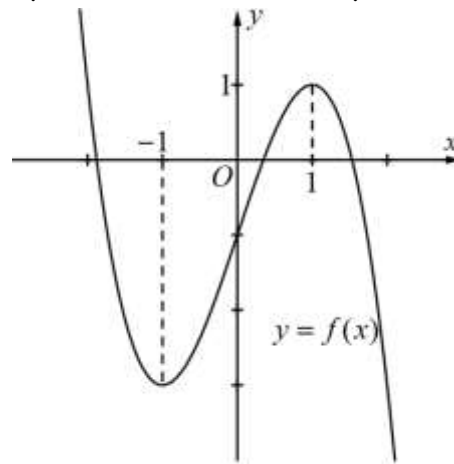
Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là  $y = \frac{a}{c} = 2 > 0 \Rightarrow c > 0$  (do  $a > 0$ )

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là  $y = -\frac{d}{c} = 1 > 0 \Rightarrow d < 0$  (do  $c > 0$ )

Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung có tung độ âm nên  $\frac{b}{d} < 0 \Rightarrow b > 0$  (do  $d < 0$ ).

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 5. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và đồ thị như Hình 3.



Hình 3

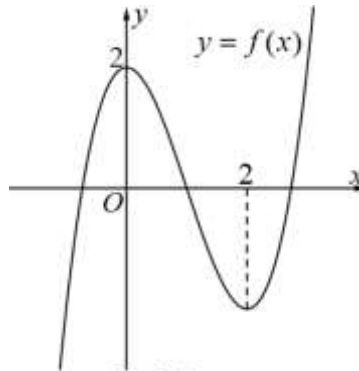
Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ .		
b)	Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x_0 = -1$ .		
c)	Đạo hàm của hàm số nhận giá trị không âm trên khoảng $(-1; 1)$ .		
d)	Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 0]$ bằng 1.		

**Lời giải:**

Theo Hình 3, hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$  và đạt cực tiểu tại điểm  $x_0 = -1$ . Vì hàm số đồng biến trên khoảng  $(-1; 1)$  nên đạo hàm của hàm số nhận giá trị không âm trên khoảng đó. Giá trị lớn nhất của hàm trên đoạn  $[-1; 0]$  bằng  $-1$ .

Đáp án: a) **Đ**, b) **Đ**, c) **Đ**, d) **S**.

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  có đồ thị như Hình 2.



Hình 2

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị là 0 và 2.		
b)	Giá trị $b$ bằng 0.		
c)	Giá trị $c = -2$ .		
d)	$f(x) = x^3 - 6x^2 + 2$ .		

**Lời giải:**

Hàm số  $y = f(x)$  có điểm cực tiểu là  $x = 2$ , điểm cực đại là  $x = 0$ .

Ta có:  $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$ .

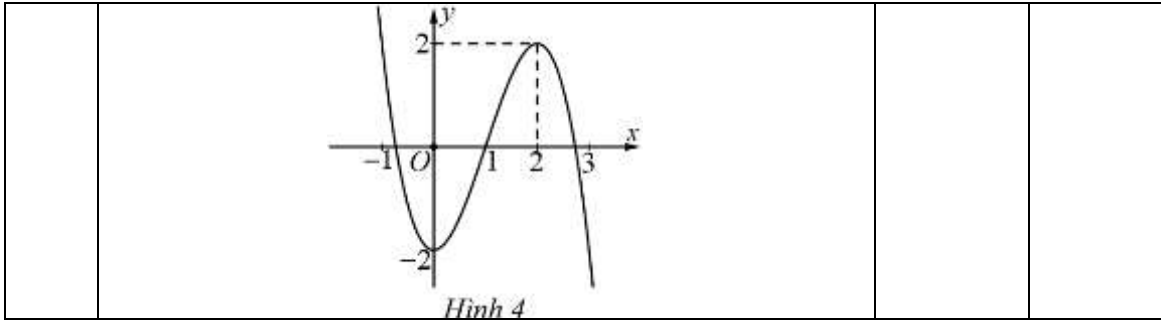
Vì 0, 2 là hai nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  nên  $b = 0, a = -3$ .

Vì đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ  $(0; 2)$  nên  $c = 2$ . Suy ra  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ .

Đáp án: a) **Đ**, b) **Đ**, c) **S**, d) **S**.

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$ .

Khẳng định		Đúng	Sai																				
a)	Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 3x^2 - 6x$ .																						
b)	Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 2)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ .																						
c)	Bảng biến thiên của hàm số đã cho là: <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>2</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>y'</math></td> <td></td> <td><math>-</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>+</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>-</math></td> </tr> <tr> <td><math>y</math></td> <td><math>+\infty</math></td> <td></td> <td><math>-2</math></td> <td></td> <td><math>2</math></td> <td></td> <td><math>-\infty</math></td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$+\infty$	$y'$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$y$	$+\infty$		$-2$		$2$		$-\infty$		
$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$+\infty$																			
$y'$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$																	
$y$	$+\infty$		$-2$		$2$		$-\infty$																
d)	Đồ thị hàm số đã cho như ở Hình 4.																						



**Lời giải:**

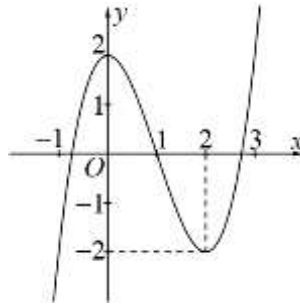
Ta có:  $y' = 3x^2 - 6x, y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$  hoặc  $x = 2$ .

Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

$x$	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$y'$	+	0	-	0	+
$y$	$-\infty$	↗ 2	↘ -2	↗ $+\infty$	

Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; 0); (2; +\infty)$ , hàm số nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$ .

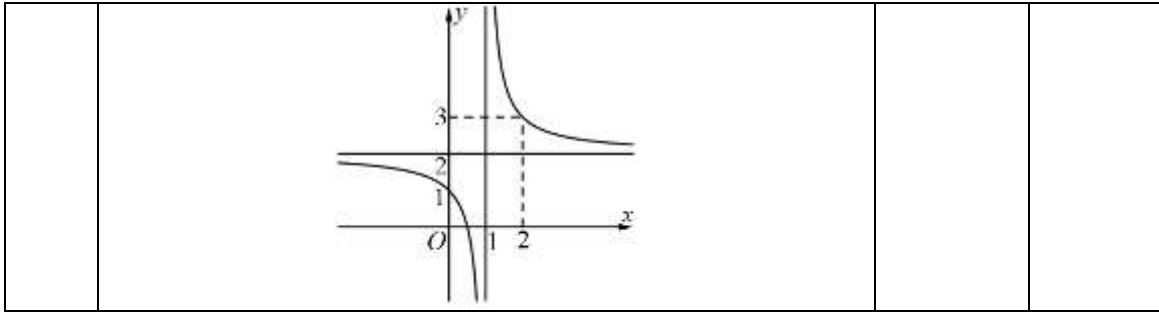
Đồ thị hàm số đã cho là:



Đáp án: a) Đ, b) S, c) S, d) S.

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = \frac{2x-1}{x-1}$ .

Khẳng định		Đúng	Sai									
a)	Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = \frac{-1}{(x-1)^2}$ .											
b)	Đạo hàm của hàm số đã cho nhận giá trị âm với mọi $x \neq 1$ .											
c)	Bảng biến thiên của hàm số đã cho là: <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>y'</math></td> <td colspan="2">-</td> </tr> <tr> <td><math>y</math></td> <td><math>+\infty</math></td> <td>↘ <math>-\infty</math></td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$+\infty$	$y'$	-		$y$	$+\infty$	↘ $-\infty$		
$x$	$-\infty$	$+\infty$										
$y'$	-											
$y$	$+\infty$	↘ $-\infty$										
d)	Đồ thị hàm số đã cho như ở hình bên dưới:											



**Lời giải:**

c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

$x$	$-\infty$		1		$+\infty$
$y'$	-			-	
$y$	2	↘		$+\infty$	↘ 2

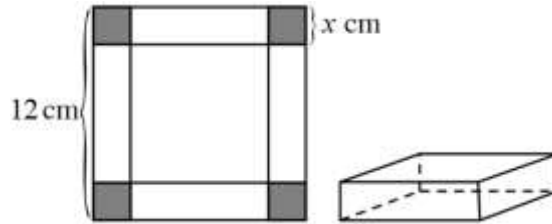
a) Đ, b) Đ, c) S, d) Đ.

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = x + \frac{4}{x}$ .

	Khẳng định	Đúng	Sai																											
a)	Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 1 + \frac{4}{x^2}$ .																													
b)	Đạo hàm của hàm số đã cho nhận giá trị âm trên các khoảng $(-2; 0) \cup (0; 2)$ và nhận giá trị dương trên các khoảng $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ .																													
c)	Bảng biến thiên của hàm số đã cho là: <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td>-2</td> <td></td> <td>1</td> <td></td> <td>2</td> <td></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'(x)</math></td> <td></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td colspan="2">↗ 4 ↘</td> <td></td> <td></td> <td colspan="2">↘ -4 ↗</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	-2		1		2		$+\infty$	$f'(x)$		+	0	-		-	0	+	$f(x)$	$-\infty$	↗ 4 ↘				↘ -4 ↗		$+\infty$		
$x$	$-\infty$	-2		1		2		$+\infty$																						
$f'(x)$		+	0	-		-	0	+																						
$f(x)$	$-\infty$	↗ 4 ↘				↘ -4 ↗		$+\infty$																						
d)	Đồ thị hàm số đã cho như ở hình bên dưới:																													

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12cm, người ta cắt ở bốn góc bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng  $x$  (cm), rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ để được một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp.



Giá trị của  $x$  bằng bao nhiêu centimét để thể tích của khối hộp đó là lớn nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

.....

**Lời giải:**

Ta thấy độ dài  $x$  (cm) của cạnh hình vuông bị cắt phải thoả mãn điều kiện  $0 < x < 6$ .

Khi đó thể tích của khối hộp là:  $V(x) = x(12 - 2x)^2 = 4(x^3 - 12x^2 + 36x)$  với  $0 < x < 6$

Ta có  $V'(x) = 4(3x^2 - 24x + 36)$ ,  $V'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$  hoặc  $x = 6$ .

Bảng biến thiên của hàm số  $V(x)$  như sau:

$x$	0	2	6
$V'(x)$		+	0 -
$V(x)$	0	↗ 128 ↘	0

Căn cứ vào bảng biến thiên, ta thấy trên khoảng  $(0; 6)$  hàm số  $V(x)$  đạt giá trị lớn nhất bằng 128 tại  $x = 2$ . Vậy để khối hộp tạo thành có thể tích lớn nhất thì  $x = 2$  cm.

**Đáp số: 2.**

**Câu 2.**

Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa là 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 22 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở  $x$  (người) thì giá tiền cho mỗi người là  $\frac{(40-x)^2}{2}$  (nghìn đồng). Với thỏa thuận như trên thì lái xe có thể thu được nhiều nhất bao nhiêu triệu đồng từ một chuyến chở khách (làm tròn kết quả đến hàng nghìn)?

**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

.....

**Lời giải:**

Gọi  $f(x)$  là lợi nhuận mà lái xe có thể thu về khi chở  $x$  (người) ( $x \in \mathbb{N}^*$ ) trong chuyến xe đó.

Khi đó:  $f(x) = \frac{1}{2}x(40-x)^2$ , với  $0 < x \leq 16$ .

Ta có:  $f'(x) = \frac{1}{2}[(40-x)^2 - 2x(40-x)] = \frac{1}{2}(40-x)(40-3x)$ .

Với  $0 < x \leq 16$  thì  $f'(x) = \frac{1}{2}(40-x)(40-3x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{40}{3}$ .

Với  $0 < x \leq 16$  và  $13 < \frac{40}{3} < 14$  nên ta có bảng biến thiên như sau:

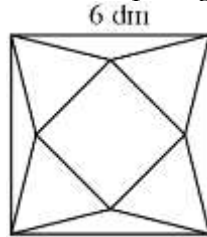
$x$	0	13	$\frac{40}{3}$	14	16
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	0	4738,5	$f\left(\frac{40}{3}\right)$	4732	4608

Với  $f(13) = 4738,5$ ,  $f(14) = 4732$ .

