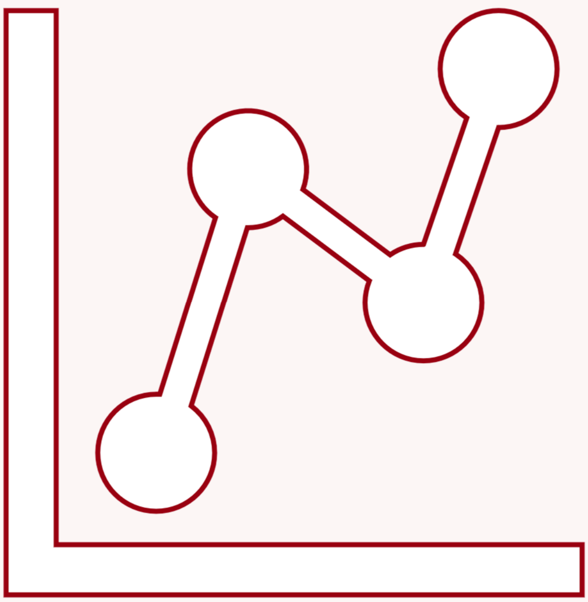
ThS. TRẦN THANH YÊN

BỘ ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG 1
ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT HÀM SỐ

TOÁN 12

Chân trời sáng tạo
(có thể dùng chung cả 3 bộ sách)



- Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn
- Trắc nghiệm đúng sai
- Trắc nghiệm trả lời ngắn

MỤC LỤC

Giáo viên cần file word liên hệ:

ThS. Trần Thanh Yên

Facebook: https://www.facebook.com/thanhyendhsp

Email: tthanhyen@gmail.com

PHẦN ĐỀ BÀI

TOÁN THẦY YÊN CÔ DIỄM	MÔN: TOÁN 12
BỘ ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG 1	ĐỀ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

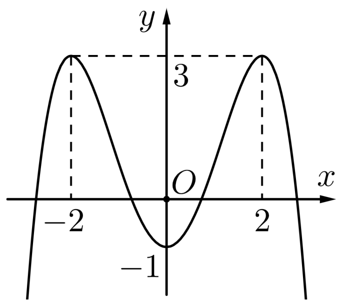
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		6		11		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-10	$\searrow$	-20	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ là:

A. -10. **B.** 11. **C.** 6. **D.** -20.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-2;2)$.

Câu 3: Cho hàm số $y = \dfrac{x-2}{x+1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

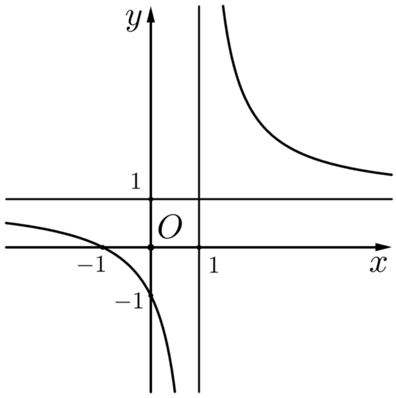
C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$.

Câu 4: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = x^2 - 3x$ trên đoạn $[0;2]$.

A. 0. **B.** $-\dfrac{3}{2}$. **C.** $-\dfrac{9}{4}$. **D.** 5.

Câu 5: Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{-2x+1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Câu 6: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{40}x^2(30-x)$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. 80. **B.** 60. **C.** 0. **D.** 100.

Câu 7: Điểm cực tiểu của hàm số $y=\dfrac{-x^2+2x-1}{x+2}$ là:

A. $x=1$. **B.** $x=-5$. **C.** $(-5;12)$. **D.** $(1;0)$.

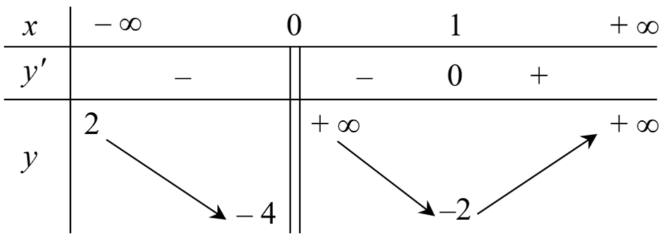
Câu 8: Hàm số $y=\dfrac{x-m^2}{x+1}$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;1]$ bằng -4 khi và chỉ khi:

A. $\left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=-2 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m=3 \\ m=-3 \end{array}\right.$. **C.** $m=2$. **D.** $m=3$.

Câu 9: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)=\dfrac{x-2}{x+1}$ là:

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-1$.

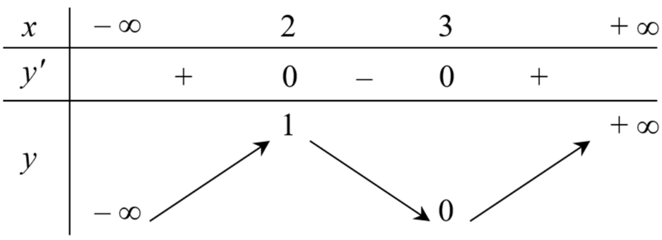
Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Số nghiệm của phương trình $3f(x)-2=0$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 12: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y=x+m-1$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB=2\sqrt{3}$. Tính tổng bình phương các phần tử của S.

A. 16. **B.** 32. **C.** 52. **D.** 54.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y=-x^3+3x-5$.

a) Hàm số đã cho có cực đại bằng 1.

b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2;2]$ bằng -3.

d) Hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-2x+6}{-x-1}$.

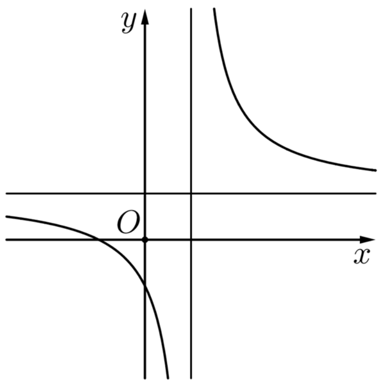
a) Hàm số $f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

b) Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\dfrac{x^2+2x-8}{(x+1)^2}$.

c) Hàm số $f(x)$ có giá trị cực đại bằng 2.

d) Hàm số $y=f(x^2-2)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 3: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như sau:



a) $ad-bc>0$.

b) a và d trái dấu.

c) b và c cùng dấu.

d) Trong 4 hệ số a, b, c, d có 3 hệ số cùng dấu với nhau.

Câu 4: Một cơ sở sản xuất khăn mặt đang bán mỗi chiếc khăn với giá 30000 đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 3000 chiếc khăn. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 30000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 18000.

a) Nếu cơ sở bán mỗi chiếc khăn với giá 37000 thì số tiền lãi sau mỗi tháng là 44 triệu đồng.

b) Sau khi cơ sở tăng giá mỗi chiếc khăn thêm x thì tổng lợi nhuận một tháng của cơ sở được tính theo công thức $f(x) = -100x^2 + 1800x + 36000$ (nghìn đồng).

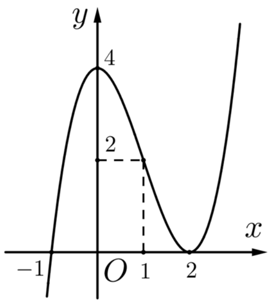
c) Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì số khăn bán ra giảm 800 chiếc.

d) Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì mỗi chiếc khăn cần bán với giá 39000 đồng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $y = \dfrac{2x-3}{3x-5}$. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng và ngang lần lượt là các đường thẳng $x = a$ và $y = b$. Tính $S = 3a + 6b$.

Câu 2: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như sau:



Tính giá trị biểu thức $T = a + 2b + 3c + 4d$.

Câu 3: Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in [-2026; 2026]$ để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-1}{x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 2}$ có đúng hai đường tiệm cận đứng?

Câu 4: Cho hàm số $y = \dfrac{x-1}{2x}$ có đồ thị (C). Tìm m để đường thẳng $d: y = -x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt M, N sao cho tam giác OMN vuông tại O.

Câu 5: Người ta muốn sản xuất một bể nước theo dạng khối lăng trụ tứ giác đều, không có nắp trên, làm bằng kính và có thể tích là 16 m^3. Biết giá của mỗi mét vuông kính là 500 000 đồng. Số tiền tối thiểu phải trả để làm bể nước trên là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng phần chục của triệu đồng)?

Câu 6: Một bác nông dân có 240 m hàng rào và muốn rào lại một khu đất hình chữ nhật tiếp giáp với một con sông. Bác nông dân không cần rào cho phía giáp bờ sông. Hỏi bác nông dân có thể rào được khu đất với diện tích lớn nhất là bao nhiêu mét vuông?

TOÁN THẦY YÊN CÔ DIỄM — MÔN: TOÁN 12

BỘ ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG 1 — ĐỀ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			2				$+\infty$
	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$	-4	$\nearrow$	

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có điểm cực tiểu là:

A. $(0;2)$. **B.** $(3;-4)$. **C.** $x_{CT}=3$. **D.** $x_{CT}=0$.

Câu 2: Hàm số $y=-x^3+3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(0;\sqrt{3})$. **D.** $(1;+\infty)$.

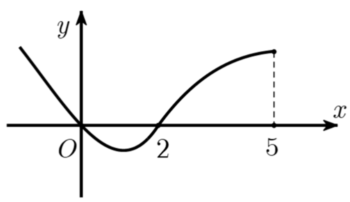
Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=(x+2)(x+1)(x^2-1)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-2;-1)$.

Câu 4: Giá trị lớn nhất hàm số $y=x^4-4x^2+5$ trên đoạn $[-2;3]$ là:

A. 100. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 50.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ tại mọi $x\in\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ được cho như hình vẽ dưới đây:



Biết $f(0)+f(3)=f(2)+f(5)$. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[0;5]$ là:

A. $\max\limits_{[0;5]} f(x)=f(0)$. **B.** $\max\limits_{[0;5]} f(x)=f(5)$. **C.** $\max\limits_{[0;5]} f(x)=f(2)$. **D.** $\max\limits_{[0;5]} f(x)=f(3)$.

Câu 6: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-2}$ là đường thẳng:

A. $y=3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=3$. **D.** $y=2$.

Câu 7: Đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau có đường tiệm cận ngang?

A. $y=\dfrac{x}{1+\sqrt{x}}$. **B.** $y=x^3-3x$. **C.** $y=\log_2 x$. **D.** $y=x+\sqrt{x^2+4}$.

Câu 8: Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$y'(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty \;\|\; +\infty$	$\searrow$	6	$\nearrow$	$+\infty$

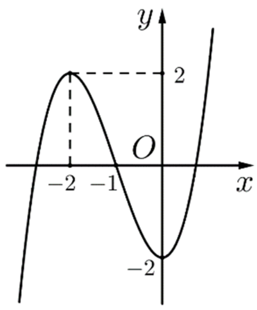
A. $y=\dfrac{x^2+2x-2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2+2x-2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2+2x+2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x^2+2x+2}{x+1}$.

Câu 9: Cho hàm số $y=(x-2)(x^2+1)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. (C) cắt trục hoành tại hai điểm. **B.** (C) cắt trục hoành tại một điểm.

C. (C) không cắt trục hoành. **D.** (C) cắt trục hoành tại ba điểm.

Câu 10: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



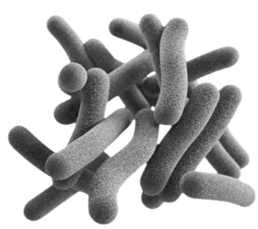
A. $y=-x^3-3x^2-2$. **B.** $y=x^3+3x^2-2$. **C.** $y=x^3-3x^2-2$. **D.** $y=-x^3+3x^2-2$.

Câu 11: Một xưởng in có 8 máy in, mỗi máy in được 4000 bản in khổ giấy A4 trong một giờ. Chi phí để bảo trì, vận hành một máy trong mỗi lần in là 50000 đồng. Chi phí in ấn của n máy chạy trong một giờ là $20(3n+5)$ nghìn đồng. Hỏi nếu in 50000 bản in khổ giấy A4 thì phải sử dụng bao nhiêu máy để thu được nhiều lãi nhất?

A. 6 máy. **B.** 7 máy.

C. 4 máy. **D.** 5 máy.

Câu 12: Sự ảnh hưởng khi sử dụng một loại độc tố với vi khuẩn X được một nhà sinh học mô tả bởi hàm số $P(t)=\dfrac{t+1}{t^2+t+4}$, trong đó $P(t)$ là số lượng vi khuẩn sau t giờ sử dụng độc tố. Vào thời điểm nào thì số lượng vi khuẩn X bắt đầu giảm?



A. Ngay từ lúc bắt đầu sử dụng độc tố. **B.** Sau 0,5 giờ.

C. Sau 2 giờ. **D.** Sau 1 giờ.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax+3}{bx+c}$ $(a,\, b,\, c\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$+$	$\|$	$+$	
y	1	$\nearrow$	$+\infty \;\|\; -\infty$	$\nearrow$	1

a) $a=b$.

b) $f(1)>f(2025)$.

c) $\max\limits_{(-\infty;2)} f(x)=+\infty$.

d) Trong các hệ số $a,\,b,\,c$ chỉ có một số âm.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)=2x^3+2(m+1)x^2+6x+4+2m$, với m là tham số.

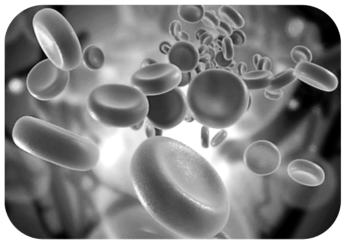
a) Khi $m=-1$ thì hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

b) Khi $m=1$ thì hàm số đã cho không có cực trị.

c) Có 3 giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

d) Biết hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$, khi đó $m\in(2;5)$.

Câu 3: Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong t giờ được cho bởi công thức $c(t)=\dfrac{t}{t^2+1}\ (\text{mg}/L)$.



a) $c'(t)=\dfrac{t^2+1}{\left(t^2+1\right)^2}$.

b) $c'(t)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1\in(0;+\infty)\\ t=-1\notin(0;+\infty)\end{array}\right.$.

c) Nồng độ thuốc trong máu tăng trong 2 giờ đầu tiên sau khi tiêm.

d) Sau khi tiêm thuốc 1 giờ thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất.

Câu 4: Xét một chất điểm chuyển động dọc theo trục Ox. Toạ độ của chất điểm tại thời điểm t giây được xác định bởi hàm số $x(t)=t^3-6t^2+9t$ (mét) với $t\ge 0$. Khi đó $x'(t)$ là vận tốc của chất điểm tại thời điểm t, kí hiệu $v(t)$; $v'(t)$ là gia tốc chuyển động của chất điểm tại thời điểm t, kí hiệu $a(t)$.

a) $v(t)=3t^2-12t+9$ (m/s).

b) $a(t)=6t-12$ (m/s^2).

c) Trong khoảng từ $t=0$ s đến $t=2$ s thì vận tốc của chất điểm tăng.

d) Từ $t=2$ s trở đi thì vận tốc của chất điểm tăng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=\dfrac{\ln x}{x}$ trên đoạn $[1;4]$ là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

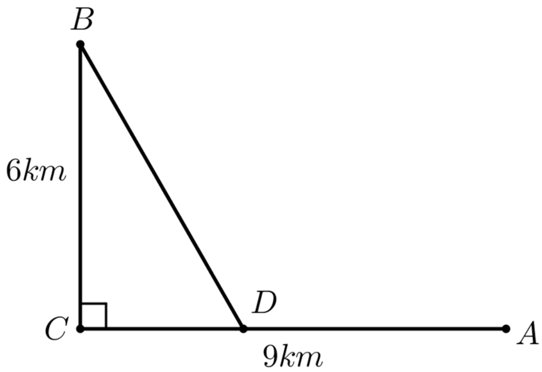
Câu 2: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=2x^3-3x^2+2$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-6x^2+9x+m$ tại 3 điểm phân biệt?

Câu 3: Cho hàm số $y=-x^3-mx^2+(4m+9)x+5$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$?

Câu 4: Một hộp sữa dung tích 1 lít có dạng hình hộp chữ nhật với đáy là hình vuông cạnh bằng x (cm) và chiều cao h (cm). Tìm giá trị của x (cm) để diện tích toàn phần của hình hộp là nhỏ nhất.

Câu 5: Vận tốc của một tàu con thoi từ lúc cất cánh tại thời điểm $t=0$ (s) cho đến thời điểm $t=126$ (s) được cho bởi công thức $v(t)=0,001302t^3-0,09029t^2+83$ (đơn vị: ft/s). Hỏi trong thời gian đó tàu con thoi đạt vận tốc lớn nhất bằng bao nhiêu ft/s (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

Câu 6: Một công ty muốn xây dựng hệ thống dây cáp từ trạm A ở trên bờ biển đến một vị trí B trên một hòn đảo. Hòn đảo cách bờ biển 6 km. Gọi C là điểm trên bờ sao cho BC vuông góc với bờ biển. Khoảng cách từ A đến C là 9 km. Giá để lắp đặt mỗi km hệ thống dây trên bờ là 50 triệu đồng và dưới nước là 130 triệu đồng. Người ta cần xác định một vị trí D trên AC để lắp đặt hệ thống dây theo đường gấp khúc ADB mà số tiền chi phí thấp nhất. Khi đó chi phí lắp đặt thấp nhất là bao nhiêu triệu đồng?

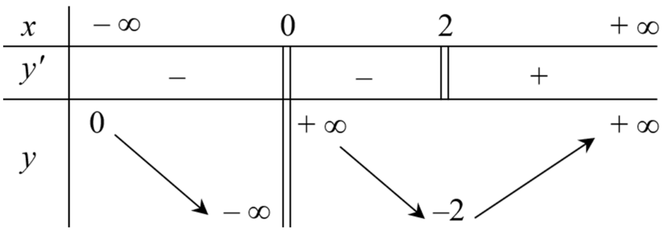


TOÁN THẦY YÊN CÔ DIỄM MÔN: TOÁN 12

BỘ ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG 1 ĐỀ 03

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

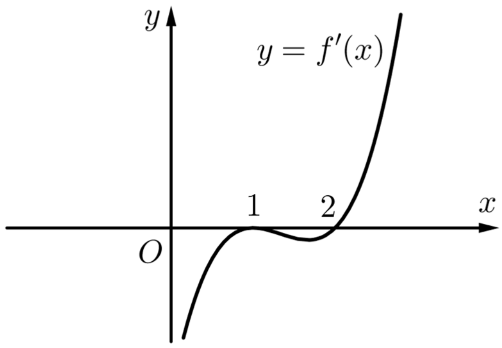
A. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(2;+\infty\right)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;2\right)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(2;5\right)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(0;2\right)$.

Câu 2: Cho hàm số đa thức bậc bốn $y=f\left(x\right)$. Hàm số $y=f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ:



Hỏi hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(0;1\right)$. **B.** $\left(0;2\right)$. **C.** $\left(2;+\infty\right)$. **D.** $\left(1;2\right)$.

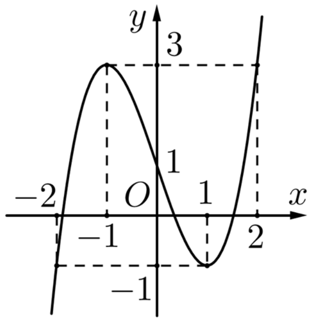
Câu 3: Biết đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-9x-1$ có hai điểm cực trị A và B. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB?

A. $N\left(0;2\right)$. **B.** $P\left(-1;1\right)$. **C.** $Q\left(-1;-8\right)$. **D.** $M\left(0;-1\right)$.

Câu 4: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $\left[2;4\right]$.

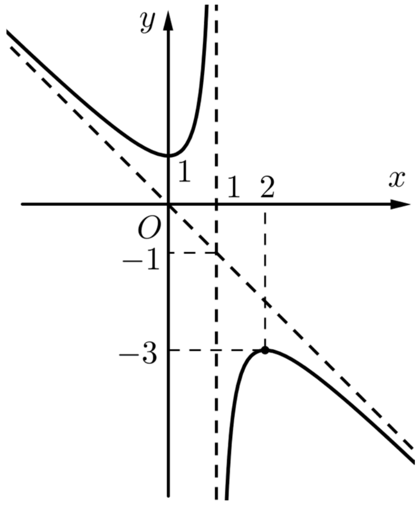
A. $m=6$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=-3$. **D.** $m=\dfrac{19}{3}$.

Câu 5: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y=-x^3+2x-1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=2x^3-6x+1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Câu 6: Đường cong cho trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y=\dfrac{x^2-2x+2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{-x^2+x+2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2-x+1}{-x+1}$. **D.** $y=\dfrac{-x^2-x+1}{x-1}$.

Câu 7: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2-6x+2}{x+3}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 8: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị m để tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx^2+x-3}{x-1}$ tạo với hai trục Ox, Oy một tam giác có diện tích bằng 2. Khi đó tổng giá trị các phần tử của S bằng:

A. $\dfrac{7}{2}$. **B.** 1. **C.** $\dfrac{5}{2}$. **D.** -5.

Câu 9: Cho $(C): y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. Điểm $A\in(C)$ có hoành độ bằng 2. Tiếp tuyến của (C) tại A cắt các trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại M, N. Tính diện tích tam giác OMN.

A. $\dfrac{123}{6}$. **B.** $\dfrac{125}{6}$. **C.** $\dfrac{119}{6}$. **D.** $\dfrac{121}{6}$.

Câu 10: Cho hàm số $y=x^3-2x^2+mx+1$ (m là tham số). Tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ là:

A. $\left(-\infty;\dfrac{4}{3}\right]$. **B.** $\left(-\infty;\dfrac{4}{3}\right)$. **C.** $\left[\dfrac{4}{3};+\infty\right)$. **D.** $\left(\dfrac{4}{3};+\infty\right)$.

Câu 11: Biết hàm số $y=x^4-4x^2+3$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$y'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm m để phương trình $\left|x^4-4x^2+3\right|=m$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt.

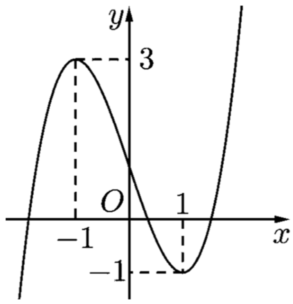
A. $1<m<3$. **B.** $m>3$. **C.** $m=0$. **D.** $m\in(1;3)\cup\{0\}$.

Câu 12: Một vật chuyển động theo quy luật $s=-t^3+6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Kể từ lúc bắt đầu chuyển động đến lúc đạt vận tốc lớn nhất thì quãng đường vật đi được là bao nhiêu?

A. 16 m. **B.** 20 m. **C.** 12 m. **D.** 24 m.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



a) Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

b) Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $x=-1$.

c) Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là $d: y=-3x$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng 19.

Câu 2: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+4}{x-2}$ có đồ thị (C).

a) Tập xác định của hàm số đã cho là $D=\mathbb{R}$.

b) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=2$ và có tiệm cận xiên là $y=x$.

c) Tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng 4.

d) Có đúng 8 giá trị nguyên của tham số m không vượt quá 10 để đồ thị hàm số đã cho cắt đường thẳng $y=mx-2$ tại hai điểm phân biệt nằm về hai phía so với tiệm cận đứng của đồ thị (C).

Câu 3: Nồng độ oxygen trong hồ theo thời gian t cho bởi công thức $y(t)=5-\dfrac{15t}{9t^2+1}$, với y được tính theo mg/l và t được tính theo giờ, $t\geq 0$.

a) Nồng độ oxygen trong hồ tại thời điểm $t=2$ giờ là 4,2 mg/l (đã làm tròn kết quả).

b) $y'(t)=\dfrac{135t^2-15}{9t^2+1}$.

c) Sau 30 phút nồng độ oxygen trong hồ xuống mức thấp nhất.

d) Sau một thời gian đủ dài, nồng độ oxygen trong hồ sẽ bão hòa và đạt ngưỡng xấp xỉ 5 mg/l.

Câu 4: Một công ty sản xuất sản phẩm. Bộ phận tài chính của công ty đưa ra hàm số biểu diễn giá bán mỗi sản phẩm khi có x sản phẩm được bán ra là $p(x)=1000-25x$ (nghìn đồng).

a) Hàm số doanh thu của công ty khi bán được x sản phẩm là $f(x)=x.p(x)$ (nghìn đồng).

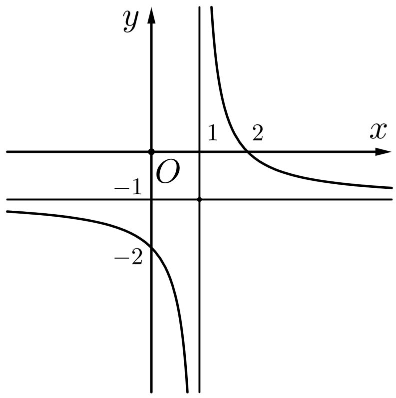
b) Doanh thu của công ty khi bán được 10 sản phẩm là 7,5 triệu đồng.

c) Phương trình $f'(x)=0$ có nghiệm là $x=2$.

d) Doanh thu công ty lớn nhất là 10 triệu đồng khi bán được 20 sản phẩm.

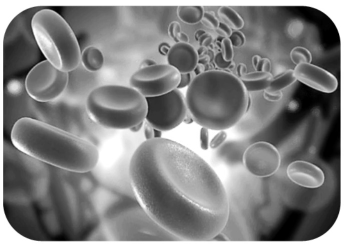
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ ($c\neq 0,\ ad-bc\neq 0$) có đồ thị như hình dưới đây. Tính giá trị biểu thức $T=\dfrac{a-2b+3d}{c}$.



Câu 2: Biết tích các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-4}{x^2+2(m-2)x+m^2+1}$ có đúng 2 đường tiệm cận có dạng $\dfrac{a}{b}$ (với $a,\ b\in\mathbb{Z}$, $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $P=a^2+b^2$.

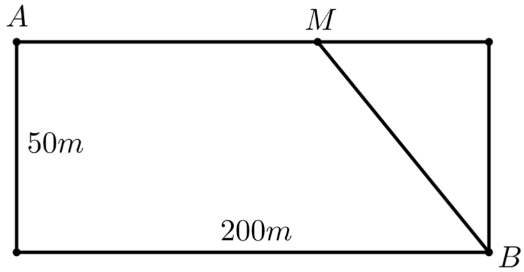
Câu 3: Khi loại thuốc A được tiêm vào bệnh nhân, nồng độ mg/l của thuốc trong máu sau x phút được xác định bởi công thức: $C(x)=\dfrac{30x}{x^2+2}$. Nồng độ thuốc trong máu đạt giá trị cực đại là bao nhiêu mg/l trong khoảng thời gian 6 phút sau khi tiêm (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?



Câu 4: Giả sử số lượng của một quần thể nấm men tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm được mô hình hoá bằng hàm số $P(t)=\dfrac{a}{b+\mathrm{e}^{-0,75t}}$, trong đó thời gian t được tính bằng giờ. Tại thời điểm ban đầu $t=0$, quần thể có 20 tế bào và tăng với tốc độ 12 tế bào/giờ. Tính giá trị $a+4b$.

Câu 5: Có một cái hồ hình chữ nhật rộng 50 m, dài 200 m. Một vận động viên tập luyện chạy phối hợp với bơi như sau: Xuất phát từ vị trí điểm A chạy theo chiều dài bể bơi đến vị trí điểm M và bơi

từ vị trí điểm M đến B như hình vẽ. Hỏi vận động viên đó nên chọn vị trí điểm M cách A bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) để đến đích nhanh nhất, biết rằng vận tốc bơi là 1,6 m/s và vận tốc chạy là 4,8 m/s?



Câu 6: Giả sử chi phí để xuất bản x cuốn tạp chí (gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in,…) được cho bởi công thức:

$$C(x) = 0,001x^2 - 2x + 100000 \text{ (nghìn đồng).}$$

Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng. Với $T(x)$ là tổng chi phí (xuất bản và phát hành) cho x cuốn tạp chí thì tỉ số $M(x) = \dfrac{T(x)}{x}$ được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x cuốn. Tìm chi phí trung bình thấp nhất cho một cuốn tạp chí (nghìn đồng), biết rằng nhu cầu hiện tại xuất bản không quá 30000 cuốn?

TOÁN THẦY YÊN CÔ DIỄM MÔN: TOÁN 12

BỘ ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG 1 ĐỀ 04

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	4	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;-1\right)$. **B.** $\left(0;1\right)$. **C.** $\left(-1;1\right)$. **D.** $\left(-1;0\right)$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$, bảng xét dấu của $f'\left(x\right)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 3: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên trên nửa khoảng $\left[-5;7\right)$ như sau:

x	-5		1		7
y'		$-$	0	$+$	$\|\|$
y	6	$\searrow$	2	$\nearrow$	9 $\|\|$

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\min\limits_{\left[-5;7\right)} f\left(x\right)=6$. **B.** $\min\limits_{\left[-5;7\right)} f\left(x\right)=2$. **C.** $\max\limits_{\left[-5;7\right)} f\left(x\right)=9$. **D.** $\max\limits_{\left[-5;7\right)} f\left(x\right)=6$.

Câu 4: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)=x^3-21x$ trên đoạn $\left[2;19\right]$ bằng:

A. -36. **B.** $-14\sqrt{7}$. **C.** $14\sqrt{7}$. **D.** -34.

Câu 5: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)=-1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=1$ và $x=-1$.

B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

Câu 6: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{3x-1}$ là đường thẳng:

A. $y=\frac{1}{3}$. **B.** $y=-\frac{2}{3}$. **C.** $y=-\frac{1}{3}$. **D.** $y=\frac{2}{3}$.

Câu 7: Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $y=x+1$ và đồ thị hàm số $y=\frac{2x+4}{x-1}$. Khi đó hoành độ x_I của trung điểm I của đoạn MN bằng bao nhiêu?

A. $x_I=2$. **B.** $x_I=-5$. **C.** $x_I=1$. **D.** $x_I=-\frac{5}{2}$.

Câu 8: Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$		-10		-4		2		$+\infty$
$y'(x)$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	24	$\nearrow$	$+\infty \Vert -\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

A. $y=\frac{x^2-3x+4}{-x-4}$. **B.** $y=\frac{x^2-4x+4}{-x-4}$. **C.** $y=\frac{x^2-5x+4}{x+4}$. **D.** $y=\frac{x^2-4x+4}{x+4}$.

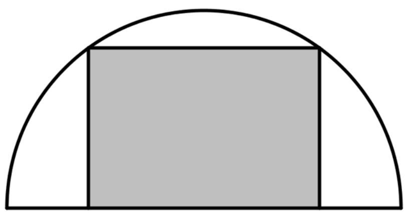
Câu 9: Cho hàm số $y=\frac{(a+b)x+1}{x+a-b}$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	$\Vert$	$-$	
y	3	$\searrow$	$-\infty \Vert +\infty$	$\searrow$	3

Tính a, b.

A. $a=2, b=1$. **B.** $a=-1, b=2$. **C.** $a=-2, b=1$. **D.** $a=1, b=2$.

Câu 10: Từ một miếng tôn hình bán nguyệt có bán kính bằng 3, người ta muốn cắt ra một hình chữ nhật (xem hình) có diện tích lớn nhất. Diện tích lớn nhất của miếng tôn hình chữ nhật là bao nhiêu?



A. $6\sqrt{3}$. **B.** $6\sqrt{2}$. **C.** 9. **D.** 7.

Câu 11: Tìm m để hàm số $y=\frac{\cos x-2}{\cos x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

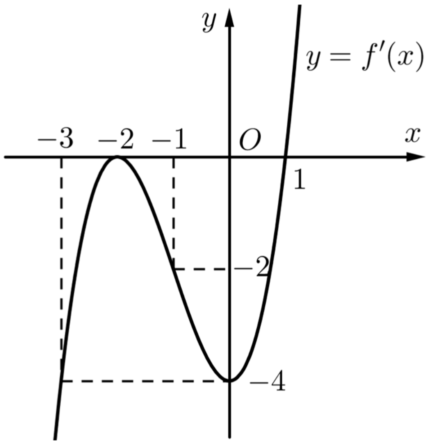
A. $\left[\begin{array}{l} m\ge 2 \\ m\le -2 \end{array}\right.$. **B.** $m>2$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ 1\le m<2 \end{array}\right.$. **D.** $-1<m<1$.

Câu 12: Biết rằng hàm số $y=(x+a)^3+(x+b)^3-x^3$ có hai điểm cực trị. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a+b\le 0$. **B.** $ab<0$. **C.** $ab>0$. **D.** $a+b\ge 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $y=f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình sau.



a) Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

b) Hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

c) $f'(2)=4$.

d) Hàm số $g(x)=f(x)-\dfrac{1}{2}x^2+x+2026$ đồng biến trên khoảng $(-3;-1)$.

Câu 2: Cho đồ thị $(C): y=\dfrac{x+3}{x-1}$.

a) Đồ thị (C) có tiệm cận đứng $x=1$ và tiệm cận ngang $y=1$.

b) Hàm số nghịch biến trên tập xác định.

c) Đường thẳng $y=x+1$ cắt đồ thị (C) tại 2 điểm thuộc 2 nhánh của (C).

d) Biết tiếp tuyến của (C) tạo với hai đường tiệm cận một tam giác có chu vi nhỏ nhất bằng $a+b\sqrt{2}$ $(a,\, b\in\mathbb{Z})$. Khi đó $a+b=13$.

Câu 3: Bác An cần xây dựng một bể chứa nước có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp đậy để phục vụ cho việc tưới cây trong vườn. Do các điều kiện về diện tích vườn, bác An cần bể có thể tích là 36 m^3, đáy bể có chiều dài gấp hai lần chiều rộng và chiều rộng không quá 4 m, biết rằng chi phí vật liệu xây dựng mỗi mét vuông diện tích bề mặt là như nhau. Gọi x (mét) là chiều rộng của bể với $0<x\le 4$.

a) Chiều dài của bể là $2x$ (m).

b) Chiều cao của bể là $\dfrac{18}{x^2}$ (m).

c) Tổng diện tích các mặt cần xây là: $2x^2+\dfrac{108}{x}$ (m^2).

d) Khi chiều cao bể nước bằng 3 (m) thì tổng chi phí vật liệu để xây bể là nhỏ nhất.

Câu 4: Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1980 được ước tính bởi công thức:

$$f(t)=\frac{26t+10}{t+5} \text{ (nghìn người).}$$

a) Số dân của thị trấn vào năm 1990 là 18 nghìn người.

b) Số dân của thị trấn vào năm 2005 là 23 nghìn người.

c) Xem $f(t)$ là hàm số xác định trên nửa khoảng $[0;+\infty)$, hàm số này đồng biến trên $[0;+\infty)$.

d) Biết đạo hàm của hàm số $f(t)$ biểu thị tốc độ tăng dân số của thị trấn (tính bằng nghìn người/năm). Vào năm 2018 thì tốc độ tăng dân số là 0,056 nghìn người/năm.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+mx+1}{x+m}$ (với m là tham số). Tìm giá trị của m để hàm số đã cho có giá trị cực đại là 7.

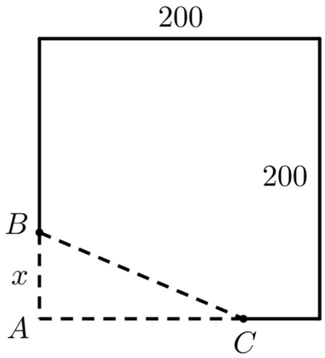
Câu 2: Biết đồ thị hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ đi qua điểm $A(1;0)$ và có điểm cực trị $B(-2;0)$. Tính giá trị biểu thức $T=a^2+b^2+c^2$.

Câu 3: Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-3mx+m}$ có đúng một tiệm cận đứng. Tính tổng giá trị các phần tử của S (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 4: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{m}{3}x^3-2mx^2+(3m+5)x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

Câu 5: Sau khi phát hiện một dịch bệnh, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày phát hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t)=-t^3+45t^2+600t$ với $t\in\mathbb{N},\ t\le 30$. Nếu coi $f(t)$ là hàm số xác định trên đoạn $[0;30]$ thì $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t. Trong 30 ngày đầu tiên, có bao nhiêu ngày mà tốc độ truyền bệnh lớn hơn 1200 người/ngày?