Căn cứ vào bảng biến thiên ta có  $\max_{(0; 16]} f(x) = 4738,5$  (nghìn đồng). Vậy người lái xe đó có thể thu được nhiều nhất khoảng 4,74 triệu đồng từ một chuyến chở 13 khách.

**Đáp số: 4,74.**

**Câu 3.** Từ một tấm bìa mỏng hình vuông cạnh 6 dm, bạn Hoa cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của hình vuông ban đầu và đỉnh là đỉnh của một hình vuông nhỏ phía trong rồi gập lên, ghép lại tạo thành một khối chóp tứ giác đều (Hình 7).



Hình 7

Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu decimét khối (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....

.....

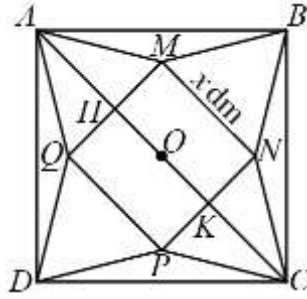
.....

.....

.....

**Lời giải:**

Gọi cạnh đáy của hình chóp tứ giác đều là  $x$  (dm)



với  $0 < x < 6\sqrt{2}$  như hình bên. Ta có:  $AH = \frac{AC - HK}{2} = 3\sqrt{2} - \frac{x}{2}$ .

Đường cao của hình chóp tứ giác đều là:

$$h = \sqrt{AH^2 - OH^2} = \sqrt{\left(3\sqrt{2} - \frac{x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{18 - 3\sqrt{2}x}$$

Thể tích khối chóp là:  $V = \frac{1}{3}hx^2 = \frac{1}{3}x^2\sqrt{18 - 3\sqrt{2}x} = \frac{1}{3}\sqrt{x^4(18 - 3\sqrt{2}x)}$ .

Để tìm giá trị lớn nhất của  $V$  ta đi tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = x^4(18 - 3\sqrt{2}x)$  với  $0 < x < 6\sqrt{2}$ .

Ta có:  $f'(x) = x^3(-15\sqrt{2}x + 72)$ ,  $f'(x) = 0$  khi  $x = 0$  hoặc  $x = \frac{12\sqrt{2}}{5}$ .

Bảng biến thiên của  $f(x)$  như sau:

$x$	0	$\frac{12\sqrt{2}}{5}$	$6\sqrt{2}$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	0	$f\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right)$	-93312

Từ bảng biến thiên ta có  $\max_{(0; 6\sqrt{2})} f\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right) \approx 477,75$  tại  $x = \frac{12\sqrt{2}}{5}$ .

Vậy thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng:

$$V_{\max} = \frac{1}{3}\sqrt{\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right)^4 \left(18 - 3\sqrt{2} \cdot \frac{12\sqrt{2}}{5}\right)} \approx 7,3 \text{ dm}^3$$

**Đáp số: 7,3.**

**Câu 4.** Một hãng điện thoại đưa ra một quy luật bán buôn cho từng đại lí, đó là đại lí nhập càng nhiều điện thoại của hãng thì giá bán buôn một chiếc điện thoại càng giảm. Cụ thể, nếu đại lí mua  $x$  điện thoại thì giá tiền của mỗi điện thoại là  $6000 - 3x$  (nghìn đồng),  $x \in \mathbb{N}^*$ ,  $x < 2000$ . Đại lí nhập cùng một lúc bao nhiêu chiếc điện thoại thì hãng có thể thu về nhiều tiền nhất từ đại lí đó?

**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....  
 .....

**Lời giải:**

Số tiền hãng thu được khi đại lí nhập  $x$  chiếc điện thoại là  $f(x) = x(6000 - 3x)$ .

Ta có:  $f'(x) = -6x + 6000$ . Khi đó,  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1000$ .

Bảng biến thiên của hàm số  $f(x)$  là:

$x$	0	1000	2000		
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	0	$\nearrow$	3000000	$\searrow$	0

Vậy đại lí nhập cùng lúc 1000 chiếc điện thoại thì hãng có thể thu nhiều tiền nhất từ đại lí đó với 3000000000 (đồng).

**Đáp số: 1000.**

**Câu 5.**

Bạn Hoa cần gấp một hộp quà có dạng hình lăng trụ tứ giác đều với diện tích toàn phần là  $200\text{cm}^2$ . Hộp quà mà bạn Hoa gấp được có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu centimet khối (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

**Kết quả:**

**Trình bày:**

**Lời giải:**

Gọi độ dài cạnh đáy và chiều cao hộp quà lần lượt là  $x$  (cm) và  $y$  (cm) ( $x > 0, y > 0$ ).

Theo giả thiết, ta có:  $2x^2 + 4xy = 200 \Rightarrow y = \frac{50}{x} - \frac{x}{2}$  và  $x < 10$  (vì  $y > 0$ ).

Xét hàm số  $V(x) = x^2 \cdot \left(\frac{50}{x} - \frac{x}{2}\right) = 50x - \frac{1}{2}x^3$  ( $0 < x < 10$ ) là thể tích của hộp quà mà bạn Hoa gấp được.

Ta có:  $V'(x) = 50 - \frac{3}{2}x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{10\sqrt{3}}{3}$ .

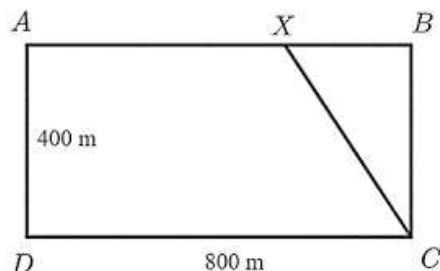
Bảng biến thiên của hàm số  $V(x)$  là:

$x$	0	$\frac{10\sqrt{3}}{3}$	10		
$V'(x)$		+	0	-	
$V(x)$	0	$\nearrow$	$V\left(\frac{10\sqrt{3}}{3}\right)$	$\searrow$	0

Vận bẹn Hoa có thể gắp hợ quà có thể tích lớn nhất là  $V\left(\frac{10\sqrt{3}}{3}\right) \approx 192 \text{ cm}^3$ .

**Đáp số: 192.**

**Câu 6.** Một vận động viên thể thao hai môn phối hợp luyện tập với một bể bơi hình chữ nhật rộng 400m, dài 800m. Vận động viên chạy phối hợp với bơi như sau: Xuất phát từ điểm A, chạy đến điểm X và bơi từ điểm X đến điểm C.



Hỏi nên chọn điểm X cách A gần bằng bao nhiêu mét để vận động viên đến C nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? Biết rằng vận tốc chạy là 30km/h, vận tốc bơi là 6km/h.

**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

.....

**Lời giải:**

Đặt  $BX = x$  (km), ta có:  $AX = 0,8 - x$  (km);  $XC = \sqrt{(0,4)^2 + x^2} = \sqrt{0,16 + x^2}$  (km)

Xét hàm số:  $T(x) = \frac{0,8 - x}{30} + \frac{\sqrt{0,16 + x^2}}{6} = \frac{1}{30} \left( 0,8 - x + 5\sqrt{0,16 + x^2} \right)$  ( $0 \leq x < 0,8$ )

Ta có:  $T'(x) = \frac{1}{30} \left( -1 + \frac{5x}{\sqrt{0,16 + x^2}} \right)$ ,  $T'(x) = 0 \Rightarrow 5x = \sqrt{0,16 + x^2}$ .

Bình phương hai vế phương trình ta được  $0,16 + x^2 = 25x^2 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{6}}{30}$ .

Vì  $0 < x < 0,8$  nên  $x = \frac{\sqrt{6}}{30}$ .

Bảng biến thiên của hàm số  $T(x)$  là:

$x$	0	$\frac{\sqrt{6}}{30}$	0,8
$T'(x)$	-	0	+
$T(x)$	$\frac{7}{75}$	$T\left(\frac{\sqrt{6}}{30}\right)$	$\frac{\sqrt{5}}{15}$

Vậy  $T(x)$  đạt giá trị nhỏ nhất bằng  $T\left(\frac{\sqrt{6}}{30}\right)$  khi  $AX = 0,8 - \frac{\sqrt{6}}{30} \approx 0,718\text{km} = 718\text{m}$ .

**Đáp số: 718.**

**HẾT**

---

*Huế, 10h20' Ngày 16 tháng 7 năm 2024*



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 04\_TrNg 2025

# TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNIT**

**KHẢO SÁT HÀM SỐ**

**Định hướng cấu trúc 2025+**

## Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: **0935.785.115** Facebook: **Lê Bá Bảo**

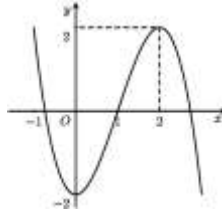
**116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế** Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

### NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

**PHẦN I. (3.0 điểm)** Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



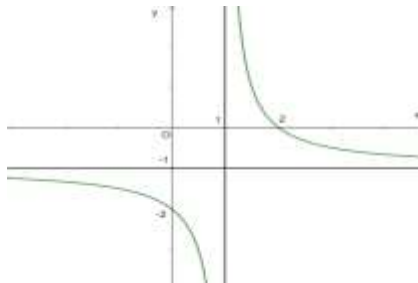
A.  $y = x^3 - 3x^2 - 2$ .

B.  $y = -x^3 + 3x^2 + 2$ .

C.  $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ .

D.  $y = x^3 + 3x^2 - 2$ .

**Câu 2:** Đồ thị của hàm số cho bởi hình sau có tâm đối xứng là  $I(a; b)$ .



Giá trị của biểu thức  $T = 2a - 3b$  là

A.  $T = 1$ .

B.  $T = 5$ .

C.  $T = 4$ .

D.  $T = -4$ .

**Câu 3:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f'(x) > 0, \forall x \in (0; 1)$ ,  $f'(x) < 0, \forall x \in (1; 2)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

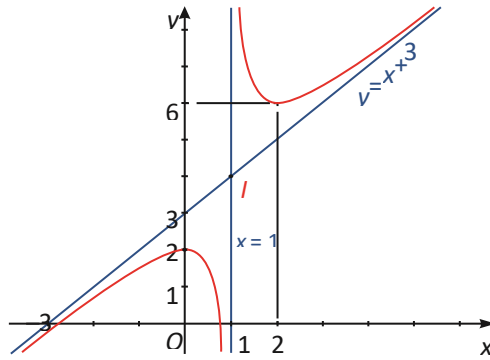
A. Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên các khoảng  $(0; 1)$  và  $(1; 2)$ .

B. Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(0; 1)$  và nghịch biến trên khoảng  $(1; 2)$ .

C. Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên các khoảng  $(0; 1)$  và  $(1; 2)$ .

D. Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(0; 1)$  và đồng biến trên khoảng  $(1; 2)$ .

**Câu 4:** Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số  $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1}$ .



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.** Tâm đối xứng là  $I(1; 3)$ .      **B.** Tiệm cận đứng là đường thẳng  $x=1$ .  
**C.** Tiệm cận xiên là đường thẳng  $y=x+3$ .      **D.** Đồ thị hàm số đi qua điểm  $A(2; 6)$ .

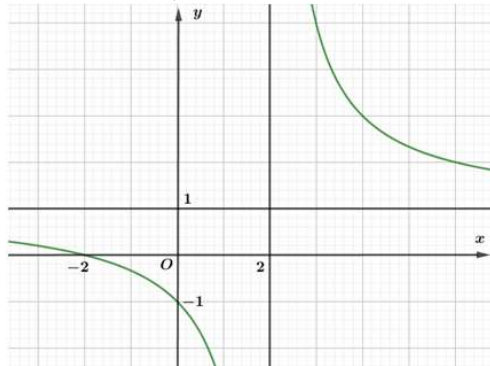
**Câu 5:** Cho hàm số  $y=f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$0$	$3$	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$2$	$-4$	$+\infty$	

Bảng biến thiên trên là hàm số nào sau đây?

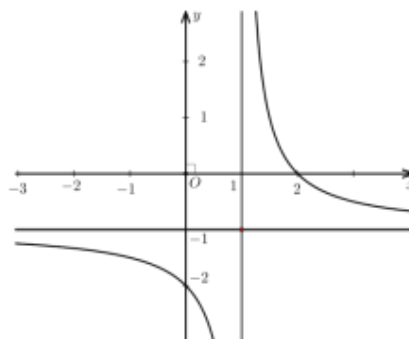
- A.**  $y=x^3-3x^2+2$ .      **B.**  $y=-x^3+3x^2+2$ .      **C.**  $y=x^4+3x^2+2$ .      **D.**  $y=\frac{x+1}{x-2}$ .

**Câu 6:** Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A.**  $y=\frac{x-2}{x+2}$ .      **B.**  $y=\frac{2x+4}{x-2}$ .      **C.**  $y=\frac{x+1}{x-2}$ .      **D.**  $y=\frac{x+2}{x-2}$ .

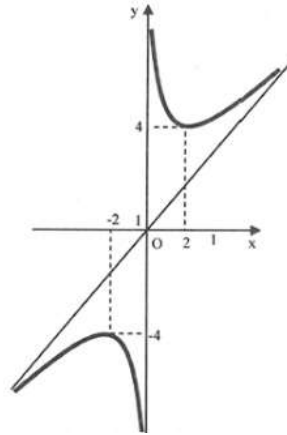
**Câu 7:** Cho hàm số  $y=\frac{ax+b}{cx+d}$  (với  $a, b, c, d$  là số thực) có đồ thị như hình dưới đây:



Tính giá trị biểu thức  $T = \frac{a-2b+3d}{c}$ .

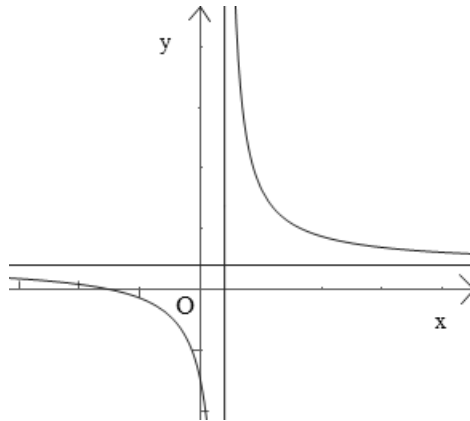
- A. 2.                                      B. 6.                                      C. -8.                                      D. 0.

**Câu 8:** Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A.  $y = \frac{x-1}{x+1}$ .                                      B.  $y = x^4 - 2x^2$ .                                      C.  $y = \frac{x^2+4}{x}$ .                                      D.  $y = x^3 - 3x^2$ .

**Câu 9:** Cho hàm số  $y = \frac{(a-1)x+b}{(c-1)x+d}$ ,  $d < 0$  có đồ thị như hình bên dưới:



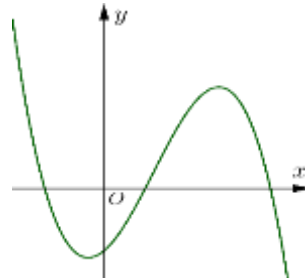
Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $a > 1, b > 0, c < 1$ .                                      B.  $a > 1, b < 0, c > 1$ .                                      C.  $a < 1, b > 0, c < 1$ .                                      D.  $a > 1, b > 0, c > 1$ .

**Câu 10:** Đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - 2$  cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

- A. 0.                                      B. 1.                                      C. 2.                                      D. -2.

**Câu 11:** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình dưới đây:



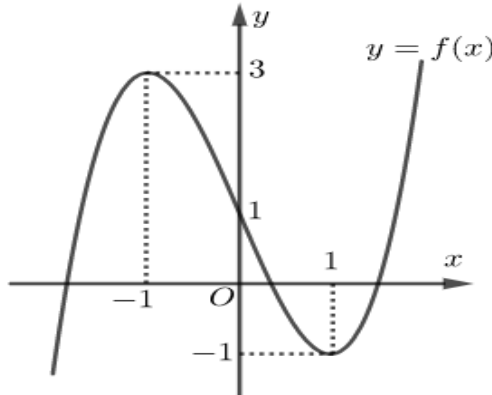
Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$ .                                      B.  $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$ .  
C.  $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$ .                                      D.  $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$ .

- Câu 12:** Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị  $m$  để tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = \frac{mx^2 + x - 3}{x - 1}$  tạo với hai trục hệ tọa độ  $Oxy$  một tam giác có diện tích bằng 2. Tổng các giá trị của  $S$  bằng
- A.  $\frac{7}{2}$ .                      B.  $-\frac{3}{2}$ .                      C.  $\frac{5}{2}$ .                      D.  $-5$ .

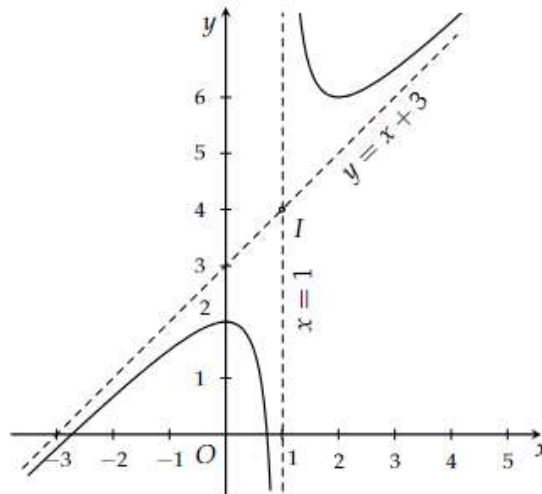
**PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

**Câu 13:** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  với  $a \neq 0$  có đồ thị như hình vẽ sau:



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$ .		
b)	Phương trình $f(x) = 2$ có 3 nghiệm phân biệt.		
c)	Đồ thị trên là đồ thị của hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x + 2$ .		
d)	Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = f(4-x) + 1$ là $(5; 4)$ .		

**Câu 14:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị (C) như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Đồ thị (C) cắt trục $Oy$ tại điểm có tung độ bằng 2.		
b)	Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x - 1 = 0$ .		
c)	Hàm số $y = f(x)$ có hai cực trị trong đó $y_{CT} > y_{CD}$ .		
d)	Hai đường tiệm cận của đồ thị cùng với trục tạo thành tam giác có diện tích bằng 2.		

**PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.**

**Câu 15:** Một bể ban đầu chứa 150 lít nước. Sau đó, cứ mỗi phút người ta bơm thêm 50 lít nước, đồng thời cho vào bể 20 gam chất khử trùng (hòa tan). Đặt  $f(t)$  gam/lít là nồng độ chất khử trùng trong bể sau  $t$  phút ( $t \geq 0$ ), biết rằng sau khi khảo sát sự biến thiên của hàm số  $f(t)$ , ta thấy giá trị  $f(t)$  tăng theo  $t$  và  $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = p$ . Tìm số  $p$  (kết quả thể hiện dưới dạng số thập phân).

**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....  
.....  
.....

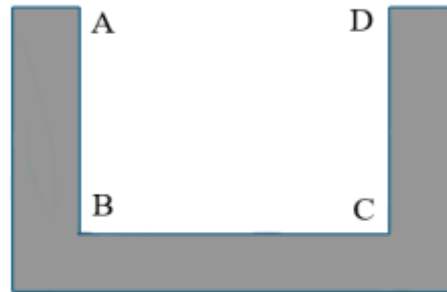
**Câu 16:** Biết đồ thị hàm số  $f(x) = \frac{5x^2 - 6x + 9}{x - 1}$  có tâm đối xứng là  $I(a; b)$ . Tính  $a + 3b$ .

**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....  
.....  
.....

**Câu 17:** Hình dưới đây là mương dẫn nước thủy lợi tại một địa phương phục vụ tưới tiêu cho ruộng đồng. Phần không gian trong mương để nước chảy có mặt cắt ngang là hình chữ nhật  $ABCD$ . Với điều kiện lưu lượng nước qua mương cho phép thì diện tích mặt cắt  $ABCD$  là  $0,48m^2$ . Để đảm bảo yêu cầu kỹ thuật tốt nhất cho mương, người ta cần thiết kế sao cho tổng độ dài  $T = AB + BC + CD$  là ngắn nhất. Khi đó chiều rộng đáy mương bằng bao nhiêu (biết chiều rộng phải dưới 1m, làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....  
.....  
.....

**Câu 18:** Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc khoảng  $(-2024; 2024)$  của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - mx + 2025$  đồng biến trên  $(0; +\infty)$ ?

**Kết quả:**

Trình bày:

.....  
.....  
.....

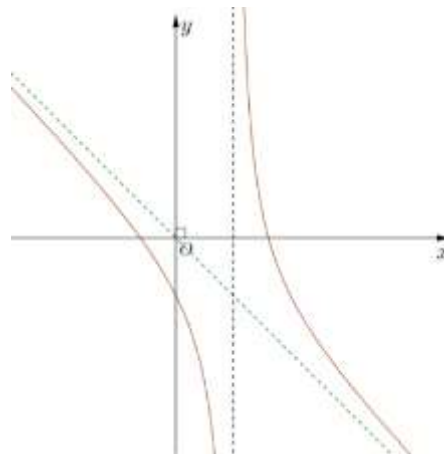
**PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận.** Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

**Câu 19:** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{x-2}$ .

Trình bày:

.....  
.....  
.....

**Câu 20:** Cho hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$  ( $a > 0, d \neq 0$ ) có đồ thị (C) như hình vẽ. Trong các số  $b, c, d, e$  có tất cả bao nhiêu số âm?



Trình bày:

.....  
.....  
.....

**Câu 21:** Trong tiết học Toán, giáo viên phát cho 4 tổ một tấm bìa hình vuông  $ABCD$  cạnh bằng  $10\text{cm}$ . Giáo viên yêu cầu 4 tổ sử dụng tấm bìa này và cắt tấm bìa theo các tam giác cân  $AEB, BFC, CGD, DHA$  để sau đó gấp các tam giác  $AEH, BEF, CFG, DGH$  sao cho bốn đỉnh  $A, B, C, D$  trùng nhau tạo thành khối chóp tứ giác đều. Tính thể tích lớn nhất của khối chóp tứ giác đều tạo thành.

Trình bày:

.....  
.....  
.....

**HẾT**

Huế, 10h20' Ngày 08 tháng 6 năm 2025



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 04\_TrNg 2025

# TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNIT**

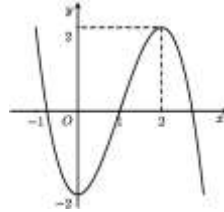
**KHẢO SÁT HÀM SỐ**

**Định hướng cấu trúc 2025+**

## LỜI GIẢI CHI TIẾT

**PHẦN I. (3,0 điểm)** Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A.  $y = x^3 - 3x^2 - 2$ .

B.  $y = -x^3 + 3x^2 + 2$ .

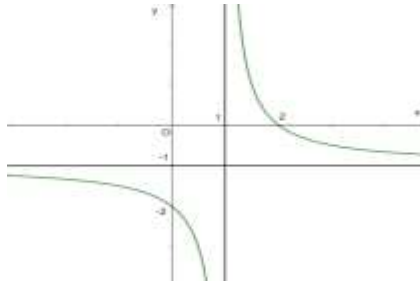
**C.  $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ .**

D.  $y = x^3 + 3x^2 - 2$ .

**Lời giải:**

Từ hình vẽ cho ta thấy đồ thị hình vẽ là hình dạng của đồ thị hàm số bậc ba  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có  $a < 0$ ,  $d = -2$ . Do đó, chọn câu C.

**Câu 2:** Đồ thị của hàm số cho bởi hình sau có tâm đối xứng là  $I(a; b)$ .



Giá trị của biểu thức  $T = 2a - 3b$  là

A.  $T = 1$ .

**B.  $T = 5$ .**

C.  $T = 4$ .

D.  $T = -4$ .

**Lời giải:**

Dựa vào đồ thị hàm số, ta có : tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 1$ , tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = -1$ . Vậy  $I(1; -1)$  suy ra  $T = 2a - 3b = 5$ .