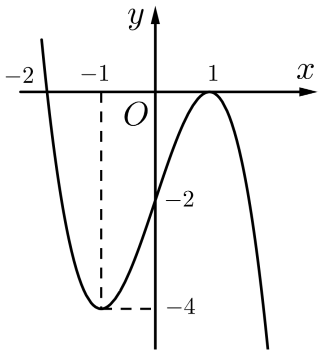
Câu 6: Cho một tấm gỗ hình vuông cạnh 200 cm. Người ta cắt ra một tấm gỗ có hình một tam giác vuông ABC như hình vẽ sau. Biết $AB=x$ cm với $0<x<60$ là một cạnh góc vuông của tam giác và tổng độ dài cạnh góc vuông AB với cạnh huyền BC bằng 120 cm. Tìm x (cm) để tam giác ABC có diện tích lớn nhất.



TOÁN THẦY YÊN CÔ DIỄM	MÔN: TOÁN 12
BỘ ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG 1	ĐỀ 05

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình dưới đây.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(-\infty;-1\right)$. **B.** $\left(-1;1\right)$. **C.** $\left(-2;1\right)$. **D.** $\left(1;+\infty\right)$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:

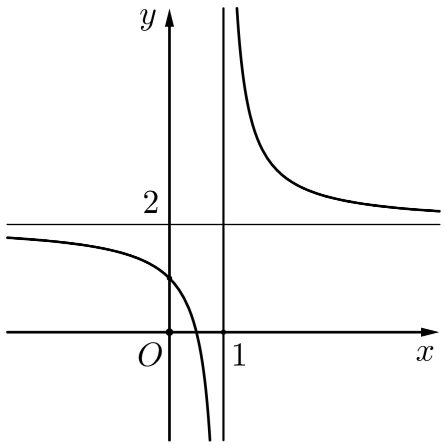
A. 0. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 3: Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào trong các hàm số sau?

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	2	↘	$-\infty$ || $+\infty$	↘	2

A. $y=\dfrac{2x+5}{x+2}$. **B.** $y=\dfrac{2x-3}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{2x-5}{2x+4}$. **D.** $y=\dfrac{2x+5}{x-2}$.

Câu 4: Xác định a, b, c để hàm số $y=\dfrac{ax-1}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ sau.



A. $a=2,\ b=1,\ c=-1$.
B. $a=2,\ b=1,\ c=1$.
C. $a=2,\ b=2,\ c=-1$.
D. $a=2,\ b=-1,\ c=1$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-38	$\nearrow$	$\frac{14}{3}$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị của hàm số trên cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

A. 1.
B. 2.
C. 3.
D. 4.

Câu 6: Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-1}$ lần lượt là:

A. $x=3,\ y=1$.
B. $x=1,\ y=3$.
C. $x=-1,\ y=3$.
D. $x=3,\ y=-1$.

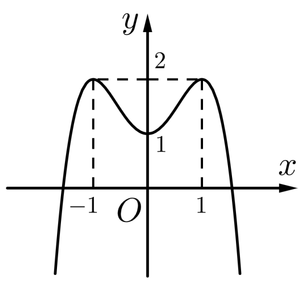
Câu 7: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x-3}{x+1}$ trên đoạn $\left[0;2\right]$. Tính $M.m$.

A. $\dfrac{1}{3}$.
B. -1.
C. 1.
D. 0.

Câu 8: Đồ thị hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$.
B. $y=x^3-3x+2$.
C. $y=\dfrac{1}{x^4+1}$.
D. $y=\dfrac{1}{x^2-x+1}$.

Câu 9: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như hình vẽ bên dưới?



A. $y=-x^3+2x^2+1$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

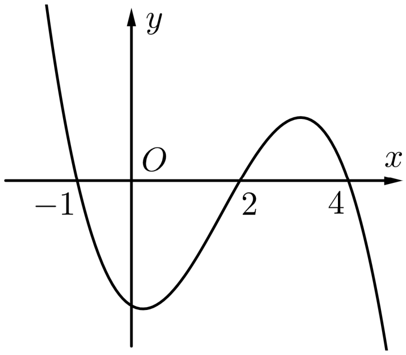
Câu 10: Có bao nhiêu giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3mx$ trên đoạn $[1;2]$ bằng 20?

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 11: Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ với $m>0$. Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 12: Cho hàm số đa thức bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị đạo hàm $y=f'(x)$ như hình bên dưới:



Hàm số $g(x)=f(1-3x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $\left(-1;-\dfrac{1}{3}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{2}{3};+\infty\right)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-2x-3}{x-2}$.

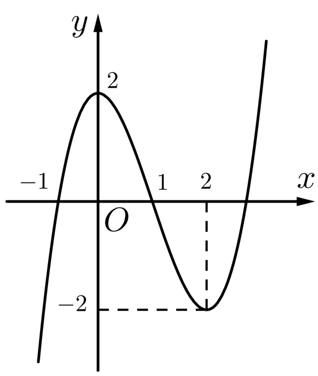
a) Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

b) Hàm số đã cho có 2 cực trị.

c) Đồ thị hàm số nhận điểm $I(2;2)$ là tâm đối xứng.

d) Có 5 điểm thuộc đồ thị hàm số có tọa độ nguyên.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.



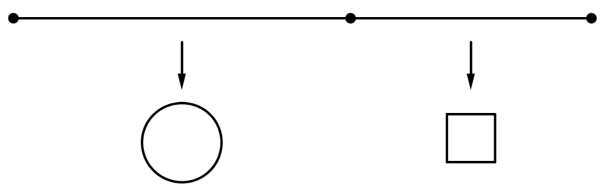
a) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

b) Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=0$; đạt cực tiểu tại $x=2$.

c) Trên đoạn $[0;2]$, giá trị lớn nhất của hàm số đã cho bằng 0.

d) Phương trình $3f(x)+4=0$ có 3 nghiệm.

Câu 3: Một sợi dây kim loại dài a (cm). Người ta cắt đoạn dây đó thành hai đoạn: đoạn có độ dài x (cm) được uốn thành đường tròn và đoạn còn lại được uốn thành hình vuông $(a>x>0)$.



a) Bán kính đường tròn: $r=\dfrac{x}{\pi}$.

b) Diện tích hình vuông: $\left(\dfrac{a-x}{4}\right)^2$.

c) Tổng diện tích hai hình: $\dfrac{(4+\pi).x^2-2a\pi x+\pi a^2}{16\pi}$.

d) Khi $x=\dfrac{a\pi}{2+\pi}$ thì hình vuông và hình tròn tương ứng có tổng diện tích nhỏ nhất.

Câu 4: Một vật được làm nóng đến $u_0=100°C$ và sau đó được làm mát trong phòng có nhiệt độ không khí là $T=30°C$. Nhiệt độ của vật được làm mát tại thời điểm t (tính bằng phút) có thể được mô hình hóa bằng công thức sau: $u(t)=T+(u_0-T)e^{kt}$ với k là hằng số.

a) Nhiệt độ $u(t)$ của vật tại thời điểm t là $u(t)=30+70e^{kt}$.

b) Nếu hằng số $k=-0,05$ thì nhiệt độ của vật sau 10 phút gần bằng $60°C$.

c) Nếu nhiệt độ của vật là $80°C$ sau 5 phút thì hằng số k có giá trị gần bằng $-0,0673$.

d) Nếu nhiệt độ của vật là $80°C$ sau 5 phút thì nhiệt độ của vật sau 18 phút gần bằng $51°C$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Biết hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x-1$ đạt cực đại tại $x=a$ và đạt cực tiểu tại $x=b$. Giá trị của biểu thức $S=2a+b$ là bao nhiêu?

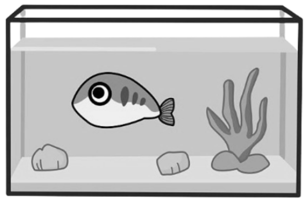
Câu 2: Cho hàm số $y=e^x(x^2-3)$. Gọi $M=\dfrac{a}{e^b}$ $(a,b\in\mathbb{N})$ là giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-5;-2]$. Giá trị của biểu thức $P=a+b$ bằng bao nhiêu?

Câu 3: Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s=f(t)=0,5\cos(2\pi t)$, trong đó s tính bằng mét, t tính bằng giây. Gia tốc lớn nhất của chất điểm bằng bao nhiêu m/s^2 (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?

Câu 4: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=x^5-\dfrac{2023}{x}-mx$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

Câu 5: Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê căn hộ giá 2.000.000 đồng mỗi tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ 100.000 đồng mỗi tháng thì có thêm hai căn hộ bị bỏ trống. Muốn có thu nhập cao nhất, công ty đó phải cho thuê với giá căn hộ là bao nhiêu triệu đồng?

Câu 6: Để thiết kế một bể cá nhỏ bằng kính không có mặt trên, hình hộp chữ nhật, có chiều cao 60 cm, thể tích 288 lít, người thợ dùng kính 5 li để làm mặt bên có giá 70.000 đồng/m^2 và loại kính 8 li để làm mặt đáy có giá 100.000 đồng/m^2 và cần mua 1 ống keo Silicon Apollo A500 giá 60.000 đồng để dán kính (mua cả ống không bán lẻ). Chi phí thấp nhất để làm bể cá này là bao nhiêu nghìn đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



TOÁN THẦY YÊN CÔ DIỄM — MÔN: TOÁN 12

BỘ ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG 1 — ĐỀ 06

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 2: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.

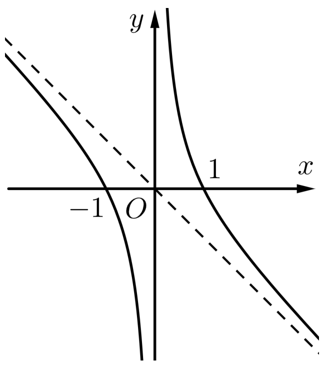
C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

Câu 3: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-12x^2-1$ trên đoạn $[0;9]$ bằng

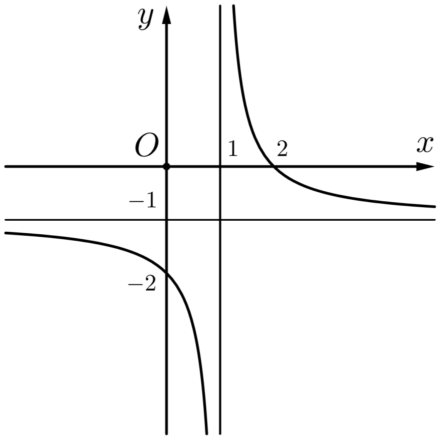
A. -28. **B.** -1. **C.** -36. **D.** -37.

Câu 4: Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y=\dfrac{-x^2+1}{x}$. **B.** $y=\dfrac{-x^2-x+2}{x}$. **C.** $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x^2-1}{x}$.

Câu 5: Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $b < a < 0$. **B.** $a < b < 0$. **C.** $b > a$ và $a < 0$. **D.** $a < 0 < b$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	2	↘	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 7: Đồ thị hàm số $f(x) = 2x - 1 + \dfrac{1}{x-2}$ có tiệm cận xiên là:

A. $y = 2x - 1$. **B.** $y = 2x + 1$. **C.** $x = 2$. **D.** $y = -2x + 1$.

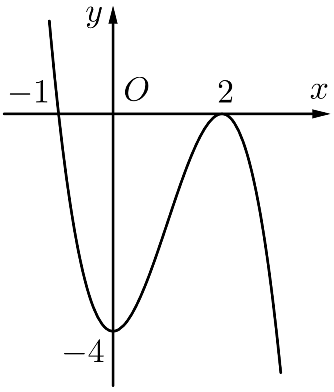
Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Bảng biến thiên trên là hàm số nào sau đây?

A. $y = x^4 + 3x^2 + 2$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. **C.** $y = x^3 - 3x^2 + 2$. **D.** $y = x^3 + 3x^2 + 2$.

Câu 9: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{x-1}{x}$. **B.** $y=x^3+3x^2-4$. **C.** $y=-x^3+3x-4$. **D.** $y=-x^3+3x^2-4$.

Câu 10: Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa, $1\le x\le 18$. Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí:

$$C(x)=x^3-6x^2+20x+500.$$

Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 320 nghìn đồng/mét. Gọi $L(x)$ là lợi nhuận thu được (đơn vị: nghìn đồng) khi bán x mét vải lụa. Biểu thức tính $L(x)$ theo x là:

A. $L(x)=320x$. **B.** $L(x)=-x^3+6x^2+300x-500$.

C. $L(x)=x^3-6x^2-300x+500$. **D.** $L(x)=x^3-6x^2+340x+500$.

Câu 11: Để điều chỉnh nhiệt độ trong phòng, một hệ thống điều hòa không khí được phép hoạt động trong 10 phút. Gọi T là nhiệt độ phòng ở phút thứ t được cho bởi công thức $T=-0,008t^3-0,16t+28$ với $t\in[1;10]$. Trong thời gian 10 phút kể từ khi hệ thống điều hòa không khí bắt đầu hoạt động, nhiệt độ trong phòng tăng hay giảm?

A. Tăng. **B.** Giảm.

C. Tăng rồi giảm. **D.** Giảm rồi tăng.

Câu 12: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx-8}{x+2}$ có hai đường tiệm cận.

A. $m\ne 4$. **B.** $m\ne -4$. **C.** $m=4$. **D.** $m=-4$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+1}{bx+c}$ $(a,\ b,\ c\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$	
y	1	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	1

a) Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

b) Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

c) Trên khoảng $(2;+\infty)$, giá trị lớn nhất của hàm số đã cho bằng 1.

d) Giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng 0.

Câu 2: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+3x+3}{x+2}$.

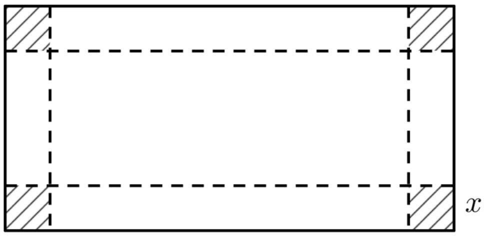
a) Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(3;+\infty)$.

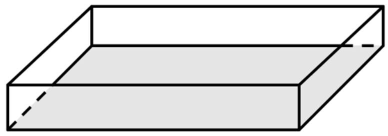
b) Tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -4.

c) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $A(0;1)$.

d) Có một tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho vuông góc với đường thẳng $x-3y-6=0$ đi qua điểm $B(-2;3)$.

Câu 3: Một tấm kim loại hình chữ nhật có kích thước $3\text{m}\times 8\text{m}$. Người ta cắt mỗi góc một hình vuông có cạnh là x (m) để tạo ra hình hộp chữ nhật không nắp. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:





a) Hình vuông được cắt ra ở mỗi góc có cạnh x thỏa $0<x<\dfrac{3}{2}$ (m).

b) Diện tích mặt đáy của chiếc hộp là $S=(8-2x)(3-2x)$ (m^2).

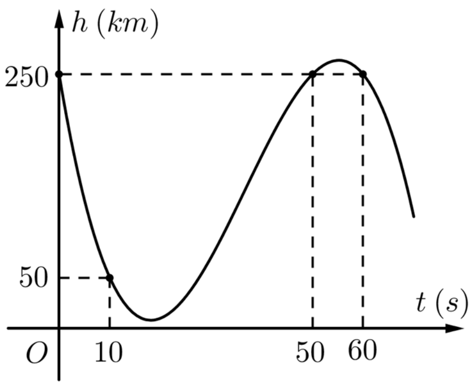
c) Thể tích của chiếc hộp là $V=4x^3+22x^2+24x$ (m^3).

d) Chiếc hộp có thể tích lớn nhất bằng $\dfrac{2}{3}$ (m^3).

Câu 4: Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 250 km so với bề mặt của Mặt Trăng. Trong khoảng 70 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao h của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được tính bởi hàm $h(t)=-0,01t^3+1,1t^2-30t+250$, trong đó t là thời gian tính bằng giây và h tính bằng kilômét.

a) Trong 50 giây đầu tiên thì tại thời điểm $t\approx 18$ giây thì con tàu đạt khoảng cách nhỏ nhất so với bề mặt của Mặt Trăng và khoảng cách nhỏ nhất này khoảng 8,08 km.

b) Đồ thị của hàm số $y=h(t)$ với $0\le t\le 70$ như sau:



c) Gọi $v(t)$ là vận tốc tức thời của con tàu ở thời điểm t kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm với $0\le t\le 50$. Vận tốc tức thời của con tàu tại thời điểm $t=25$ là 5,25 km/s.

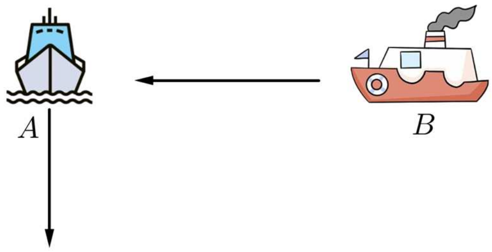
d) Tại thời điểm $t=25$, vận tốc tức thời của con tàu vẫn đang giảm.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Biết rằng đồ thị hàm số $y=x^4-2ax^2+b$ có một điểm cực trị là $(1;2)$. Tính khoảng cách giữa điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 2: Trong 18 giây đầu tiên, một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t)=-t^3+18t^2+t+3$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Chất điểm chuyển động có vận tốc tức thời lớn nhất bằng bao nhiêu (đơn vị: m/s) trong 18 giây đầu tiên đó?

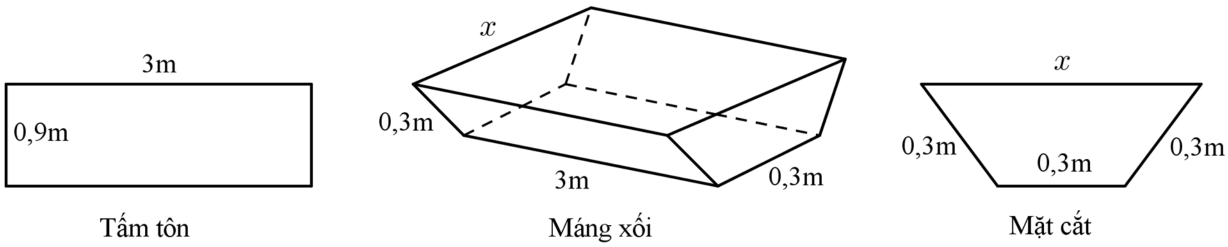
Câu 3: Hai con tàu A và B đang ở cùng một vĩ tuyến và cách nhau 5 hải lí. Cả hai tàu đồng thời cùng khởi hành. Tàu A chạy về hướng Nam với vận tốc 6 hải lí/giờ, còn tàu B chạy về vị trí hiện tại của tàu A với vận tốc 7 hải lí/giờ (tham khảo hình vẽ). Hỏi sau bao nhiêu giờ thì khoảng cách giữa hai tàu là bé nhất (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Câu 4: Cho hàm số $y=x^3-3(m+1)x^2+3(7m-3)x$. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số đã cho không có cực trị. Tập hợp S có bao nhiêu phần tử?

Câu 5: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của a để đồ thị hàm số $y=x^3+ax^2$ cắt parabol $y=-10x^2+x-1$ tại đúng 1 điểm?

Câu 6: Để làm một máng xối nước có dạng hình lăng trụ, từ một tấm tôn kích thước $0{,}9\text{m}\times 3\text{m}$ người ta gấp tấm tôn đó như hình vẽ dưới. Biết mặt cắt của máng xối là một hình thang cân. Hỏi x (m) bằng bao nhiêu thì thể tích máng xối lớn nhất?



TOÁN THẦY YÊN CÔ DIỄM

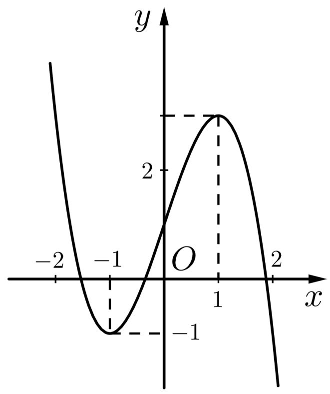
BỘ ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG 1

MÔN: TOÁN 12

ĐỀ 07

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại

A. $x=3$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Câu 2: Hàm số $y=\dfrac{x^2-x+9}{x-1}$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(-2;4)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(4;+\infty)$.

Câu 3: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-3x+5$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to -2^-} f(x)=-\infty$.

A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng phân biệt.

B. Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-2$.

C. Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-2$.

D. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)=x-5+\dfrac{1}{x}$, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng

A. 0. **B.** -3. **C.** 4. **D.** -4.

Câu 6: Cho hàm số $y=\dfrac{x}{x^2+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

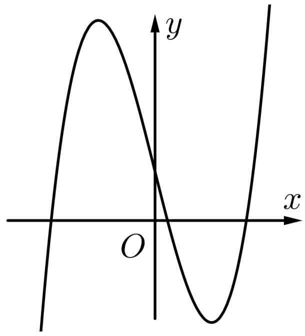
A. Hàm số đã cho nghịch biến trên $(-1;1)$. **B.** Hàm số đã cho đồng biến trên $(1;+\infty)$.

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên $(-\infty;1)$. **D.** Hàm số đã cho đồng biến trên $(-1;1)$.

Câu 7: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+x^2$ và đồ thị hàm số $y=x^2+5x$ là

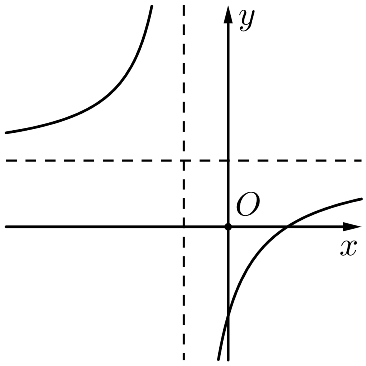
A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 8: Đường cong trong hình dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=x^3-4x+1$. **B.** $y=x^3+3x^2+1$. **C.** $y=x^3-4x-1$. **D.** $y=-x^3+4x+1$.

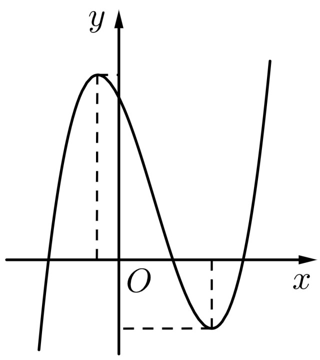
Câu 9: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ (với $c\neq 0$) có đồ thị như hình dưới đây.



Biết rằng a là số thực dương, hỏi trong các số b, c, d có bao nhiêu số dương?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 10: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a>0, b>0, c>0, d>0$. **B.** $a>0, b<0, c>0, d<0$.

C. $a>0, b>0, c<0, d>0$. **D.** $a>0, b<0, c<0, d>0$.

Câu 11: Đồ thị hàm số $y=\sqrt{x^2+2x+2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận xiên?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 12: Một chất điểm chuyển động có phương trình $S=t^3-3t^2-9t+2$, trong đó $t\geq 0$ được tính bằng giây và S được tính bằng mét. Gia tốc tại thời điểm vận tốc bị triệt tiêu là:

A. $-9\,\text{m/s}^2$. **B.** $9\,\text{m/s}^2$. **C.** $-12\,\text{m/s}^2$. **D.** $12\,\text{m/s}^2$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	-2	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

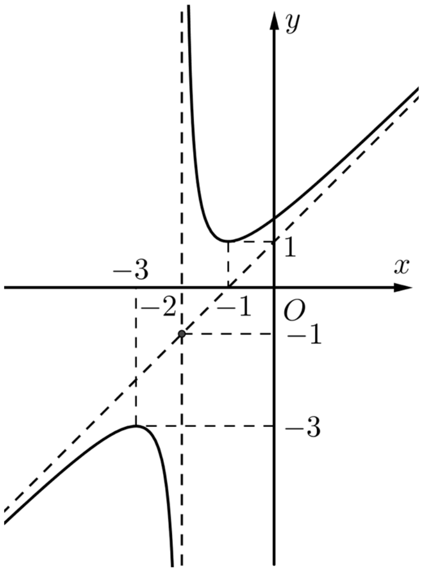
a) Hàm số đã cho đồng biến trên $\left(-1;+\infty\right)$.

b) Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=0$; đạt cực tiểu tại $x=1$.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho bằng -2.

d) Phương trình $f\left(x\right)=-\dfrac{3}{2}$ có 1 nghiệm.

Câu 2: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{ax^2+bx+c}{x+n}$ với $a\neq 0$, có đồ thị là đường cong như hình dưới đây.



a) Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\left\{-2\right\}$.

b) Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=-3$; đạt cực tiểu tại $x=-1$.

c) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $y=-2$.

d) Hàm số đã cho là $y=\dfrac{x^2+3x+3}{x+2}$.

Câu 3: Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s\left(t\right)=t^3-3t^2+8t+1$, trong đó t tính bằng giây và $s\left(t\right)$ tính bằng mét.

a) Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t=3$ (giây) bằng 8 m/s.

b) Tại thời điểm mà chất điểm di chuyển được 13 m, vận tốc khi đó bằng 8 m/s.

c) Vận tốc nhỏ nhất của chất điểm là 5 m/s.

d) Gia tốc tại thời điểm chất điểm đạt vận tốc nhỏ nhất bằng 2 m/s^2.

Câu 4: Một cửa hàng bán vải thiều với giá bán là 30000 đồng/1kg. Giá nhập vào là 16000 đồng/1kg. Với giá này cửa hàng ước chừng bán được 100 kg/ngày. Cửa hàng dự định giảm giá bán, ước tính cứ giảm 1000 đồng/1kg thì số vải thiều bán được sẽ tăng thêm là 10 kg.

a) Nếu giữ nguyên giá ban đầu, lợi nhuận theo ngày của cửa hàng là 1400000 đồng.

b) Nếu giá bán là 20000 đồng/1kg, cửa hàng bán được 250 kg/ngày.

c) Gọi x (nghìn đồng) là giá tiền mà cửa hàng dự định bán $(16 < x < 30)$, khi đó lợi nhuận theo ngày của cửa hàng được xác định bởi hàm số $f(x) = (x-16)(400-10x)$.

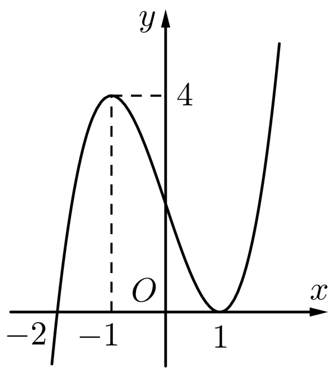
d) Lợi nhuận tối đa theo ngày của cửa hàng là 1600000 đồng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m thuộc đoạn $[-100;100]$ để hàm số $y = \dfrac{2x+m}{x+10}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó?

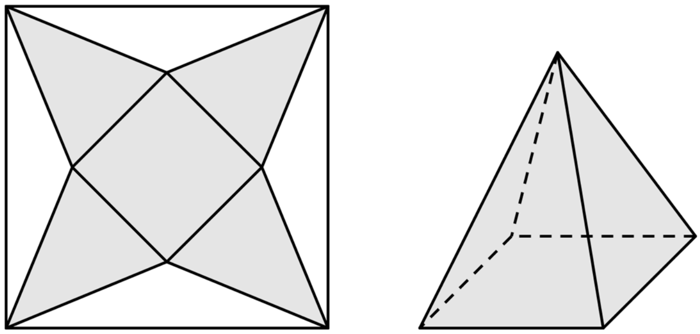
Câu 2: Cho hàm số $f(x) = m\sqrt{x-1}$ với m là tham số. Gọi m_1, m_2 là hai giá trị của m thỏa mãn $\min\limits_{[2;5]} f(x) + \max\limits_{[2;5]} f(x) = m^2 - 10$. Giá trị của biểu thức $m_1 + m_2$ bằng bao nhiêu?

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \ (a \neq 0)$ có đồ thị (C) như hình vẽ sau.



Tìm tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị (C') của hàm số $g(x) = \dfrac{f(x)}{(x^2-1)(x^2-4)}$.

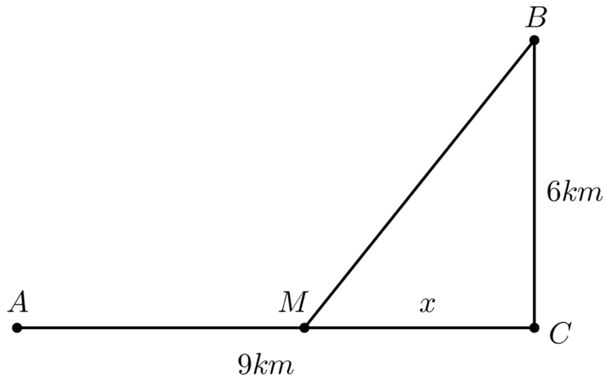
Câu 4: Từ một tấm bìa mỏng hình vuông cạnh 6 dm, cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của hình vuông ban đầu và đỉnh là đỉnh của một hình vuông nhỏ phía trong rồi gập lên, ghép lại tạo thành một khối chóp tứ giác đều như hình sau.



Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu decimét khối (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?

Câu 5: Một doanh nghiệp tư nhân chuyên kinh doanh xe máy điện các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe X với chi phí mua vào một chiếc là 27 triệu đồng và bán ra với giá 31 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh lượng tiêu thụ dòng xe X này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu cứ giảm thêm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu triệu đồng để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?

Câu 6: Một công ty muốn xây một đường ống dẫn từ một điểm A trên bờ biển đến một điểm B trên một hòn đảo. Giá để xây đường ống trên bờ là 50000 USD mỗi km và dưới nước là 130000 USD mỗi km. Gọi C là điểm trên bờ biển sao cho BC vuông góc với bờ biển, biết $BC = 6$ km, $AC = 9$ km. Gọi M là vị trí trên đoạn AC sao cho khi làm ống dẫn theo đường gấp khúc AMB thì chi phí thấp nhất. Hỏi khi chi phí để hoàn thành việc xây dựng đường ống dẫn là thấp nhất thì M cách C bao nhiêu km?

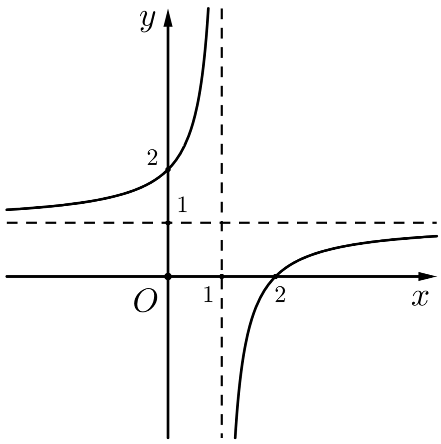


TOÁN THẦY YÊN CÔ DIỄM MÔN: TOÁN 12

BỘ ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG 1 ĐỀ 08

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào sau đây đúng?

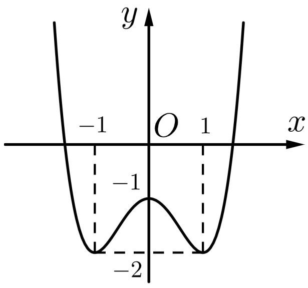
A. Hàm số nghịch biến trên $\left(1;+\infty\right)$.

B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;1\right)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f\left(x\right)$ đạt cực đại tại điểm nào sau đây?



A. $x=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=0$. **D.** $x=-1$.

Câu 3: Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+x^2-3x+2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;-3\right)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-3;1\right)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-3;1\right)$.

Câu 4: Cho các hàm số sau:

(1) $y=-x^3+x^2-x+2$. (2) $y=-4x+3$. (3) $y=-x^4$. (4) $y=\frac{x+1}{x-2}$.

Trong các hàm số trên, có bao nhiêu hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

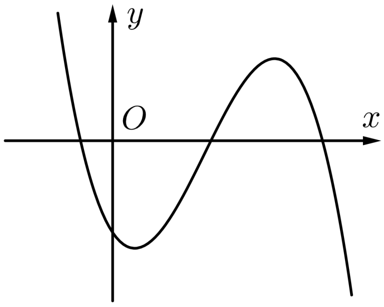
Câu 5: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(x\right)=-x^3-3x^2+1$ trên khoảng $\left(-\infty;-1\right)$ là

A. 1. **B.** -1. **C.** -3. **D.** Không tồn tại.

Câu 6: Đường thẳng $y=x+1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt $A,\ B$. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $AB=\sqrt{34}$. **B.** $AB=6$. **C.** $AB=8$. **D.** $AB=\sqrt{17}$.

Câu 7: Cho hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d\ \left(a\neq 0\right)$ có đồ thị như hình vẽ.



Chọn khẳng định đúng.

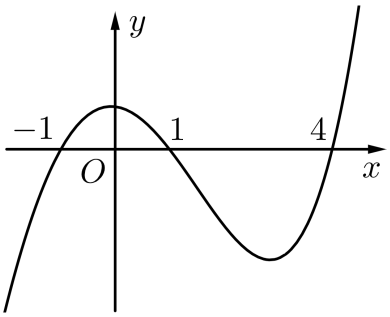
A. $a<0;\ b<0;\ c<0;\ d<0$. **B.** $a<0;\ b>0;\ c<0;\ d<0$.

C. $a<0;\ b>0;\ c>0;\ d<0$. **D.** $a>0;\ b>0;\ c>0;\ d<0$.

Câu 8: Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+m$ có giá trị nhỏ nhất trên $\left[-1;1\right]$ bằng 1.

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 7.

Câu 9: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, biết hàm số $y=f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào **sai** về hàm số $y=f\left(x\right)$?



A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;-1\right)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(1;4\right)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(0;3\right)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(4;+\infty\right)$.

Câu 10: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\backslash\left\{1\right\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình sau. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	3	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	-2	↗	5

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)^2(2-x)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 12: Một vật chuyển động theo quy luật $s=-\frac{1}{2}t^3+9t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

A. 30 m/s. **B.** 400 m/s. **C.** 216 m/s. **D.** 54 m/s.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

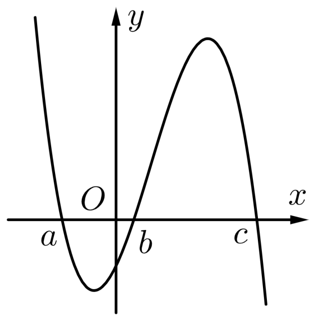
a) Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$.

b) Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 3.

c) Hàm số đã cho có giá trị nhỏ nhất bằng 0.

d) Đồ thị hàm số đã cho không có đường tiệm cận.

Câu 2: Cho hàm số đa thức $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a<b<c$ như hình vẽ bên dưới:



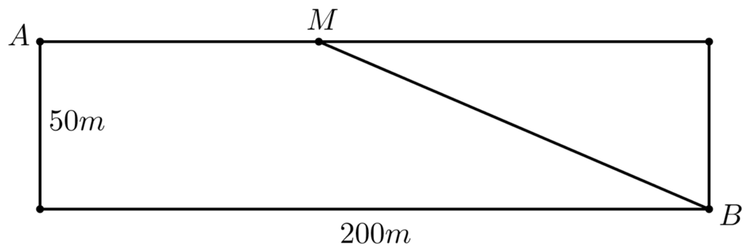
a) Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;a)$.

b) Hàm số $y=f(x)$ có 3 điểm cực trị.

c) $(f(b)-f(a))(f(b)-f(c))<0$.

d) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Câu 3: Có một bể bơi hình chữ nhật rộng 50 m, dài 200 m. Một vận động viên chạy phối hợp với bơi như sau: Xuất phát từ điểm A, chạy đến điểm M và bơi từ điểm M đến điểm B (như hình vẽ). Biết vận tốc chạy 4,8 m/s, vận tốc bơi 2,4 m/s. Gọi x (m) là khoảng cách từ A đến M, với $0<x<200$.



a) Thời gian vận động viên chạy từ A đến M là: $\dfrac{x}{4,8}$ giây.

b) Thời gian vận động viên bơi từ M đến B là: $\dfrac{\sqrt{(200-x)^2+50^2}}{2,4}$ giây.

c) Nếu $AM=100$ m thì tổng thời gian di chuyển từ A đến B của vận động viên ít hơn 1 phút.

d) Vận động viên chọn điểm M cách A khoảng 29 mét thì đến B nhanh nhất (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 4: Một công ty du lịch muốn in một số lượng lớn tạp chí giới thiệu về các địa điểm du lịch. Công ty đã khảo sát và tính được chi phí để xuất bản $x\left(x\in\mathbb{N}^*\right)$ cuốn tạp chí được cho bởi hàm số $C\left(x\right)=x^2-2000x+10000000$ (đồng) và chi phí phát hành cho mỗi cuốn tạp chí là 4000 (đồng).

a) Chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí là: $\dfrac{x^2-2000x+10000000}{x}$ (đồng).

b) Chi phí xuất bản và phát hành 5000 cuốn tạp chí là 45 triệu đồng.

c) Chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí bắt đầu tăng khi số lượng tạp chí là từ 3000 cuốn trở lên.

d) Chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí thấp nhất là 3162 đồng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

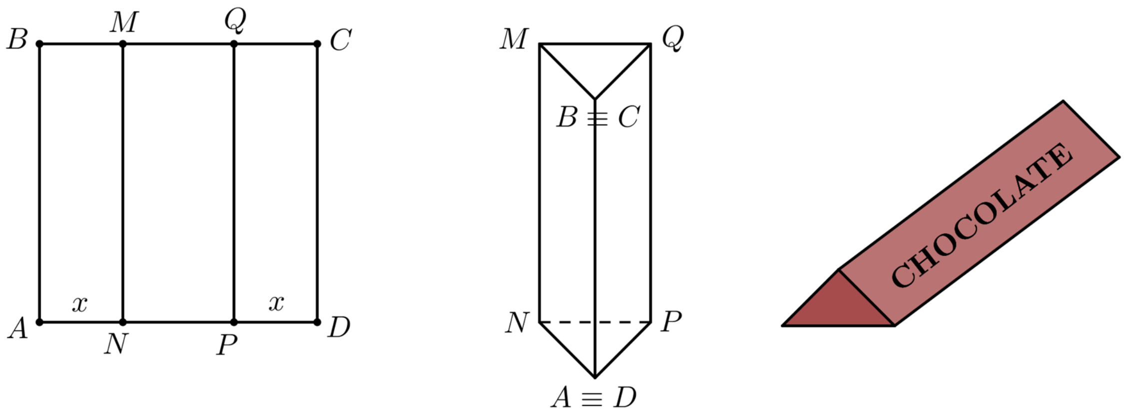
Câu 1: Biết hàm số $f\left(x\right)=x^3-6x^2+9x-5$ đạt cực đại tại $x=a$ và đạt cực tiểu tại $x=b$. Giá trị của biểu thức $M=2a-3b$ bằng bao nhiêu?