**Câu 3:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f'(x) > 0, \forall x \in (0; 1)$ ,  $f'(x) < 0, \forall x \in (1; 2)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

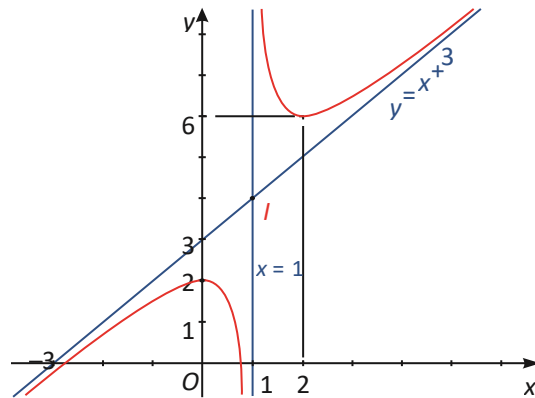
A. Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên các khoảng  $(0; 1)$  và  $(1; 2)$ .

**B. Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(0; 1)$  và nghịch biến trên khoảng  $(1; 2)$ .**

C. Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên các khoảng  $(0; 1)$  và  $(1; 2)$ .

D. Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(0; 1)$  và đồng biến trên khoảng  $(1; 2)$ .

**Câu 4:** Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số  $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1}$ .



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

**A.** Tâm đối xứng là  $I(1;3)$ .

**B.** Tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 1$ .

**C.** Tiệm cận xiên là đường thẳng  $y = x + 3$ .

**D.** Đồ thị hàm số đi qua điểm  $A(2;6)$ .

**Lời giải:**

Ta có tiệm cận đứng và tiệm cận xiên là đường thẳng  $x = 1$ ,  $y = x + 3$  do đó tâm đối xứng là  $I(1;4)$ .

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$0$	$3$	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$2$	$-4$	$+\infty$	

Bảng biến thiên trên là hàm số nào sau đây?

**A.**  $y = x^3 - 3x^2 + 2$ .

**B.**  $y = -x^3 + 3x^2 + 2$ .

**C.**  $y = x^4 + 3x^2 + 2$ .

**D.**  $y = \frac{x+1}{x-2}$ .

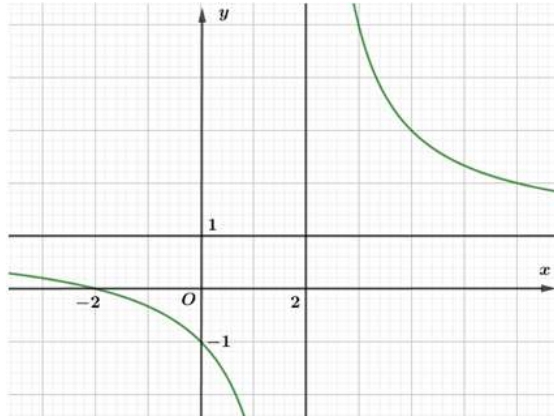
**Lời giải:**

Đây là dáng điệu của hàm số bậc 3 nên ta loại  $y = x^4 + 3x^2 + 2$  và  $y = \frac{x+1}{x-2}$ .

Từ bảng biến thiên ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 3x^2 + 2) = +\infty$ ;

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 3x^2 + 2) = -\infty$  nên đáp án  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  thỏa mãn.

**Câu 6:** Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A.  $y = \frac{x-2}{x+2}$ .

B.  $y = \frac{2x+4}{x-2}$ .

C.  $y = \frac{x+1}{x-2}$ .

**D.  $y = \frac{x+2}{x-2}$ .**

**Lời giải:**

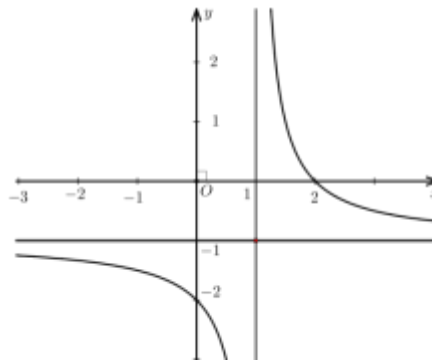
+) Đồ thị hàm số  $y = \frac{x-2}{x+2}$  có tiệm cận đứng là  $x = -2$ . Loại A

+) Đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+4}{x-2}$  có tiệm cận ngang là  $y = 2$ . Loại B

+) Đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{x-2}$  cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng  $-\frac{1}{2}$ . Loại C.

+) Đồ thị hàm số  $y = \frac{x+2}{x-2}$  có tiệm cận ngang là  $y = 1$ , tiệm cận đứng  $x = 2$ , cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng  $-2$  và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng  $-1$ . Chọn D.

**Câu 7:** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  (với  $a, b, c, d$  là số thực) có đồ thị như hình dưới đây:



Tính giá trị biểu thức  $T = \frac{a-2b+3d}{c}$ .

A. 2.

B. 6.

**C. -8.**

D. 0.

**Lời giải:**

Dựa vào đồ thị hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  ta có :

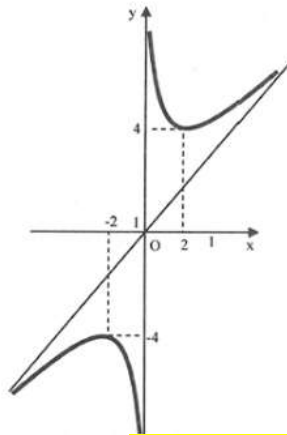
+ Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là  $y = -1 = \frac{a}{c} \Rightarrow a = -c$  (1)

+ Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là  $x = 1 = -\frac{d}{c} \Rightarrow d = -c$  (2)

Đồ thị hàm số đi qua  $A\left(-\frac{b}{a}; 0\right)$  hay  $A(2; 0) \Rightarrow -\frac{b}{a} = 2 \Rightarrow b = -2a = 2c$  (3)

Từ (1),(2) và (3) ta có  $T = \frac{a-2b+3d}{c} = \frac{-c-4c-3c}{c} = -8$

**Câu 8:** Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A.  $y = \frac{x-1}{x+1}$ .

B.  $y = x^4 - 2x^2$ .

**C.  $y = \frac{x^2+4}{x}$ .**

D.  $y = x^3 - 3x^2$ .

**Lời giải:**

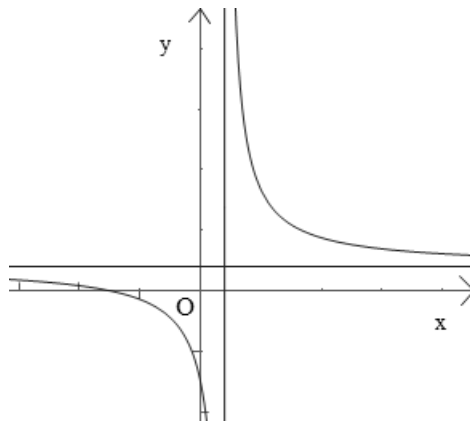
+) Đồ thị hàm số  $y = \frac{x-1}{x+1}$  không có tiệm cận xiên. Loại A

+) Đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2x^2$  không có tiệm cận xiên. Loại B

+) Đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2$  không có tiệm cận xiên. Loại D

+) Đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2+4}{x}$  có tiệm cận xiên là  $y = x$ , tiệm cận đứng  $x = 0$ . Chọn C.

**Câu 9:** Cho hàm số  $y = \frac{(a-1)x+b}{(c-1)x+d}$ ,  $d < 0$  có đồ thị như hình bên dưới:



Khẳng định nào dưới đây đúng?

A.  $a > 1, b > 0, c < 1$ . B.  $a > 1, b < 0, c > 1$ . C.  $a < 1, b > 0, c < 1$ . **D.  $a > 1, b > 0, c > 1$ .**

**Lời giải:**

Theo bài ra, đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là  $x = -\frac{d}{c-1}$ .

Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là:  $y = \frac{a-1}{c-1}$ .

Nhìn đồ thị ta thấy:  $x = -\frac{d}{c-1} > 0$  mà  $d < 0 \Rightarrow c-1 > 0 \Rightarrow c > 1$ .



+ Giao điểm của tiệm cận xiên với trục  $Oy$  là  $(0; m+1)$ .

Đường tiệm cận xiên tạo với 2 trục tọa độ một tam giác thì diện tích của tam giác:

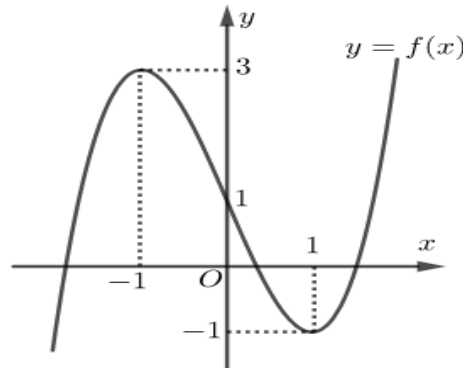
$$S = \frac{1}{2} \cdot |m+1| \cdot \left| \frac{-m-1}{m} \right| = 2 \Leftrightarrow (m+1)^2 = 4|m| \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 2m + 1 = 4m; & \text{khi } m \geq 0 \\ m^2 + 2m + 1 = -4m; & \text{khi } m < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m + 1 = 0; & \text{khi } m \geq 0 \\ m^2 + 6m + 1 = 0; & \text{khi } m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -3 + 2\sqrt{2} \\ m = -3 - 2\sqrt{2} \end{cases}$$

Vậy tổng giá trị của  $S$  bằng  $-5$ .

**PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

**Câu 13:** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  với  $a \neq 0$  có đồ thị như hình vẽ sau:



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$ .		
b)	Phương trình $f(x) = 2$ có 3 nghiệm phân biệt.		
c)	Đồ thị trên là đồ thị của hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x + 2$ .		
d)	Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = f(4-x) + 1$ là $(5; 4)$ .		

**Lời giải:**

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Sai.

Vì hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 1$ .

b) Đúng.

Vì đường thẳng  $y = 2$  cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại 3 điểm phân biệt.

c) Sai.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} f(-1) = 3 \\ f(0) = 1 \\ f(1) = -1 \\ f'(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + b - c + d = 3 \\ d = 1 \\ a + b + c + d = -1 \\ 3a + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -3 \\ d = 1 \end{cases}$$

Vậy  $y = f(x) = x^3 - 3x + 1$ .

d) Đúng.

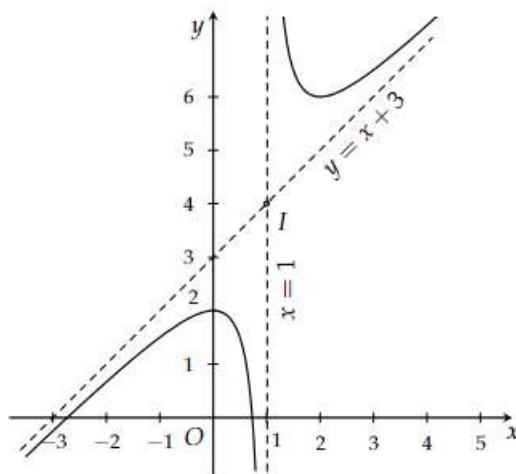
Đặt  $g(x) = f(4-x) + 1 \Rightarrow g'(x) = -f'(4-x)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow -f'(4-x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4-x = -1 \\ 4-x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 3 \end{cases}$$

$x$	$-\infty$		3		5		$+\infty$
$g'(x)$		-	0	+	0	-	
$g(x)$			↘ ↗		↘ ↗		

Vậy điểm cực đại của đồ thị hàm số  $y = f(4-x) + 1$  là  $(5; 4)$ .

**Câu 14:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị  $(C)$  như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Đồ thị $(C)$ cắt trục $Oy$ tại điểm có tung độ bằng 2.		
b)	Đồ thị $(C)$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x - 1 = 0$ .		
c)	Hàm số $y = f(x)$ có hai cực trị trong đó $y_{CT} > y_{CD}$ .		
d)	Hai đường tiệm cận của đồ thị cùng với trục tạo thành tam giác có diện tích bằng 2.		

**Lời giải:**

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

**a) Đúng.**

Dựa vào hình vẽ, ta thấy đồ thị  $(C)$  cắt trục  $Oy$  tại điểm có tung độ bằng 2.

**b) Đúng.**

Dựa vào hình vẽ, ta thấy đồ thị  $(C)$  có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x - 1 = 0$ .

**c) Đúng.**

Dựa vào hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có hai cực trị trong đó  $y_{CT} > y_{CD}$ .

**d) Sai.**

Dựa vào hình vẽ ta thấy Hai đường tiệm cận của đồ thị cùng với trục tạo thành tam giác có diện tích bằng  $S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8$ .

**PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

**Câu 15:** Một bể ban đầu chứa 150 lít nước. Sau đó, cứ mỗi phút người ta bơm thêm 50 lít nước, đồng thời cho vào bể 20 gam chất khử trùng (hòa tan). Đặt  $f(t)$  gam/lít là nồng độ chất khử trùng trong bể sau  $t$  phút ( $t \geq 0$ ), biết rằng sau khi khảo sát sự biến thiên của hàm số  $f(t)$ , ta thấy giá trị  $f(t)$  tăng theo  $t$  và  $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = p$ . Tìm số  $p$  (kết quả thể hiện dưới dạng số thập phân).

**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

**Lời giải:**

Sau  $t$  phút, trong bể chứa  $(50t + 150)$  lít nước và  $20t$  gam chất khử trùng.

Suy ra: nồng độ chất khử trùng trong bể sau  $t$  phút là  $f(t) = \frac{20t}{50t + 150}$  gam/lít.

Khảo sát sự biến thiên hàm số  $f(t) = \frac{20t}{50t + 150}$ ,  $t \geq 0$ .

Ta có:  $f'(t) = \frac{3000}{(50t + 150)^2} > 0, \forall t \geq 0$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{20t}{50t + 150} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{20}{50 + \frac{150}{t}} = \frac{2}{5} = 0,4$$

Bảng biến thiên:

$t$	0	$+\infty$
$f'(t)$		+
$f(t)$	0	0,4

Dựa vào BBT ta thấy giá trị  $f(t)$  tăng theo  $t$  nhưng không vượt ngưỡng 0,4 gam/lít.

Vậy  $p = 0,4$ .

**Câu 16:** Biết đồ thị hàm số  $f(x) = \frac{5x^2 - 6x + 9}{x - 1}$  có tâm đối xứng là  $I(a; b)$ . Tính  $a + 3b$ .

**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....

.....

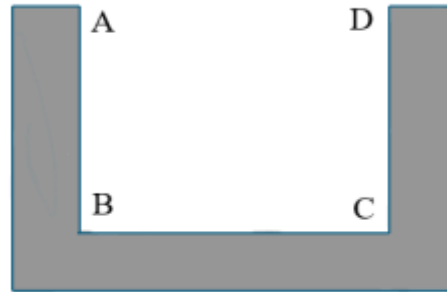
.....

.....

**Lời giải:**

Ta có:  $f(x) = 5x - 1 + \frac{8}{x-1}$  nên đồ thị hàm số nhận hai đường thẳng  $x=1$  và  $y=5x-1$  tương ứng là tiệm cận đứng và tiệm cận xiên.  
Suy ra  $a=1, b=4 \Rightarrow a+3b=1+3 \cdot 4=13$ .

**Câu 17:** Hình dưới đây là mương dẫn nước thủy lợi tại một địa phương phục vụ tưới tiêu cho ruộng đồng. Phần không gian trong mương để nước chảy có mặt cắt ngang là hình chữ nhật  $ABCD$ . Với điều kiện lưu lượng nước qua mương cho phép thì diện tích mặt cắt  $ABCD$  là  $0,48m^2$ . Để đảm bảo yêu cầu kỹ thuật tốt nhất cho mương, người ta cần thiết kế sao cho tổng độ dài  $T = AB + BC + CD$  là ngắn nhất. Khi đó chiều rộng đáy mương bằng bao nhiêu (biết chiều rộng phải dưới 1m, làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).




**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

**Lời giải:**

Đặt  $BC = x(m), 0 < x < 1$ .

Theo đề bài, ta có  $AB \cdot BC = 0,48 \Leftrightarrow AB = \frac{0,48}{BC} = \frac{0,48}{x}$ .

Ta có:  $T = f(x) = AB + BC + CD = x + 2AB = x + \frac{0,96}{x}$ .

$f'(x) = 1 - \frac{0,96}{x^2}; f'(x) = 0 \xrightarrow{x>0} x = \frac{2\sqrt{6}}{5} \approx 0,98m$ .

$x$	0	$\frac{2\sqrt{6}}{5}$	1
$f'(x)$		-	0 +
$f(x)$	$+\infty$	$\frac{4\sqrt{6}}{5}$	$\frac{49}{25}$

Vậy chiều rộng đáy mương  $BC \approx 0,98m$  thỏa ycbt.

**Câu 18:** Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc khoảng  $(-2024; 2024)$  của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - mx + 2025$  đồng biến trên  $(0; +\infty)$ ?

**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

**Lời giải:**

Ta có:  $y' = 3x^2 - 6x - m$ .

Hàm số đồng biến trên khi  $y' \geq 0, \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - m \geq 0, \forall x \in (0; +\infty)$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x \geq m, \forall x \in (0; +\infty) \quad (1)$$

Xét hàm số  $f(x) = 3x^2 - 6x$  trên  $(0; +\infty)$

Ta có  $f'(x) = 6x - 6, f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ . Do đó  $\min_{(0; +\infty)} f(x) = f(1) = -3$

$$(1) \Leftrightarrow m \leq -3.$$

Kết hợp với giả thiết ta được  $m \in (-2024; -3]$ . Nên có 2021 số nguyên thỏa mãn.

**PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận.** Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

**Câu 19:** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{x-2}$ .

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

**Lời giải:**

Tập xác định của hàm số:  $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ .

Sự biến thiên:  $y' = -\frac{3}{(x-2)^2} < 0$  với mọi  $x \neq 2$ .

Hàm số nghịch biến trên từng khoảng  $(-\infty; 2)$  và  $(2; +\infty)$  và hàm số không có cực trị.

Tiệm cận:

- $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1$ .

Do đó, đồ thị của hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 2$ , tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = 1$ .

Bảng biến thiên:

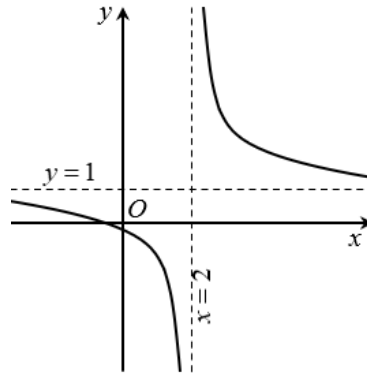
$x$	$-\infty$	$2$	$+\infty$
$f'(x)$		-	-
$f(x)$	$1$	$+\infty$	$1$

Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung là điểm  $\left(0; -\frac{1}{2}\right)$ .

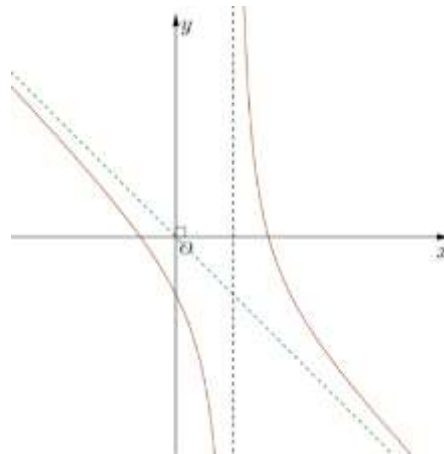
Giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là điểm  $(-1; 0)$ .

Đồ thị hàm số nhận giao điểm  $I(2; 1)$  của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng và nhận hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận này làm trục đối xứng.

Đồ thị:



**Câu 20:** Cho hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$  ( $a > 0, d \neq 0$ ) có đồ thị  $(C)$  như hình vẽ. Trong các số  $b, c, d, e$  có tất cả bao nhiêu số âm?



**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

.....

**Lời giải:**

+ Gọi  $k$  là hệ số góc đường tiệm cận xiên của  $(C) \Rightarrow k < 0$

Ta lại có  $k = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^2 + bx + c}{dx^2 + ex} = \frac{a}{d} \Rightarrow \frac{a}{d} < 0 \Rightarrow d < 0$  (vì  $a > 0$ )

+ Từ đồ thị ta có tiệm cận đứng  $x = \frac{-e}{d} > 0 \Leftrightarrow \frac{e}{d} < 0 \Leftrightarrow e > 0$  (vì  $d < 0$ )

+ Từ đồ thị ta thấy  $(C)$  cắt  $Oy$  tại điểm có tọa độ  $\left(0; \frac{c}{e}\right)$  với  $\frac{c}{e} < 0 \Rightarrow c < 0$  (vì  $e > 0$ )

+ Từ đồ thị ta thấy  $(C)$  cắt  $Ox$  tại 2 điểm phân biệt có hoành độ  $x_1, x_2$  thỏa  $x_1 + x_2 > 0$ .

Do đó phương trình  $\frac{ax^2 + bx + c}{dx + e} = 0$  có 2 nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa  $x_1 + x_2 > 0$

$$\Leftrightarrow -\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow b < 0 \text{ (vì } a > 0)$$

Vậy trong các số  $b, c, d, e$  có tất cả 3 số âm.

**Câu 21:** Trong tiết học Toán, giáo viên phát cho 4 tổ một tấm bìa hình vuông  $ABCD$  cạnh bằng  $10\text{cm}$ . Giáo viên yêu cầu 4 tổ sử dụng tấm bìa này và cắt tấm bìa theo các tam giác cân  $AEB, BFC, CGD, DHA$  để sau đó gấp các tam giác  $AEH, BEF, CFG, DGH$  sao cho bốn đỉnh  $A, B, C, D$  trùng nhau tạo thành khối chóp tứ giác đều. Tính thể tích lớn nhất của khối chóp tứ giác đều tạo thành.

**Trình bày:**

.....

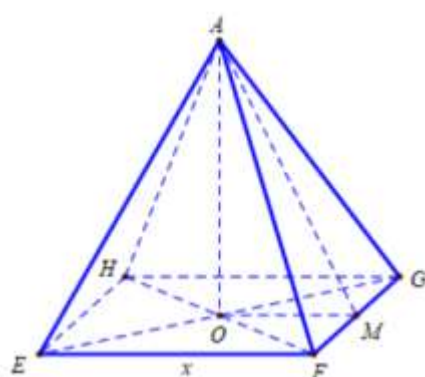
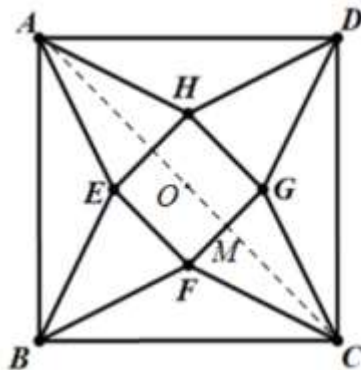
.....

.....

.....

.....

**Lời giải:**



Đặt cạnh hình vuông  $EFGH$  là  $x (x > 0)$ .  $O$  là tâm hình vuông  $ABCD, EFGH$ .

Khi đó  $OM = \frac{x}{2}$ ,  $CM = CO - OM = \frac{10\sqrt{2} - x}{2}$  ( $0 < x < 10\sqrt{2}$ ).

Khi gò các tam giác thành hình chóp tứ giác đều  $A.EFGH$  thì  $A \equiv C$  nên  $AM = CM$ . Suy ra  $AO = \sqrt{AM^2 - OM^2} = \sqrt{50 - 5\sqrt{2}x}$ .

Thể tích khối chóp  $A.EFGH$  là  $V_{A.EFGH} = \frac{1}{3} S_{EFGH} \cdot AO = \frac{1}{3} x^2 \sqrt{50 - 5\sqrt{2}x} = \frac{1}{3} \sqrt{50x^4 - 5\sqrt{2}x^5}$ .

Xét hàm số  $f(x) = 50x^4 - 5\sqrt{2}x^5$  với  $0 < x < 5\sqrt{2}$  ta tìm được  $\max f(x) = \frac{32\sqrt{10}}{3}$  khi  $x = 4\sqrt{2}$ .