Câu 2: Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}mx^2+6m$ (với m là tham số). Tính tổng bình phương các giá trị của m để đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị A, B cùng với gốc tọa độ O tạo thành một tam giác vuông tại O.

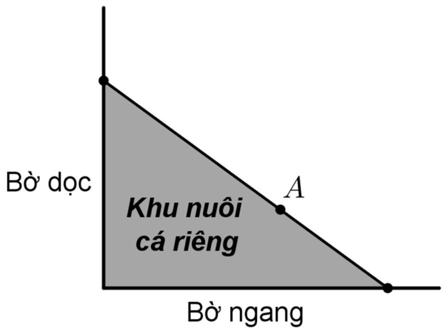
Câu 3: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y=\dfrac{3}{4}x^4-\dfrac{9}{2}x^2+\left(2m+15\right)x-3m+1$ đồng biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$?

Câu 4: Hằng ngày mực nước của một hồ thủy điện lên và xuống theo lượng nước mưa, và các suối nước đổ về hồ. Độ sâu của mực nước trong hồ tính theo mét và lên xuống theo thời gian trong ngày sau t (giờ) (kể từ 8h sáng) được cho bởi công thức $h\left(t\right)=24t+5t^2-\dfrac{t^3}{3}$. Biết rằng phải thông báo cho các hộ dân phải di dời trước khi xả nước quy định trước 5 tiếng đồng hồ. Hỏi cần thông báo cho hộ dân di dời trước khi xả nước mấy giờ, biết rằng mực nước trong hồ phải lên cao nhất mới xả nước?

Câu 5: Để tạo ra phần xung quanh của một hộp kẹo sôcôla có dạng hình lăng trụ đứng (không tính hai đáy), người ta dùng một tờ giấy bìa hình vuông $ABCD$ có cạnh là 15 cm. Ta gập tấm bìa theo hai cạnh MN và PQ vào phía trong cho đến khi AB và CD trùng nhau như hình vẽ để được hình lăng trụ đứng khuyết hai đáy. Khi đó ta có thể tạo được hộp kẹo sôcôla có thể tích lớn nhất là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) centimet khối, biết thể tích của khối lăng trụ bằng diện tích đáy nhân với chiều cao?



Câu 6: Người ta giăng lưới để nuôi riêng một loại cá trên một góc hồ. Biết rằng lưới được giăng theo một đường thẳng từ một vị trí trên bờ ngang đến một vị trí trên bờ dọc và phải đi qua một cái cọc đã cắm sẵn ở vị trí A. Diện tích nhỏ nhất có thể giăng lưới là bao nhiêu mét vuông, biết rằng khoảng cách từ cọc đến bờ ngang là 5 m và khoảng cách từ cọc đến bờ dọc là 12 m.



TOÁN THẦY YÊN CÔ DIỄM — MÔN: TOÁN 12

BỘ ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG 1 — ĐỀ 09

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-3;1)$. **D.** $(-2;0)$.

Câu 2: Bảng biến thiên sau của hàm số nào trong các hàm số sau đây?

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	1

A. $y=\dfrac{x-3}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$.

Câu 3: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-8x^2+16x-9$ trên đoạn $[1;3]$ là

A. $\max\limits_{[1;3]} f(x)=0$. **B.** $\max\limits_{[1;3]} f(x)=\dfrac{13}{27}$. **C.** $\max\limits_{[1;3]} f(x)=-6$. **D.** $\max\limits_{[1;3]} f(x)=5$.

Câu 4: Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2-3x+1}{x+2}$?

A. $y=2x$. **B.** $y=2$. **C.** $y=2x-7$. **D.** $x=-2$.

Câu 5: Hàm số $y=-x^3+3x^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;4)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 6: Cho chuyển động được xác định bởi phương trình $s=3t^3+4t^2-t$, trong đó t được tính bằng giây và s được tính bằng mét. Vận tốc của chuyển động khi $t=4s$ bằng

A. 175 m/s. **B.** 41 m/s. **C.** 176 m/s. **D.** 20 m/s

Câu 7: Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng $y=mx-m+1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+x+2$ tại ba điểm $A,\ B,\ C$ với $x_A<x_B<x_C$ thỏa $AB=BC$.

A. $m\in\left(-\dfrac{5}{4};+\infty\right)$. **B.** $m\in(-2;+\infty)$.

C. $m \in \mathbb{R}$. **D.** $m \in (-\infty;0) \cup [4;+\infty)$

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi;2\pi]$ của phương trình $2f(\sin x)+3=0$ là

A. 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 8.

Câu 9: Cho đường thẳng $d: y=-4x+1$. Đồ thị của hàm số $y=x^3-3mx+1$ có hai điểm cực trị nằm trên đường thẳng d khi:

A. $m=-1$. **B.** $m=3$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

Câu 10: Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t)=45t^2-t^3$ (kết quả khảo sát được trong 8 tháng vừa qua). Nếu xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t thì tốc độ truyền bệnh sẽ lớn nhất vào ngày thứ mấy?

A. 12. **B.** 30. **C.** 20. **D.** 15.

Câu 11: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{4x^2+2x+1}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 12: Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s=-2t^3+18t^2+2t+1$, trong đó t tính bằng giây (s) và s tính bằng mét (m). Tính thời gian vận tốc chất điểm đạt giá trị lớn nhất.

A. $t=5$ s. **B.** $t=6$ s. **C.** $t=3$ s. **D.** $t=1$ s.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y=x^3-3x+1$.

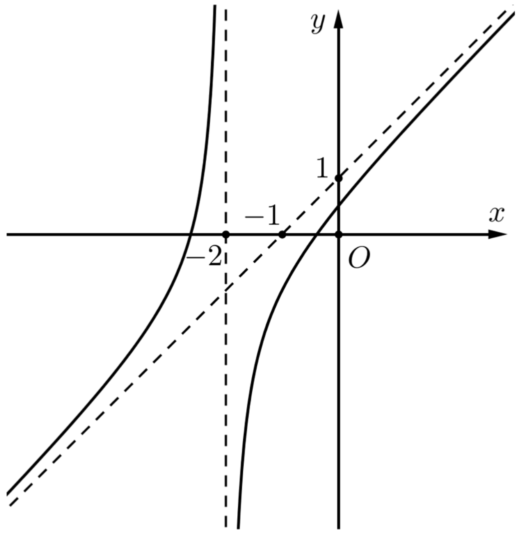
a) Điểm cực tiểu của hàm số là $x=1$.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;5]$ là 111.

d) Gọi A, B lần lượt là điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số. Khi đó, diện tích tam giác ABC bằng 2 với $C(-1;2)$.

Câu 2: Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+1}{cx+2}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



a) $c=1$.

b) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y=x-1$.

c) Hàm số có dạng $y=x+1+\dfrac{d}{x+2}$ với $d>0$.

d) $T=2a+3b-c=10$.

Câu 3: Một người bơm xăng vào bình xăng của một xe ô tô. Biết rằng thể tích V (lít) của lượng xăng trong bình được tính theo thời gian bơm t (phút) được cho bởi công thức:

$$V(t)=300\left(t^2-t^3\right)+4,5 \text{ với } 0\le t\le 0,5.$$

Gọi $V'(t)$ là tốc độ tăng thể tích tại thời điểm t với $0\le t\le 0,5$. Biết 1 lít xăng có giá là 21000 đồng.

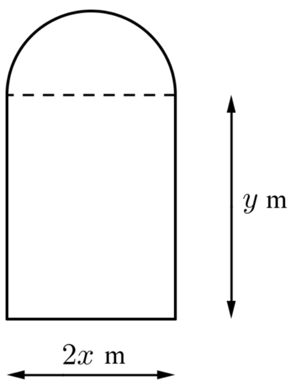
a) Lượng xăng ban đầu trong bình là 1,5 lít.

b) Sau khi bơm 30 giây thì bình xăng đầy. Số tiền người mua phải trả là 787500 đồng.

c) Khi xăng chảy vào bình xăng thì tốc độ tăng thể tích là lớn nhất vào thời điểm ở giây thứ 21.

d) Phương trình $V'(t)=0$ có hai nghiệm phân biệt trên đoạn $\left[0;\dfrac{1}{2}\right]$.

Câu 4: Người ta dùng một thanh thép có chiều dài 4 m để uốn thành khung viền của một cửa sổ có dạng một hình chữ nhật ghép với nửa hình tròn có các kích thước được cho trên hình vẽ:



a) $y=2-\dfrac{(\pi-2)x}{2}$ m.

b) Diện tích của cửa sổ được tính bởi công thức $S(x)=4x-2x^2-\dfrac{\pi x^2}{2}$ m^2.

c) Diện tích của cửa sổ lớn nhất khi $x=\dfrac{4}{\pi+2}$ m.

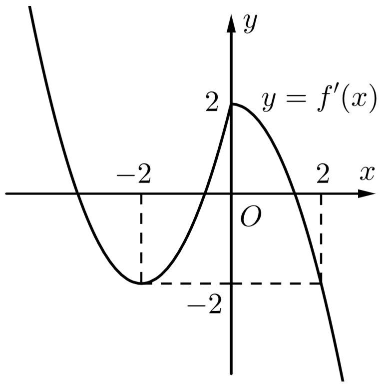
d) Giá trị lớn nhất của diện tích cửa sổ là $\dfrac{8}{\pi+4}$ m^2.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tìm m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x-m}{x+1}$ trên đoạn $[1;3]$ bằng 2.

Câu 2: Có bao nhiêu giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-1}{x^2+(2-m)x+2m+1}$ có đúng hai đường tiệm cận?

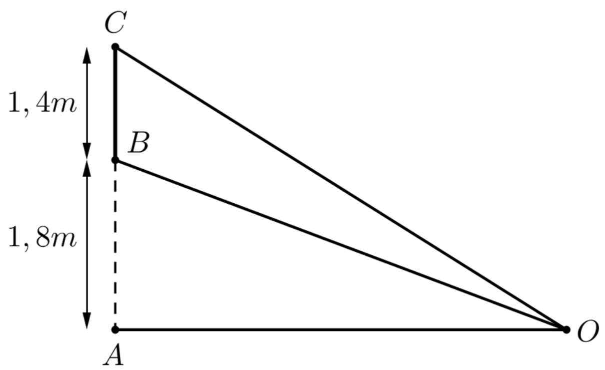
Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Biết hàm số $y=f(x)-\dfrac{1}{3}x^3+6x$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$ với $b-a=4$. Khi đó giá trị của biểu thức a^2+b^2 bằng bao nhiêu?



Câu 4: Một vật chuyển động với quãng đường $s(t)$ (tính theo mét) đi được sau khoảng thời gian t (tính theo giây) được cho bởi $s(t)=\dfrac{1}{6}t^3-t^2+2t$ với $t\ge 0$. Hỏi trong 10 giây đầu tiên, khoảng thời gian vật chuyển động nhanh dần kéo dài bao nhiêu giây?

Câu 5: Một công ty sản xuất sản phẩm và doanh thu (đơn vị triệu đồng) từ việc bán sản phẩm được mô tả bởi hàm số $R(x)=-x^3+12x^2-36x+120$. Trong đó, x là số lượng sản phẩm được bán ra (tính bằng nghìn sản phẩm). Hỏi số lượng sản phẩm tối thiểu phải bán ra để doanh thu bắt đầu tăng là bao nhiêu?

Câu 6: Một màn hình BC có chiều cao 1,4 m được đặt thẳng đứng và mép dưới của màn hình cách mặt đất một khoảng $BA=1{,}8$ m. Một thiết bị quan sát màn hình được đặt ở vị trí O trên mặt đất. Hãy xác định khoảng cách AO (đơn vị: mét) sao cho góc quan sát $\widehat{BOC}$ là lớn nhất.



TOÁN THẦY YÊN CÔ DIỄM — MÔN: TOÁN 12

BỘ ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG 1 — ĐỀ 10

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			1				$+\infty$
		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
	$-\infty$				-2		

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=-2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			4				$+\infty$
		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
	$-\infty$				0		

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;0\right)$. **B.** $\left(-\infty;2\right)$. **C.** $\left(0;2\right)$. **D.** $\left(0;+\infty\right)$.

Câu 3: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x+1}{2-x}$. **B.** $y=-x^3-3x+2025$.

C. $y=-x^3-2x^2+x+2025$. **D.** $y=2x^2-3x+2025$.

Câu 4: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left(x-3\right)^2e^x$ trên đoạn $\left[2;4\right]$ bằng

A. 0. **B.** $4e$. **C.** e^2. **D.** e^4.

Câu 5: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=3$.

B. Hàm số đã cho có hai cực trị thỏa mãn $y_{CĐ}<y_{CT}$.

C. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=-1$.

D. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -2.

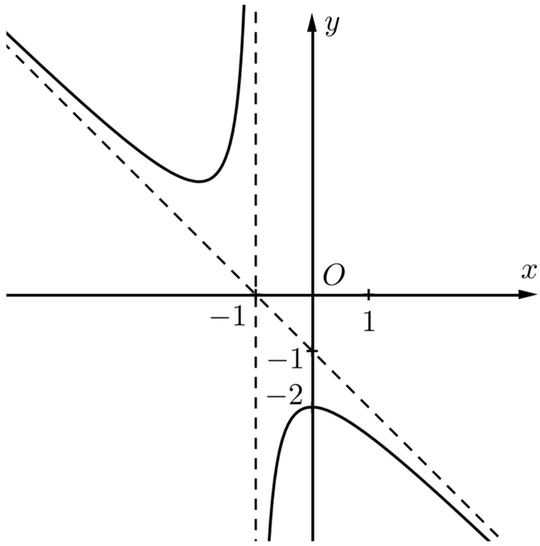
Câu 6: Cho hàm số $y=x\ln x$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $\left[1;e\right]$ bằng:

A. 0. **B.** 1. **C.** e. **D.** $e+1$.

Câu 7: Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2-9x+3}{x+1}$ là đường thẳng:

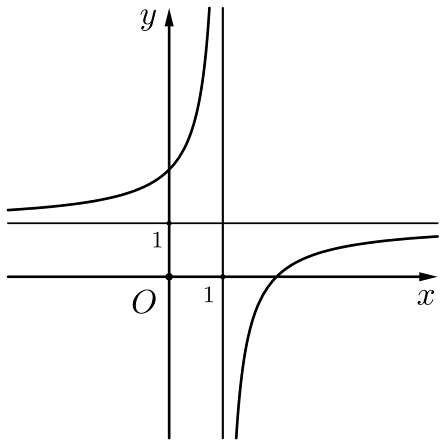
A. $y=2x-9$. **B.** $y=2x-11$. **C.** $y=2x+11$. **D.** $y=2x+9$.

Câu 8: Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số ở các phương án sau?



A. $y=\dfrac{x^2+2x+2}{-x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2+2x+2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2-2x+2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x^2-2x+2}{x+1}$.

Câu 9: Đường cong trong hình dưới là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau đây?



A. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x-3}{x-2}$.

Câu 10: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\dfrac{mx-2}{2x-m}$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

A. $(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$. **B.** $m\in(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$.

C. $-2<m<2$. **D.** $-2\le m\le 2$.

Câu 11: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a\ne 0)$. Biết hàm số đã cho đạt cực tiểu tại x_1, đạt cực đại tại x_2, đồng thời $0<x_1<x_2$. Chọn mệnh đề đúng:

A. $a>0,\ b>0,\ c>0$. **B.** $a<0,\ b>0,\ c>0$.

C. $a>0,\ b<0,\ c>0$. **D.** $a<0,\ b>0,\ c<0$.

Câu 12: Một vật xuất phát từ A chuyển động thẳng và nhanh dần đều với quãng đường $s(t)=t+t^2$ (m). Tính vận tốc tại thời điểm mà vật đó cách A một khoảng 20 m (giả sử thời điểm vật xuất phát từ A tương ứng với $t=0$).

A. 12 m/s. **B.** 11 m/s. **C.** 10 m/s. **D.** 9 m/s.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

a) Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

b) Hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

c) Trên đoạn $[-1;1]$, giá trị lớn nhất của hàm số đã cho bằng 3.

d) Phương trình $f(x)+3=0$ có 4 nghiệm.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)=x^3-3x+2025$.

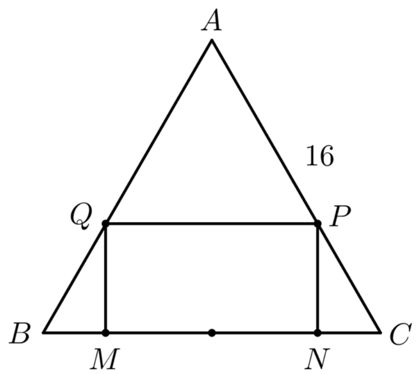
a) Hàm số đã cho có đạo hàm là $f'(x)=3x^2-3$.

b) Hàm số đã cho có 2 cực trị trái dấu.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2;2]$ bằng 2023.

d) Đồ thị hàm số $y=\dfrac{f(x)}{(x-1)(x^2+x+1)}$ có tất cả 1 đường tiệm cận.

Câu 3: Một miếng bìa hình tam giác đều ABC, cạnh bằng 16. Một học sinh cắt một hình chữ nhật $MNPQ$ từ miếng bìa trên để làm biển trông xe cho lớp trong buổi ngoại khóa (với M, N thuộc cạnh BC; P, Q lần lượt thuộc cạnh AC và AB).



a) Đặt $OM=x$ $(0<x<8)$ với O là trung điểm BC. Khi đó $MQ=\dfrac{\sqrt{3}(8-x)}{2}$.

b) Diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ là $S(x)=2\sqrt{3}x(8-x)$ (đvdt).

c) Với $S(x)$ là diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ thì $S'(x)=\sqrt{3}(8-2x)$.

d) Diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ lớn nhất bằng $16\sqrt{3}$ (đvdt).

Câu 4: Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa $(1 \le x \le 17)$. Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí:

$$C(x) = 2x^3 - 9x^2 - 40x + 700.$$

Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 200 nghìn đồng/mét. Gọi $B(x)$ là số tiền bán được và $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa.

a) Biểu thức tính $B(x)$ theo x là $B(x) = 200x$ (nghìn đồng).

b) Biểu thức tính $L(x)$ theo x là $L(x) = -2x^3 + 9x^2 + 240x + 700$ (nghìn đồng).

c) Hộ làm nghề dệt này đạt lợi nhuận tối đa nếu sản xuất và bán ra mỗi ngày 8 mét vải lụa.

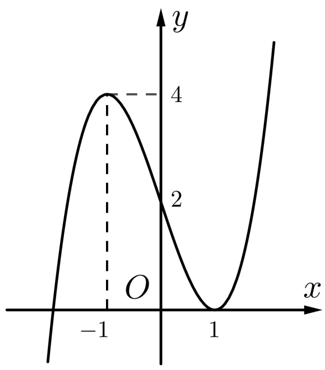
d) Hộ làm nghề dệt này làm ăn có lãi khi số mét vải lụa cần sản xuất và bán ra mỗi ngày trong khoảng $(2,05;12,81)$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (m+1)x + 2$ có hai điểm cực trị?

Câu 2: Cho hàm số $y = \sqrt{3x^2 - x^3}$. Biết các khoảng nghịch biến của hàm số đã cho là $(-\infty; a)$ và $(b; c)$. Tính giá trị biểu thức $S = 3a + 5b + 7c$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức có đồ thị như hình vẽ sau. Đặt $g(x) = \dfrac{x^2 - x}{f^2(x) - 2f(x)}$. Hỏi đồ thị hàm số $y = g(x)$ có tất cả bao nhiêu tiệm cận đứng?



Câu 4: Nếu một doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm trong một tháng $(x \in \mathbb{N}^*; 1 \le x \le 4500)$ thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = -0,01x^2 + 450x$ (nghìn đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm là $G(x) = \dfrac{30000}{x} + 340$ (nghìn đồng). Giả sử số sản phẩm sản xuất ra luôn được bán hết. Trong một tháng, doanh nghiệp đó cần sản xuất ít nhất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được lớn hơn 100 triệu đồng?

Câu 5: Người ta tiến hành mạ vàng chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật có nắp. Thể tích của hộp là 100 cm^3, chiều cao của hộp là 10 cm. Biết rằng đơn giá mạ vàng là 10000 đồng/cm^2. Gọi T (triệu đồng) là tổng số tiền mạ vàng cả mặt bên trong và mặt bên ngoài chiếc hộp. Tìm giá trị nhỏ nhất của T (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm), biết rằng độ dày của chiếc hộp không đáng kể.

Câu 6: Giả sử doanh số (tính bằng sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong vòng một số năm nhất định) tuân theo quy luật logistic được mô hình hóa bằng hàm số $f(t)=\dfrac{6500}{1+4e^{-t}}$, $t\geq 0$, trong đó thời gian t được tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Hỏi sau khi phát hành bao nhiêu năm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) thì tốc độ bán hàng là lớn nhất?

PHẦN ĐÁP ÁN

ĐÁP ÁN ĐỀ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.D	2.C	3.B	4.C	5.C	6.D	7.B	8.A	9.A	10.D	11.C	12.C

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

1. S-Đ-S-Đ	2. S-S-S-Đ	3. S-Đ-Đ-Đ	4. S-Đ-S-Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

1	2	3	4	5	6
9	11	2026	2	15,1	7200

ĐÁP ÁN ĐỀ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.B	2.A	3.C	4.D	5.B	6.B	7.D	8.A	9.B	10.B	11.D	12.D

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

1. Đ-Đ-S-S	2. Đ-Đ-S-S	3. S-Đ-S-Đ	4. Đ-Đ-S-Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

1	2	3	4	5	6
0,37	31	7	10	1254	1170

ĐÁP ÁN ĐỀ 03

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.B	2.C	3.A	4.A	5.D	6.C	7.B	8.D	9.D	10.C	11.D	12.A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

1. S-S-S-Đ	2. S-Đ-Đ-S	3. Đ-S-S-Đ	4. Đ-Đ-S-Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

1	2	3	4	5	6
–8	97	10,6	26	182	22

ĐÁP ÁN ĐỀ 04

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.D	2.B	3.B	4.B	5.D	6.D	7.C	8.B	9.D	10.C	11.B	12.C

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

1. S-S-S-Đ	2. Đ-S-Đ-S	3. Đ-Đ-Đ-S	4. Đ-S-Đ-S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

1	2	3	4	5	6
–9	25	1,24	6	9	40

ĐÁP ÁN ĐỀ 05

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.B	2.B	3.A	4.A	5.D	6.B	7.C	8.A	9.C	10.D	11.A	12.A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

1. Đ-S-Đ-S	2. Đ-Đ-S-Đ	3. S-Đ-Đ-S	4. Đ-S-Đ-Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

1	2	3	4	5	6
5	9	19,7	516	2,25	224

ĐÁP ÁN ĐỀ 06

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.B	2.D	3.D	4.A	5.A	6.B	7.A	8.C	9.D	10.B	11.B	12.B

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

1. Đ-S-S-Đ	2. S-S-Đ-Đ	3. Đ-Đ-S-S	4. Đ-Đ-S-S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

1	2	3	4	5	6
1,41	109	0,4	4	10	0,6

ĐÁP ÁN ĐỀ 07

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.B	2.B	3.D	4.C	5.B	6.D	7.A	8.A	9.C	10.D	11.C	12.D

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

1. S-Đ-S-Đ	2. S-Đ-S-Đ	3. S-Đ-Đ-S	4. Đ-S-Đ-S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

1	2	3	4	5	6
80	3	3	7,3	30,5	2,5

ĐÁP ÁN ĐỀ 08

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.C	2.C	3.D	4.D	5.C	6.A	7.B	8.A	9.C	10.C	11.C	12.D

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

1. S-Đ-Đ-Đ	2. S-Đ-S-S	3. Đ-Đ-S-S	4. S-Đ-S-S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

1	2	3	4	5	6
–7	72	4	15	162	120

ĐÁP ÁN ĐỀ 09

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.D	2.D	3.B	4.C	5.D	6.A	7.B	8.B	9.D	10.D	11.B	12.C

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

1. Đ-S-Đ-S	2. Đ-S-S-Đ	3. S-Đ-S-S	4. S-Đ-S-Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

1	2	3	4	5	6
–3	3	8	8	2000	2,4

ĐÁP ÁN ĐỀ 10

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1.D	2.C	3.B	4.D	5.B	6.A	7.B	8.A	9.B	10.C	11.D	12.D

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

1. Đ-Đ-Đ-S	2. Đ-S-Đ-S	3. S-Đ-S-S	4. Đ-S-Đ-S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

1	2	3	4	5	6
1	31	4	1347	2,93	1,39

PHẦN GIẢI CHI TIẾT

TOÁN THẦY YÊN CÔ DIỄM
BỘ ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG 1

MÔN: TOÁN 12
GIẢI CHI TIẾT ĐỀ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		6		11		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-10	$\searrow$	-20	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ là:

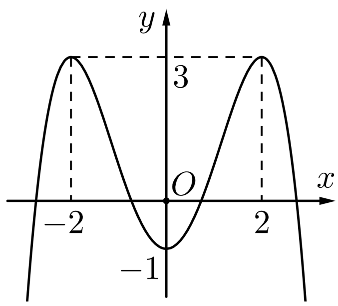
A. -10. **B.** 11. **C.** 6. **D.** -20.

Giải

Chọn D.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x_{CT}=11$ và giá trị cực tiểu là $y_{CT}=-20$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-2;2)$.

Giải

Chọn C.

Đồ thị đi xuống từ trái qua phải trên khoảng $(-2;0)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 3: Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$.

Giải

Chọn B.

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Ta có $y'=\dfrac{3}{(x+1)^2}>0,\ \forall x\in D$ nên hàm số đồng biến trên khoảng các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Chú ý: Không được chọn các đáp án hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$ (hợp của 2 khoảng) và trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ vì hàm số chỉ đồng biến trên từng khoảng chứ không đồng biến trên các tập này.

Câu 4: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)=x^2-3x$ trên đoạn $[0;2]$.

A. 0. **B.** $-\dfrac{3}{2}$. **C.** $-\dfrac{9}{4}$. **D.** 5.

Giải

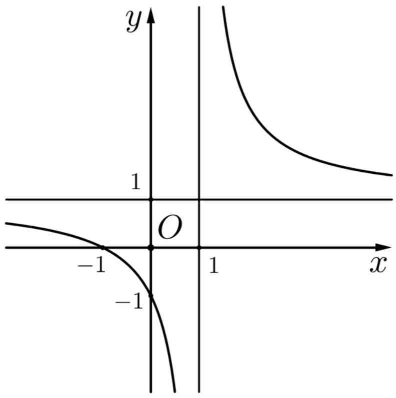
Chọn C.

Ta có $y'=2x-3$; $y'=0\Leftrightarrow 2x-3=0\Leftrightarrow x=\dfrac{3}{2}$ (nhận).

Ta có: $f(0)=0;\ f(2)=-2;\ f\left(\dfrac{3}{2}\right)=-\dfrac{9}{4}$.

Vậy $\min\limits_{[0;2]} y=-\dfrac{9}{4}=f\left(\dfrac{3}{2}\right)$.

Câu 5: Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{-2x+1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Giải

Chọn C.

Đây là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với tiệm cận đứng $x=-\dfrac{d}{c}=1$ và tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{c}=1$.

Trong 4 phương án chỉ có **C.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ thỏa mãn tiệm cận đứng $x=1$ và tiệm cận ngang $y=1$.

Câu 6: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{40}x^2(30-x)$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. 80. **B.** 60. **C.** 0. **D.** 100.

Giải

Chọn D.

Ta có $f\left(x\right)=\frac{1}{40}x^2\left(30-x\right)=-\frac{1}{40}x^3+\frac{3}{4}x^2$.

$f'\left(x\right)=-\frac{3}{40}x^2+\frac{3}{2}x$; $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow-\frac{3}{40}x^2+\frac{3}{2}x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\ \ (l)\\x=20\ (n)\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	0		20		$+\infty$
$y'(x)$	$\Vert$	$+$	0	$-$	
y	$\Vert\ 0$	$\nearrow$	100	$\searrow$	$-\infty$

Vậy $\max\limits_{(0;+\infty)}y=100=f\left(20\right)$.

Câu 7: Điểm cực tiểu của hàm số $y=\frac{-x^2+2x-1}{x+2}$ là:

A. $x=1$. **<u>B.</u>** $x=-5$. **C.** $\left(-5;12\right)$. **D.** $\left(1;0\right)$.

Giải

Chọn B.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-2\right\}$.

Ta có $y'=\frac{-x^2-4x+5}{(x+2)^2}$; $y'=0\Leftrightarrow-x^2-4x+5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-5\\x=1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-5			-2			1		$+\infty$
$y'(x)$		$-$	0	$+$		$\Vert$		$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	12	$\nearrow$	$+\infty$	$\Vert$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x_{CT}=-5$ và $y_{CT}=12$.

Câu 8: Hàm số $y=\frac{x-m^2}{x+1}$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[0;1\right]$ bằng -4 khi và chỉ khi:

<u>A.</u> $\left[\begin{array}{l}m=2\\m=-2\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m=3\\m=-3\end{array}\right.$. **C.** $m=2$. **D.** $m=3$.

Giải

Chọn A.

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-1\right\}$ nên hàm số xác định trên đoạn $\left[0;1\right]$.

Ta có: $y'=\frac{1+m^2}{\left(x+1\right)^2}>0,\forall x\in D$. Do đó hàm số đồng biến trên đoạn $\left[0;1\right]$.

Suy ra $\min\limits_{[0;1]}y=f\left(0\right)=-m^2$. Theo đề bài ta có $\min\limits_{[0;1]}y=-4\Leftrightarrow-m^2=-4\Leftrightarrow m^2=4\Leftrightarrow m=\pm2$.

Câu 9: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{x-2}{x+1}$ là:

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-1$.

Giải

Chọn A.

Ta có: $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{x-2}{x+1}=-\infty$ nên đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Hoặc nhớ: Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có tiệm cận đứng $x=-\dfrac{d}{c}$ (nghiệm mẫu).

Câu 10: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	0	$+$	
y	2 ↘		-4 || $+\infty$	↘	-2	↗	$+\infty$

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Giải

Chọn D.

Nhìn bảng biến thiên ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty} y=2, \lim\limits_{x\to0^+} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là $y=2$ và một tiệm cận đứng là $x=0$.

Câu 11: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $3f\left(x\right)-2=0$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Giải

Chọn C.

Ta có $3f\left(x\right)-2=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=\dfrac{2}{3}$. Vẽ đường thẳng $y=\dfrac{2}{3}$ ta thấy nó cắt đồ thị tại 3 điểm:

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$
							$y=\dfrac{2}{3}$

Vậy phương trình $3f\left(x\right)-2=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 12: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y=x+m-1$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB=2\sqrt{3}$. Tính tổng bình phương các phần tử của S.

A. 16. **B.** 32. **C.** 52. **D.** 54.

Giải

Chọn C.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d là:

$$\frac{2x+1}{x+1}=x+m-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq -1 \\ x^2+(m-2)x+m-2=0 \ \ (*) \end{cases}.$$

(C) và d tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác -1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta>0 \\ (-1)^2+(m-2).(-1)+m-2\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-2)^2-4.1.(m-2)>0 \\ 1\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2-8m+12>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<2 \\ m>6 \end{array}\right..$$

Gọi $A(x_1;x_1+m-1)$, $B(x_2;x_2+m-1)$ là các giao điểm của (C) và d.

Lại có $AB=2\sqrt{3} \Leftrightarrow AB^2=12 \Leftrightarrow 2(x_2-x_1)^2=12 \Leftrightarrow (x_2-x_1)^2=6 \Leftrightarrow x_1^2+x_2^2-2x_1x_2=6$

$$\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-4x_1x_2=6 \Leftrightarrow \left(-\frac{b}{a}\right)^2-4.\frac{c}{a}=6 \Leftrightarrow (2-m)^2-4.(m-2)=6 \Leftrightarrow m^2-8m+6=0$$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=4-\sqrt{10} \ \ (n) \\ m=4+\sqrt{10} \ \ (n) \end{array}\right.$. Do đó $S=\left\{4-\sqrt{10};4+\sqrt{10}\right\}$.

Tổng bình phương là $\left(4-\sqrt{10}\right)^2+\left(4+\sqrt{10}\right)^2=52$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y=-x^3+3x-5$.

a) Hàm số đã cho có cực đại bằng 1.

b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2;2]$ bằng -3.

d) Hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

Giải

a) Sai

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=-3x^2+3$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$y'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-7	$\nearrow$	-3	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho có cực đại (giá trị cực đại) bằng -3.

b) Đúng

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

c) Sai

Ta có $f(-2)=-3,\ f(-1)=-7,\ f(1)=-3,\ f(2)=-7$. Do đó $\min\limits_{[-2;2]} f(x)=-7=f(-1)=f(2)$.

d) Đúng

Do $\lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$ nên hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất (trên $\mathbb{R}$).

Câu 2: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-2x+6}{-x-1}$.

a) Hàm số $f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

b) Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\dfrac{x^2+2x-8}{(x+1)^2}$.

c) Hàm số $f(x)$ có giá trị cực đại bằng 2.

d) Hàm số $y=f(x^2-2)$ có 3 điểm cực trị.

Giải

a) Sai

Điều kiện: $-x-1\neq 0 \Leftrightarrow x\neq -1$. Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

b) Sai

Ta có $f'(x)=\dfrac{-x^2-2x+8}{(x+1)^2}$.

c) Sai

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow -x^2-2x+8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-4 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-4		-1		2		$+\infty$
$y'(x)$		$-$	0	$+$	$\|$	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	10	$\nearrow$	$+\infty \ \| \ -\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $f(x)$ có giá trị cực đại bằng -2.

d) Đúng

Hàm số $y=f(x^2-2)$ có 3 điểm cực trị.

Hàm số $y=f\left(x^2-2\right)$ xác định khi $x^2-2\neq -1\Leftrightarrow x\neq \pm 1$. Tập xác định: $D_1=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$.

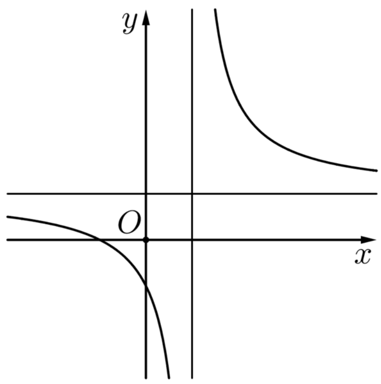
Ta có $y'=2xf'\left(x^2-2\right)$; $y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x=0\\ f'\left(x^2-2\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2-2=2\\ x^2-2=-4\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2=4\\ x^2=-2\ (\text{VN})\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=2\\ x=-2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗		↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘		↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗		↘	$-\infty$

Vậy hàm số $y=f\left(x^2-2\right)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 3: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như sau:



a) $ad-bc>0$.

b) a và d trái dấu.

c) b và c cùng dấu.

d) Trong 4 hệ số a, b, c, d có 3 hệ số cùng dấu với nhau.