**HẾT**

Huế, 10h20' Ngày 08 tháng 6 năm 2025



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 05\_TrNg 2025

# TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNIT**

**KHẢO SÁT HÀM SỐ**

**Định hướng cấu trúc 2025+**

## Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: **0935.785.115** Facebook: **Lê Bá Bảo**

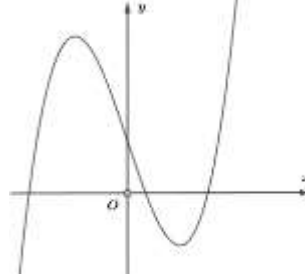
**116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế** Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

### NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

**PHẦN I. (3.0 điểm)** Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Đồ thị của hàm số dưới đây có dạng như đường cong bên?

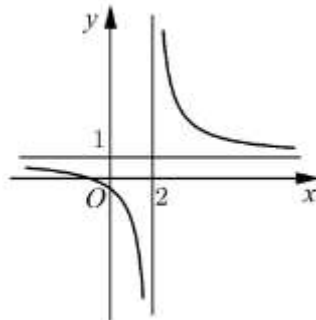


- A.  $y = -x^2 + x - 1$ .      B.  $y = -x^3 + 3x + 1$ .      C.  $y = x^3 - 3x + 1$ .      D.  $y = \frac{x+1}{x-1}$ .

**Câu 2:** Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số  $y = \frac{3x-4}{x-2}$ ?

- A.  $M(0;1)$ .      B.  $N(2;4)$ .      C.  $P(3;5)$ .      D.  $Q(-1;7)$ .

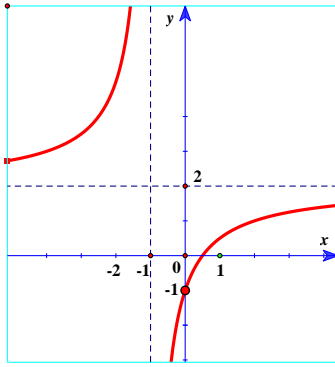
**Câu 3:** Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  với  $a, b, c, d$  là các số thực.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $y' > 0, \forall x \neq 1$ .      B.  $y' < 0, \forall x \neq 1$ .      C.  $y' > 0, \forall x \neq 2$ .      D.  $y' < 0, \forall x \neq 2$ .

**Câu 4:** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



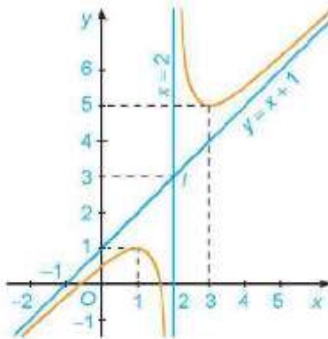
A.  $y = \frac{2x+1}{x+1}$ .

B.  $y = \frac{1-2x}{x-1}$ .

C.  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ .

D.  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ .

Câu 5: Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như sau:



Khẳng định nào sau đây sai?

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x = 2$ .

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên  $y = x + 1$ .

C.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ .

D. Tọa độ giao điểm của đồ thị và trục  $Ox$  là  $A(0;1)$ .

Câu 6: Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh tại thời điểm xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ  $t$  là  $f(t) = 4t^3 - \frac{t^4}{2}$  (người). Nếu xem  $f'(t)$  là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm  $t$  với  $t \in [0;6]$ . Tốc độ truyền bệnh sẽ lớn nhất vào ngày thứ mấy?

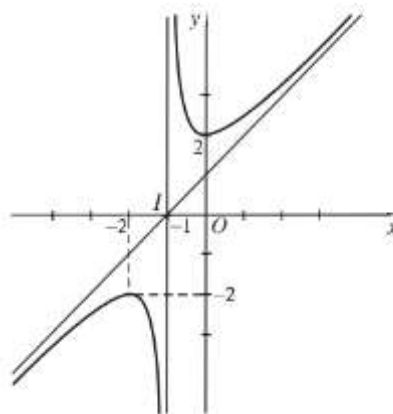
A. 5.

B. 3.

C. 6.

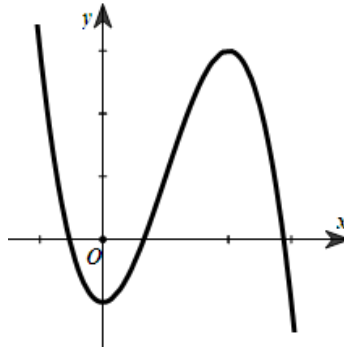
D. 4.

Câu 7: Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



A.  $y = \frac{2x+1}{x+1}$ .      B.  $y = \frac{x^2+2x+2}{x+1}$ .      C.  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ .      D.  $y = \frac{x^2+2x+2}{x-1}$ .

**Câu 8:** Đường cong hình bên dưới là của đồ thị hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a; b; c; d \in \mathbb{R})$ :



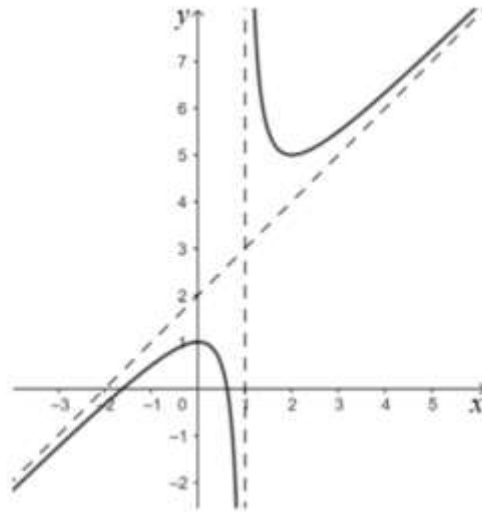
Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $a > 0, d < 0$ .      B.  $a < 0, d < 0$ .      C.  $a < 0, d > 0$ .      D.  $a > 0, d > 0$ .

**Câu 9:** Trên đồ thị hàm số  $y = \frac{3x+2}{2x-1}$  có bao nhiêu điểm có tọa độ nguyên?

A. 1.      B. 2.      C. 0.      D. 4.

**Câu 10:** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A.  $y = \frac{x^2+x-1}{x-1}$ .      B.  $y = \frac{x^2+x+1}{x-1}$ .      C.  $y = \frac{x^2+x-1}{x+1}$ .      D.  $y = \frac{x^2+x+1}{x+1}$ .

**Câu 11:** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 - 2x + 2024}{x-1}$  có đồ thị (C). Chọn khẳng định **sai**:

A. (C) có đường tiệm cận đứng là  $x = 1$ .      B. (C) có đường tiệm cận xiên là  $y = x + 1$ .  
 C. (C) có 2 trục đối xứng.      D. (C) đi qua điểm  $M(2; 2024)$ .

**Câu 12:** Đồ thị hàm số nào sau đây cắt trục hoành tại điểm có hoành độ dương?

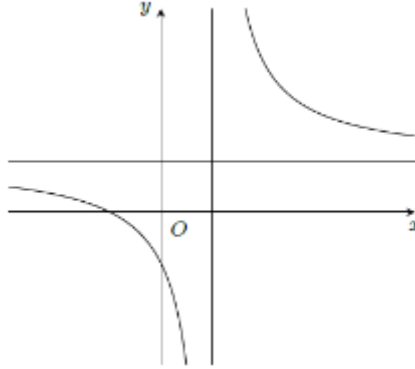
A.  $y = \frac{3x+2}{x-1}$ .      B.  $y = \frac{-2x+4}{x-1}$ .      C.  $y = \frac{2x+3}{x-1}$ .      D.  $y = \frac{2x+1}{-x+1}$ .

**PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

**Câu 13:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x + 2$ .

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Tập xác định của hàm số đã cho là $(0; +\infty)$ .		
b)	Đồ thị của hàm số đã cho đi qua điểm $(0; 2)$ .		
c)	Hàm số đạt cực trị tại $x = 0$ .		
d)	Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0; 2]$ bằng 4.		

**Câu 14:** Cho đồ thị hàm số  $y = \frac{bx-c}{x-a}$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.		
b)	Giao điểm với trục tung là điểm có tung độ âm.		
c)	Giao điểm với trục hoành là điểm có hoành độ âm.		
d)	Trong các số $a, b, c$ có hai số âm.		

**PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

**Câu 15:** Một cốc chứa 25 ml dung dịch  $NaOH$  với nồng độ 100 mg/ml. Một bình chứa dung dịch  $NaOH$  khác với nồng độ 9 mg/ml được trộn vào cốc. Gọi  $C(x)$  là nồng độ của  $NaOH$  sau khi trộn  $x$  (ml) từ bình chứa và  $\lim_{x \rightarrow \infty} C(x) = a$ . Tìm  $a$ .

**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

**Câu 16:** Biết đồ thị hàm số  $y = \frac{5x-3}{2x+6}$  có tâm đối xứng là điểm  $I(a; b)$ . Tính  $a + 4b$ .

**Kết quả:**

**Trình bày:**

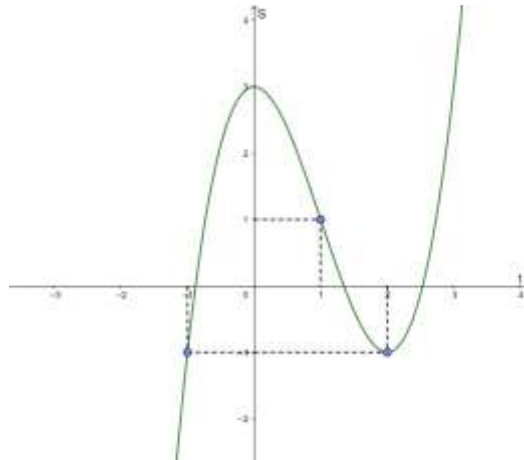
.....

.....

.....

.....

**Câu 17:** Một chuyển động thẳng xác định bởi phương trình  $S(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) trong đó  $t$  tính bằng giây và  $s$  tính bằng mét. Biết rằng đồ thị của hàm số  $S(t)$  là đường cong như hình bên dưới:



Tính vận tốc (m/s) của chuyển động tại thời điểm gia tốc bằng  $12 \text{ m/s}^2$ .

**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

**Câu 18:** Cho đồ thị hàm số  $(C): y = \frac{-x^2 + 4x + 1}{x + 1}$ , biết đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của  $(C)$  có dạng  $d: y = ax + b$ . Tìm  $ab$ .

**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

**PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.**

**Câu 19:** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$ .

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

**Câu 20:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{ax - 2}{bx + c}$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ ) có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$3$	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	$2$	$+\infty$	$2$

Biểu thức  $T = 2a + b - 3c$  nhận được bao nhiêu giá trị nguyên?

*Trình bày:*

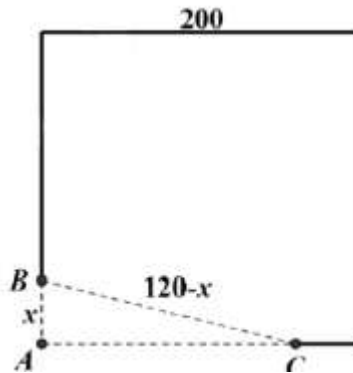
.....

.....

.....

.....

**Câu 21:** Cho một tấm gỗ hình vuông cạnh  $200\text{cm}$ . Người ta cắt một tấm gỗ có hình một tam giác vuông  $ABC$  từ tấm gỗ hình vuông đã cho như hình vẽ sau. Biết  $AB = x(\text{cm}) (0 < x < 60)$  là một cạnh góc vuông của tam giác  $ABC$  và tổng độ dài cạnh góc vuông  $AB$  với cạnh huyền  $BC$  bằng  $120\text{ cm}$ . Tìm  $x$  để tam giác  $ABC$  có diện tích lớn nhất.



*Trình bày:*

.....

.....

.....

.....

**HẾT**

*Huế, 10h20' Ngày 08 tháng 6 năm 2025*



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 05\_TrNg 2025

# TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNIT**

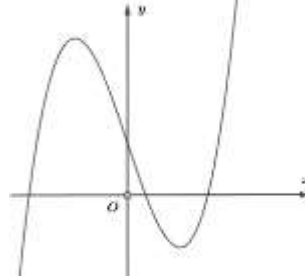
**KHẢO SÁT HÀM SỐ**

**Định hướng cấu trúc 2025+**

## LỜI GIẢI CHI TIẾT

**PHẦN I. (3,0 điểm)** Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Đồ thị của hàm số dưới đây có dạng như đường cong bên?