Giải

a) Sai

Từ đồ thị ta thấy hàm số nghịch biến trên 2 khoảng xác định nên $y'<0, \forall x\in D$ hay $ad-bc<0$.

b) Đúng

Từ đồ thị:

- TCĐ: $x=-\dfrac{d}{c}>0\Rightarrow \dfrac{d}{c}<0\Rightarrow c, d$ trái dấu (1)
- TCN $y=\dfrac{a}{c}>0\Rightarrow a, c$ cùng dấu (2)
- Giao điểm với trục hoành: $x=-\dfrac{b}{a}<0\Rightarrow \dfrac{b}{a}>0\Rightarrow a, b$ cùng dấu (3)
- Giao điểm với trục tung: $y=\dfrac{b}{d}<0\Rightarrow b, d$ trái dấu (4)

Từ (1) và (2) suy ra a và d trái dấu.

c) Đúng

Từ (2) và (3) suy ra b và c cùng dấu.

d) Đúng

Trong 4 hệ số a, b, c, d có 3 hệ số cùng dấu với nhau là a, b, c.

Câu 4: Một cơ sở sản xuất khăn mặt đang bán mỗi chiếc khăn với giá 30000 đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 3000 chiếc khăn. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 30000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 18000.

a) Nếu cơ sở bán mỗi chiếc khăn với giá 37000 thì số tiền lãi sau mỗi tháng là 44 triệu đồng.

b) Sau khi cơ sở tăng giá mỗi chiếc khăn thêm x thì tổng lợi nhuận một tháng của cơ sở được tính theo công thức $f(x) = -100x^2 + 1800x + 36000$ (nghìn đồng).

c) Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì số khăn bán ra giảm 800 chiếc.

d) Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì mỗi chiếc khăn cần bán với giá 39000 đồng.

Giải

a) Sai

Nếu cơ sở bán mỗi chiếc khăn với giá 37000, tức là tăng thêm 7000 đồng, thì số lượng khăn bán ra là $3000 - 7.100 = 2300$ chiếc. Khi đó lợi nhuận trong tháng là: $2300.37000 - 2300.18000 = 43\,700\,000$ đồng, tức là 43,7 triệu đồng.

b) Đúng

Gọi số tiền cần tăng giá mỗi chiếc khăn là x (nghìn đồng)

Khi đó số khăn bán ra mỗi tháng là $3000 - 100x$ (chiếc khăn).

Tổng lợi nhuận trong tháng là:

$f(x) = (3000 - 100x)(30 + x) - (3000 - 100x).18 = -100x^2 + 1800x + 36000$ (nghìn đồng).

c) Sai

Xét hàm số $f(x) = -100x^2 + 1800x + 36000$ với $x > 0$.

Ta có $f'(x) = -200x + 1800$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow -200x + 1800 = 0 \Leftrightarrow x = 9$.

Bảng biến thiên:

x	0		9		$+\infty$
$y'(x)$		$+$	0	$-$	
y	36000	$\nearrow$	44100	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt giá trị lớn nhất khi $x = 9$.

Như vậy, để thu được lợi nhuận cao nhất thì cơ sở sản xuất cần tăng giá bán mỗi chiếc khăn là 9000 đồng, khi đó số khăn bán ra mỗi tháng giảm 900 chiếc.

d) Đúng

Tăng giá bán mỗi chiếc khăn là 9000 đồng, tức là mỗi chiếc khăn bán với giá mới là 39000 đồng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-3}{3x-5}$. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng và ngang lần lượt là các đường thẳng $x=a$ và $y=b$. Tính $S=3a+6b$.

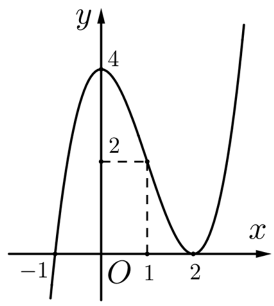
Giải

Đáp án: 9

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=-\dfrac{d}{c}=\dfrac{5}{3}$ và tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{c}=\dfrac{2}{3}$.

Suy ra $a=\dfrac{5}{3}, b=\dfrac{2}{3} \Rightarrow S=3a+6b=5+4=9$.

Câu 2: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như sau:



Tính giá trị biểu thức $T=a+2b+3c+4d$.

Giải

Đáp án: 11

Do đồ thị đi qua 4 điểm $(-1;0), (0;4), (1;2), (2;0)$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} -a+b-c+d=0 \\ d=4 \\ a+b+c+d=2 \\ 8a+4b+2c+d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-3 \\ c=0 \\ d=4 \end{cases}$$. Suy ra $T=11$.

Câu 3: Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in[-2026;2026]$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2+2(m-1)x+m^2-2}$ có đúng hai đường tiệm cận đứng?

Giải

Đáp án: 2026

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2+2(m-1)x+m^2-2}$ có đúng hai đường tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $f(x)=x^2+2(m-1)x+m^2-2=0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1 ("*nghiệm mẫu khác nghiệm tử*")

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'>0 \\ f(1)\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)^2-(m^2-2)>0 \\ 1+2(m-1)+m^2-2\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m+3>0 \\ m^2+2m-3\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<\dfrac{3}{2} \\ m\neq 1 \\ m\neq -3 \end{cases}.$$

Do $m\in\mathbb{Z}$, $m\in[-2026;2026]$ nên $m\in\{-2026,-2025,...,-4,-2,-1,0\}$.

Vậy có 2026 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 4: Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{2x}$ có đồ thị (C). Tìm m để đường thẳng $d: y=-x+m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt M, N sao cho tam giác OMN vuông tại O.

Giải

Đáp án: 2

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C): $\dfrac{x-1}{2x}=-x+m \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 0 \\ g(x)=2x^2-(2m-1)x-1=0 \quad (1) \end{cases}$.

Đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm phân biệt M, N khi và chỉ khi (1) có hai nghiệm phân biệt khác 0

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta=(2m-1)^2-4.2.(-1)>0 \\ g(0)=-1\neq 0 \ (Đ) \end{cases} \Leftrightarrow 4m^2-4m+9>0 \Leftrightarrow m\in\mathbb{R}$.

Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ của M, N thì x_1, x_2 là nghiệm của (1).

Theo định lí Vi-et, ta có: $x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}=\dfrac{2m-1}{2}$; $x_1x_2=\dfrac{c}{a}=-\dfrac{1}{2}$.

Do M, N thuộc d nên ta có $M(x_1;-x_1+m)$, $N(x_2;-x_2+m)$.

ΔOMN vuông tại $O \Leftrightarrow OM\perp ON \Leftrightarrow \overrightarrow{OM}.\overrightarrow{ON}=0 \Leftrightarrow x_1x_2+(-x_1+m)(-x_2+m)=0$

$\Leftrightarrow 2x_1x_2-m(x_1+x_2)+m^2=0 \Leftrightarrow -1-m.\dfrac{2m-1}{2}+m^2=0 \Leftrightarrow m-2=0 \Leftrightarrow m=2$.

Vậy $m=2$.

Câu 5: Người ta muốn sản xuất một bể nước theo dạng khối lăng trụ tứ giác đều, không có nắp trên, làm bằng kính và có thể tích là 16 m^3. Biết giá của mỗi mét vuông kính là 500 000 đồng. Số tiền tối thiểu phải trả để làm bể nước trên là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng phần chục của triệu đồng)?

Giải

Đáp án: 15,1

Khối lăng trụ tứ giác đều là hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông.

Gọi cạnh đáy của bể nước có độ dài là x (m) và chiều cao của bể nước là h (m) với x, $h>0$.

Do thể tích của bể nước là 16 m^3 nên ta có $x^2h=16 \Leftrightarrow h=\dfrac{16}{x^2}$.

Diện tích kính cần để làm bể nước là: $S=4xh+x^2=4x.\dfrac{16}{x^2}+x^2=\dfrac{64}{x}+x^2$.

Đặt $f(x)=\dfrac{64}{x}+x^2$ với $x>0$.

Ta có $f'(x)=-\dfrac{64}{x^2}+2x$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow 2x^3-64=0 \Leftrightarrow x=\sqrt[3]{32}$.

Bảng biến thiên:

x	0		$\sqrt[3]{32}$		$+\infty$
$y'(x)$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
y	$\Vert$ $+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy diện tích kính nhỏ nhất là: $\min\limits_{(0;+\infty)} f(x) = f\left(\sqrt[3]{32}\right)$.

Vậy số tiền tối thiểu phải trả là $500\,000.f\left(\sqrt[3]{32}\right) \approx 15{,}1$ triệu đồng.

Câu 6: Một bác nông dân có 240 m hàng rào và muốn rào lại một khu đất hình chữ nhật tiếp giáp với một con sông. Bác nông dân không cần rào cho phía giáp bờ sông. Hỏi bác nông dân có thể rào được khu đất với diện tích lớn nhất là bao nhiêu mét vuông?

Giải

Đáp án: 7200

Gọi hai kích thước của khu đất hình chữ nhật là x và y (mét) $(x,\ y > 0)$.

Theo đề bài ta có $2x + y = 240$, suy ra $y = 240 - 2x$. Hơn nữa $y > 0 \Rightarrow 240 - 2x > 0 \Rightarrow x < 120$.

Diện tích của khu đất hình chữ nhật là: $S = xy = x(240 - 2x) = 240x - 2x^2$, $0 < x < 120$.

Khi đó $S' = 240 - 4x$; $S' = 0 \Leftrightarrow x = 60 \in (0;120)$.

Bảng biến thiên:

x	0		60		120
S'		$+$	0	$-$	
S	0	$\nearrow$	7200	$\searrow$	0

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\max\limits_{(0;120)} S = 7200 \Leftrightarrow x = 60$.

Vậy bác nông dân có thể rào được khu đất hình chữ nhật với diện tích lớn nhất là 7200 m^2 với chiều rộng là 60 m và chiều dài là 120 m.

TOÁN THẦY YÊN CÔ DIỄM — MÔN: TOÁN 12

BỘ ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG 1 — GIẢI CHI TIẾT ĐỀ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có điểm cực tiểu là:

A. $\left(0;2\right)$. **B.** $\left(3;-4\right)$. **C.** $x_{CT}=3$. **D.** $x_{CT}=0$.

Giải

Chọn B.

Dựa vào bảng biến thiên, đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có điểm cực tiểu là $\left(3;-4\right)$.

Chú ý: Phân biệt: Điểm cực tiểu của **đồ thị** là $\left(3;-4\right)$, điểm cực tiểu của **hàm số** là $x_{CT}=3$.

Câu 2: Hàm số $y=-x^3+3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-1;1\right)$. **B.** $\left(-\infty;-1\right)$. **C.** $\left(0;\sqrt{3}\right)$. **D.** $\left(1;+\infty\right)$.

Giải

Chọn A.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=-3x^2+3$; $y'=0\Leftrightarrow x=\pm1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$y'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có $f'\left(x\right)=\left(x+2\right)\left(x+1\right)\left(x^2-1\right)$. Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(-1;1\right)$. **B.** $\left(0;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;-2\right)$. **D.** $\left(-2;-1\right)$.

Giải

Chọn C.

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow (x+2)(x+1)^2(x-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=-1 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
y		$\nearrow$		$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Câu 4: Giá trị lớn nhất hàm số $y=x^4-4x^2+5$ trên đoạn $[-2;3]$ là:

A. 100. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 50.

Giải

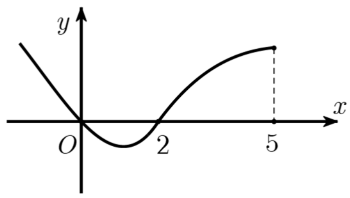
Chọn D.

Ta có $y'=4x^3-8x$; $y'=0 \Leftrightarrow 4x^3-8x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=0 & (n) \\ x=\sqrt{2} & (n) \\ x=-\sqrt{2} & (n) \end{array}\right.$.

Khi đó: $f(-2)=5;\ f(-\sqrt{2})=1;\ f(0)=5;\ f(\sqrt{2})=1;\ f(3)=50$.

Vậy $\max\limits_{[-2;3]} y=50=f(3)$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ tại mọi $x\in\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ được cho như hình vẽ dưới đây:



Biết $f(0)+f(3)=f(2)+f(5)$. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[0;5]$ là:

A. $\max\limits_{[0;5]} f(x)=f(0)$. **B.** $\max\limits_{[0;5]} f(x)=f(5)$. **C.** $\max\limits_{[0;5]} f(x)=f(2)$. **D.** $\max\limits_{[0;5]} f(x)=f(3)$.

Giải

Chọn B.

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=0,\ x=2$.

Bảng biến thiên:

x	0		2		5
y'	0	$-$	0	$+$	
y	$f(0)$	$\searrow$	$f(2)$	$\nearrow$	$f(5)$

Từ bảng biến thiên ta thấy $\max\limits_{[0;5]} f(x)$ có thể là $f(5)$ hoặc $f(0)$.

Lại có $f(0)+f(3)=f(2)+f(5) \Leftrightarrow f(0)-f(5)=f(2)-f(3)<0$ (dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f(2)<f(3)$). Suy ra $f(0)<f(5)$.

Vậy $\max\limits_{[0;5]} f(x)=f(5)$.

Câu 6: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-2}$ là đường thẳng:

A. $y=3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=3$. **D.** $y=2$.

Giải

Chọn B.

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x=-\dfrac{d}{c} \Leftrightarrow x=2$.

Câu 7: Đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau có đường tiệm cận ngang?

A. $y=\dfrac{x}{1+\sqrt{x}}$. **B.** $y=x^3-3x$. **C.** $y=\log_2 x$. **D.** $y=x+\sqrt{x^2+4}$.

Giải

Chọn D.

Phương án **D.** Tập xác định $D=\mathbb{R}$. Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x+\sqrt{x^2+4}\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-4}{x-\sqrt{x^2+4}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-\frac{4}{x}}{1+\sqrt{1+\frac{4}{x^2}}}=0$.

Do đó đồ thị hàm số này có đường tiệm cận ngang là $y=0$.

Xét thêm các phương án còn lại:

Phương án **A.** Tập xác định $D=[0;+\infty)$. Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{1+\sqrt{x}}=+\infty$. Do đó đồ thị không có tiệm cận ngang.

Phương án **B.** Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^3-3x\right)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x^3-3x\right)=-\infty$. Do đó đồ thị không có tiệm cận ngang.

Phương án **C.** Theo lý thuyết, đồ thị hàm số $y=\log_2 x$ chỉ có tiệm cận đứng $x=0$, không có tiệm cận ngang.

Câu 8: Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$y'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty \;\|\|\; +\infty$	$\searrow$	6	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y=\dfrac{x^2+2x-2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2+2x-2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2+2x+2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x^2+2x+2}{x+1}$.

Giải

Chọn A.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

- Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$, loại **B, D.**
- Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;2)$ nên loại **C.**

Câu 9: Cho hàm số $y=(x-2)(x^2+1)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. (C) cắt trục hoành tại hai điểm. **B.** (C) cắt trục hoành tại một điểm.

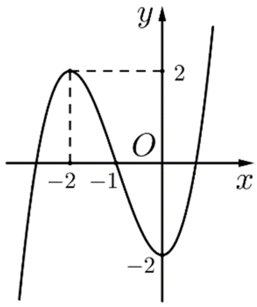
C. (C) không cắt trục hoành. **D.** (C) cắt trục hoành tại ba điểm.

Giải

Chọn B.

Ta có $(x-2)(x^2+1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=0 \\ x^2+1=0\ (VN) \end{array}\right. \Leftrightarrow x=2$. Suy ra (C) cắt trục hoành tại một điểm.

Câu 10: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=-x^3-3x^2-2$. **B.** $y=x^3+3x^2-2$. **C.** $y=x^3-3x^2-2$. **D.** $y=-x^3+3x^2-2$.

Giải

Chọn B.

Đây là đồ thị của hàm số bậc ba với hệ số $a>0$ nên loại **A, D.**

Đồ thị đi qua điểm $(-1;0)$ nên loại **C.**

Câu 11: Một xưởng in có 8 máy in, mỗi máy in được 4000 bản in khổ giấy A4 trong một giờ. Chi phí để bảo trì, vận hành một máy trong mỗi lần in là 50000 đồng. Chi phí in ấn của n máy chạy trong một giờ là $20(3n+5)$ nghìn đồng. Hỏi nếu in 50000 bản in khổ giấy A4 thì phải sử dụng bao nhiêu máy để thu được nhiều lãi nhất?

A. 6 máy. **B.** 7 máy.

C. 4 máy. **D.** 5 máy.

Giải

Chọn D.

Gọi số giờ cần in là x và số máy in cần sử dụng là n ($x \ge 0,\ n \ge 1$).

Số bản in in được là: $4000nx$.

Theo đề bài ta có $4000nx=50000 \Rightarrow x=\dfrac{25}{2n}$.

Chi phí in ấn và vận hành là:

$20(3n+5)x+50n=60nx+100x+50n=60n.\dfrac{25}{2n}+100.\dfrac{25}{2n}+50n=50n+\dfrac{1250}{n}+750$ nghìn đồng.

Xét hàm số $f\left(n\right)=50n+\dfrac{1250}{n}+750$ với $1\le n\le 8$.

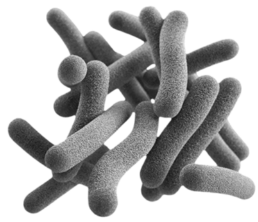
Ta có $f'\left(n\right)=-\dfrac{1250}{n^2}+50$; $f'\left(n\right)=0\Leftrightarrow -\dfrac{1250}{n^2}+50=0\Leftrightarrow n^2=25\Rightarrow n=5$.

Lại có $f\left(1\right)=2050,\ f\left(5\right)=1250,\ f\left(8\right)=1306,25$.

Do đó ta có $\min\limits_{[1;8]} f\left(n\right)=1250$ (nghìn đồng) khi $n=5$.

Để thu được tiền lãi cao nhất thì chi phí bỏ ra phải thấp nhất, khi đó số máy in cần sử dụng là 5 máy.

Câu 12: Sự ảnh hưởng khi sử dụng một loại độc tố với vi khuẩn X được một nhà sinh học mô tả bởi hàm số $P\left(t\right)=\dfrac{t+1}{t^2+t+4}$, trong đó $P\left(t\right)$ là số lượng vi khuẩn sau t giờ sử dụng độc tố. Vào thời điểm nào thì số lượng vi khuẩn X bắt đầu giảm?



A. Ngay từ lúc bắt đầu sử dụng độc tố. **B.** Sau 0,5 giờ.

C. Sau 2 giờ. **D.** Sau 1 giờ.

Giải

Chọn D.

Xét hàm số $P\left(t\right)=\dfrac{t+1}{t^2+t+4}$ với $t\ge 0$.

Ta có $P'\left(t\right)=\dfrac{t^2+t+4-\left(t+1\right)\left(2t+1\right)}{\left(t^2+t+4\right)^2}=\dfrac{-t^2-2t+3}{\left(t^2+t+4\right)^2}$; $P'\left(t\right)=0\Leftrightarrow -t^2-2t+3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} t=1 & (n) \\ t=-3 & (l)\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

t	0		1		$+\infty$
$P'(t)$		$+$	0	$-$	
$P(t)$	$\frac{1}{4}$	$\nearrow$	$\frac{1}{3}$	$\searrow$	0

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy vào thời điểm $t=1$ giờ thì số lượng vi khuẩn X bắt đầu giảm.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{ax+3}{bx+c}$ $\left(a,\ b,\ c\in\mathbb{R}\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$	
y	1	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	1

a) $a=b$.

b) $f\left(1\right)>f\left(2025\right)$.

c) $\max\limits_{(-\infty;2)} f\left(x\right)=+\infty$.

d) Trong các hệ số a, b, c chỉ có một số âm.

Giải

a) Đúng

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường tiệm cận ngang là $y=1 \Rightarrow \dfrac{a}{b}=1 \Rightarrow a=b$.

b) Đúng

Dựa vào bảng biến thiên ta có $f(1)>1$ và $f(2025)<1$ nên $f(1)>f(2025)$.

c) Sai

Trên khoảng $(-\infty;2)$ hàm số không có giá trị lớn nhất.

d) Sai

Từ bảng biến thiên ta có:

- $x=0 \Rightarrow y=\dfrac{3}{c}>1 \Rightarrow c>0$;
- Đường tiệm cận đứng là $x=2 \Rightarrow -\dfrac{c}{b}=2 \Rightarrow c=-2b \Rightarrow b<0 \Rightarrow a<0$.

Vậy trong các hệ số a, b, c có hai số âm là a, b.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)=2x^3+2(m+1)x^2+6x+4+2m$, với m là tham số.

a) Khi $m=-1$ thì hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

b) Khi $m=1$ thì hàm số đã cho không có cực trị.

c) Có 3 giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

d) Biết hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$, khi đó $m \in (2;5)$.

Giải

a) Đúng

Khi $m=-1$ thì $f(x)=2x^3+6x+2$. Ta có $f'(x)=6x^2+6>0$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

b) Đúng

Khi $m=1$ thì $f(x)=2x^3+4x^2+6x+6$

Ta có $f'(x)=6x^2+8x+6$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow 6x^2+8x+6=0$ vô nghiệm.

Do đó hàm số đã cho không có cực trị.

c) Sai

Ta có $f'(x)=6x^2+4(m+1)x+6$.

Hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty) \Leftrightarrow f'(x)\ge 0$, $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 6x^2+4(m+1)x+6\ge 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$

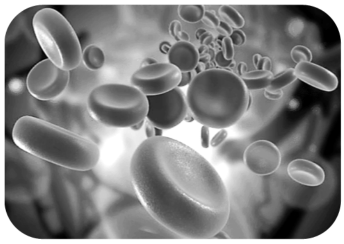
$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=6>0\ (Đ) \\ \Delta'=4(m+1)^2-6.6\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow 4(m+1)^2-36\le 0 \Leftrightarrow (m+1)^2\le 9 \Leftrightarrow -4\le m\le 2.$$

Do đó có 2 giá trị nguyên dương của m thỏa mãn là $m=1,\ m=2$.

d) Sai

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2 \Leftrightarrow \begin{cases} y'(2)=0 \\ y''(2)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6.2^2+4.(m+1).2+6=0 \\ 12.2+4(m+1)>0 \end{cases} \Leftrightarrow m=-\dfrac{19}{4} \notin (2;5)$.

Câu 3: Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong t giờ được cho bởi công thức $c(t)=\dfrac{t}{t^2+1}$ (mg/L).



a) $c'(t)=\dfrac{t^2+1}{\left(t^2+1\right)^2}$.

b) $c'(t)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1\in(0;+\infty) \\ t=-1\notin(0;+\infty) \end{array}\right.$.

c) Nồng độ thuốc trong máu tăng trong 2 giờ đầu tiên sau khi tiêm.

d) Sau khi tiêm thuốc 1 giờ thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất.

Giải

a) Sai

Ta có $c'(t)=\dfrac{1-t^2}{\left(t^2+1\right)^2}$.

b) Đúng

Ta có $c'(t)=0 \Leftrightarrow 1-t^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1\in(0;+\infty) \\ t=-1\notin(0;+\infty) \end{array}\right.$.

c) Sai

Bảng biến thiên:

t	0		1		$+\infty$
$c'(t)$		$+$		$-$	
$c(t)$	0	$\nearrow$	$\dfrac{1}{2}$	$\searrow$	0

Hàm số $c(t)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$, tức là nồng độ thuốc trong máu tăng trong 1 giờ đầu tiên sau khi tiêm.

d) Đúng

Ta có $\max\limits_{(0;+\infty)} c(t)=\dfrac{1}{2}=f(1)$, tức là sau khi tiêm 1 giờ thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất.

Câu 4: Xét một chất điểm chuyển động dọc theo trục Ox. Toạ độ của chất điểm tại thời điểm t giây được xác định bởi hàm số $x(t)=t^3-6t^2+9t$ (mét) với $t\ge 0$. Khi đó $x'(t)$ là vận tốc của chất điểm tại thời điểm t, kí hiệu $v(t)$; $v'(t)$ là gia tốc chuyển động của chất điểm tại thời điểm t, kí hiệu $a(t)$.

a) $v(t)=3t^2-12t+9$ (m/s).

b) $a(t)=6t-12$ (m/s^2).

c) Trong khoảng từ $t=0$ s đến $t=2$ s thì vận tốc của chất điểm tăng.

d) Từ $t=2$ s trở đi thì vận tốc của chất điểm tăng.

Giải

a) Đúng

Ta có $v(t)=x'(t)=3t^2-12t+9$ (m/s).

b) Đúng

Ta có $a(t)=v'(t)=6t-12$ (m/s^2).

c) Sai

Ta có $v'(t)=0 \Leftrightarrow 6t-12=0 \Leftrightarrow t=2$.

Bảng biến thiên:

<table>
<tr><td>t</td><td>0</td><td></td><td>2</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$v'(t)$</td><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td></td></tr>
<tr><td>$v(t)$</td><td>9</td><td>$\searrow$</td><td>-3</td><td>$\nearrow$</td><td>$+\infty$</td></tr>
</table>

Từ $t=0$ s đến $t=2$ s thì vận tốc của chất điểm giảm do hàm số $v(t)$ nghịch biến trên $(0;2)$.

d) Đúng

Từ $t=2$ s trở đi thì vận tốc của chất điểm tăng do hàm số $v(t)$ đồng biến trên $(2;+\infty)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=\dfrac{\ln x}{x}$ trên đoạn $[1;4]$ là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Giải

Đáp án: 0,37

Ta có: $g'(x)=\dfrac{\frac{1}{x}.x-\ln x.1}{x^2}=\dfrac{1-\ln x}{x^2}$; $g'(x)=0 \Leftrightarrow 1-\ln x=0 \Leftrightarrow x=e\in(1;4)$.

Khi đó $g(1)=0,\ g(e)=\dfrac{1}{e},\ g(4)=\dfrac{\ln 4}{4}=\dfrac{\ln 2}{2}$.

Vậy $\max\limits_{[1;4]} g(x)=\dfrac{1}{e},\ \min\limits_{[1;4]} g(x)=0 \Rightarrow \max\limits_{[1;4]} g(x)+\min\limits_{[1;4]} g(x)=\dfrac{1}{e}\approx 0,37$.

Câu 2: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=2x^3-3x^2+2$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-6x^2+9x+m$ tại 3 điểm phân biệt?

Giải

Đáp án: 31

Phương trình hoành độ giao điểm là của 2 đồ thị trên là:

$2x^3-3x^2+2=x^3-6x^2+9x+m \Leftrightarrow x^3+3x^2-9x+2=m$ (*)

Hai đồ thị cắt nhau tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ (*) có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ $(C): y=x^3+3x^2-9x+2$ cắt $d: y=m$ tại 3 điểm phân biệt.

Xét $(C): y=x^3+3x^2-9x+2$.

Ta có $y'=3x^2+6x-9$; $y'=0 \Leftrightarrow x=-3,\ x=1$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$y'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	29	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy (C) cắt d tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow -3<m<29$.

Do m nguyên nên $m\in\{-2;\,-1;\,0;\,1;\,2;\,...;\,28\}$. Vậy có 31 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 3: Cho hàm số $y=-x^3-mx^2+(4m+9)x+5$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$?

Giải

Đáp án: 7

Ta có: $y'=-3x^2-2mx+(4m+9)$.

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty) \Leftrightarrow y'\le 0,\ \forall x\in(-\infty;+\infty)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=-3<0 \\ \Delta'=b'^2-ac=m^2+12m+27\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow -9\le m\le -3.$$

Vì m nguyên nên $m\in\{-9;-8;-7;-6;-5;-4;-3\}$. Vậy có 7 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 4: Một hộp sữa dung tích 1 lít có dạng hình hộp chữ nhật với đáy là hình vuông cạnh bằng x (cm) và chiều cao h (cm). Tìm giá trị của x (cm) để diện tích toàn phần của hình hộp là nhỏ nhất.

Giải

Đáp án: 10

Thể tích của hộp sữa là: $V=x^2h$ (cm^3).

Theo đề bài, ta có: $V=1$ lít $=1000\text{ cm}^3 \Rightarrow x^2h=1000 \Rightarrow h=\dfrac{1000}{x^2}$.

Ta có diện tích toàn phần của hộp sữa là: $S_{tp}=S_{xq}+2S_d=4hx+2x^2=4.\dfrac{1000}{x^2}.x+2x^2=2x^2+\dfrac{4000}{x}$.

Đặt $y=2x^2+\dfrac{4000}{x}$ với $x>0$.

Ta có $y'=4x-\dfrac{4000}{x^2}$; $y'=0 \Leftrightarrow 4x-\dfrac{4000}{x^2}=0 \Leftrightarrow 4x^3-4000=0 \Leftrightarrow x=10$.

Bảng biến thiên:

x	0		10		$+\infty$
y'	||	$-$	0	$+$	
y	|| $+\infty$	$\searrow$	600	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy để hộp sữa có diện tích toàn phần nhỏ nhất bằng 600 cm^2 thì $x = 10$ (cm).

Câu 5: Vận tốc của một tàu con thoi từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0\,(\text{s})$ cho đến thời điểm $t = 126\,(\text{s})$ được cho bởi công thức $v(t) = 0{,}001302t^3 - 0{,}09029t^2 + 83$ (đơn vị: ft/s). Hỏi trong thời gian đó tàu con thoi đạt vận tốc lớn nhất bằng bao nhiêu ft/s (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

Giải

Đáp án: 1254

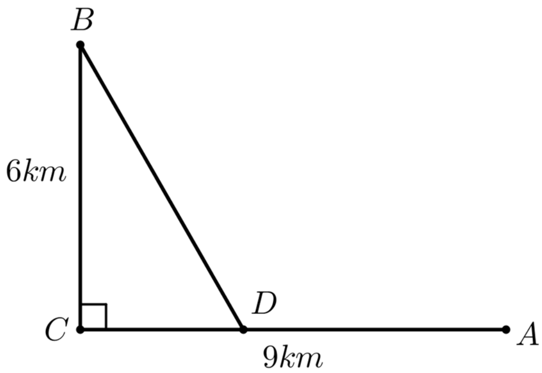
Xét hàm số $v(t) = 0{,}001302t^3 - 0{,}09029t^2 + 83$ trên đoạn $[0;126]$.

Ta có: $v'(t) = 0{,}003906t^2 - 0{,}18058t$; $v'(t) = 0 \Leftrightarrow 0{,}003906t^2 - 0{,}18058t = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t \approx 46{,}23 \end{array}\right.$.

Khi đó: $v(0) = 83$; $v(46{,}23) \approx 18{,}67$; $v(126) \approx 1254$. Do đó $\max\limits_{[0;126]} v(t) \approx 1254$ (ft/s) khi $t = 126\,(\text{s})$.

Vậy tàu con thoi đạt vận tốc lớn nhất bằng 1254 (ft/s) khi $t = 126\,(\text{s})$.

Câu 6: Một công ty muốn xây dựng hệ thống dây cáp từ trạm A ở trên bờ biển đến một vị trí B trên một hòn đảo. Hòn đảo cách bờ biển 6 km. Gọi C là điểm trên bờ sao cho BC vuông góc với bờ biển. Khoảng cách từ A đến C là 9 km. Giá để lắp đặt mỗi km hệ thống dây trên bờ là 50 triệu đồng và dưới nước là 130 triệu đồng. Người ta cần xác định một vị trí D trên AC để lắp đặt hệ thống dây theo đường gấp khúc ADB mà số tiền chi phí thấp nhất. Khi đó chi phí lắp đặt thấp nhất là bao nhiêu triệu đồng?



Giải

Đáp án: 1170

Đặt $CD = x$ (km) với $x \in [0;9]$. Khi đó $AD = 9 - x$ (km) và $BD = \sqrt{CD^2 + BC^2} = \sqrt{x^2 + 36}$ (km).

Chi phí lắp đặt là: $f(x) = 50(9 - x) + 130\sqrt{x^2 + 36}$ (triệu đồng).

Xét hàm số: $f(x) = 50(9 - x) + 130\sqrt{x^2 + 36}$ với $x \in [0;9]$.

Ta có $f'(x) = -50 + \dfrac{130x}{\sqrt{x^2 + 36}}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{130x}{\sqrt{x^2 + 36}} - 50 = 0 \Leftrightarrow 13x = 5\sqrt{x^2 + 36}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 169x^2 = 25\left(x^2+36\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 144x^2 = 900 \end{cases} \Leftrightarrow x = \dfrac{5}{2}$.

Khi đó: $f(0)=1230$; $f\left(\dfrac{5}{2}\right)=1170$; $f(9)\approx 1406$. Do đó $\min\limits_{[0;9]} f(x)=1170$ khi $x=\dfrac{5}{2}$.

Vậy chi phí lắp đặt thấp nhất là 1170 triệu đồng khi $CD = 2,5$ (km).

TOÁN THẦY YÊN CÔ DIỄM

BỘ ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG 1

MÔN: TOÁN 12

GIẢI CHI TIẾT ĐỀ 03

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	$\|$	$-$	$\|$	$+$	
y	0 $\searrow$	$-\infty$	$\|$ $+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;5)$.

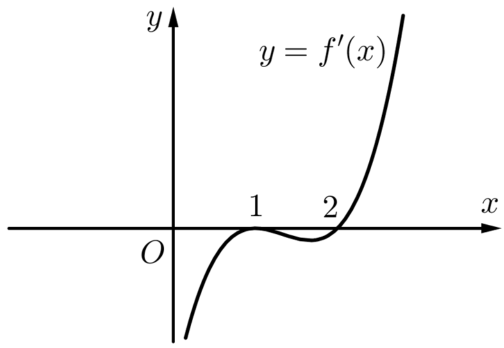
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Giải

Chọn B.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$ là **sai** vì hàm số không xác định tại $x = 0$.

Câu 2: Cho hàm số đa thức bậc bốn $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Hỏi hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(1;2)$.

Giải

Chọn C.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số $y = f'(x)$ có $f'(x) > 0$, $\forall x \in (2;+\infty)$ (nằm phía trên Ox) nên hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 3: Biết đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x - 1$ có hai điểm cực trị A và B. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB?

A. $N(0;2)$. **B.** $P(-1;1)$. **C.** $Q(-1;-8)$. **D.** $M(0;-1)$.

Giải

Chọn A.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=3x^2+6x-9$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-3\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$y'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	26	$\searrow$	-6	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hai điểm cực trị của đồ thị hàm số trên là $A(1;-6)$, $B(-3;26)$.

AB qua $A(1;-6)$ và có VTCP là $\overrightarrow{AB}=(-4;32)\Rightarrow$ VTPT là $\vec{n}=(32;4)=4(8;1)$.

Suy ra $AB:8(x-1)+1(y+6)=0\Leftrightarrow 8x+y-2=0$. Khi đó $N(0;2)$ thuộc AB.

Nhận xét: Có thể kiểm tra 3 điểm N, A, B thẳng hàng bằng cách kiểm tra $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AN}$ cùng phương.

Câu 4: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$.

A. $m=6$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=-3$. **D.** $m=\dfrac{19}{3}$.

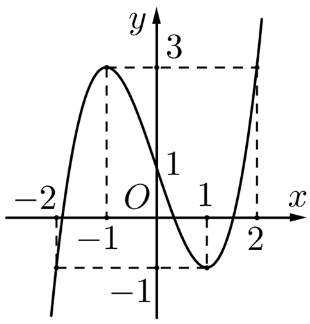
Giải

Chọn A.

Ta có $y'=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\notin(2;4)\\x=3\in(2;4)\end{array}\right.$.

Khi đó $y'(2)=7$; $y'(4)=\dfrac{19}{3}$; $y'(3)=6$. Do đó $\min\limits_{[2;4]}y=6=f(3)\Rightarrow m=6$.