- A.  $y = -x^2 + x - 1$ .      B.  $y = -x^3 + 3x + 1$ .      **C.  $y = x^3 - 3x + 1$ .**      D.  $y = \frac{x+1}{x-1}$ .

**Lời giải:**

Đồ thị trên là đồ thị hàm bậc ba, và  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow a > 0$ .

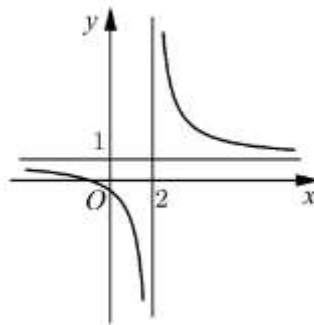
**Câu 2:** Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số  $y = \frac{3x-4}{x-2}$ ?

- A.  $M(0;1)$ .      B.  $N(2;4)$ .      **C.  $P(3;5)$ .**      D.  $Q(-1;7)$ .

**Lời giải:**

Thay  $x = 3$  ta được  $y = \frac{3 \cdot 3 - 4}{3 - 2} = 5$ . Vậy  $P(3;5)$  thuộc đồ thị hàm số.

**Câu 3:** Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  với  $a, b, c, d$  là các số thực.



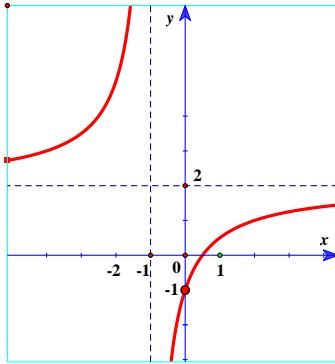
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $y' > 0, \forall x \neq 1$ .      B.  $y' < 0, \forall x \neq 1$ .      C.  $y' > 0, \forall x \neq 2$ .      **D.  $y' < 0, \forall x \neq 2$ .**

**Lời giải:**

Dựa vào hình vẽ suy ra hàm số có tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus 2$  và hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định  $\Rightarrow y' < 0, \forall x \neq 2$

**Câu 4:** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A.  $y = \frac{2x+1}{x+1}$ .

B.  $y = \frac{1-2x}{x-1}$ .

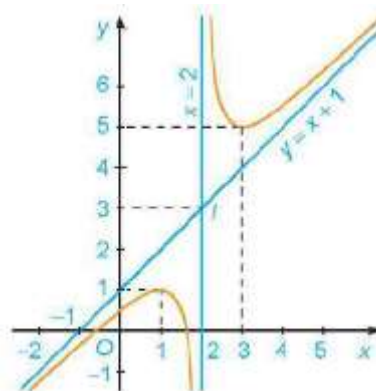
**C.  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ .**

D.  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ .

**Lời giải:**

Dựa vào đồ thị ta thấy đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là  $x = -1$  nên loại **B** và **D**. Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tọa độ  $(0; -1)$  chọn **C**.

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như sau:



Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x = 2$ .

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên  $y = x + 1$ .

C.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ .

**D. Tọa độ giao điểm của đồ thị và trục  $Ox$  là  $A(0; 1)$ .**

**Lời giải:**

Căn cứ vào đồ thị ta có:

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x = 2$ .

Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên  $y = x + 1$ .

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ .

Tọa độ giao điểm của đồ thị  $y = f(x)$  và trục  $Ox$  là  $A(x_0; 0)$  với  $1 < x_0 < 2$ .

**Câu 6:** Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh tại thời điểm xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ  $t$  là  $f(t) = 4t^3 - \frac{t^4}{2}$  (người). Nếu xem  $f'(t)$

là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm  $t$  với  $t \in [0;6]$ . Tốc độ truyền bệnh sẽ lớn nhất vào ngày thứ mấy?

A. 5.

B. 3.

C. 6.

**D. 4.**

**Lời giải:**

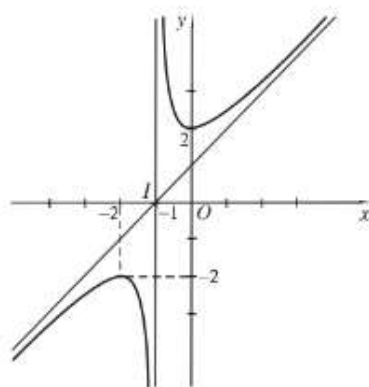
Ta có  $g(t) = f'(t) = 12t^2 - 2t^3$  với  $t \in [0;6]$ .

$$g'(t) = 24t - 6t^2; \quad g'(t) = 0 \Leftrightarrow 24t - 6t^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 4 \end{cases}$$

Khi đó,  $g(0) = 0$ ;  $g(4) = 64$ ;  $g(6) = 0$ .

Vậy tốc độ truyền bệnh sẽ lớn nhất vào ngày thứ 4.

**Câu 7:** Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



A.  $y = \frac{2x+1}{x+1}$ .

**B.  $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ .**

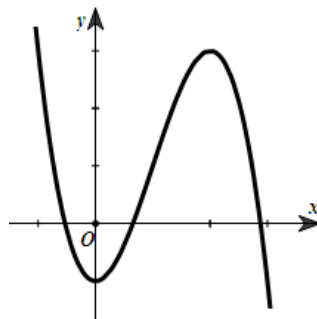
C.  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ .

D.  $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x - 1}$ .

**Lời giải:**

Dựa vào hình dáng đồ thị ta thấy đây là đồ thị hàm phân thức bậc 2/ bậc 1 có tiệm cận đứng là  $x = -1$ . Do đó đáp án đúng là B.

**Câu 8:** Đường cong hình bên dưới là của đồ thị hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a; b; c; d \in \mathbb{R})$ :



Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $a > 0, d < 0$ .

**B.  $a < 0, d < 0$ .**

C.  $a < 0, d > 0$ .

D.  $a > 0, d > 0$ .

**Lời giải:**

Dựa vào đồ thị ta thấy  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty \Rightarrow a < 0$

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm  $(0; d) \Rightarrow d < 0$ .

**Câu 9:** Trên đồ thị hàm số  $y = \frac{3x+2}{2x-1}$  có bao nhiêu điểm có tọa độ nguyên?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

**D. 4.**

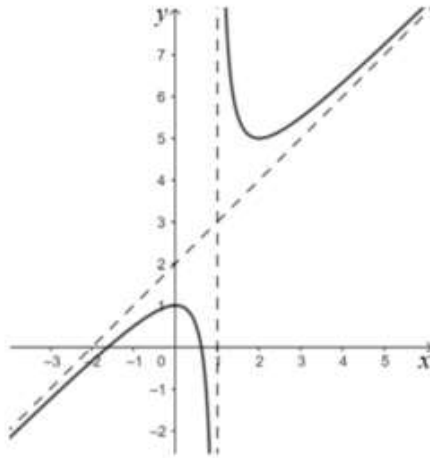
**Lời giải:**

Ta có  $y = \frac{3x+2}{2x-1} \Rightarrow 2y = \frac{6x+4}{2x-1} = 3 + \frac{7}{2x-1}$ .

$y \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} 2x-1=7 \\ 2x-1=-7 \\ 2x-1=1 \\ 2x-1=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=-3 \\ x=1 \\ x=0 \end{cases}$ . Thay vào  $y$  thỏa mãn  $y$  nguyên.

Vậy đồ thị hàm số có 4 điểm có tọa độ nguyên.

**Câu 10:** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



**A.**  $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$ .

**B.**  $y = \frac{x^2 + x + 1}{x - 1}$ .

**C.**  $y = \frac{x^2 + x - 1}{x + 1}$ .

**D.**  $y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ .

**Lời giải:**

Dựa vào đồ thị ta thấy đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là  $x=1$  nên loại  $y = \frac{x^2 + x - 1}{x + 1}$

và  $y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ .

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tọa độ  $(0;1)$  chọn  $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$ .

**Câu 11:** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 - 2x + 2024}{x - 1}$  có đồ thị  $(C)$ . Chọn khẳng định **sai**:

**A.**  $(C)$  có đường tiệm cận đứng là  $x = 1$ .

**B.**  $(C)$  có đường tiệm cận xiên là  $y = x + 1$ .

**C.**  $(C)$  có 2 trục đối xứng.

**D.**  $(C)$  đi qua điểm  $M(2; 2024)$ .

**Lời giải:**

Ta có:  $y = \frac{x^2 - 2x + 2024}{x - 1} = x - 1 + \frac{2023}{x - 1}$ .

Đồ thị  $(C)$  có đường tiệm cận đứng là  $x = 1$ .

Đồ thị  $(C)$  có đường tiệm cận xiên là  $y = x - 1$ .

Đồ thị  $(C)$  có 2 trục đối xứng là 2 đường phân giác của các góc tạo bởi 2 đường tiệm cận.

Với  $x = 2$  thay vào hàm số đã cho ta được  $y = 2024$ . Do đó  $(C)$  đi qua điểm  $M(2; 2024)$ .

Vậy đáp án sai là B

**Câu 12:** Đồ thị hàm số nào sau đây cắt trục hoành tại điểm có hoành độ dương?

A.  $y = \frac{3x+2}{x-1}$ .

B.  $y = \frac{-2x+4}{x-1}$ .

C.  $y = \frac{2x+3}{x-1}$ .

D.  $y = \frac{2x+1}{-x+1}$ .

**Lời giải:**

Đồ thị hàm số  $y = \frac{3x+2}{x-1}$  cắt trục hoành tại điểm có hoành độ  $x_0 = -\frac{2}{3}$

Đồ thị hàm số  $y = \frac{-2x+4}{x-1}$  cắt trục hoành tại điểm có hoành độ  $x_0 = 2$

Đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+3}{x-1}$  cắt trục hoành tại điểm có hoành độ  $x_0 = -\frac{3}{2}$

Đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{-x+1}$  cắt trục hoành tại điểm có hoành độ  $x_0 = -\frac{1}{2}$ .

**PHẦN II. (2,0 Điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

**Câu 13:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x + 2$ .

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Tập xác định của hàm số đã cho là $(0; +\infty)$ .		
b)	Đồ thị của hàm số đã cho đi qua điểm $(0; 2)$ .		
c)	Hàm số đạt cực trị tại $x = 0$ .		
d)	Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0; 2]$ bằng 4.		

**Lời giải:**

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Sai.

Tập xác định của hàm số đã cho là  $\mathbb{R}$ .

b) Đúng.

Thay  $x = 0$  ta được  $y = 2$ .

c) Sai.

Ta có  $y' = 3x^2 - 3$ . Ta thấy  $y'(0) = -3 \neq 0$ . Suy ra hàm số không đạt cực trị tại điểm  $x = 0$ .

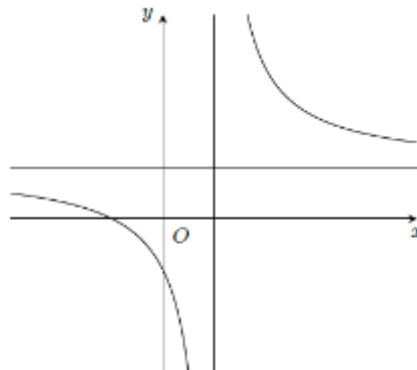
d) Đúng.

Ta có  $y' = 3x^2 - 3$ . Suy ra  $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1(TM); x = -1(KTM)$ .

$y(0) = 2; y(2) = 4; y(1) = 0$ .

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn  $[0; 2]$  bằng 4.

**Câu 14:** Cho đồ thị hàm số  $y = \frac{bx-c}{x-a}$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.		
b)	Giao điểm với trục tung là điểm có tung độ âm.		
c)	Giao điểm với trục hoành là điểm có hoành độ âm.		
d)	Trong các số $a, b, c$ có hai số âm.		

**Lời giải:**

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Đúng .

Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

b) Đúng.

Giao điểm với trục tung là điểm có tung độ âm.

c) Đúng.

Giao điểm với trục hoành là điểm có hoành độ âm.

d) Sai.

Tiệm cận đứng  $x = a > 0$ .

Tiệm cận ngang  $y = b > 0$ .

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ  $\frac{c}{a} < 0 \Rightarrow c < 0$  (vì  $a > 0$ ).

**PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

**Câu 15:** Một cốc chứa 25 ml dung dịch  $NaOH$  với nồng độ 100 mg/ml. Một bình chứa dung dịch  $NaOH$  khác với nồng độ 9 mg/ml được trộn vào cốc. Gọi  $C(x)$  là nồng độ của  $NaOH$  sau khi trộn  $x$  (ml) từ bình chứa và  $\lim_{x \rightarrow \infty} C(x) = a$ . Tìm  $a$ .

**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

.....

**Lời giải:**

Tổng khối lượng của  $NaOH$  sau khi trộn  $x$  (ml) là:  $25 \cdot 100 + 9x = 2500 + 9x$  (mg)

Tổng thể tích của dung dịch sau khi trộn là :  $25 + x$ .

Ta có  $C(x) = \frac{2500 + 9x}{25 + x}; x \geq 0$ .

Ta có TXĐ của hàm số là  $D = [0; +\infty)$

Có  $C'(x) = \frac{9 \cdot (25 + x) - (2500 + 9x)}{(25 + x)^2} = \frac{-2275}{(25 + x)^2} < 0, \forall x \in D$

Lại có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{2500 + 9x}{25 + x} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2500}{x} + 9}{\frac{25}{x} + 1} = 9$

Do đó nồng độ  $NaOH$  luôn giảm nhưng luôn lớn hơn 9 mg/ml.

**Câu 16:** Biết đồ thị hàm số  $y = \frac{5x - 3}{2x + 6}$  có tâm đối xứng là điểm  $I(a; b)$ . Tính  $a + 4b$ .

**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....  
.....  
.....  
.....

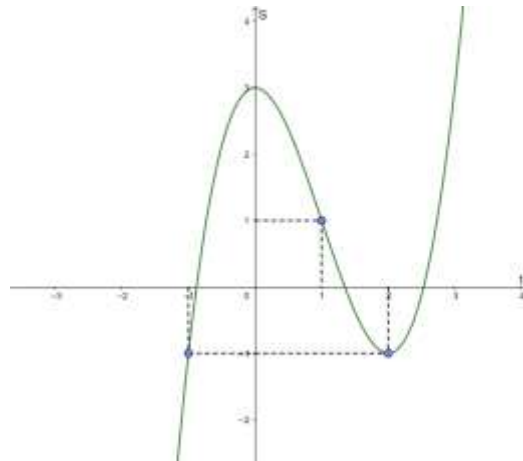
**Lời giải:**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{5x-3}{2x+6} = -\infty; \lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{5x-3}{2x+6} = +\infty.$$
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x-3}{2x+6} = \frac{5}{2}; \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x-3}{2x+6} = \frac{5}{2}.$$

Do đó đồ thị hàm số nhận các đường thẳng  $x = -3$  và  $y = \frac{5}{2}$  là các tiệm cận đứng và ngang

$$\text{Như vậy, } a = -3; b = \frac{5}{2} \Rightarrow a + 4b = -3 + 4 \cdot \frac{5}{2} = 7.$$

**Câu 17:** Một chuyển động thẳng xác định bởi phương trình  $S(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) trong đó  $t$  tính bằng giây và  $s$  tính bằng mét. Biết rằng đồ thị của hàm số  $S(t)$  là đường cong như hình bên dưới:



Tính vận tốc (m/s) của chuyển động tại thời điểm gia tốc bằng  $12 \text{ m/s}^2$ .

**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....  
.....  
.....  
.....

**Lời giải:**

Đồ thị hàm số đi qua các điểm  $A(-1; -1), B(0; 3), C(1; 1), D(2; -1)$  nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} -a + b - c + d = -1 \\ d = 3 \\ a + b + c + d = 1 \\ 8a + 4b + 2c + d = -1 \end{cases} \quad (*)$$

Giải hệ phương trình ta được  $a=1; b=-3; c=0; d=3$ . Do đó  $S = t^3 - 3t^2 + 3$ .

Vận tốc của chuyển động chính là đạo hàm cấp một của quãng đường:  $v = S' = 3t^2 - 6t$

Gia tốc của chuyển động chính là đạo hàm cấp hai của quãng đường:  
 $a = S'' = 6t - 6 = 12 \Rightarrow t = 3$

Khi đó vận tốc của chuyển động là  $S'(3) = 27 - 18 = 9\text{m/s}$ .

**Câu 18:** Cho đồ thị hàm số  $(C): y = \frac{-x^2 + 4x + 1}{x + 1}$ , biết đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của  $(C)$  có dạng  $d: y = ax + b$ . Tìm  $ab$ .

**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

**Lời giải:**

**Cách 1:** Tập xác định của hàm số  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

$$\text{Ta có } y' = \frac{-x^2 - 2x + 3}{(x+1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	$-3$	$-1$	$1$	$+\infty$	
$y'$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$
$y$	$+\infty$		$10$		$2$	$-\infty$

Hai điểm cực trị của  $(C)$  là  $A(-3;10)$  và  $B(1;2)$ .

$$\text{Khi đó } \begin{cases} A \in d \\ B \in d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3a + b = 10 \\ a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow ab = -8$$

**Cách 2:** Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của  $(C)$  là

$$y = \frac{(-x^2 + 4x + 1)'}{(x+1)'} = \frac{-2x + 4}{1} = -2x + 4.$$

Vậy  $a = -2, b = 4$  suy ra  $ab = -8$ .

**PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận.** Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

**Câu 19:** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$ .

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

**Lời giải:**

Tập xác định của hàm số:  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ .

Sự biến thiên:  $y = x + 1 + \frac{1}{x-2}$ .

Ta có:  $y' = \frac{x^2 - 4x + 3}{(x-2)^2}$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 4x + 3}{(x-2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$ .

Trên các khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(3; +\infty)$   $y' > 0$  nên hàm số đồng biến trên từng khoảng này.

Trên các khoảng  $(1; 2)$  và  $(2; 3)$ ,  $y' < 0$  nên hàm số nghịch biến trên từng khoảng này.

Hàm số đạt cực đại tại  $x = 1$  với  $y_{CD} = 1$ ; hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 3$  với  $y_{CT} = 5$ .

•  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ .

Tiệm cận:  $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty$

•  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (x+1)] = 0$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [y - (x+1)] = 0$ .

Do đó, đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 2$ , tiệm cận xiên là đường thẳng  $y = x + 1$ .

Bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	$1$	$2$	$3$	$+\infty$	
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$			$1$		$5$	

Chi tiết bảng biến thiên: Bảng biến thiên của hàm số  $y = x + 1 + \frac{1}{x-2}$ . Bảng có 6 cột tương ứng với các giá trị của  $x$ :  $-\infty$ ,  $1$ ,  $2$ ,  $3$ ,  $+\infty$ . Hàng thứ hai là dấu của đạo hàm  $y'$ : dấu  $+$  ở khoảng  $(-\infty; 1)$ , dấu  $0$  tại  $x=1$ , dấu  $-$  ở khoảng  $(1; 2)$ , dấu  $+$  ở khoảng  $(2; 3)$ , dấu  $0$  tại  $x=3$ , dấu  $+$  ở khoảng  $(3; +\infty)$ . Hàng thứ ba là giá trị của hàm số  $y$ : dấu  $-\infty$  ở  $x=-\infty$ , dấu  $1$  tại  $x=1$ , dấu  $-\infty$  ở  $x=2^-$ , dấu  $+\infty$  ở  $x=2^+$ , dấu  $5$  tại  $x=3$ , dấu  $+\infty$  ở  $x=+\infty$ . Các mũi tên chỉ hướng biến thiên: tăng từ  $-\infty$  đến  $1$  trên  $(-\infty; 1)$ , giảm từ  $1$  đến  $-\infty$  trên  $(1; 2)$ , tăng từ  $+\infty$  đến  $5$  trên  $(2; 3)$ , tăng từ  $5$  đến  $+\infty$  trên  $(3; +\infty)$ .

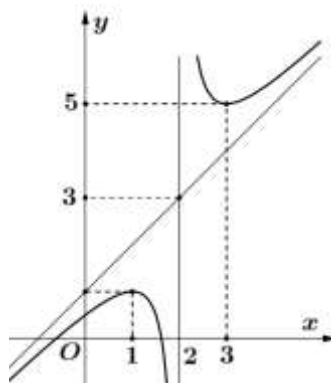
Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung là điểm  $\left(0; \frac{1}{2}\right)$ .

Ta có  $y = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - x - 1}{x-2} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$  hoặc  $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ .

Do đó giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là các điểm  $\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}; 0\right)$  và  $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; 0\right)$ .

Đồ thị hàm số nhận giao điểm  $I(2; 3)$  của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng và nhận hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận này làm các trục đối xứng.

Đồ thị:



**Câu 20:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{ax-2}{bx+c}$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ ) có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$3$	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	$2$	$+\infty$	$2$

Biểu thức  $T = 2a + b - 3c$  nhận được bao nhiêu giá trị nguyên?

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

**Lời giải:**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax-2}{bx+c} = \frac{a}{b} = 2 \Rightarrow a = 2b$ .

Tiệm cận đứng của hàm số là  $x = 3$  nên  $\frac{-c}{b} = 3$  hay  $c = -3b$ .

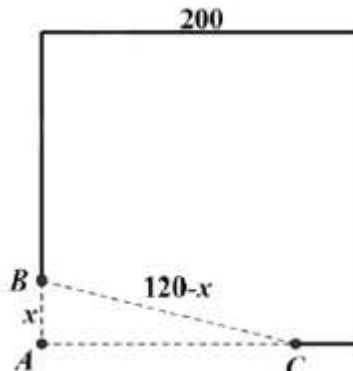
Ta có  $T = 2a + b - 3c = 4b + b + 9b = 14b$ .

Mặt khác hàm số đã cho có  $f'(x) > 0 \Rightarrow a.c + 2.b > 0 \Rightarrow 2b.(-3b) + 2b > 0 \Leftrightarrow 2b(-3b+1) > 0$

$\Leftrightarrow 0 < b < \frac{1}{3} \Rightarrow 0 < 14b < \frac{14}{3} \Rightarrow 0 < T < \frac{14}{3}$ .

Do  $T$  nguyên nên  $T \in \{1; 2; 3; 4\}$ .

**Câu 21:** Cho một tấm gỗ hình vuông cạnh  $200cm$ . Người ta cắt một tấm gỗ có hình một tam giác vuông  $ABC$  từ tấm gỗ hình vuông đã cho như hình vẽ sau. Biết  $AB = x(cm)$  ( $0 < x < 60$ ) là một cạnh góc vuông của tam giác  $ABC$  và tổng độ dài cạnh góc vuông  $AB$  với cạnh huyền  $BC$  bằng  $120 cm$ . Tìm  $x$  để tam giác  $ABC$  có diện tích lớn nhất.



**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

**Lời giải:**

Độ dài cạnh huyền  $BC = 120 - x$ .

Khi đó độ dài cạnh  $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{(120 - x)^2 - x^2} = \sqrt{14400 - 240x}$ .

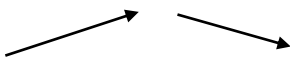
Diện tích tam giác  $ABC$  là:  $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} x \sqrt{14400 - 240x}$  ( $cm^2$ )

Xét hàm số  $f(x) = x\sqrt{14400 - 240x}$  với  $0 < x < 60$ .

Ta có:  $f'(x) = \sqrt{14400 - 240x} - \frac{120x}{\sqrt{14400 - 240x}} = \frac{14400 - 360x}{\sqrt{14400 - 240x}}$ ;

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 40 \in (0; 60)$

Bảng biến thiên:

$x$	0	40	60	
$y'$		+	0	-
$y$				

Vậy tam giác  $ABC$  có diện tích lớn nhất khi  $AB = 40$   $cm$ .

**HẾT**

*Huế, 10h20' Ngày 08 tháng 6 năm 2025*