Câu 5: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y=-x^3+2x-1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=2x^3-6x+1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

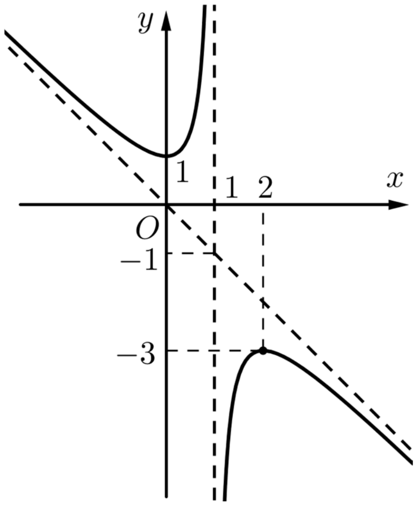
Giải

Chọn D.

Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a>0$ nên loại **A** và **B.**

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;-1)$ nên loại **C.**

Câu 6: Đường cong cho trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y=\dfrac{x^2-2x+2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{-x^2+x+2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2-x+1}{-x+1}$. **D.** $y=\dfrac{-x^2-x+1}{x-1}$.

Giải

Chọn C.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;1)$ nên loại **A, B, D.**

Câu 7: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2-6x+2}{x+3}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Giải

Chọn B.

Đồ thị hàm số phân thức bậc 2 trên 1 có 2 đường tiệm cận: 1 TCĐ và 1 TCX.

Giải thích chi tiết hơn:

Ta có $\lim\limits_{x\to(-3)^+}\dfrac{2x^2-6x+2}{x+3}=+\infty$ nên đồ thị hàm số có 1 TCĐ là $x=-3$.

Lại có $y=\dfrac{2x^2-6x+2}{x+3}=2x-12+\dfrac{38}{x+3}$ nên đồ thị hàm số có 1 TCX là $y=2x-12$.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 8: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị m để tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx^2+x-3}{x-1}$ tạo với hai trục Ox, Oy một tam giác có diện tích bằng 2. Khi đó tổng giá trị các phần tử của S bằng:

A. $\dfrac{7}{2}$. **B.** 1. **C.** $\dfrac{5}{2}$. **D.** -5.

Giải

Chọn D.

Ta có $y=mx+m+1+\dfrac{m-2}{x-1}$ nên đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y=mx+m+1$ $(m\neq 0)$.

Giao điểm của tiệm cận xiên với trục Ox là $A\left(\dfrac{-m-1}{m};0\right)$;

Giao điểm của tiệm cận xiên với trục Oy là $B(0;m+1)$.

Đường tiệm cận xiên cùng với 2 trục Ox, Oy tạo thành một tam giác có diện tích bằng 2 nên:

$S=\frac{1}{2}.|m+1|.\left|\frac{-m-1}{m}\right|=2\Leftrightarrow (m+1)^2=4|m|$ (*)

TH1: $m\ge 0$: (*) $\Leftrightarrow m^2+2m+1=4m\Leftrightarrow m=1$ (nhận)

TH2: $m<0$: (*) $\Leftrightarrow m^2+2m+1=-4m\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-3+2\sqrt{2} \\ m=-3-2\sqrt{2}\end{array}\right.$ (nhận).

Suy ra $S=\left\{-3+2\sqrt{2};\,-3-2\sqrt{2};\,1\right\}$. Tổng giá trị các phần tử của S bằng -5.

Câu 9: Cho $(C): y=\frac{2x+1}{x-1}$. Điểm $A\in(C)$ có hoành độ bằng 2. Tiếp tuyến của (C) tại A cắt các trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại M, N. Tính diện tích tam giác OMN.

A. $\frac{123}{6}$. **B.** $\frac{125}{6}$. **C.** $\frac{119}{6}$. **D.** $\frac{121}{6}$.

Giải

Chọn D.

Ta có $x_A=2\Rightarrow y_A=5\Rightarrow A(2;5)$; $y'=\frac{-3}{(x-1)^2}$; $y'(2)=-3$.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $A(2;5)$ là: $y=y'(2)(x-2)+5\Leftrightarrow y=-3(x-2)+5\Leftrightarrow y=-3x+11$.

Giao điểm của tiếp tuyến với Ox, Oy lần lượt là: $M\left(\frac{11}{3};0\right)$, $N(0;11)$.

Diện tích tam giác OMN là $S=\frac{1}{2}.\frac{11}{3}.11=\frac{121}{6}$.

Câu 10: Cho hàm số $y=x^3-2x^2+mx+1$ (m là tham số). Tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ là:

A. $\left(-\infty;\frac{4}{3}\right]$. **B.** $\left(-\infty;\frac{4}{3}\right)$. **C.** $\left[\frac{4}{3};+\infty\right)$. **D.** $\left(\frac{4}{3};+\infty\right)$.

Giải

Chọn C.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow y'=3x^2-4x+m\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow \begin{cases} a=3>0 \\ \Delta'=b'^2-ac=4-3m\le 0\end{cases}\Leftrightarrow m\ge\frac{4}{3}$.

Câu 11: Biết hàm số $y=x^4-4x^2+3$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$y'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm m để phương trình $\left|x^4-4x^2+3\right|=m$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt.

A. $1<m<3$. **B.** $m>3$. **C.** $m=0$. **D.** $m\in(1;3)\cup\{0\}$.

Giải

Chọn D.

Từ bảng biến thiên trên ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $(C'): y = \left|x^4 - 4x^2 + 3\right|$:

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		$-\sqrt{2}$		-1		0		1		$\sqrt{2}$		$\sqrt{3}$		$+\infty$
$y'(x)$		$-$	‖	$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$-$	‖	$+$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	1	↘	0	↗	3	↘	0	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

Phương trình $\left|x^4 - 4x^2 + 3\right| = m$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi (C') có 4 điểm chung với $d: y = m$. Dựa vào bảng biến thiên suy ra $m \in (1;3) \cup \{0\}$.

Câu 12: Một vật chuyển động theo quy luật $s = -t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Kể từ lúc bắt đầu chuyển động đến lúc đạt vận tốc lớn nhất thì quãng đường vật đi được là bao nhiêu?

A. 16 m. **B.** 20 m. **C.** 12 m. **D.** 24 m.

Giải

Chọn A.

Ta có vận tốc $v(t) = s'(t) = -3t^2 + 12t,\ t \geq 0$.

$v'(t) = -6t + 12;\ v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

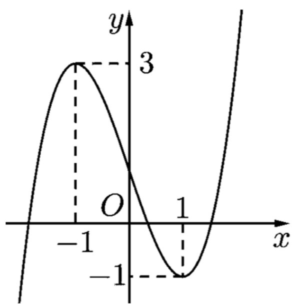
Bảng biến thiên:

t	0		2		$+\infty$
$v'(t)$		$+$	0	$-$	
$v(t)$	0	↗	12	↘	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy vận tốc đạt giá trị lớn nhất là 12 m/s khi $t = 2$ (s). Khi đó quãng đường vật đi được là $s(2) = 16$ m.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

b) Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $x = -1$.

c) Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là $d: y = -3x$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng 19.

Giải

a) Sai

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

b) Sai

Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(-1;3)$.

c) Sai

Gọi $d: y = ax + b$ là đường thẳng qua hai điểm cực trị $A(-1;3)$, $B(1;-1)$.

$$A,\ B \in d \Rightarrow \begin{cases} -a+b=3 \\ a+b=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow d: y=-2x+1.$$

d) Đúng

$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$; $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Đồ thị hàm số đi qua 2 điểm $A(-1;3)$, $B(1;-1)$ và hàm số có 2 điểm cực trị là $x=-1,\ x=1$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} -a+b-c+d=3 \\ a+b+c+d=-1 \\ 3a-2b+c=0 \\ 3a+2b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \\ c=-3 \\ d=1 \end{cases}$$. Suy ra $y = x^3 - 3x + 1$. Khi đó $\max\limits_{[-3;3]} y = y(3) = 19$.

Câu 2: Cho hàm số $y = \dfrac{x^2-2x+4}{x-2}$ có đồ thị (C).

a) Tập xác định của hàm số đã cho là $D = \mathbb{R}$.

b) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 2$ và có tiệm cận xiên là $y = x$.

c) Tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng 4.

d) Có đúng 8 giá trị nguyên của tham số m không vượt quá 10 để đồ thị hàm số đã cho cắt đường thẳng $y = mx - 2$ tại hai điểm phân biệt nằm về hai phía so với tiệm cận đứng của đồ thị (C).

Giải

a) Sai

Tập xác định của hàm số đã cho là $D = \mathbb{R}\setminus\{2\}$.

b) Đúng

Ta có tiệm cận đứng là $x = 2$ (nghiệm mẫu).

Lại có $y = \dfrac{x^2-2x+4}{x-2} = x + \dfrac{4}{x-2}$ nên tiệm cận xiên là $y = x$.

c) Đúng

Ta có $y' = \dfrac{x^2-4x}{(x-2)^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=4 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		4		$+\infty$
$y'(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	$-\infty \Vert +\infty$	$\searrow$	6	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại: $y_{CĐ}=-2$, giá trị cực tiểu $y_{CT}=6$.

Vậy tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu là $-2+6=4$.

d) Sai

Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{x^2-2x+4}{x-2}=mx-2 \Leftrightarrow (m-1)x^2-2mx=0$ (*) (do $x=2$ không là nghiệm của phương trình).

Đồ thị cắt đường thẳng tại 2 điểm phân biệt khi và chỉ khi (*) có 2 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=m-1\neq 0 \\ \Delta'=m^2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 1 \\ m\neq 0 \end{cases}$. Khi đó (*) $\Leftrightarrow x=0,\ x=\dfrac{2m}{m-1}$.

Hơn nữa hai giao điểm này nằm về hai phía so với tiệm cận đứng của đồ thị (C) nên ta có:

$\dfrac{2m}{m-1}>2 \Leftrightarrow \dfrac{2}{m-1}>0 \Leftrightarrow m>1$. Do $m\in\mathbb{Z},\ m\leq 10$ nên $m\in\{2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6;\ 7;\ 8;\ 9;\ 10\}$.

Vậy có 9 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn.

Câu 3: Nồng độ oxygen trong hồ theo thời gian t cho bởi công thức $y(t)=5-\dfrac{15t}{9t^2+1}$, với y được tính theo mg/l và t được tính theo giờ, $t\geq 0$.

a) Nồng độ oxygen trong hồ tại thời điểm $t=2$ giờ là 4,2 mg/l (đã làm tròn kết quả).

b) $y'(t)=\dfrac{135t^2-15}{9t^2+1}$.

c) Sau 30 phút nồng độ oxygen trong hồ xuống mức thấp nhất.

d) Sau một thời gian đủ dài, nồng độ oxygen trong hồ sẽ bão hòa và đạt ngưỡng xấp xỉ 5 mg/l.

Giải

a) Đúng

Ta có $y(2)=5-\dfrac{15.2}{9.2^2+1}\approx 4,2$ mg/l.

b) Sai

Ta có $y'(t)=\dfrac{-15(9t^2+1)+15t.18t}{(9t^2+1)^2}=\dfrac{135t^2-15}{(9t^2+1)^2}$.

c) Sai

$y'(t)=0 \Rightarrow 135t^2-15=0 \Rightarrow t=\dfrac{1}{3}$.

Bảng biến thiên:

t	0		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$y'(t)$		$-$	0	$+$	
y	5	$\searrow$	$\frac{5}{2}$	$\nearrow$	5

Vậy sau $\frac{1}{3}$ giờ $=20$ phút nồng độ oxygen trong hồ xuống mức thấp nhất là $\frac{5}{2}$ mg/l.

d) Đúng

Ta có $\lim\limits_{t\to+\infty} y(t)=5$, tức là khi thời gian đủ dài, nồng độ oxygen trong hồ sẽ bão hòa và đạt ngưỡng xấp xỉ 5 mg/l.

Câu 4: Một công ty sản xuất sản phẩm. Bộ phận tài chính của công ty đưa ra hàm số biểu diễn giá bán mỗi sản phẩm khi có x sản phẩm được bán ra là $p(x)=1000-25x$ (nghìn đồng).

a) Hàm số doanh thu của công ty khi bán được x sản phẩm là $f(x)=x.p(x)$ (nghìn đồng).

b) Doanh thu của công ty khi bán được 10 sản phẩm là 7,5 triệu đồng.

c) Phương trình $f'(x)=0$ có nghiệm là $x=2$.

d) Doanh thu công ty lớn nhất là 10 triệu đồng khi bán được 20 sản phẩm.

Giải

a) Đúng

Bán x sản phẩm với giá mỗi sản phẩm là $p(x)=1000-25x$ (nghìn đồng) nên ta có doanh thu của công ty là $f(x)=x.p(x)$ (nghìn đồng).

b) Đúng

Doanh thu khi bán được 10 sản phẩm là:

$f(10)=10.p(10)=10.(1000-25.10)=7500$ nghìn đồng $=7,5$ triệu đồng.

c) Sai

Ta có $f(x)=-25x^2+1000x$. Khi đó $f'(x)=-50x+1000$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow -50x+1000=0 \Leftrightarrow x=20$.

Vậy $f'(x)=0$ có nghiệm là $x=20$.

d) Đúng

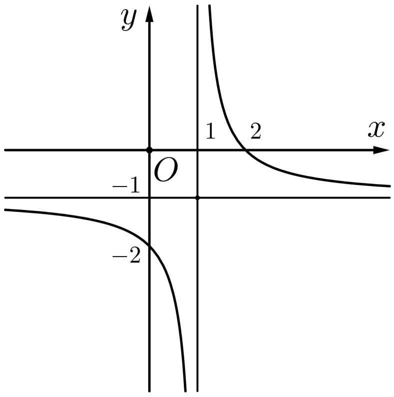
Bảng biến thiên:

x	0		20		$+\infty$
$y'(x)$		$+$	0	$-$	
y	0	$\nearrow$	10000	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất là 10000 tại $x=20$. Vậy doanh thu lớn nhất là 10 triệu đồng, khi đó có 20 sản phẩm được bán ra.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ ($c\neq 0$, $ad-bc\neq 0$) có đồ thị như hình dưới đây. Tính giá trị biểu thức $T=\frac{a-2b+3d}{c}$.



Giải

Đáp án: –8

Tiệm cận ngang: $y=-1=\frac{a}{c}\Rightarrow a=-c\ (1)$.

Tiệm cận đứng: $x=1=-\frac{d}{c}\Rightarrow d=-c\ (2)$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $A\left(-\frac{b}{a};0\right)$ hay $A(2;0)$ $\Rightarrow -\frac{b}{a}=2$ $\Rightarrow b=-2a=2c\ (3)$.

Từ (1), (2), (3) suy ra $T=\frac{a-2b+3d}{c}=\frac{-c-4c-3c}{c}=-8$.

Câu 2: Biết tích các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\frac{2x-4}{x^2+2(m-2)x+m^2+1}$ có đúng 2 đường tiệm cận có dạng $\frac{a}{b}$ (với $a,b\in\mathbb{Z}$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $P=a^2+b^2$.

Giải

Đáp án: 97

Đồ thị không có tiệm cận xiên (đồ thị hàm phân thức có tiệm cận xiên khi và chỉ khi bậc tử lớn hơn bậc mẫu đúng 1 bậc)

Đồ thị có 1 tiệm cận ngang là $y=0$ do bậc tử nhỏ hơn bậc mẫu.

Do đó, để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận thì nó cần có đúng 1 đường tiệm cận đứng.

Đặt $f(x)=x^2+2(m-2)x+m^2+1$.

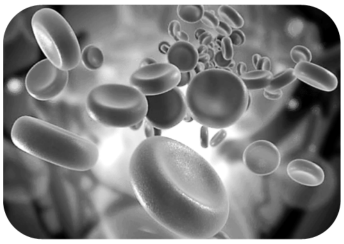
Khi đó $f(x)=0$ có 2 nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm $x=2$ (là nghiệm tử) hoặc $f(x)=0$ có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}\Delta'>0\\ f(2)=0\end{cases}\\ \Delta'=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}(m-2)^2-m^2-1>0\\ 4+2(m-2).2+m^2+1=0\end{cases}\\ (m-2)^2-m^2-1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}-4m+3>0\\ m^2+4m-3=0\end{cases}\\ -4m+3=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}m<\frac{3}{4}\\ m=-2\pm\sqrt{7}\end{cases}\\ m=\frac{3}{4}\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-2\pm\sqrt{7}\\ m=\frac{3}{4}\end{array}\right.$$. Vậy tích cần tính là: $P=\left(-2+\sqrt{7}\right).\left(-2-\sqrt{7}\right).\frac{3}{4}=-\frac{9}{4}$.

Do đó $a=-9, b=4$; $P=a^2+b^2=97$.

Câu 3: Khi loại thuốc A được tiêm vào bệnh nhân, nồng độ mg/l của thuốc trong máu sau x phút được xác định bởi công thức: $C(x)=\dfrac{30x}{x^2+2}$. Nồng độ thuốc trong máu đạt giá trị cực đại là bao nhiêu mg/l trong khoảng thời gian 6 phút sau khi tiêm (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?



Giải

Đáp án: 10,6

Xét hàm số $C(x)=\dfrac{30x}{x^2+2}$ với $x\in[0;6]$.

Ta có: $C'=\dfrac{-30x^2+60}{\left(x^2+2\right)^2}$; $C'(x)=0 \Leftrightarrow \dfrac{-30x^2+60}{\left(x^2+2\right)^2}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=\sqrt{2} & (n) \\ x=-\sqrt{2} & (l) \end{array}\right.$.

Khi đó: $C(0)=0$; $C\left(\sqrt{2}\right)=\dfrac{15\sqrt{2}}{2}\approx 10,6$; $C(6)\approx 4,7$.

Nồng độ thuốc trong máu $C(x)$ đạt giá trị cực đại là $\dfrac{15\sqrt{2}}{2}\approx 10,6$ mg/l trong 6 phút sau khi tiêm.

Câu 4: Giả sử số lượng của một quần thể nấm men tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm được mô hình hoá bằng hàm số $P(t)=\dfrac{a}{b+\mathrm{e}^{-0,75t}}$, trong đó thời gian t được tính bằng giờ. Tại thời điểm ban đầu $t=0$, quần thể có 20 tế bào và tăng với tốc độ 12 tế bào/giờ. Tính giá trị $a+4b$.

Giải

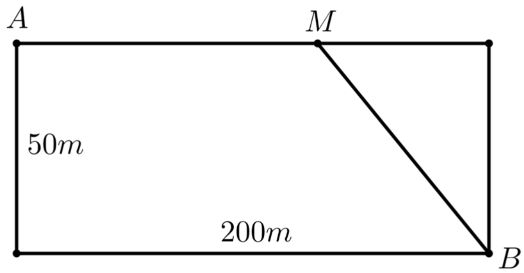
Đáp án: 26

Ta có tốc độ thay đổi tế bào tại thời điểm t là: $P'(t)=\dfrac{0,75a\mathrm{e}^{-0,75t}}{\left(b+\mathrm{e}^{-0,75t}\right)^2}$, $t\ge 0$.

Theo đề bài, ta có: $\begin{cases} P(0)=20 \\ P'(0)=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{a}{b+1}=20 \\ \dfrac{0,75a}{(b+1)^2}=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=20(b+1) \\ \dfrac{15}{b+1}=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=25 \\ b=\dfrac{1}{4} \end{cases}$.

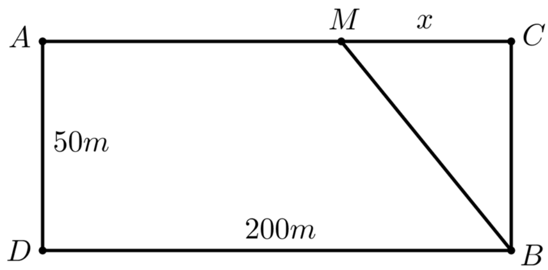
Do đó $a+4b=26$.

Câu 5: Có một cái hồ hình chữ nhật rộng 50 m, dài 200 m. Một vận động viên tập luyện chạy phối hợp với bơi như sau: Xuất phát từ vị trí điểm A chạy theo chiều dài bể bơi đến vị trí điểm M và bơi từ vị trí điểm M đến B như hình vẽ. Hỏi vận động viên đó nên chọn vị trí điểm M cách A bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) để đến đích nhanh nhất, biết rằng vận tốc bơi là 1,6 m/s và vận tốc chạy là 4,8 m/s?



Giải

Đáp án: 182



Gọi hình chữ nhật $ACBD$. Đặt $MC = x$ (m), suy ra $AM = 200 - x$ (m) với $0 < x < 200$.

Khi đó $MB = \sqrt{MC^2 + BC^2} = \sqrt{x^2 + 50^2}$ (m).

Thời gian để di chuyển về đích là $t(x) = \dfrac{200 - x}{4,8} + \dfrac{\sqrt{x^2 + 50^2}}{1,6}$ (giây) với $0 < x < 200$.

Ta có $t'(x) = -\dfrac{1}{4,8} + \dfrac{x}{1,6\sqrt{x^2 + 2500}}$; $t'(x) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{x}{1,6\sqrt{x^2 + 2500}} = \dfrac{1}{4,8} \Leftrightarrow 3x = \sqrt{x^2 + 2500}$

$\Rightarrow 9x^2 = x^2 + 2500 \Rightarrow x = \dfrac{25\sqrt{2}}{2}$.

Bảng biến thiên:

x	0		$\frac{25\sqrt{2}}{2}$		200
$t'(x)$		$-$	0	$+$	
$t(x)$	$72,92$	$\searrow$	$71,13$	$\nearrow$	$128,85$

Thời gian di chuyển về đích nhanh nhất là $\approx 71,13$ giây khi $x = MC = \dfrac{25\sqrt{2}}{2}$ (m).

Khi đó $AM = 200 - MC = 200 - \dfrac{25\sqrt{2}}{2} \approx 182$ (m).

Câu 6: Giả sử chi phí để xuất bản x cuốn tạp chí (gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in,…) được cho bởi công thức:

$$C(x) = 0,001x^2 - 2x + 100000 \text{ (nghìn đồng).}$$

Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng. Với $T(x)$ là tổng chi phí (xuất bản và phát hành) cho x cuốn tạp chí thì tỉ số $M(x) = \dfrac{T(x)}{x}$ được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí

khi xuất bản x cuốn. Tìm chi phí trung bình thấp nhất cho một cuốn tạp chí (nghìn đồng), biết rằng nhu cầu hiện tại xuất bản không quá 30000 cuốn?

Giải

Đáp án: 22

Chi phí phát hành cho x cuốn tạp chí là $4x$ (nghìn đồng).

Theo đề bài, ta có tổng chi phí xuất bản và phát hành cho x cuốn tạp chí là:

$T(x) = C(x) + 4x = 0,001x^2 + 2x + 100000$ (nghìn đồng) với $x > 0$.

Khi đó chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí là $M(x) = \frac{T(x)}{x} = 0,001x + 2 + \frac{100000}{x}$ (nghìn đồng).

Xét hàm số $M(x) = 0,001x + 2 + \frac{100000}{x}$ với $0 < x \le 30000$.

Ta có $M'(x) = 0,001 - \frac{100000}{x^2} = \frac{0,001x^2 - 100000}{x^2}$; $M'(x) = 0 \Rightarrow x = 10000$.

Bảng biến thiên:

x	0		10000		$+\infty$
$M'(x)$		$-$	0	$+$	
$M(x)$	$+\infty$	$\searrow$	22	$\nearrow$	$35,3$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy giá trị của $M(x)$ nhỏ nhất là 22 khi $x = 10000$ cuốn.

Vậy chi phí trung bình thấp nhất cho một cuốn tạp chí là 22 (nghìn đồng).

TOÁN THẦY YÊN CÔ DIỄM
BỘ ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG 1

MÔN: TOÁN 12
GIẢI CHI TIẾT ĐỀ 04

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	4	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-1;0)$.

Giải

Chọn D.

Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Giải

Chọn B.

Từ bảng biến thiên ta thấy $f'(x)$ đổi dấu hai lần khi qua các nghiệm $x=-1,\ x=1$ nên hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên trên nửa khoảng $[-5;7)$ như sau:

x	-5		1		7
y'		$-$	0	$+$	||
y	6	$\searrow$	2	$\nearrow$	9 ||

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\min\limits_{[-5;7)} f(x)=6$. **B.** $\min\limits_{[-5;7)} f(x)=2$. **C.** $\max\limits_{[-5;7)} f(x)=9$. **D.** $\max\limits_{[-5;7)} f(x)=6$.

Giải

Chọn B.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\min\limits_{[-5;7)} f(x)=f(1)=2$.

Chú ý: Hàm số không có giá trị lớn nhất trên nửa khoảng $\left[-5;7\right)$, số 9 trong bảng biến thiên kia là giá trị của giới hạn $\lim\limits_{x\to 7^-} y=9$ chứ hàm số không đạt giá trị bằng 9 vì x không thể bằng 7.

Câu 4: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)=x^3-21x$ trên đoạn $\left[2;19\right]$ bằng:

A. -36. **<u>B</u>.** $-14\sqrt{7}$. **C.** $14\sqrt{7}$. **D.** -34.

Giải

Chọn B.

Ta có: $y'=3x^2-21;\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\sqrt{7}\quad (n)\\ x=-\sqrt{7}\ \ (l)\end{array}\right.$.

Ta có: $y\left(2\right)=-34;\ y\left(\sqrt{7}\right)=-14\sqrt{7};\ y\left(19\right)=6460$. Vậy $\min\limits_{[2;19]} y=-14\sqrt{7}=y\left(\sqrt{7}\right)$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)=-1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=1$ và $x=-1$.

B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

<u>D</u>. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

Giải

Chọn D.

Do $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)=-1$ nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y=1$ và $y=-1$.

Câu 6: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{3x-1}$ là đường thẳng:

A. $y=\dfrac{1}{3}$. **B.** $y=-\dfrac{2}{3}$. **C.** $y=-\dfrac{1}{3}$. **<u>D</u>.** $y=\dfrac{2}{3}$.

Giải

Chọn D.

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số trên là $y=\dfrac{a}{c}=\dfrac{2}{3}$.

Câu 7: Gọi $M,\,N$ là giao điểm của đường thẳng $y=x+1$ và đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x-1}$. Khi đó hoành độ x_I của trung điểm I của đoạn MN bằng bao nhiêu?

A. $x_I=2$. **B.** $x_I=-5$. **<u>C</u>.** $x_I=1$. **D.** $x_I=-\dfrac{5}{2}$.

Giải

Chọn C.

Hoành độ giao điểm $M,\,N$ của đồ thị và đường thẳng là nghiệm của phương trình:

$\dfrac{2x+4}{x-1}=x+1\ \left(x\ne 1\right)\Leftrightarrow x^2-2x-5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1-\sqrt{6}\\ x=1+\sqrt{6}\end{array}\right.$. Khi đó $x_I=\dfrac{x_M+x_N}{2}=\dfrac{1-\sqrt{6}+1+\sqrt{6}}{2}=1$.

Câu 8: Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$		-10		-4		2		$+\infty$
$y'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	24	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	0	↘	$-\infty$

A. $y=\dfrac{x^2-3x+4}{-x-4}$. **B.** $y=\dfrac{x^2-4x+4}{-x-4}$. **C.** $y=\dfrac{x^2-5x+4}{x+4}$. **D.** $y=\dfrac{x^2-4x+4}{x+4}$.

Giải

Chọn B.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

- TCĐ là đường thẳng $x=-4$ nên loại **C, D.**
- Đồ thị đi qua điểm $A(2;0)$ nên loại **A.**

Câu 9: Cho hàm số $y=\dfrac{(a+b)x+1}{x+a-b}$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	3	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	3

Tính a, b.

A. $a=2, b=1$. **B.** $a=-1, b=2$. **C.** $a=-2, b=1$. **D.** $a=1, b=2$.

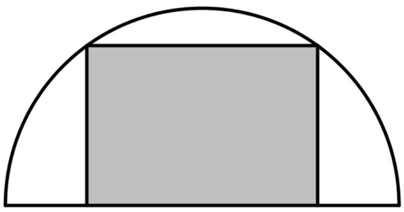
Giải

Chọn D.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số có TCĐ $x=1$ và TCN $y=3$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases}-a+b=1\\ a+b=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\ b=2\end{cases}.$$

Câu 10: Từ một miếng tôn hình bán nguyệt có bán kính bằng 3, người ta muốn cắt ra một hình chữ nhật (xem hình) có diện tích lớn nhất. Diện tích lớn nhất của miếng tôn hình chữ nhật là bao nhiêu?

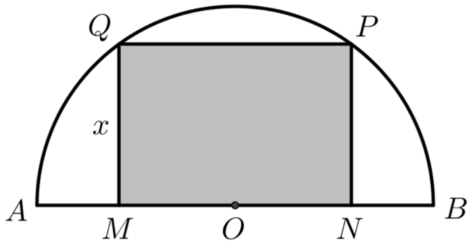


A. $6\sqrt{3}$. **B.** $6\sqrt{2}$. **C.** 9. **D.** 7.

Giải

Chọn C.

Gọi các điểm A, B, O, M, N, P, Q như hình sau.



Đặt $MQ = x$ với $0 < x < 3$, suy ra $OM = \sqrt{OQ^2 - MQ^2} = \sqrt{9 - x^2}$, $MN = 2OM = 2\sqrt{9 - x^2}$.

Diện tích của miếng tôn hình chữ nhật là: $S(x) = MQ.MN = 2x.\sqrt{9 - x^2}$ với $0 < x < 3$.

Ta có $S'(x) = 2\sqrt{9 - x^2} + 2x.\dfrac{-x}{\sqrt{9 - x^2}} = \dfrac{2(9 - x^2) - 2x^2}{\sqrt{9 - x^2}} = \dfrac{18 - 4x^2}{\sqrt{9 - x^2}}$.

$S'(x) = 0 \Leftrightarrow 18 - 4x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \dfrac{9}{2} \Rightarrow x = \dfrac{3\sqrt{2}}{2} \in (0;3)$.

Bảng biến thiên:

x	0		$\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$		3
$S'(x)$		$+$	0	$-$	
$S(x)$	0	$\nearrow$	9	$\searrow$	0

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy diện tích lớn nhất của miếng tôn hình chữ nhật là 9 (đvdt) khi chiều rộng và chiều dài của nó lần lượt là $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$, $3\sqrt{2}$.

Câu 11: Tìm m để hàm số $y = \dfrac{\cos x - 2}{\cos x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. $\left[\begin{array}{l} m \ge 2 \\ m \le -2 \end{array}\right.$. **B.** $m > 2$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m \le 0 \\ 1 \le m < 2 \end{array}\right.$. **D.** $-1 < m < 1$.

Giải

Chọn B.

Đặt $t(x) = \cos x$. Do $t'(x) = -\sin x < 0,\ \forall x \in \left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ nên hàm số $t = t(x)$ nghịch biến trên $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

$x \in \left(0;\dfrac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \cos x \in (0;1) \Rightarrow t \in (0;1)$.

Khi đó hàm số $y(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow y'(x) = y'(t).t'(x) > 0,\ \forall x \in \left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$

$\Leftrightarrow y'(t) < 0,\ \forall t \in (0;1)$ (tức là hàm số $y = \dfrac{t-2}{t-m}$ nghịch biến trên $(0;1)$)

$\Leftrightarrow \begin{cases} -m + 2 < 0 \\ m \notin (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ \left[\begin{array}{l} m \le 0 \\ m \ge 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m > 2$.

Câu 12: Biết rằng hàm số $y=(x+a)^3+(x+b)^3-x^3$ có hai điểm cực trị. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a+b\le 0$. **B.** $ab<0$. **C.** $ab>0$. **D.** $a+b\ge 0$.

Giải

Chọn C.

Ta có $y=x^3+3x^2a+3xa^2+a^3+x^3+3x^2b+3xb^2+b^3-x^3=x^3+3(a+b)x^2+3(a^2+b^2)x+a^3+b^3$.

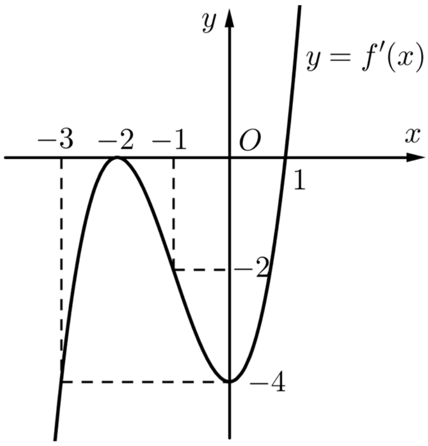
Khi đó $y'=3x^2+6(a+b)x+3(a^2+b^2)$.

Hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=3\neq 0 \\ \Delta'=b'^2-ac=9(a+b)^2-9(a^2+b^2)=18ab>0 \end{cases} \Leftrightarrow ab>0.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $y=f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình sau.



a) Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

b) Hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

c) $f'(2)=4$.

d) Hàm số $g(x)=f(x)-\frac{1}{2}x^2+x+2026$ đồng biến trên khoảng $(-3;-1)$.

Giải

a) Sai

Từ đồ thị trên ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	
y	↘					↗	

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-2)$.

b) Sai

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $y=f\left(x\right)$ có 1 điểm cực trị là $x=1$ (điểm cực tiểu).

c) Sai

Từ đồ thị ta có hàm số $f'\left(x\right)$ có dạng: $f'\left(x\right)=a\left(x+2\right)^2\left(x-1\right)$.

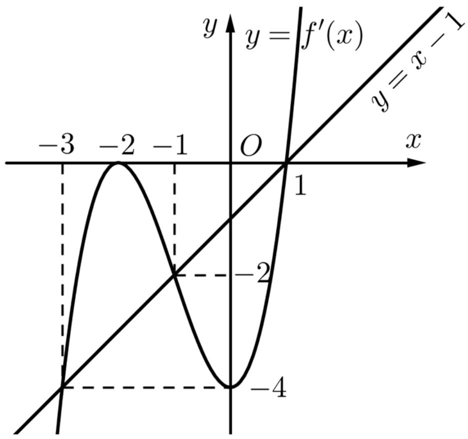
Đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ đi qua $\left(0;-4\right)$ nên: $-4=a\left(0+2\right)^2\left(0-1\right)\Leftrightarrow a=1$.

Vậy $f'\left(x\right)=\left(x+2\right)^2\left(x-1\right)\Rightarrow f'\left(2\right)=\left(2+2\right)^2\left(2-1\right)=16$.

d) Đúng

Ta có: $g'\left(x\right)=f'\left(x\right)-x+1$; $g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow f'\left(x\right)=x-1$.

Nghiệm của phương trình trên là hoành độ giao điểm của đồ thị $y=f'\left(x\right)$ và đường thẳng $y=x-1$:



Khi đó: $f'\left(x\right)=x-1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=-1\\x=1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $g\left(x\right)$:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$g'\left(x\right)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g\left(x\right)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $g\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(-3;-1\right)$.

Câu 2: Cho đồ thị $\left(C\right): y=\dfrac{x+3}{x-1}$.

a) Đồ thị $\left(C\right)$ có tiệm cận đứng $x=1$ và tiệm cận ngang $y=1$.

b) Hàm số nghịch biến trên tập xác định.

c) Đường thẳng $y=x+1$ cắt đồ thị $\left(C\right)$ tại 2 điểm thuộc 2 nhánh của $\left(C\right)$.

d) Biết tiếp tuyến của $\left(C\right)$ tạo với hai đường tiệm cận một tam giác có chu vi nhỏ nhất bằng $a+b\sqrt{2}$ $\left(a,\, b\in\mathbb{Z}\right)$. Khi đó $a+b=13$.

Giải

a) Đúng

Đồ thị (C) có tiệm cận đứng $x=-\dfrac{d}{c}=1$ và tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{c}=1$.

b) Sai

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có $y'=\dfrac{-4}{(x-1)^2}<0,\ \forall x\in D$ nên hàm số nghịch biến **trên 2 khoảng** của tập xác định (chứ không phải nghịch biến trên tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$).

c) Đúng

Đường tiệm cận đứng $x=1$ phân đồ thị hàm số thành 2 nhánh bên trái và bên phải đường thẳng $x=1$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng $y=x+1$ là:

$$\frac{x+3}{x-1}=x+1\ (x\neq 1)\Leftrightarrow x+3=x^2-1\Leftrightarrow x^2-x-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1-\sqrt{17}}{2}\approx -1,56<1\\ x=\dfrac{1+\sqrt{17}}{2}\approx 2,56>1\end{array}\right..$$

Suy ra đường thẳng $y=x+1$ cắt đồ thị (C) tại 2 điểm thuộc 2 nhánh của (C).

d) Sai

Gọi $M(x_0;y_0)\in(C)$ là tiếp điểm.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M:

$$d: y=y'(x_0)(x-x_0)+y_0\Leftrightarrow y=\frac{-4}{(x_0-1)^2}(x-x_0)+\frac{x_0+3}{x_0-1}.$$

Giao điểm của d với tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là: $A\left(1;\dfrac{x_0+7}{x_0-1}\right)$, $B(2x_0-1;1)$.

Giao điểm của 2 tiệm cận là $I(1;1)$.

Khi đó $IA=\left|\dfrac{x_0+7}{x_0-1}-1\right|=\dfrac{8}{|x_0-1|}$, $IB=|2x_0-1-1|=2|x_0-1|$. Suy ra $IA.IB=16$.

Chu vi tam giác IAB là: $IA+IB+AB=IA+IB+\sqrt{IA^2+IB^2}$.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy, ta có:

$IA+IB\geq 2\sqrt{IA.IB}=2\sqrt{16}=8$;

$IA^2+IB^2\geq 2\sqrt{IA^2.IB^2}=2\sqrt{16^2}=32\Rightarrow AB=\sqrt{IA^2+IB^2}\geq\sqrt{32}=4\sqrt{2}$.

Hai bất đẳng thức trên có dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $IA=IB\Leftrightarrow\dfrac{8}{|x_0-1|}=2|x_0-1|\Leftrightarrow(x_0-1)^2=4$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=3\\ x_0=-1\end{array}\right..$$

Khi đó chu vi tam giác IAB nhỏ nhất bằng $8+4\sqrt{2}$. Vậy $a=8,\ b=4$; $a+b=12$.

Câu 3: Bác An cần xây dựng một bể chứa nước có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp đậy để phục vụ cho việc tưới cây trong vườn. Do các điều kiện về diện tích vườn, bác An cần bể có thể tích là 36 m^3, đáy bể có chiều dài gấp hai lần chiều rộng và chiều rộng không quá 4 m, biết rằng chi phí vật liệu xây dựng mỗi mét vuông diện tích bề mặt là như nhau. Gọi x (mét) là chiều rộng của bể với $0 < x \le 4$.

a) Chiều dài của bể là $2x$ (m).

b) Chiều cao của bể là $\frac{18}{x^2}$ (m).

c) Tổng diện tích các mặt cần xây là: $2x^2 + \frac{108}{x}$ (m^2).

d) Khi chiều cao bể nước bằng 3 (m) thì tổng chi phí vật liệu để xây bể là nhỏ nhất.

Giải

a) Đúng

Do đáy bể có chiều dài gấp hai lần chiều rộng nên chiều dài của bể là $2x$ (m).

b) Đúng

Gọi h (m) là chiều cao bể nước, ta có thể tích của bể là $V = x.2x.h = 36$, suy ra $h = \frac{36}{2x^2} = \frac{18}{x^2}$ (m).

c) Đúng

Tổng diện tích các mặt cần xây là: $S = S_{xq} + S_{day} = 2x.x + 2.x.\frac{18}{x^2} + 2.2x.\frac{18}{x^2} = 2x^2 + \frac{108}{x}$ (m^2).

d) Sai

Tổng chi phí vật liệu xây dựng nhỏ nhất khi tổng diện tích các mặt cần xây là nhỏ nhất.

Xét hàm số $S(x) = 2x^2 + \frac{108}{x}$ $(0 < x \le 4)$.

Ta có $S'(x) = 4x - \frac{108}{x^2} = \frac{4x^3 - 108}{x^2}$; $S'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 108 = 0 \Leftrightarrow x^3 = 27 \Leftrightarrow x = 3$.

Bảng biến thiên:

x	0		3		4
$S'(x)$		$-$	0	$+$	
$S(x)$	$+\infty$	$\searrow$	54	$\nearrow$	59

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $S(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 54 tại $x = 3$, suy ra $h = 2$.

Vậy cần xây bể có chiều cao là 2 (m).

Câu 4: Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1980 được ước tính bởi công thức:

$$f(t) = \frac{26t + 10}{t + 5} \text{ (nghìn người).}$$

a) Số dân của thị trấn vào năm 1990 là 18 nghìn người.

b) Số dân của thị trấn vào năm 2005 là 23 nghìn người.

c) Xem $f(t)$ là hàm số xác định trên nửa khoảng $[0;+\infty)$, hàm số này đồng biến trên $[0;+\infty)$.

d) Biết đạo hàm của hàm số $f(t)$ biểu thị tốc độ tăng dân số của thị trấn (tính bằng nghìn người/năm). Vào năm 2018 thì tốc độ tăng dân số là 0,056 nghìn người/năm.

Giải

a) Đúng

Vào năm 1990, ta có $t=10$, $f(10)=18$. Vậy số dân của thị trấn vào năm 1990 là 18 nghìn người.

b) Sai

Vào năm 2005, ta có $t=25$, $f(25)=22$. Vậy số dân của thị trấn vào năm 2005 là 22 nghìn người.

c) Đúng

Ta có $f'(t)=\dfrac{120}{(t+5)^2}>0,\ \forall t\in[0;+\infty)$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[0;+\infty)$.

Tốc độ tăng dân số vào đầu năm 2000 là: $f'(20)=\dfrac{120}{25^2}=0,192$ (do $t=1990-1970=20$).

d) Sai

Vào năm 2018 ta có $t=38$, tốc độ tăng dân số được dự kiến vào năm 2018 của thị trấn là:

$f'(38)=\dfrac{120}{1849}\approx 0,065$ nghìn người/năm.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+mx+1}{x+m}$ (với m là tham số). Tìm giá trị của m để hàm số đã cho có giá trị cực đại là 7.

Giải

Đáp án: –9

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$.

Ta có $y'=\dfrac{x^2+2mx+m^2-1}{(x+m)^2}$; $y'=0\Leftrightarrow x^2+2mx+m^2-1=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-m+1 \\ x=-m-1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-m-1$		$-m$		$-m+1$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$y_{CĐ}$	$\searrow$	$-\infty \;\|\|\; +\infty$	$\searrow$	y_{CT}	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x_{CĐ}=-m-1$.

Khi đó $y_{CĐ}=y(-m-1)=7\Leftrightarrow \dfrac{(-m-1)^2+m(-m-1)+1}{-m-1+m}=7\Leftrightarrow -m-2=7\Leftrightarrow m=-9$.

Vậy $m=-9$.

Câu 2: Biết đồ thị hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ đi qua điểm $A(1;0)$ và có điểm cực trị $B(-2;0)$. Tính giá trị biểu thức $T=a^2+b^2+c^2$.

Giải

Đáp án: 25

Ta có $y'=3x^2+2ax+b$.

Theo đề bài, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} y(1)=0 \\ y(-2)=0 \\ y'(-2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0=1^3+a.1^2+b.1+c \\ 0=(-2)^3+a.(-2)^2+b.(-2)+c \\ 0=3.(-2)^2+2a.(-2)+b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=-1 \\ 4a-2b+c=8 \\ -4a+b=-12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=0 \\ c=-4 \end{cases}.$$

Vậy $T=a^2+b^2+c^2=3^2+0^2+(-4)^2=25$.

Câu 3: Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-3mx+m}$ có đúng một tiệm cận đứng. Tính tổng giá trị các phần tử của S (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Giải:

Đáp án: 1,24

Đa thức tử có nghiệm $x=2$. Do đó để đồ thị có đúng một tiệm cận đứng thì cần xét hai trường hợp sau:

TH1: $x^2-3mx+m=0$ có nghiệm kép: $\Delta=9m^2-4m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\dfrac{4}{9} \end{array}\right.$.

TH2: $x^2-3mx+m=0$ có 2 nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm bằng 2:

$$\begin{cases} \Delta=9m^2-4m>0 \\ 2^2-3m.2+m=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m<0 \\ m>\dfrac{4}{9} \end{array}\right. \\ m=\dfrac{4}{5} \end{cases} \Leftrightarrow m=\frac{4}{5}.$$ Suy ra $S=\left\{0;\dfrac{4}{9};\dfrac{4}{5}\right\}$. Khi đó $0+\dfrac{4}{9}+\dfrac{4}{5}\approx 1,24$.

Câu 4: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{m}{3}x^3-2mx^2+(3m+5)x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

Giải

Đáp án: 6

Ta có $y'=mx^2-4mx+3m+5$.

TH1: $a=0 \Leftrightarrow m=0$: Ta có $y'=5\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ (đúng). Vậy hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

TH2: $a\ne 0 \Leftrightarrow m\ne 0$:

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y'\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta'\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ (-2m)^2-m(3m+5)\le 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ m^2-5m\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ 0\le m\le 5 \end{cases} \Leftrightarrow 0<m\le 5.$$

Kết hợp 2 trường hợp ta được $0 \le m \le 5$. Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{0;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5\}$.

Vậy có 6 giá trị nguyên của m thỏa ycbt.

Câu 5: Sau khi phát hiện một dịch bệnh, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày phát hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = -t^3 + 45t^2 + 600t$ với $t \in \mathbb{N},\ t \le 30$. Nếu coi $f(t)$ là hàm số xác định trên đoạn $[0;30]$ thì $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t. Trong 30 ngày đầu tiên, có bao nhiêu ngày mà tốc độ truyền bệnh lớn hơn 1200 người/ngày?

Giải

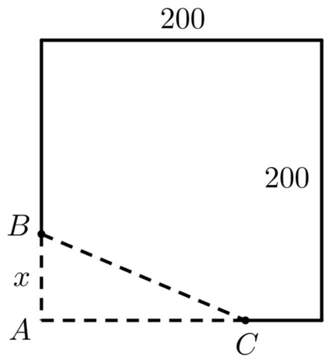
Đáp án: 9

Ta có $f'(t) = -3t^2 + 90t + 600$ (người/ngày). Tốc độ truyền bệnh lớn hơn 1200 người/ngày nên ta có

$f'(t) > 1200 \Leftrightarrow -3t^2 + 90t + 600 > 1200 \Leftrightarrow -3t^2 + 90t - 600 > 0 \Leftrightarrow 10 < t < 20$.

Vậy có 9 ngày có tốc độ truyền bệnh lớn hơn 1200 người/ngày, là ngày thứ 11 đến ngày thứ 19.

Câu 6: Cho một tấm gỗ hình vuông cạnh 200 cm. Người ta cắt ra một tấm gỗ có hình một tam giác vuông ABC như hình vẽ sau. Biết $AB = x$ cm với $0 < x < 60$ là một cạnh góc vuông của tam giác và tổng độ dài cạnh góc vuông AB với cạnh huyền BC bằng 120 cm. Tìm x (cm) để tam giác ABC có diện tích lớn nhất.



Giải

Đáp án: 40

Do $AB = x$ và $AB + BC = 120$ nên $BC = 120 - x$ (cm).

Khi đó ta có $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{(120-x)^2 - x^2} = \sqrt{14400 - 240x}$ (cm).

Diện tích tam giác ABC là: $S = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{1}{2}x\sqrt{14400 - 240x}$ (cm^2).

Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x\sqrt{14400 - 240x}$ với $0 < x < 60$.

Ta có: $f'(x) = \frac{1}{2}.\sqrt{14400 - 240x} + \frac{1}{2}x.\frac{-120}{\sqrt{14400 - 240x}} = \frac{7200 - 180x}{\sqrt{14400 - 240x}}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 40 \in (0;60)$.

Bảng biến thiên:

x	0		40		60
y'		$+$	0	$-$	
y		$\nearrow$		$\searrow$	

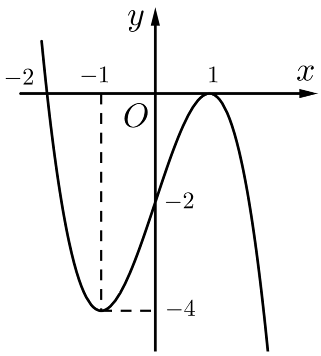
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\max\limits_{(0;60)} f(x) = f(40)$.

Vậy tam giác ABC có diện tích lớn nhất khi $AB = x = 40$ (cm).

TOÁN THẦY YÊN CÔ DIỄM	MÔN: TOÁN 12
BỘ ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG 1	GIẢI CHI TIẾT ĐỀ 05

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Giải

Chọn B.

Từ đồ thị ta thấy trên khoảng $(-1;1)$, đồ thị đi lên từ trái qua phải nên hàm số đã cho đồng biến trên khoảng này.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:

A. 0. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 6.

Giải

Chọn B.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm $x = 2$.

Câu 3: Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào trong các hàm số sau?

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	2	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	2

A. $y=\dfrac{2x+5}{x+2}$. **B.** $y=\dfrac{2x-3}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{2x-5}{2x+4}$. **D.** $y=\dfrac{2x+5}{x-2}$.

Giải

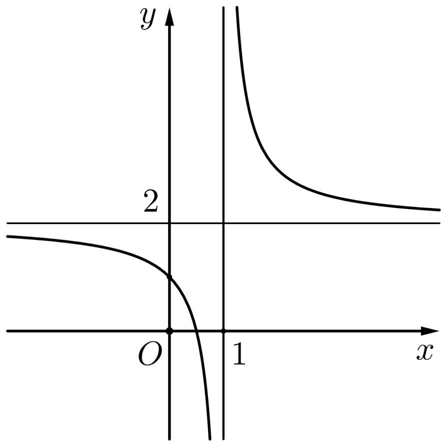
Chọn A.

Từ bảng biến thiên, ta thấy:

- Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-2$ và tiệm cận ngang là $y=2$ nên ta loại phương án **C, D.**

- Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng xác định nên loại **B** vì $y'=\dfrac{7}{(x+2)^2}>0,\ \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Câu 4: Xác định a, b, c để hàm số $y=\dfrac{ax-1}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ sau.



A. $a=2, b=1, c=-1$. **B.** $a=2, b=1, c=1$.

C. $a=2, b=2, c=-1$. **D.** $a=2, b=-1, c=1$.

Giải

Chọn A.

Từ hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$ và tiệm cận ngang là $y=2$.

Khi đó, ta có $\begin{cases}-\dfrac{c}{b}=1\\ \dfrac{a}{b}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=-b\\ a=2b\end{cases}$. Chỉ có phương án **A** thỏa mãn.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-38	$\nearrow$	$\dfrac{14}{3}$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị của hàm số trên cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Giải

Chọn D.

Vẽ đường thẳng $y=0$ (trục Ox) ta thấy nó cắt đồ thị hàm số đã cho tại 4 điểm.

x	$-\infty$		-3		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-38	↗	$\frac{14}{3}$	↘	-2	↗	$+\infty$

$y=0$

Câu 6: Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-1}$ lần lượt là:

A. $x=3,\ y=1$. **B.** $x=1,\ y=3$. **C.** $x=-1,\ y=3$. **D.** $x=3,\ y=-1$.

Giải

Chọn B.

Tiệm cận đứng $x=-\dfrac{d}{c}=1$ và tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{c}=3$.

Câu 7: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x-3}{x+1}$ trên đoạn $\left[0;2\right]$. Tính $M.m$.

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 0.

Giải

Chọn C.

Ta có: $y'=\dfrac{4}{\left(x+1\right)^2}>0,\ \forall x\in\left[0;2\right]\Rightarrow\begin{cases}M=y\left(2\right)=-\dfrac{1}{3}\\ m=y\left(0\right)=-3\end{cases}\Rightarrow M.m=1$.

Câu 8: Đồ thị hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$. **B.** $y=x^3-3x+2$. **C.** $y=\dfrac{1}{x^4+1}$. **D.** $y=\dfrac{1}{x^2-x+1}$.

Giải

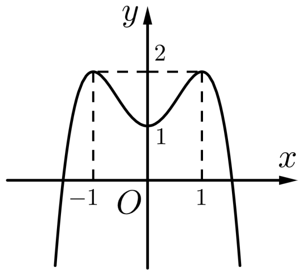
Chọn A.

Loại **B** vì hàm đa thức không có tiệm cận đứng.

Loại **C, D** vì là hàm phân thức với mẫu vô nghiệm.

Kiểm tra đáp án **A:** $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{1}{\sqrt{x}}=+\infty$ nên $x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 9: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như hình vẽ bên dưới?



A. $y=-x^3+2x^2+1$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

Giải

Chọn C.

Đồ thị này không phải dạng đồ thị hàm số bậc ba nên loại **A, D.**

Đồ thị có nhánh bên phải đi xuống nên hệ số cao nhất phải âm, do đó loại **B.**

Nhận xét: Nếu có học đồ thị của hàm số trùng phương thì đây là đồ thị của hàm số trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$ với $a<0,\ b>0$ nên chọn **C.**

Câu 10: Có bao nhiêu giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3mx$ trên đoạn $[1;2]$ bằng 20?

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Giải

Chọn D.

Ta có $f'(x)=3x^2-3m$.

TH1: $\Delta=b'^2-ac=0^2+9m\le 0\Leftrightarrow m\le 0$:

Hàm số đồng biến trên $[1;2]$. Suy ra $\max\limits_{[1;2]} f(x)=f(2)=8-6m=20\Leftrightarrow m=-2$ (thỏa).

TH2: $\Delta>0\Leftrightarrow m>0$:

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=\sqrt{m}\\ x_2=-\sqrt{m}\ \ (l)\end{array}\right.$. Khi đó $x=\sqrt{m}$ là điểm cực tiểu của hàm số nên

$\max\limits_{[1;2]} f(x)=f(2)=8-6m=20\Leftrightarrow m=-2$ (loại) hoặc $\max\limits_{[1;2]} f(x)=f(1)=1-3m=20\Leftrightarrow m=-\dfrac{19}{3}$ (loại).

Vậy có 1 giá trị của m thỏa mãn là $m=-2$.

Câu 11: Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ với $m>0$. Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Giải

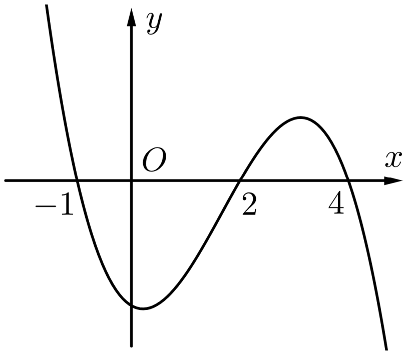
Chọn A.

Ta có: • $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\left(1+\dfrac{1}{x}\right)}{x\sqrt{m+\dfrac{1}{x^2}}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+\dfrac{1}{x}}{\sqrt{m+\dfrac{1}{x^2}}}=\dfrac{1}{\sqrt{m}}$;

- $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x\left(1+\dfrac{1}{x}\right)}{-x\sqrt{m+\dfrac{1}{x^2}}} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1+\dfrac{1}{x}}{-\sqrt{m+\dfrac{1}{x^2}}} = -\dfrac{1}{\sqrt{m}}$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận ngang là $y=\dfrac{1}{\sqrt{m}}$ và $y=-\dfrac{1}{\sqrt{m}}$.

Câu 12: Cho hàm số đa thức bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị đạo hàm $y=f'(x)$ như hình bên dưới:



Hàm số $g(x)=f(1-3x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $\left(-1;-\dfrac{1}{3}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{2}{3};+\infty\right)$.

Giải

Chọn A.

Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Xét hàm số $g(x)=f(1-3x)$.

Ta có $g'(x)=-3f'(1-3x)$; $g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(1-3x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}1-3x=-1\\1-3x=2\\1-3x=4\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{2}{3}\\x=-\dfrac{1}{3}\\x=-1\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu của $g'(x)$:

x	$-\infty$		-1		$-\dfrac{1}{3}$		$\dfrac{2}{3}$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu trên ta thấy hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-2x-3}{x-2}$.

a) Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

b) Hàm số đã cho có 2 cực trị.

c) Đồ thị hàm số nhận điểm $I(2;2)$ là tâm đối xứng.

d) Có 5 điểm thuộc đồ thị hàm số có tọa độ nguyên.

Giải

a) Đúng

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

– Ta có $y'=1+\dfrac{3}{(x-2)^2}=\dfrac{x^2-4x+7}{(x-2)^2}$; $y'=0\Leftrightarrow x^2-4x+7=0$ (vô nghiệm).

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$y'(x)$		$+$	$\|\|$	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$ $+\infty$	$\|\|$	$-\infty$ $\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

b) Sai

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho không có cực trị.

c) Đúng

Ta có $y=\dfrac{x^2-2x-3}{x-2}=x-\dfrac{3}{x-2}$.

Suy ra đồ thị hàm số có TCĐ là $x=2$ và TCX là $y=x$.

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là giao điểm $I(2;2)$ của hai đường tiệm cận trên.

Nhận xét: Nếu tìm tiệm cận bằng định nghĩa ta làm như sau:

- $\lim\limits_{x\to2^-} y=\lim\limits_{x\to2^-}\left(x-\dfrac{3}{x-2}\right)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to2^+} y=\lim\limits_{x\to2^+}\left(x-\dfrac{3}{x-2}\right)=-\infty$;
- $\lim\limits_{x\to-\infty}(y-x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-\dfrac{3}{x-2}\right)=0$; $\lim\limits_{x\to+\infty}(y-x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-\dfrac{3}{x-2}\right)=0$.

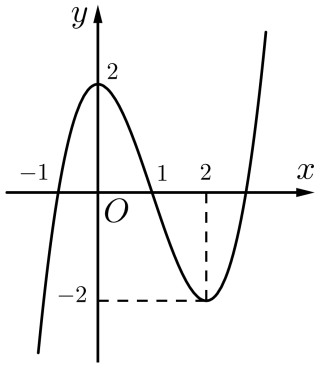
d) Sai

Do $y=x-\dfrac{3}{x-2}$ nên $y\in\mathbb{Z}$ khi và chỉ khi $\dfrac{3}{x-2}\in\mathbb{Z}$, tức là $x-2$ là ước của 3.

Suy ra $x-2\in\{-1;\ 1;\ -3;\ 3\}$, hay $x\in\{1;\ 3;\ -1;\ 5\}$.

Vậy có 4 điểm thuộc đồ thị hàm số có tọa độ nguyên là $(1;4)$, $(3;0)$, $(-1;0)$, $(5;4)$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.



a) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

b) Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=0$; đạt cực tiểu tại $x=2$.

c) Trên đoạn $[0;2]$, giá trị lớn nhất của hàm số đã cho bằng 0.

d) Phương trình $3f(x)+4=0$ có 3 nghiệm.

Giải

a) Đúng

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ do trên khoảng này đồ thị đi lên từ trái qua phải.

b) Đúng

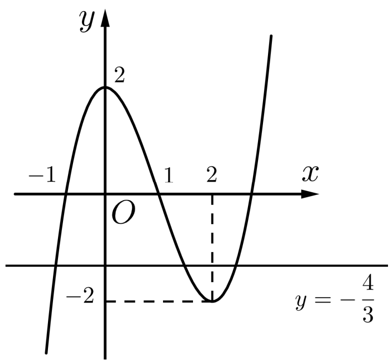
Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=0$ (hàm số chuyển từ đồng biến sang nghịch biến khi qua $x=0$); đạt cực tiểu tại $x=2$ (hàm số chuyển từ nghịch biến sang đồng biến khi qua $x=2$).

c) Sai

Trên đoạn $[0;2]$, hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x=0$, $\max\limits_{[0;2]} f(x)=f(0)=2$ (điểm trên đồ thị có tung độ nhất với $x\in[0;2]$).

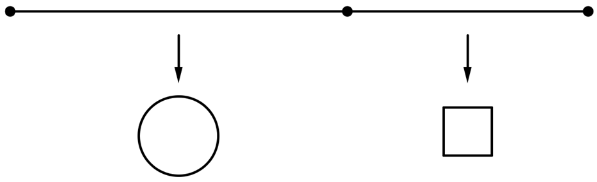
d) Đúng

Ta có $3f(x)+4=0 \Leftrightarrow f(x)=-\dfrac{4}{3}$.



Đường thẳng $y=-\dfrac{4}{3}$ cắt đồ thị tại 3 điểm nên phương trình đã cho có 3 nghiệm.

Câu 3: Một sợi dây kim loại dài a (cm). Người ta cắt đoạn dây đó thành hai đoạn: đoạn có độ dài x (cm) được uốn thành đường tròn và đoạn còn lại được uốn thành hình vuông $(a>x>0)$.



a) Bán kính đường tròn: $r=\dfrac{x}{\pi}$.

b) Diện tích hình vuông: $\left(\dfrac{a-x}{4}\right)^2$.

c) Tổng diện tích hai hình: $\dfrac{(4+\pi).x^2-2a\pi x+\pi a^2}{16\pi}$.

d) Khi $x=\dfrac{a\pi}{2+\pi}$ thì hình vuông và hình tròn tương ứng có tổng diện tích nhỏ nhất.

Lời giải

a) Sai

Chu vi đường tròn: $2\pi r=x\Rightarrow r=\dfrac{x}{2\pi}$.

b) Đúng

Do x là độ dài của đoạn dây uốn thành hình tròn nên chiều dài đoạn còn lại là $a-x$.

Suy ra cạnh hình vuông là $\dfrac{a-x}{4}$. Diện tích hình vuông: $\left(\dfrac{a-x}{4}\right)^2$.

c) Đúng

Diện tích hình tròn: $\pi r^2=\pi\left(\dfrac{x}{2\pi}\right)^2=\dfrac{x^2}{4\pi}$.

Tổng diện tích hai hình: $S=\dfrac{x^2}{4\pi}+\left(\dfrac{a-x}{4}\right)^2=\dfrac{4x^2+(a-x)^2\pi}{16\pi}=\dfrac{(4+\pi).x^2-2a\pi x+\pi a^2}{16\pi}$.

d) Sai

Xét hàm số $S(x)=\dfrac{(4+\pi)x^2-2a\pi x+\pi a^2}{16\pi}$ với $0<x<a$.

Ta có $S'(x)=\dfrac{(4+\pi)x-a\pi}{8\pi}$; $S'(x)=0\Leftrightarrow x=\dfrac{a\pi}{4+\pi}$.

Bảng biến thiên:

x	0		$\dfrac{a\pi}{4+\pi}$		a
$S'(x)$		$-$	0	$+$	
$S(x)$		$\searrow$		$\nearrow$	

Hàm số $S(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên $(0;a)$ tại $x=\dfrac{a\pi}{4+\pi}$.

Vậy hình vuông và hình tròn tương ứng có tổng diện tích nhỏ nhất khi $x=\dfrac{a\pi}{4+\pi}$.

Câu 4: Một vật được làm nóng đến $u_0=100°C$ và sau đó được làm mát trong phòng có nhiệt độ không khí là $T=30°C$. Nhiệt độ của vật được làm mát tại thời điểm t (tính bằng phút) có thể được mô hình hóa bằng công thức sau: $u(t)=T+(u_0-T)e^{kt}$ với k là hằng số.

a) Nhiệt độ $u(t)$ của vật tại thời điểm t là $u(t)=30+70e^{kt}$.

b) Nếu hằng số $k=-0,05$ thì nhiệt độ của vật sau 10 phút gần bằng $60°C$.

c) Nếu nhiệt độ của vật là $80°C$ sau 5 phút thì hằng số k có giá trị gần bằng $-0,0673$.

d) Nếu nhiệt độ của vật là $80°C$ sau 5 phút thì nhiệt độ của vật sau 18 phút gần bằng $51°C$.

Giải

a) Đúng

Ta có $u(t)=T+(u_0-T)e^{kt}=30+(100-30)e^{kt}=30+70e^{kt}$.

b) Sai

Với $k=-0,05$, ta có $u(10)=30+70e^{-0,05.10}\approx 72°C$.

c) Đúng

Ta có $u(5)=80\Leftrightarrow 30+70e^{5k}=80\Leftrightarrow e^{5k}=\dfrac{5}{7}\Leftrightarrow 5k=\ln\dfrac{5}{7}\Leftrightarrow k=\dfrac{1}{5}\ln\dfrac{5}{7}\approx -0,0673$.

d) Đúng

Nhiệt độ của vật sau 18 phút là: $u(18)=30+70e^{18.\frac{1}{5}\ln\frac{5}{7}}\approx 51°C$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Biết hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x-1$ đạt cực đại tại $x=a$ và đạt cực tiểu tại $x=b$. Giá trị của biểu thức $S=2a+b$ là bao nhiêu?

Giải

Đáp án: 5

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x)=3x^2-12x+9$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x=1$ hoặc $x=3$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$y'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại $x=1$ và đạt cực tiểu tại $x=3$.

Suy ra $a=1, b=3$. Vậy $S=2a+b=5$.

Câu 2: Cho hàm số $y=e^x(x^2-3)$. Gọi $M=\dfrac{a}{e^b}\ (a,b\in\mathbb{N})$ là giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-5;-2]$. Giá trị của biểu thức $P=a+b$ bằng bao nhiêu?

Giải

Đáp án: 9

Ta có $y' = e^x\left(x^2-3\right)+e^2.2x = e^x\left(x^2+2x-3\right)$; $y'=0 \Leftrightarrow x^2+2x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \quad (l) \\ x=-3\ (n) \end{array}\right.$.

Khi đó $y(-5)=\dfrac{22}{e^5}$; $y(-3)=\dfrac{6}{e^3}$; $y(-2)=\dfrac{1}{e^2}$.

Do đó, $\max\limits_{[-5;-2]} y = \dfrac{6}{e^3}$, suy ra $a=6,\ b=3$. Vậy $P=a+b=9$.

Câu 3: Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s=f(t)=0,5\cos(2\pi t)$, trong đó s tính bằng mét, t tính bằng giây. Gia tốc lớn nhất của chất điểm bằng bao nhiêu m/s^2 (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?

Giải

Đáp án: 19,7

Vận tốc tức thời của chất điểm là $v(t)=s'(t)=-\pi\sin(2\pi t)$.

Gia tốc tức thời của chất điểm là $a(t)=v'(t)=-2\pi^2\cos(2\pi t)$.

Ta có: $-1\le\cos(2\pi t)\le 1 \Leftrightarrow -2\pi^2\le -2\pi^2\cos(2\pi t)\le 2\pi^2$ với mọi t.

Tức là $-2\pi^2\le a(t)\le 2\pi^2$. Vậy $\max a(t)=2\pi^2\approx 19,7$ khi $\cos(2\pi t)=-1\Leftrightarrow t=\dfrac{1}{2}+k,\ k\in\mathbb{Z}$.

Vậy gia tốc lớn nhất của chất điểm khoảng 19,7 m/s^2.

Câu 4: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=x^5-\dfrac{2023}{x}-mx$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

Giải

Đáp án: 516

Ta có $y'=5x^4+\dfrac{2023}{x^2}-m$. Hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)\Leftrightarrow y'\ge 0,\ \forall x\in(0;+\infty)\Leftrightarrow 5x^4+\dfrac{2023}{x^2}-m\ge 0$

$\Leftrightarrow m\le 5x^4+\dfrac{2023}{x^2},\ \forall x\in(0;+\infty)$ (*).

Đặt $g(x)=5x^4+\dfrac{2023}{x^2},\ x\in(0;+\infty)$. Ta có $g'(x)=20x^3-\dfrac{4046}{x^3}$; $g'(x)=0\Rightarrow x=\sqrt[6]{\dfrac{2023}{10}}\approx 2,42$.

Bảng biến thiên:

x	0		$\approx 2,42$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\approx 516,9$	$\nearrow$	$+\infty$

Khi đó (*) $\Leftrightarrow m\le\min\limits_{(0;+\infty)} g(x)\approx 516,9$. Do m nguyên dương nên $m\in\{1;\ 2;\ 3;\ ...;\ 516\}$.

Vậy có 516 giá trị nguyên dương của tham số m cần tìm.

Câu 5: Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê căn hộ giá 2.000.000 đồng mỗi tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ 100.000 đồng mỗi tháng thì có thêm hai căn hộ bị bỏ trống. Muốn có thu nhập cao nhất, công ty đó phải cho thuê với giá căn hộ là bao nhiêu triệu đồng?

Giải

Đáp án: 2,25

Gọi x là số lần tăng giá 100.000 đồng cho thuê mỗi căn hộ mỗi tháng (với $x \ge 0$).

Khi đó giá cho thuê mỗi căn hộ là $2+0,1x$ (triệu đồng) và số căn hộ được thuê là $50-2x$ (phòng).

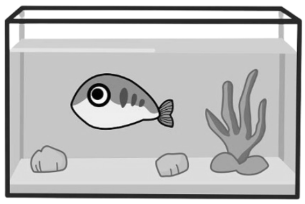
Khi đó tổng tiền cho thuê căn hộ là: $T=\left(2+0,1x\right)\left(50-2x\right)=-0,2x^2+x+100$ (triệu đồng).

Xét hàm số $T\left(x\right)=-0,2x^2+x+100$ với $x \ge 0$.

Hàm số $T\left(x\right)$ đạt giá trị lớn nhất bằng $-\dfrac{\Delta}{4a}=101,25$ tại $x=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{1}{2.\left(-0,2\right)}=2,5$.

Khi đó số căn hộ được thuê là $50-2x=45$ phòng (hợp lí) và giá cho thuê mỗi căn hộ là: $2+0,1.2,5=2,25$ (triệu đồng).

Câu 6: Để thiết kế một bể cá nhỏ bằng kính không có mặt trên, hình hộp chữ nhật, có chiều cao 60 cm, thể tích 288 lít, người thợ dùng kính 5 li để làm mặt bên có giá 70.000 đồng/m^2 và loại kính 8 li để làm mặt đáy có giá 100.000 đồng/m^2 và cần mua 1 ống keo Silicon Apollo A500 giá 60.000 đồng để dán kính (mua cả ống không bán lẻ). Chi phí thấp nhất để làm bể cá này là bao nhiêu nghìn đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Giải

Đáp án: 224

Thể tích bể cá là $V=288$ lít $=288.000$ cm^3.

Diện tích đáy hình hộp là: $S_d=\dfrac{288.000}{60}=4800\ \text{cm}^2=0,48\ \text{m}^2$.

Gọi $x,\ y$ (m) là hai kích thước đáy của bể ($x,\ y>0$).

Ta có $xy=0,48 \Rightarrow y=\dfrac{0,48}{x}$ (m).

Tổng diện tích mặt bên là: $S_{xq}=2.0,6x+2.\dfrac{0,48}{x}.0,6=1,2x+\dfrac{0,576}{x}$ (m^2).

Chi phí để làm bể cá là: $T\left(x\right)=0,48.100+70.\left(1,2x+\dfrac{0,576}{x}\right)+60=108+84x+\dfrac{40,32}{x}$ (nghìn đồng).

Xét hàm số $T\left(x\right)=108+84x+\dfrac{40,32}{x}$ với $x>0$.

Ta có: $T'\left(x\right)=84-\dfrac{40,32}{x^2}$; $T'=0 \Rightarrow x=\dfrac{2\sqrt{3}}{5}$.

Bảng biến thiên:

x	0		$\frac{2\sqrt{3}}{5}$		$+\infty$
$T'(x)$		$-$	0	$+$	
$T(x)$	$+\infty$	$\searrow$	≈ 224	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\min\limits_{(0;+\infty)} T(x) = T\left(\frac{2\sqrt{3}}{5}\right) \approx 224$ (nghìn đồng).

TOÁN THẦY YÊN CÔ DIỄM	MÔN: TOÁN 12
BỘ ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG 1	GIẢI CHI TIẾT ĐỀ 06

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-1;+\infty\right)$. **B.** $\left(1;+\infty\right)$. **C.** $\left(-1;1\right)$. **D.** $\left(-\infty;1\right)$.

Giải

Chọn B.

Từ bảng biến thiên, ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;-1\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$.

Câu 2: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$.

B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(-1;3\right)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-1;+\infty\right)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(1;3\right)$.

Giải

Chọn D.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$.

Ta có $y'=\dfrac{x^2-2x-3}{\left(x-1\right)^2}$; $y'=0\Leftrightarrow x=-1$ hoặc $x=3$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$y'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-2	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	6	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(1;3\right)$.

Câu 3: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)=x^4-12x^2-1$ trên đoạn $\left[0;9\right]$ bằng

A. -28. **B.** -1. **C.** -36. **D.** -37.

Giải

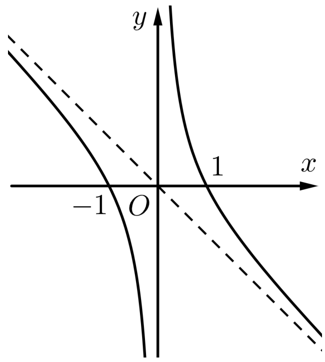
Chọn D.

Ta có $f'(x)=4x^3-24x$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow 4x^3-24x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\sqrt{6}\notin(0;9) \\ x=0\notin(0;9) \\ x=\sqrt{6}\in(0;9) \end{array}\right.$.

Khi đó $f(0)=-1$; $f\left(\sqrt{6}\right)=-37$; $f(9)=5588$.

Vậy $\min\limits_{[0;9]} f(x)=f\left(\sqrt{6}\right)=-37$.

Câu 4: Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y=\dfrac{-x^2+1}{x}$. **B.** $y=\dfrac{-x^2-x+2}{x}$. **C.** $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x^2-1}{x}$.

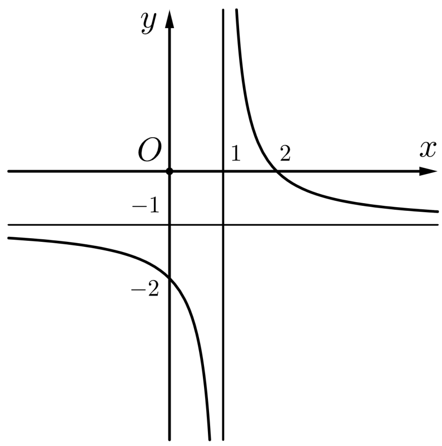
Giải

Chọn A.

Ta thấy đây là đồ thị hàm số phân thức bậc hai trên bậc nhất $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ với $am<0$ nên loại **C, D.**

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1;0)$ nên loại **B.**

Câu 5: Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $b<a<0$. **B.** $a<b<0$. **C.** $b>a$ và $a<0$. **D.** $a<0<b$.

Giải

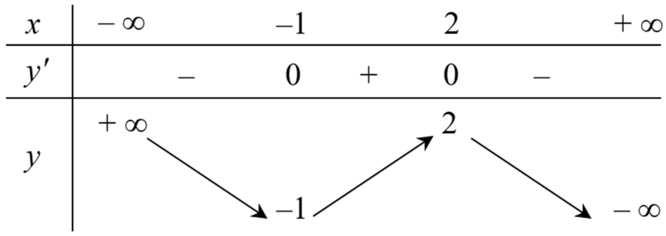
Chọn A.

Ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-1$, tức là $\frac{a}{1}=-1 \Rightarrow a=-1$.

Mặt khác, đồ thị hàm số đi qua điểm $(2;0)$ nên thay vào công thức hàm số ta có: $2a-b=0 \Rightarrow b=-2$.

Khi đó ta có $b<a<0$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ bảng biến thiên như sau:



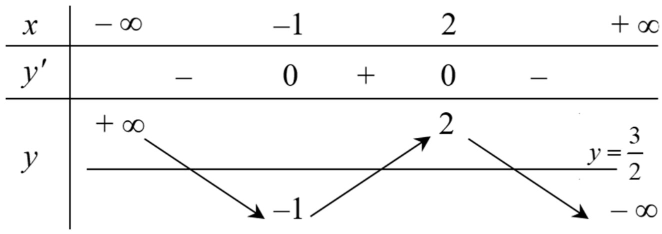
Số nghiệm của phương trình $2f(x)-3=0$ là

A. 0. **<u>B</u>.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Giải

Chọn B.

Ta có $2f(x)-3=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{2}$ (*). Số nghiệm của phương trình (*) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ với đường thẳng $y=\frac{3}{2}$:



Từ bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y=\frac{3}{2}$ cắt đồ thị tại 3 điểm phân biệt.

Do đó phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 7: Đồ thị hàm số $f(x)=2x-1+\frac{1}{x-2}$ có tiệm cận xiên là:

<u>A</u>. $y=2x-1$. **B.** $y=2x+1$. **C.** $x=2$. **D.** $y=-2x+1$.

Giải

Chọn A.

Có thể nhớ: Đồ thị hàm số $f(x)=ax+b+\frac{c}{dx+e}$ có TCX là đường thẳng $y=ax+b$.

Hoặc kiểm tra theo định nghĩa, ta có:

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(2x-1)\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(2x-1)\right]=0 \Rightarrow y=2x-1$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Bảng biến thiên trên là hàm số nào sau đây?

A. $y = x^4 + 3x^2 + 2$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. **<u>C</u>.** $y = x^3 - 3x^2 + 2$. **D.** $y = x^3 + 3x^2 + 2$.

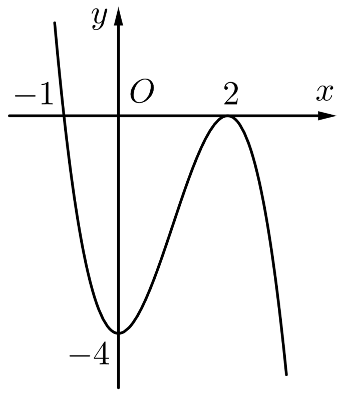
Giải

Chọn C.

Đây là bảng biến thiên của hàm số bậc 3 với hệ số $a > 0$ nên ta loại **A, B.**

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(2;-2)$ nên loại **D.**

Câu 9: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \dfrac{x-1}{x}$. **B.** $y = x^3 + 3x^2 - 4$. **C.** $y = -x^3 + 3x - 4$. **<u>D</u>.** $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

Giải

Chọn D.

Đây là hình dáng đồ thị hàm số bậc 3 với hệ số $a < 0$ nên loại **A, B.**

Đồ thị đi qua điểm $(2;0)$ nên loại **C.**

Câu 10: Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa, $1 \le x \le 18$.Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí:

$$C(x) = x^3 - 6x^2 + 20x + 500.$$

Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 320 nghìn đồng/mét. Gọi $L(x)$ là lợi nhuận thu được (đơn vị: nghìn đồng) khi bán x mét vải lụa. Biểu thức tính $L(x)$ theo x là:

A. $L(x) = 320x$. **<u>B</u>.** $L(x) = -x^3 + 6x^2 + 300x - 500$.

C. $L(x) = x^3 - 6x^2 - 300x + 500$. **D.** $L(x) = x^3 - 6x^2 + 340x + 500$.

Giải

Chọn B.

Số tiền thu được khi bán x mét vải lụa là: $320x$ (nghìn đồng). Lợi nhuận thu được là:

$$L(x) = 320x - C(x) = -x^3 + 6x^2 + 300x - 500 \text{ (nghìn đồng)}.$$

Câu 11: Để điều chỉnh nhiệt độ trong phòng, một hệ thống điều hòa không khí được phép hoạt động trong 10 phút. Gọi T là nhiệt độ phòng ở phút thứ t được cho bởi công thức $T = -0,008t^3 - 0,16t + 28$ với $t \in [1;10]$. Trong thời gian 10 phút kể từ khi hệ thống điều hòa không khí bắt đầu hoạt động, nhiệt độ trong phòng tăng hay giảm?

A. Tăng. **B.** Giảm.

C. Tăng rồi giảm. **D.** Giảm rồi tăng.

Giải

Chọn B.

Xét hàm số $T = -0,008t^3 - 0,16t + 28$ với $t \in [1;10]$.

Ta có $T' = -0,024t^2 - 0,16 < 0,\ \forall t \in [1;10]$.

Suy ra hàm số T nghịch biến trên đoạn $[1;10]$. Vậy trong thời gian 10 phút kể từ khi hệ thống làm mát bắt đầu hoạt động, nhiệt độ trong phòng giảm.

Câu 12: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{mx-8}{x+2}$ có hai đường tiệm cận.

A. $m \neq 4$. **B.** $m \neq -4$. **C.** $m = 4$. **D.** $m = -4$.

Giải

Chọn B.

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ với $c \neq 0,\ ad - bc \neq 0$ có hai đường tiệm cận là $x = -\dfrac{d}{c},\ y = \dfrac{a}{c}$.

Do đó để đồ thị $y = \dfrac{mx-8}{x+2}$ có hai đường tiệm cận thì $\begin{cases} c = 1 \neq 0 \\ ad - bc = 2m + 8 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq -4$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = \dfrac{ax+1}{bx+c}$ ($a,\ b,\ c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$	
y	1	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	1

a) Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

b) Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

c) Trên khoảng $(2;+\infty)$, giá trị lớn nhất của hàm số đã cho bằng 1.

d) Giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng 0.

Giải

a) Đúng

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

b) Sai

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho không có cực trị.

c) Sai

Trên khoảng $(2;+\infty)$, ta có $y<1$ nhưng không tồn tại giá trị của x để $y=1$ nên hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất trên khoảng này.

d) Đúng

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=2$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$ nên ta có hệ sau: $\begin{cases} -\dfrac{c}{b}=2 \\ \dfrac{a}{b}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=-2b \\ a=b \end{cases}$. Khi đó, $a+b+c=b+b+(-2b)=0$.

Câu 2: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+3x+3}{x+2}$.

a) Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(3;+\infty)$.

b) Tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -4.

c) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $A(0;1)$.

d) Có một tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho vuông góc với đường thẳng $x-3y-6=0$ đi qua điểm $B(-2;3)$.

Giải

a) Sai

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Ta có $y'=\dfrac{x^2+4x+3}{(x+2)^2}$; $y'=0 \Leftrightarrow x=-3$ hoặc $x=-1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
$y'(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-3	$\searrow$	$-\infty \;\|\; +\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng $(-\infty;-3)$ và $(-1;+\infty)$.

b) Sai

Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=-3$, $y_{CĐ}=-3$ và đạt cực tiểu tại $x=-1$, $y_{CT}=1$.

Suy ra $y_{CĐ}+y_{CT}=-3+1=-2$.

c) Đúng

Ta có $y=\dfrac{x^2+3x+3}{x+2}=x+1+\dfrac{1}{x+2}$ nên tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y=x+1$.

Với $x=0$ thì $y=0+1=1$, do đó đường tiệm cận xiên đi qua điểm $A(0;1)$.

d) Đúng

Gọi $M\left(x_0;y_0\right)$ là tiếp điểm.

Đường thẳng $d: x-3y-6=0 \Leftrightarrow y=\frac{1}{3}x-2$ có hệ số góc $k_d=\frac{1}{3}$.

Tiếp tuyến vuông góc với d nên $y'\left(x_0\right).k_d=-1 \Rightarrow y'\left(x_0\right)=-3 \Leftrightarrow \frac{x_0^2+4x_0+3}{\left(x_0+2\right)^2}=-3$

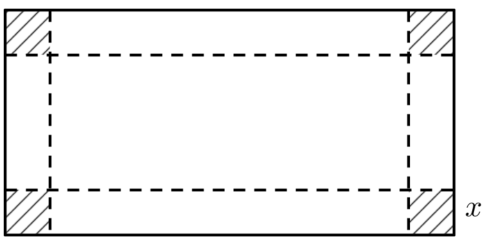
$$\Leftrightarrow x_0^2+4x_0+3=-3\left(x_0+2\right)^2 \Leftrightarrow x_0^2+4x_0+3=-3x_0^2-12x_0-12 \Leftrightarrow 4x_0^2+16x_0+15=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=-\frac{3}{2} \\ x_0=-\frac{5}{2} \end{array}\right..$$

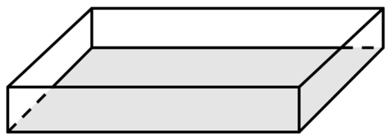
Với $x_0=-\frac{3}{2} \Rightarrow y_0=\frac{3}{2}$, ta có tiếp tuyến: $\Delta_1: y=-3\left(x+\frac{3}{2}\right)+\frac{3}{2} \Leftrightarrow y=-3x-3$.

Với $x_0=-\frac{5}{2} \Rightarrow y_0=-\frac{7}{2}$, ta có tiếp tuyến: $\Delta_2: y=-3\left(x+\frac{5}{2}\right)-\frac{7}{2} \Leftrightarrow y=-3x-11$.

Kiểm tra ta thấy Δ_1 đi qua điểm $B\left(-2;3\right)$.

Câu 3: Một tấm kim loại hình chữ nhật có kích thước $3\text{m} \times 8\text{m}$. Người ta cắt mỗi góc một hình vuông có cạnh là x (m) để tạo ra hình hộp chữ nhật không nắp. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:





a) Hình vuông được cắt ra ở mỗi góc có cạnh x thỏa $0<x<\frac{3}{2}$ (m).

b) Diện tích mặt đáy của chiếc hộp là $S=\left(8-2x\right)\left(3-2x\right)$ (m^2).

c) Thể tích của chiếc hộp là $V=4x^3+22x^2+24x$ (m^3).

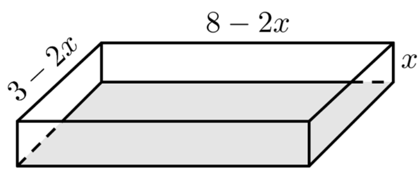
d) Chiếc hộp có thể tích lớn nhất bằng $\frac{2}{3}$ (m^3).

Giải

a) Đúng

Do chiều rộng của tấm kim loại hình chữ nhật là 3 (m) và phải cắt ra 2 hình vuông có cạnh x (m) dọc theo chiều rộng này nên ta có $0<2x<3 \Leftrightarrow 0<x<\frac{3}{2}$.

b) Đúng



Ta có chiều dài, chiều rộng, chiều cao của chiếc hộp lần lượt là $8-2x,\ 3-2x,\ x$ (m).

Đáy của chiếc hộp là hình chữ nhật có diện tích là $S=\left(8-2x\right)\left(3-2x\right)$ (m^2).

c) Sai

Thể tích của chiếc hộp là: $V = x(8-2x)(3-2x) = 4x^3 - 22x^2 + 24x$ (m^3).

d) Sai

Xét hàm số: $V(x) = 4x^3 - 22x^2 + 24x$ trên $\left(0;\frac{3}{2}\right)$.

Ta có: $V'(x) = 12x^2 - 44x + 24$; $V'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = 3 & (l) \\ x = \frac{2}{3} & (n) \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

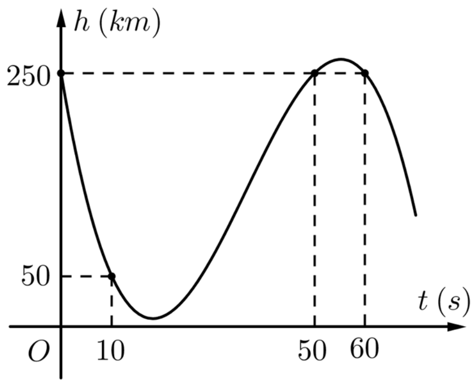
x	0		$\frac{2}{3}$		$\frac{3}{2}$
$V'(x)$		$+$	0	$-$	
$V(x)$		$\nearrow$	$V_{\max}$	$\searrow$	

Từ bảng biến thiên ta thấy giá trị lớn nhất của $V(x)$ trên $\left(0;\frac{3}{2}\right)$ là $V\left(\frac{2}{3}\right) \approx 7,41$ (m^3).

Câu 4: Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 250 km so với bề mặt của Mặt Trăng. Trong khoảng 70 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao h của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được tính bởi hàm $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$, trong đó t là thời gian tính bằng giây và h tính bằng kilômét.

a) Trong 50 giây đầu tiên thì tại thời điểm $t \approx 18$ giây thì con tàu đạt khoảng cách nhỏ nhất so với bề mặt của Mặt Trăng và khoảng cách nhỏ nhất này khoảng 8,08 km.

b) Đồ thị của hàm số $y = h(t)$ với $0 \le t \le 70$ như sau:



c) Gọi $v(t)$ là vận tốc tức thời của con tàu ở thời điểm t kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm với $0 \le t \le 50$. Vận tốc tức thời của con tàu tại thời điểm $t = 25$ là 5,25 km/s.

d) Tại thời điểm $t = 25$, vận tốc tức thời của con tàu vẫn đang giảm.

Lời giải

a) Đúng

Xét hàm số $h(t)=-0,01t^3+1,1t^2-30t+250$ với $t\in[0;50]$.

Ta có $h'(t)=-0,03t^2+2,2t-30$; $h'(t)=0\Leftrightarrow -0,03t^2+2,2t-30=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t\approx 18\ \ (n)\\ t\approx 55\ \ (l)\end{array}\right.$.

Khi đó $h(0)=250$; $h(18)=8,08$; $h(50)=250$. Do đó, $\min\limits_{[0;50]} h(t)\approx 8,08$ tại $t\approx 18$.

Vậy tại thời điểm $t\approx 18$ giây thì con tàu đạt khoảng cách nhỏ nhất so với bề mặt của Mặt Trăng khoảng 8,08 km.

b) Đúng

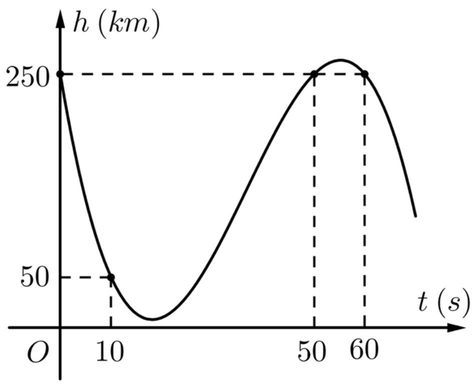
Xét hàm số $h(t)=-0,01t^3+1,1t^2-30t+250$ với $t\in[0;70]$.

Ta có $h'(t)=-0,03t^2+2,2t-30$; $h'(t)=0\Leftrightarrow -0,03t^2+2,2t-30=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t\approx 18\ \ (n)\\ t\approx 55\ \ (n)\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

t	0		≈ 18		≈ 55		70
$h'(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$h(t)$	250	$\searrow$	$\approx 8,08$	$\nearrow$	≈ 264	$\searrow$	110

Đồ thị:



c) Sai

Ta có $v(t)=h'(t)=-0,03t^2+2,2t-30$ với $t\in[0;50]$.

Khi đó $v(25)=-0,03.25^2+2,2.25-30=6,25$ km/s.

d) Sai

Xét $v(t)=-0,03t^2+2,2t-30$ với $t\in[0;50]$.

Ta có $v'(t)=-0,06t+2,2$; $v'(t)=0\Leftrightarrow -0,06t+2,2=0\Leftrightarrow t=\dfrac{110}{3}$.

Bảng biến thiên:

t	0		$\frac{110}{3}$		50
$v'(t)$		$+$	0	$-$	
$v(t)$		$\nearrow$		$\searrow$	

Hàm số $v(t)$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{110}{3}\right)$, vậy tại thời điểm $t=25\in\left(0;\frac{110}{3}\right)$ vận tốc của con tàu đang tăng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Biết rằng đồ thị hàm số $y=x^4-2ax^2+b$ có một điểm cực trị là $(1;2)$. Tính khoảng cách giữa điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho.

Giải

Đáp án: 1,41

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=4x^3-4ax$.

Do đồ thị hàm số có một điểm cực trị là $(1;2)$ nên ta có $\begin{cases} y(1)=2 \\ y'(1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1^4-2a.1^2+b=2 \\ 4.1^3-4a.1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=3 \end{cases}$.

Khi đó ta có hàm số là $y=x^4-2x^2+3$. Ta có $y'=4x^3-4x=0;\ y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$y'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị hàm số có hai điểm cực tiểu $A(-1;2)$, $B(1;2)$ và một điểm cực đại $C(0;3)$.

Vậy khoảng cách giữa điểm cực đại và điểm cực tiểu là: $AC=BC=\sqrt{(0-1)^2+(3-2)^2}=\sqrt{2}\approx 1,41$.

Câu 2: Trong 18 giây đầu tiên, một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t)=-t^3+18t^2+t+3$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Chất điểm chuyển động có vận tốc tức thời lớn nhất bằng bao nhiêu (đơn vị: m/s) trong 18 giây đầu tiên đó?

Giải

Đáp án: 109

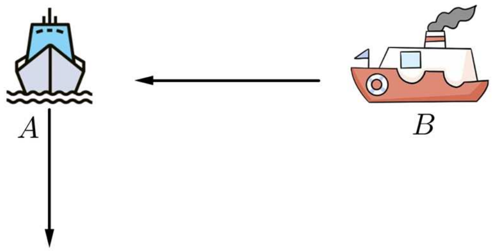
Ta có vận tốc tức thời là: $v(t)=s'(t)=-3t^2+36t+1$.

Xét hàm số $v(t)=-3t^2+36t+1$ với $t\in[0;18]$. Ta có $v'(t)=-6t+36$; $v'(t)=0 \Leftrightarrow t=6$.

Khi đó $v(0)=1;\ v(6)=109;\ v(18)=-323$. Suy ra $\max\limits_{[0;18]} v(t)=v(6)=109$.

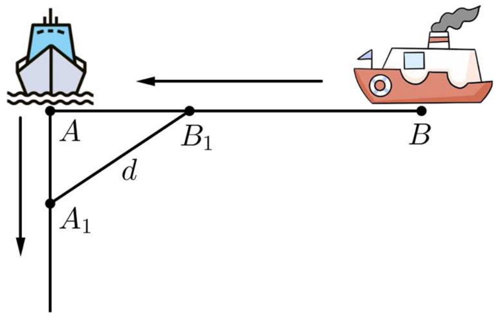
Vậy vận tốc tức thời đạt giá trị lớn nhất bằng 109 m/s khi $t=6$ giây.

Câu 3: Hai con tàu A và B đang ở cùng một vĩ tuyến và cách nhau 5 hải lí. Cả hai tàu đồng thời cùng khởi hành. Tàu A chạy về hướng Nam với vận tốc 6 hải lí/giờ, còn tàu B chạy về vị trí hiện tại của tàu A với vận tốc 7 hải lí/giờ (tham khảo hình vẽ). Hỏi sau bao nhiêu giờ thì khoảng cách giữa hai tàu là bé nhất (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Giải

Đáp án: 0,4



Tại thời điểm t (giờ) sau khi xuất phát, khoảng cách giữa hai tàu là d. Khi đó, tàu A đang ở vị trí A_1 và tàu B đang ở vị trí B_1 như hình vẽ trên.

Khi đó $BB_1 = 7t$ (hải lí), $AA_1 = 6t$ (hải lí).

Suy ra $d^2 = AB_1^2 + AA_1^2 = \left(AB - BB_1\right)^2 + AA_1^2 = \left(5 - 7t\right)^2 + \left(6t\right)^2 = 85t^2 - 70t + 25$.

Suy ra $d = \sqrt{85t^2 - 70t + 25}$ (hải lí)

Xét hàm số $f\left(t\right) = \sqrt{85t^2 - 70t + 25}$ với $t > 0$.

Ta có $f'\left(t\right) = \dfrac{170t - 70}{2\sqrt{85t^2 - 70t + 25}}$; $f'\left(t\right) = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{7}{17}$.

Bảng biến thiên:

t	0		$\frac{7}{17}$		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$		$\searrow$	$\frac{6\sqrt{85}}{17}$	$\nearrow$	

Từ bảng biến thiên, ta có: $\min\limits_{(0;+\infty)} f\left(t\right) = \dfrac{6\sqrt{85}}{17}$ tại $t = \dfrac{7}{17}$.

Vậy sau $\dfrac{7}{17} \approx 0,4$ giờ thì khoảng cách giữa hai tàu là bé nhất.

Câu 4: Cho hàm số $y=x^3-3(m+1)x^2+3(7m-3)x$. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số đã cho không có cực trị. Tập hợp S có bao nhiêu phần tử?

Giải

Đáp án: 4

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=3x^2-6(m+1)x+3(7m-3)$;.

Hàm số đã cho không có cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có nghiệm kép hoặc vô nghiệm

$\Leftrightarrow \Delta'=b'^2-ac\le 0 \Leftrightarrow 9(m+1)^2-9(7m-3)\le 0 \Leftrightarrow m^2-5m+4\le 0 \Leftrightarrow 1\le m\le 4$.

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $S=\{1;2;3;4\}$. Vậy tập hợp S có 4 phần tử.

Câu 5: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của a để đồ thị hàm số $y=x^3+ax^2$ cắt parabol $y=-10x^2+x-1$ tại đúng 1 điểm?

Giải

Đáp án: 10

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3+ax^2=-10x^2+x-1 \Leftrightarrow x^3+(a+10)x^2-x+1=0$ (*)

Vì $x=0$ không là nghiệm của (*) nên (*) $\Leftrightarrow \dfrac{x^3-x+1}{x^2}=-a-10$ $(x\ne 0)$ (**)

Đồ thị hàm số đã cho cắt parabol tại đúng 1 điểm

$\Leftrightarrow$ (*) có 1 nghiệm $\Leftrightarrow$ (**) có 1 nghiệm khác 0 $\Leftrightarrow (C): y=\dfrac{x^3-x+1}{x^2}$ cắt $d: y=-a-10$ tại đúng 1 điểm.

Xét hàm số $(C): y=\dfrac{x^3-x+1}{x^2}$ $(x\ne 0)$. Ta có $y'=\dfrac{x^3+x-2}{x^3}$; $y'=0\Leftrightarrow x^3+x-2=0\Leftrightarrow x=1$.

Bảng biến thiên:

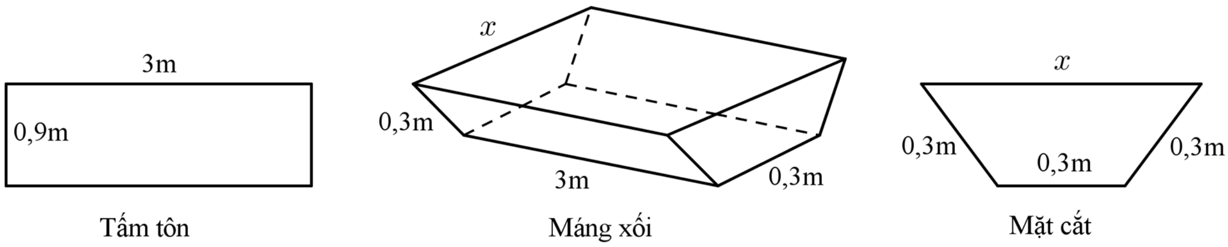
x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty \;\Vert\; +\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, để (C) cắt d tại đúng 1 điểm thì $-a-10<1\Leftrightarrow a>-11$.

Mà a là số nguyên âm nên $a\in\{-10;\,-9;\,...;\,-1\}$.

Vậy có 10 giá trị nguyên âm của a thỏa mãn.

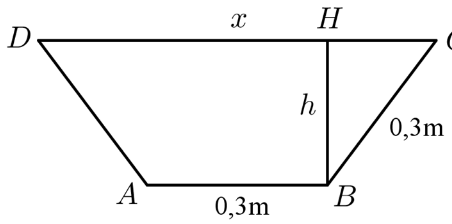
Câu 6: Để làm một máng xối nước có dạng hình lăng trụ, từ một tấm tôn kích thước $0{,}9\text{m}\times 3\text{m}$ người ta gấp tấm tôn đó như hình vẽ dưới. Biết mặt cắt của máng xối là một hình thang cân. Hỏi x (m) bằng bao nhiêu thì thể tích máng xối lớn nhất?



Giải

Đáp án: 0,6

Gọi hình thang cân $ABCD$ là mặt cắt của máng xối và h (m) là chiều cao của hình thang cân.



Vì chiều cao lăng trụ bằng chiều dài tấm tôn nên thể tích máng xối lớn nhất khi diện tích hình thang cân lớn nhất.

Ta có $S_{ABCD}=\frac{h}{2}(x+0,3)$; Ta có $HC=\frac{DC-AB}{2}=\frac{x-0,3}{2}$.

Suy ra $h=\sqrt{BC^2-HC^2}=\sqrt{(0,3)^2-\frac{(x-0,3)^2}{4}}=\frac{\sqrt{-x^2+0,6x+0,27}}{2}$.

Khi đó: $S_{ABCD}=\frac{\sqrt{-x^2+0,6x+0,27}}{4}(x+0,3)$.

Xét hàm số $f(x)=S_{ABCD}=\frac{1}{4}(x+0,3)\sqrt{-x^2+0,6x+0,27}$ với $0,3<x<0,9$.

Ta có $f'(x)=\frac{1}{4}\sqrt{-x^2+0,6x+0,27}+\frac{1}{4}(x+0,3)\frac{-x+0,3}{\sqrt{-x^2+0,6x+0,27}}=\frac{1}{4}\frac{-2x^2+0,6x+0,36}{\sqrt{-x^2+0,6x+0,27}}$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow -2x^2+0,6x+0,36=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=-0,3 & (l) \\ x=0,6 & (n) \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	0,3		0,6		0,9
$f'(x)$		+	0	–	
$f(x)$		↗		↘	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f(x)$ lớn nhất khi $x=0,6$.

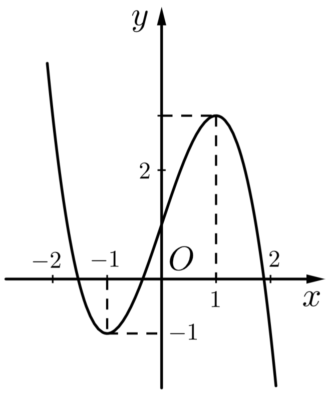
Vậy thể tích máng xối lớn nhất khi $x=0,6$ (m).

TOÁN THẦY YÊN CÔ DIỄM
BỘ ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG 1

MÔN: TOÁN 12
GIẢI CHI TIẾT ĐỀ 07

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Hàm số $y=f\left(x\right)$ đạt cực tiểu tại

A. $x=3$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Giải

Chọn B.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số $y=f\left(x\right)$ đạt cực tiểu tại $x=-1$ với giá trị cực tiểu là $y=-1$.

Câu 2: Hàm số $y=\dfrac{x^2-x+9}{x-1}$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $\left(-2;4\right)$. **B.** $\left(-2;1\right)$. **C.** $\left(-2;+\infty\right)$. **D.** $\left(4;+\infty\right)$.

Giải

Chọn B.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$.

Ta có: $y'=\dfrac{x^2-2x-8}{\left(x-1\right)^2}$; $y'=0\Leftrightarrow x=-2$ hoặc $x=4$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		1		4		$+\infty$
$y'(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-5	$\searrow$	$-\infty \Vert +\infty$	$\searrow$	7	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(-2;1\right)$.

Câu 3: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-3x+5$ trên đoạn $\left[0;2\right]$ bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 7.

Giải

Chọn D.

Ta có: $y' = 3x^2 - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = 1 & (n) \\ x = -1 & (l) \end{array}\right.$.

Khi đó $y(0) = 5$; $y(1) = 3$; $y(2) = 7$. Suy ra $\max\limits_{[0;2]} y = y(2) = 7$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim\limits_{x \to -2^+} f(x) = +\infty$ và $\lim\limits_{x \to -2^-} f(x) = -\infty$.

A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng phân biệt.

B. Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -2$.

C. Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$.

D. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận.

Giải

Chọn C.

Ta thấy: $\lim\limits_{x \to -2^+} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x \to -2^-} f(x) = -\infty$ nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là $x = -2$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x) = x - 5 + \dfrac{1}{x}$, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng

A. 0. **B.** -3. **C.** 4. **D.** -4.

Giải

Chọn B.

Hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(0;+\infty)$.

Ta có $y' = 1 - \dfrac{1}{x^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \notin (0;+\infty) \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	0		1		$+\infty$
y'	||	$-$	0	$+$	
y	|| $+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\min\limits_{(0;+\infty)} y = y(1) = -3$.

Câu 6: Cho hàm số $y = \dfrac{x}{x^2 + 1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đã cho nghịch biến trên $(-1;1)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên $(1;+\infty)$.

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên $(-\infty;1)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-1;1)$.

Giải

Chọn D.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = \dfrac{x^2+1-2x^2}{\left(x^2+1\right)^2} = \dfrac{1-x^2}{\left(x^2+1\right)^2}$; $y'=0 \Leftrightarrow 1-x^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$y'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	0	$\searrow$	$-\frac{1}{2}$	$\nearrow$	$\frac{1}{2}$	$\searrow$	0

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 7: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+x^2$ và đồ thị hàm số $y=x^2+5x$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

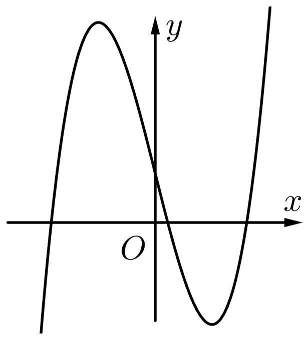
Giải

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3+x^2=x^2+5x \Leftrightarrow x^3-5x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{5} \end{array}\right.$.

Vậy số giao điểm của hai đồ thị là 3 giao điểm.

Câu 8: Đường cong trong hình dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=x^3-4x+1$. **B.** $y=x^3+3x^2+1$. **C.** $y=x^3-4x-1$. **D.** $y=-x^3+4x+1$.

Giải

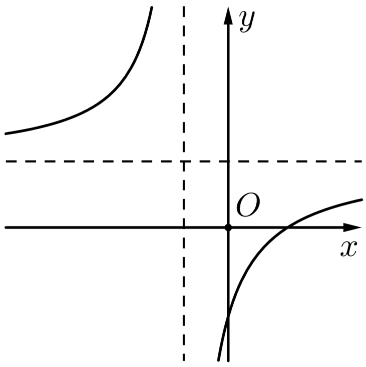
Chọn A.

Đây là dạng đồ thị của hàm số bậc ba với hệ số $a>0$ nên loại **D.**

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0;d)$ với $d>0$ nên loại **C.**

Hàm số đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 trái dấu nên $y'=0$ có 2 nghiệm trái dấu, nên loại **B.**

Câu 9: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ (với $c \neq 0$) có đồ thị như hình dưới đây.



Biết rằng a là số thực dương, hỏi trong các số b, c, d có bao nhiêu số dương?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Giải

Chọn C.

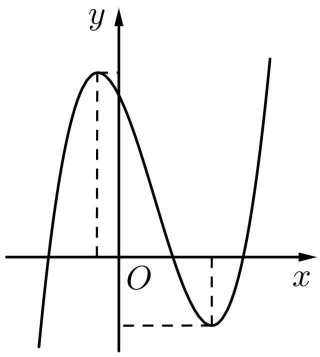
- Tiệm cận ngang: $y=\frac{a}{c}>0 \Rightarrow c>0$ (do $a>0$).

- Tiệm cận đứng: $x=-\frac{d}{c}<0 \Rightarrow d>0$ (do $c>0$).

- Đồ thị cắt trục hoành tại hoành độ $-\frac{b}{a}>0 \Rightarrow b<0$ (do $a>0$).

Vậy trong các số b, c, d có 2 số dương là c và d.

Câu 10: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a>0, b>0, c>0, d>0$. **B.** $a>0, b<0, c>0, d<0$.

C. $a>0, b>0, c<0, d>0$. **D.** $a>0, b<0, c<0, d>0$.

Giải

Chọn D.

- Đây là dạng đồ thị của hàm số bậc ba với hệ số $a>0$.

- Đồ thị cắt trục tung tại điểm $(0;d)$, suy ra $d>0$.

Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$. Hàm số có 2 điểm cực trị x_1, x_2 là nghiệm phương trình $y'=0$.

- Hàm số có 2 điểm cực trị x_1, x_2 trái dấu, tức là $x_1x_2=\frac{c}{3a}<0 \Rightarrow c<0$ (do $a>0$).

- Trung điểm của 2 điểm cực trị của đồ thị (điểm uốn) có hoành độ dương nên:

$x_1 + x_2 = \dfrac{-2b}{3a} > 0 \Rightarrow \dfrac{b}{a} < 0 \Rightarrow b < 0$ (do $a > 0$).

Vậy $a > 0,\ b < 0,\ c < 0,\ d > 0$.

Câu 11: Đồ thị hàm số $y = \sqrt{x^2 + 2x + 2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận xiên?

A. 0. **B.** 1. **<u>C</u>.** 2. **D.** 3.

Giải

Chọn C.

Ta có: $a = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}{x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2}}}{1} = 1$;

$b = \lim\limits_{x \to +\infty} \left[f(x) - ax\right] = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 2x + 2} - x\right) = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2x + 2}{\sqrt{x^2 + 2x + 2} + x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2 + \frac{2}{x}}{\sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2}} + 1} = 1$.

Ta có: $a = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}{x} = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{-\sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2}}}{1} = -1$;

$b = \lim\limits_{x \to -\infty} \left[f(x) - ax\right] = \lim\limits_{x \to -\infty} \left(\sqrt{x^2 + 2x + 2} + x\right) = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{2x + 2}{\sqrt{x^2 + 2x + 2} - x} = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{2 + \frac{2}{x}}{-\sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2}} - 1} = -1$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận xiên là: $y = x + 1$ và $y = -x - 1$.

Câu 12: Một chất điểm chuyển động có phương trình $S = t^3 - 3t^2 - 9t + 2$, trong đó $t \ge 0$ được tính bằng giây và S được tính bằng mét. Gia tốc tại thời điểm vận tốc bị triệt tiêu là:

A. $-9\,\text{m/s}^2$. **B.** $9\,\text{m/s}^2$. **C.** $-12\,\text{m/s}^2$. **<u>D</u>.** $12\,\text{m/s}^2$.

Giải

Chọn D.

Ta có: $S = t^3 - 3t^2 - 9t + 2 \Rightarrow v(t) = S' = 3t^2 - 6t - 9 \Rightarrow a(t) = v'(t) = 6t - 6\,\text{m/s}^2$.

Khi vận tốc bị triệt tiêu: $v = 0 \Leftrightarrow 3t^2 - 6t - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} t = -1 & (l) \\ t = 3 & (n) \end{array}\right.$.

Khi đó gia tốc tại thời điểm vận tốc bị triệt tiêu là $a(3) = 6.3 - 6 = 12\,\text{m/s}^2$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	-2	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

a) Hàm số đã cho đồng biến trên $(-1;+\infty)$.

b) Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=0$; đạt cực tiểu tại $x=1$.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho bằng -2.

d) Phương trình $f(x)=-\frac{3}{2}$ có 1 nghiệm.

Giải

a) Sai

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(1;+\infty)$.

b) Đúng

Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=0$ (đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm khi qua $x=0$); đạt cực tiểu tại $x=1$ (đạo hàm đổi dấu từ âm sang dương khi qua $x=1$).

c) Sai

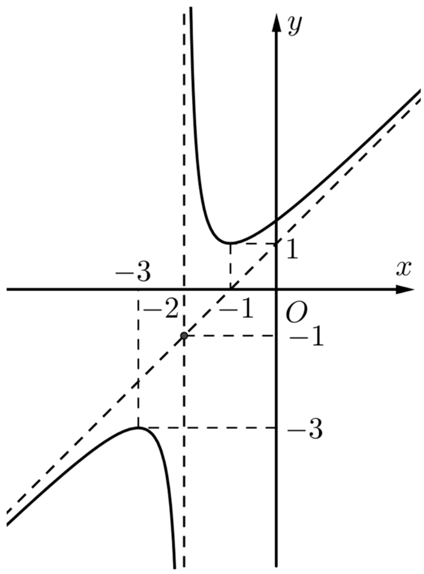
Ta có $f(x)>-2$ và không tồn tại giá trị của x để $f(x)=-2$ nên hàm số đã cho không có giá trị nhỏ nhất.

d) Đúng

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	-2	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$
							$y=-\frac{3}{2}$

Vì $-2<-\frac{3}{2}<-1$ nên đường thẳng $y=-\frac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 1 điểm. Do đó, phương trình $f(x)=-\frac{3}{2}$ có duy nhất 1 nghiệm.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)=\frac{ax^2+bx+c}{x+n}$ với $a\neq 0$, có đồ thị là đường cong như hình dưới đây.



a) Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

b) Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=-3$; đạt cực tiểu tại $x=-1$.

c) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $y=-2$.

d) Hàm số đã cho là $y=\dfrac{x^2+3x+3}{x+2}$.

Giải

a) Sai

Dựa vào đồ thị ta thấy trên các khoảng $(-3;-2)$ và $(-2;-1)$, đồ thị hàm số đi xuống từ trái qua phải nên hàm số đã cho nghịch biến trên mỗi khoảng này.

b) Đúng

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=-3$; đạt cực tiểu tại $x=-1$.

c) Sai

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $x=-2$.

d) Đúng

Vì $x=-2$ là tiệm cận đứng nên $n=2$. Khi đó, $y=f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{x+2}$.

Ta có $y'=\dfrac{ax^2+4ax+2b-c}{(x+2)^2}$; $y'=0\Leftrightarrow ax^2+4ax+2b-c=0$ (*).

Hơn nữa, $x=-1,\ x=-3$ là các điểm cực trị của hàm số nên $y'(-1)=0,\ y'(-3)=0$.

Lại có các điểm $(-1;1)$, $(-3;-3)$ thuộc đồ thị hàm số.

Khi đó, ta có hệ phương trình sau: $\begin{cases} y'(-1)=0 \\ f(-1)=1 \\ f(-3)=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3a+2b-c=0 \\ a-b+c=1 \\ -9a+3b-c=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=3 \\ c=3 \end{cases}$.

Vậy hàm số đã cho là $y=\dfrac{x^2+3x+3}{x+2}$.

Câu 3: Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t)=t^3-3t^2+8t+1$, trong đó t tính bằng giây và $s(t)$ tính bằng mét.

a) Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t=3$ (giây) bằng 8 m/s.

b) Tại thời điểm mà chất điểm di chuyển được 13 m, vận tốc khi đó bằng 8 m/s.

c) Vận tốc nhỏ nhất của chất điểm là 5 m/s.

d) Gia tốc tại thời điểm chất điểm đạt vận tốc nhỏ nhất bằng 2 m/s^2.

Giải

a) Sai

Ta có $s(t)=t^3-3t^2+8t+1$.

Suy ra vận tốc tức thời: $v(t)=s'(t)=3t^2-6t+8$ và gia tốc: $a(t)=v'(t)=6t-6$.

Tại thời điểm $t=3$ thì $v(3)=3.3^2-6.3+8=17$ m/s.

b) Đúng

Ta có $s(t)=13 \Leftrightarrow t^3-3t^2+8t+1=13 \Leftrightarrow t=2$. Vận tốc khi đó là $v(2)=3.2^2-6.2+8=8$ m/s.

c) Đúng

Ta có $v(t)=s'(t)=3t^2-6t+8$. Khi đó $\min v(t)=-\dfrac{\Delta}{4a}=5$ khi $t=-\dfrac{b}{2a}=1$.

Vậy vận tốc nhỏ nhất của chất điểm là 5 m/s khi $t=1$ giây.

d) Sai

Thời điểm chất điểm đạt vận tốc nhỏ nhất là $t=1$, khi đó gia tốc $a(1)=0$ m/s^2.

Câu 4: Một cửa hàng bán vải thiều với giá bán là 30000 đồng/1kg. Giá nhập vào là 16000 đồng/1kg. Với giá này cửa hàng ước chừng bán được 100 kg/ngày. Cửa hàng dự định giảm giá bán, ước tính cứ giảm 1000 đồng/1kg thì số vải thiều bán được sẽ tăng thêm là 10 kg.

a) Nếu giữ nguyên giá ban đầu, lợi nhuận theo ngày của cửa hàng là 1400000 đồng.

b) Nếu giá bán là 20000 đồng/1kg, cửa hàng bán được 250 kg/ngày.

c) Gọi x (nghìn đồng) là giá tiền mà cửa hàng dự định bán $(16<x<30)$, khi đó lợi nhuận theo ngày của cửa hàng được xác định bởi hàm số $f(x)=(x-16)(400-10x)$.

d) Lợi nhuận tối đa theo ngày của cửa hàng là 1600000 đồng.

Giải

a) Đúng

Lợi nhuận theo ngày của cửa hàng là $(30000-16000).100=1400000$ đồng.

b) Sai

Với giá bán 20000 đồng/1kg, tức là đã giảm 10000 đồng so với giá cũ, khi đó số vải thiều bán được tăng thêm $10.10=100$ kg, nên cửa hàng bán được $100+100=200$ kg/ngày.

c) Đúng

Gọi x (nghìn đồng) là giá tiền mà cửa hàng dự định bán $(16<x<30)$.

Khi đó số kg vải thiều bán được sẽ là $100+(30-x).10=400-10x$ kg.

Lợi nhuận thu được theo ngày là: $f(x)=(x-16)(400-10x)$ nghìn đồng.

d) Sai

Xét hàm số $f(x)=(x-16)(400-10x) \Leftrightarrow f(x)=-10x^2+560x-6400$ $(16<x<30)$.

Đây là hàm số bậc hai với $a=-10<0$ nên có

$\max\limits_{(16;30)} f(x)=-\dfrac{\Delta}{4a}=1440$ khi $x=-\dfrac{b}{2a}=28$ (thỏa $(16<x<30)$).

Vậy lợi nhuận tối đa là 1440 nghìn đồng/ngày khi giá bán là 28 nghìn đồng/1kg.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m thuộc đoạn $[-100;100]$ để hàm số $y=\dfrac{2x+m}{x+10}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó?

Giải

Đáp án: 80

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-10\}$. Ta có $y'=\dfrac{20-m}{(x+10)^2}$.

Hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng xác định $\Leftrightarrow y'<0,\ \forall x\in D \Leftrightarrow 20-m<0 \Leftrightarrow m>20$.

Mà $m\in\mathbb{Z},\ m\in[-100;100]$ nên $m\in\{21;\ 22;\ 23;\ ...;\ 100\}$. Vậy có 80 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)=m\sqrt{x-1}$ với m là tham số. Gọi $m_1,\ m_2$ là hai giá trị của m thỏa mãn $\min\limits_{[2;5]} f(x)+\max\limits_{[2;5]} f(x)=m^2-10$. Giá trị của biểu thức m_1+m_2 bằng bao nhiêu?

Giải

Đáp án: 3

Xét hàm số $f(x)=m\sqrt{x-1}$ với $x\in[2;5]$, ta có: $f'(x)=\dfrac{m}{2\sqrt{x-1}}$.

Ta thấy dấu của đạo hàm $f'(x)$ phụ thuộc vào dấu của tham số m.

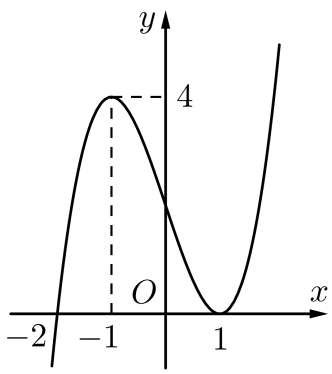
Với mọi $m\neq 0$ thì $f(x)$ đơn điệu trên $[2;5]$.

Suy ra $\min\limits_{[2;5]} f(x)+\max\limits_{[2;5]} f(x)=f(2)+f(5)=m+2m=3m$.

Theo đề bài, ta có: $m^2-10=3m \Leftrightarrow m^2-3m-10=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m=5 \end{array}\right.$.

Vậy $m_1+m_2=-2+5=3$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ \ (a\neq 0)$ có đồ thị (C) như hình vẽ sau.



Tìm tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị (C') của hàm số $g(x)=\dfrac{f(x)}{(x^2-1)(x^2-4)}$.

Giải

Đáp án: 3

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt Ox tại điểm có hoành độ $x=-2$ và tiếp xúc Ox tại điểm có hoành độ $x=1$ nên ta có $f(x)=a(x+2)(x-1)^2$ với $a>0$.

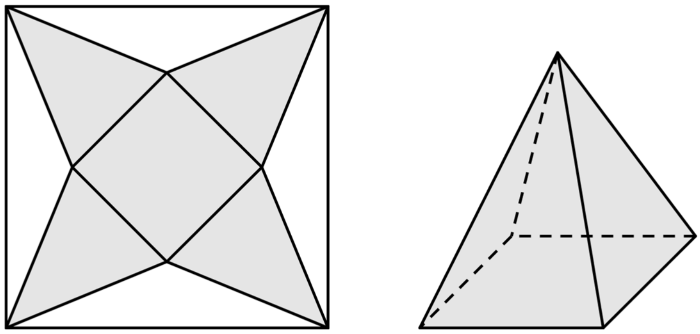
Khi đó $(C'): g(x)=\dfrac{a(x+2)(x-1)^2}{(x^2-1)(x^2-4)}=\dfrac{a(x-1)}{(x+1)(x-2)}$.

Do bậc tử nhỏ hơn bậc mẫu nên (C') có TCN $y=0$.

Nghiệm mẫu $x=-1,\ x=2$ không phải nghiệm tử $x=1$ nên (C') có 2 TCĐ $x=-1,\ x=2$.

Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị (C') là 3.

Câu 4: Từ một tấm bìa mỏng hình vuông cạnh 6 dm, cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của hình vuông ban đầu và đỉnh là đỉnh của một hình vuông nhỏ phía trong rồi gập lên, ghép lại tạo thành một khối chóp tứ giác đều như hình sau.

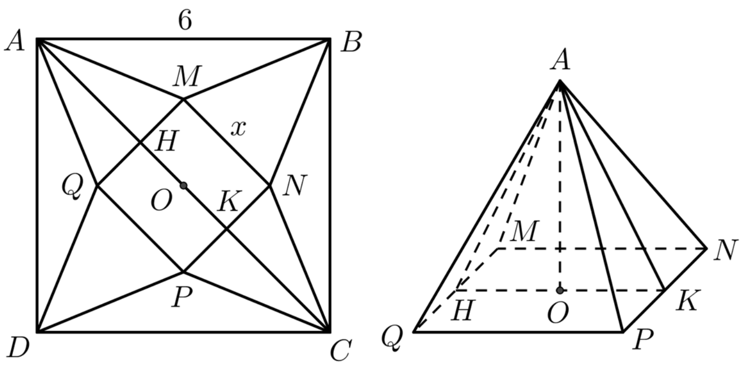


Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu decimét khối (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?

Giải

Đáp án: 7,3

Tấm bìa hình vuông $ABCD$, sau khi gấp lên để A, B, C, D trùng nhau ta được hình chóp đều $A.MNPQ$ đáy là hình vuông $MNPQ$ tâm O có cạnh bằng x dm, đường cao $h = AO$ dm. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của MQ và NP.



Vì $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 6 dm nên $AC = 6\sqrt{2}$ dm, $HK = x$ dm, $x > 0$.

Ta có $AH = \dfrac{AC - HK}{2} = \dfrac{6\sqrt{2} - x}{2} = 3\sqrt{2} - \dfrac{x}{2}$ dm.

Khi đó $h = AO = \sqrt{AH^2 - OH^2} = \sqrt{\left(3\sqrt{2} - \dfrac{x}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{18 - 3\sqrt{2}x}$ (dm).

Thể tích của khối chóp là:

$V = \dfrac{1}{3}x^2 h = \dfrac{1}{3}x^2\sqrt{18 - 3\sqrt{2}x} = \dfrac{1}{3}\sqrt{x^4\left(18 - 3\sqrt{2}x\right)}$ dm^3 (điều kiện: $18 - 3\sqrt{2}x \ge 0 \Leftrightarrow x \le 3\sqrt{2}$).

Xét hàm số $f(x) = x^4\left(18 - 3\sqrt{2}x\right)$ với $0 < x \le 3\sqrt{2}$.

Ta có: $f'(x) = x^3\left(-15\sqrt{2}x + 72\right)$; $f'(x) = 0$ khi $x = 0$ (loại) hoặc $x = \dfrac{12\sqrt{2}}{5}$ (nhận).

Bảng biến thiên:

x	0		$\frac{12\sqrt{2}}{5}$		$3\sqrt{2}$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	≈ 478	$\searrow$	0

Từ bảng biến thiên, ta có $\max\limits_{\left[0;3\sqrt{2}\right]} f(x) = f\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right) \approx 478$.

Vậy thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng $V_{\max} = \frac{1}{3}\sqrt{f\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right)} \approx 7{,}3\ \text{dm}^3$.

Câu 5: Một doanh nghiệp tư nhân chuyên kinh doanh xe máy điện các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe X với chi phí mua vào một chiếc là 27 triệu đồng và bán ra với giá 31 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh lượng tiêu thụ dòng xe X này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu cứ giảm thêm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu triệu đồng để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?

Giải

Đáp án: 30,5

Chi phí mua vào một chiếc là 27 triệu đồng và bán ra với giá 31 triệu đồng nên lời 4 triệu đồng mỗi chiếc. Khi đó gọi x (triệu đồng) là số tiền mà doanh nghiệp dự định giảm giá mỗi chiếc xe, do không thể giảm hơn 4 triệu đồng nên ta có điều kiện $0 \le x \le 4$.

Lợi nhuận thu được khi bán một chiếc xe là $31 - 27 - x = 4 - x$ (triệu đồng).

Số xe mà doanh nghiệp sẽ bán được trong một năm là $600 + 200x$ (chiếc).

Lợi nhuận mà doanh nghiệp thu được trong một năm là:

$L(x) = (4 - x)(600 + 200x) = -200x^2 + 200x + 2400$ (triệu đồng).

Xét hàm số $L(x) = -200x^2 + 200x + 2400$ trên đoạn $[0;4]$.

Ta có $L'(x) = -400x + 200$; $L'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.

$L(0) = 2400$; $L\left(\frac{1}{2}\right) = 2450$; $L(4) = 0$. Suy ra $\max\limits_{[0;4]} L(x) = 2450$ khi $x = \frac{1}{2}$.

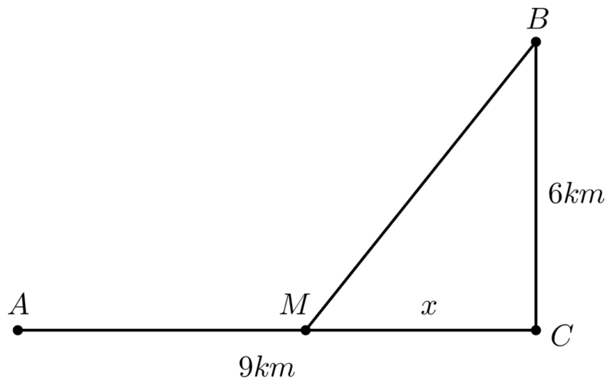
Vậy cần giảm giá mỗi chiếc xe $\frac{1}{2} = 0{,}5$ triệu đồng, tức là giá bán mới của mỗi chiếc xe là 30,5 triệu đồng thì lợi nhuận thu được là cao nhất.

Câu 6: Một công ty muốn xây một đường ống dẫn từ một điểm A trên bờ biển đến một điểm B trên một hòn đảo. Giá để xây đường ống trên bờ là 50000 USD mỗi km và dưới nước là 130000 USD mỗi km. Gọi C là điểm trên bờ biển sao cho BC vuông góc với bờ biển, biết $BC = 6$ km, $AC = 9$

km. Gọi M là vị trí trên đoạn AC sao cho khi làm ống dẫn theo đường gấp khúc AMB thì chi phí thấp nhất. Hỏi khi chi phí để hoàn thành việc xây dựng đường ống dẫn là thấp nhất thì M cách C bao nhiêu km?

Giải

Đáp án: 2,5



Đặt $CM = x$ (km), với $0 \le x \le 9$.

Ta có: tổng chi phí để xây dựng đường ống dẫn theo đường gấp khúc AMB là:

$T = 50000(9-x) + 130000\sqrt{x^2+36}$ USD.

Xét hàm số $T(x) = 50000(9-x) + 130000\sqrt{x^2+36}$ trên đoạn $[0;9]$, ta có :

$T'(x) = -50000 + \dfrac{130000x}{\sqrt{x^2+36}}$; $T'(x) = 0 \Leftrightarrow -50000 + \dfrac{130000x}{\sqrt{x^2+36}} = 0 \Leftrightarrow 5\sqrt{x^2+36} = 13x$

$\Leftrightarrow 25(x^2+36) = 169x^2 \Leftrightarrow 144x^2 - 900 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{5}{2}$ (nhận) hoặc $x = -\dfrac{5}{2}$ (loại).

Khi đó $T(0) = 1230000$, $T\left(\dfrac{5}{2}\right) = 1170000$, $T(9) \approx 1406165$.

Vậy chi phí thấp nhất là $T_{\min} = 1170000$ USD khi $x = \dfrac{5}{2} = 2,5$ km.

TOÁN THẦY YÊN CÔ DIỄM

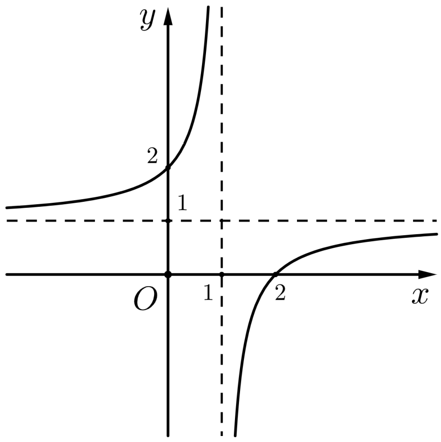
BỘ ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG 1

MÔN: TOÁN 12

GIẢI CHI TIẾT ĐỀ 08

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào sau đây đúng?

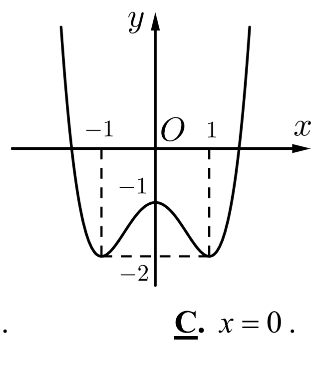
A. Hàm số nghịch biến trên $(1;+\infty)$.
B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$.
D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Giải

Chọn C.

Nhìn đồ thị trên khoảng $(-\infty;1)$, ta thấy đồ thị đi lên từ trái qua phải nên hàm số đã cho đồng biến trên khoảng này.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào sau đây?



A. $x = 1$.
B. $x = -2$.
C. $x = 0$.
D. $x = -1$.

Giải

Chọn C.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 0$ với giá trị cực đại là $y = -1$.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;1)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;1)$.

Giải

Chọn D.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=x^2+2x-3=0$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-3 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-3)$, $(1;+\infty)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-3;1)$.

Câu 4: Cho các hàm số sau:

(1) $y=-x^3+x^2-x+2$. (2) $y=-4x+3$. (3) $y=-x^4$. (4) $y=\dfrac{x+1}{x-2}$.

Trong các hàm số trên, có bao nhiêu hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Giải

Chọn D.

Xét (1) $y=-x^3+x^2-x+2$:

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$. Ta có $y'=-3x^2+2x-1\le 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Xét (2) $y=-4x+3$:

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$. Ta có $y'=-4\le 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

(**Hoặc nhớ:** Hàm số bậc nhất $y=ax+b$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi $a<0$, đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $a>0$).

Loại (3) $y=-x^4$ (**Cần nhớ:** Hàm đa thức bậc chẵn **không** đơn điệu trên $\mathbb{R}$).

Loại (4) $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ vì tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$ không phải $\mathbb{R}$.

Câu 5: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)=-x^3-3x^2+1$ trên khoảng $(-\infty;-1)$ là

A. 1. **B.** -1. **C.** -3. **D.** Không tồn tại.

Giải

Chọn C.

Ta có $f'(x)=-3x^2-6x$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow -3x^2-6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=-2 & (n) \\ x=0 & (l) \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		-1
y'		$-$	0	$+$	$\|\|$
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	-1 $\|\|$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\min\limits_{(-\infty;-1)} y = -3 = f(-2)$.

Câu 6: Đường thẳng $y = x+1$ cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+3}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $AB = \sqrt{34}$. **B.** $AB = 6$. **C.** $AB = 8$. **D.** $AB = \sqrt{17}$.

Giải

Chọn A.

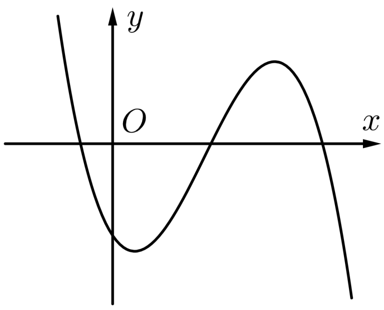
Phương trình hoành độ giao điểm: $x+1 = \dfrac{x+3}{x-1}\ (x \neq 1) \Rightarrow (x+1)(x-1) = x+3$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{1+\sqrt{17}}{2} \Rightarrow y = \dfrac{3+\sqrt{17}}{2} \\ x = \dfrac{1-\sqrt{17}}{2} \Rightarrow y = \dfrac{3-\sqrt{17}}{2} \end{array}\right..$$

Do đó giao điểm của 2 đồ thị trên là $A\left(\dfrac{1+\sqrt{17}}{2};\dfrac{3+\sqrt{17}}{2}\right)$, $B\left(\dfrac{1-\sqrt{17}}{2};\dfrac{3-\sqrt{17}}{2}\right)$ (hoặc ngược lại).

Khi đó $\overrightarrow{AB} = \left(-\sqrt{17};-\sqrt{17}\right)$, suy ra $AB = \sqrt{\left(-\sqrt{17}\right)^2 + \left(-\sqrt{17}\right)^2} = \sqrt{34}$.

Câu 7: Cho hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d\ \ (a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ.



Chọn khẳng định đúng.

A. $a<0;\ b<0;\ c<0;\ d<0$. **B.** $a<0;\ b>0;\ c<0;\ d<0$.

C. $a<0;\ b>0;\ c>0;\ d<0$. **D.** $a>0;\ b>0;\ c>0;\ d<0$.

Giải

Chọn B.

Đây là dạng đồ thị hàm số bậc ba với $a<0$ nên loại **D.**

Đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm $(0;d)$ nằm phía dưới Ox nên $d<0$.

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm cùng phía so với Oy nên phương trình $y'=0$ có hai nghiệm cùng dấu, suy ra a, c cùng dấu, do đó $c<0$.

Điểm uốn (tâm đối xứng) của đồ thị nằm bên phải Oy nên a, b trái dấu, do đó $b > 0$.

Câu 8: Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ có giá trị nhỏ nhất trên $[-1;1]$ bằng 1.

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 7.

Giải

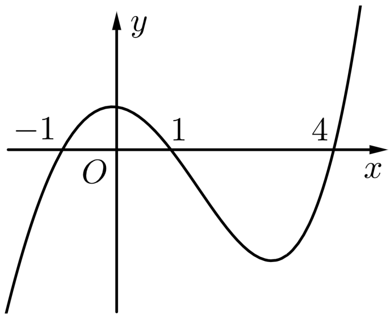
Chọn A.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = 2 & (l) \\ x = 0 & (n) \end{array}\right.$.

Khi đó $f(-1) = m - 4$; $f(0) = m$; $f(1) = m - 2$.

Theo đề bài, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;1]$ bằng 1 nên $m - 4 = 1 \Leftrightarrow m = 5$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào **sai** về hàm số $y = f(x)$?



A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;4)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;3)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(4;+\infty)$.

Giải

Chọn C.

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta lập bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Hàm số không nghịch biến trên khoảng $(0;3)$ nên đáp án **C** sai.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình sau. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

x	$-\infty$		1			2		$+\infty$
y'		$-$	$\Vert$		$-$	0	$+$	
y	3	$\searrow$	$-\infty \;\Vert\; +\infty$		$\searrow$	-2	$\nearrow$	5

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Giải

Chọn C.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

$\lim\limits_{x\to 1^+} y=+\infty,\ \lim\limits_{x\to 1^-} y=-\infty \Rightarrow x=1$ là tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to -\infty} y=3,\ \lim\limits_{x\to +\infty} y=5 \Rightarrow y=3;\ y=5$ là hai tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số có ba tiệm cận (đứng và ngang).

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)^2(2-x)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Giải

Chọn C.

Cách 1:

Áp dụng nhận xét: x_0 là điểm cực trị khi và chỉ khi x_0 là nghiệm bội lẻ của $f'(x)$.

Phương trình $f'(x)=0$ có 2 nghiệm bội lẻ là $x=0$ (đơn) và $x=2$ (bội 3) nên hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực trị.

Cách 2:

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow x(x+1)^2(2-x)^3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ (x+1)^2=0 \\ (2-x)^3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y		$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	

Từ bảng biến thiên trên suy ra hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực trị.

Câu 12: Một vật chuyển động theo quy luật $s=-\frac{1}{2}t^3+9t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

A. 30 m/s. **B.** 400 m/s. **C.** 216 m/s. **D.** 54 m/s.

Giải

Chọn D.

Ta có $s=-\frac{1}{2}t^3+9t^2 \Rightarrow v=s'=-\frac{3}{2}t^2+18t$.

Xét hàm số $v(t)=-\frac{3}{2}t^2+18t$ với $t\in[0;10]$.

Ta có $v'(t)=-3t+18$; $v'(t)=0\Leftrightarrow t=6$.

Bảng biến thiên:

t	0		6		10
$v'(t)$		$+$	0	$-$	
$v(t)$	0	$\nearrow$	54	$\searrow$	30

Từ bảng biến thiên ta thấy vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng 54 m/s khi $t=6$ giây.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

a) Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$.

b) Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 3.

c) Hàm số đã cho có giá trị nhỏ nhất bằng 0.

d) Đồ thị hàm số đã cho không có đường tiệm cận.

Giải

a) Sai

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(0;1)$ và $(3;+\infty)$.

b) Đúng

Hàm số đã cho có 3 điểm cực trị là $x=0,\ x=1,\ x=3$.

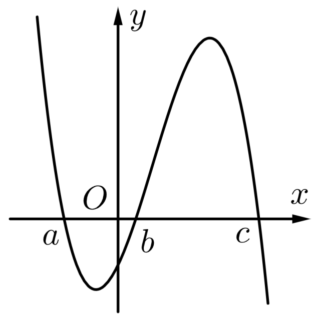
c) Đúng

Hàm số đã cho có giá trị nhỏ nhất bằng 0 tại $x=0$ và $x=3$.

d) Đúng

Hàm số đã cho xác định trên $\mathbb{R}$ và $\lim\limits_{x\to\pm\infty}f(x)=+\infty$ nên đồ thị hàm số này không có tiệm cận.

Câu 2: Cho hàm số đa thức $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a<b<c$ như hình vẽ bên dưới:



a) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; a)$.

<u>b)</u> Hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị.

c) $(f(b) - f(a))(f(b) - f(c)) < 0$.

d) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Giải

a) Sai

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		a		b		c		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$f(a)$	$\searrow$	$f(b)$	$\nearrow$	$f(c)$	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; a)$.

b) Đúng

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị là $x = a,\ x = b,\ x = c$.

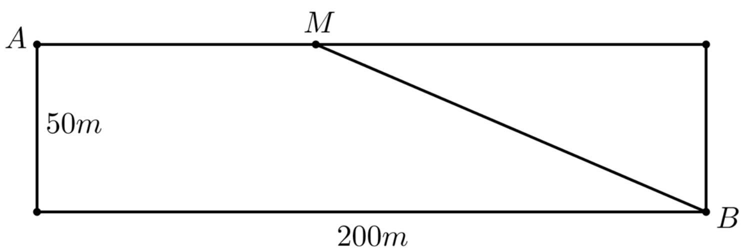
c) Sai

Ta có $\begin{cases} f(b) < f(a) \\ f(b) < f(c) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(b) - f(a) < 0 \\ f(b) - f(c) < 0 \end{cases} \Rightarrow (f(b) - f(a))(f(b) - f(c)) > 0$.

d) Sai

Đồ thị trên là của hàm số $y = f'(x)$, nó cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt. Còn đồ thị hàm số $y = f(x)$ chưa chắc cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Câu 3: Có một bể bơi hình chữ nhật rộng 50 m, dài 200 m. Một vận động viên chạy phối hợp với bơi như sau: Xuất phát từ điểm A, chạy đến điểm M và bơi từ điểm M đến điểm B (như hình vẽ). Biết vận tốc chạy 4,8 m/s, vận tốc bơi 2,4 m/s. Gọi x (m) là khoảng cách từ A đến M, với $0 < x < 200$.



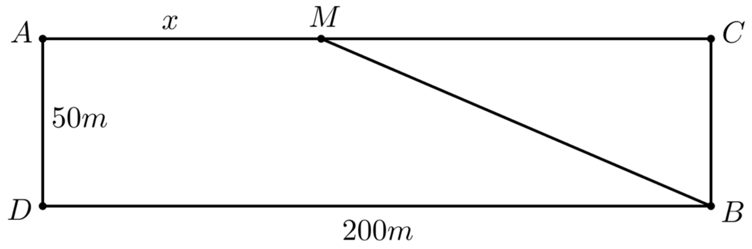
a) Thời gian vận động viên chạy từ A đến M là: $\dfrac{x}{4,8}$ giây.

b) Thời gian vận động viên bơi từ M đến B là: $\dfrac{\sqrt{(200-x)^2+50^2}}{2,4}$ giây.

c) Nếu $AM=100$ m thì tổng thời gian di chuyển từ A đến B của vận động viên ít hơn 1 phút.

d) Vận động viên chọn điểm M cách A khoảng 29 mét thì đến B nhanh nhất (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Giải



a) Đúng

Thời gian vận động viên chạy từ A đến M là: $t_{AM}=\dfrac{AM}{v_{AM}}=\dfrac{x}{4,8}$ giây.

b) Đúng

Gọi hình chữ nhật $ACBD$ như hình vẽ.

Xét tam giác vuông MBC, ta có $MB=\sqrt{MC^2+BC^2}=\sqrt{(200-x)^2+50^2}$ (m).

Thời gian vận động viên bơi từ M đến B là: $t_{MB}=\dfrac{MB}{v_{MB}}=\dfrac{\sqrt{(200-x)^2+50^2}}{2,4}$ giây.

c) Sai

Tổng thời gian di chuyển từ A đến B là: $t_{AB}=t_{AM}+t_{MB}=\dfrac{x}{4,8}+\dfrac{\sqrt{(200-x)^2+50^2}}{2,4}$ giây.

Theo đề bài $AM=x=100$ m nên tổng thời gian di chuyển từ A đến B của vận động viên là

$t=\dfrac{100}{4,8}+\dfrac{\sqrt{(200-100)^2+50^2}}{2,4}\approx 67,4$ giây (nhiều hơn 1 phút).

d) Sai

Xét hàm số $t(x)=\dfrac{x}{4,8}+\dfrac{\sqrt{(200-x)^2+50^2}}{2,4}=\dfrac{x}{4,8}+\dfrac{\sqrt{x^2-400x+42500}}{2,4}$ với $0<x<200$.

Ta có $t'(x)=\dfrac{1}{4,8}+\dfrac{x-200}{2,4\sqrt{x^2-400x+42500}}$; $t'(x)=0\Leftrightarrow -4,8(x-200)=2,4\sqrt{x^2-400x+42500}$

$\Leftrightarrow -2(x-200)=\sqrt{x^2-400x+42500}\Rightarrow x^2-400x+42500=4\left(x^2-400x+40000\right)$

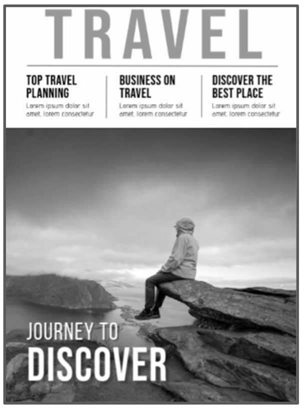
$\Rightarrow -3x^2+1200x-117500=0\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x\approx 171,13\quad (l)\\ x\approx 228,87\quad (n)\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	0		$171,13$		200
$t'(x)$		$-$	0	$+$	
$t(x)$	$85,9$	$\searrow$	$59,7$	$\nearrow$	$62,5$

Vậy vận động viên chọn điểm M cách A khoảng 171 mét (làm tròn đến hàng đơn vị) thì đến B nhanh nhất với 59,7 giây.

Câu 4: Một công ty du lịch muốn in một số lượng lớn tạp chí giới thiệu về các địa điểm du lịch. Công ty đã khảo sát và tính được chi phí để xuất bản $x\left(x\in\mathbb{N}^*\right)$ cuốn tạp chí được cho bởi hàm số $C(x)=x^2-2000x+10000000$ (đồng) và chi phí phát hành cho mỗi cuốn tạp chí là 4000 (đồng).



a) Chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí là: $\dfrac{x^2-2000x+10000000}{x}$ (đồng).

b) Chi phí xuất bản và phát hành 5000 cuốn tạp chí là 45 triệu đồng.

c) Chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí bắt đầu tăng khi số lượng tạp chí là từ 3000 cuốn trở lên.

d) Chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí thấp nhất là 3162 đồng.

Giải

a) Sai

Chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí là:

$$f(x)=\frac{C(x)}{x}+4000=\frac{x^2-2000x+10000000}{x}+4000 \text{ (đồng)}.$$

b) Đúng

Chi phí xuất bản và phát hành 5000 cuốn tạp chí là:

$C(5000)+4000.5000=45000000$ đồng $=45$ triệu đồng.

c) Sai

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-2000x+10000000}{x}+4000=x+\dfrac{10000000}{x}+2000$ với $x>0$.

Ta có $f'(x)=1-\dfrac{10000000}{x^2}$; $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\approx 3162,3\quad (n)\\ x\approx -3162,3\ (l)\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	0		$3162,3$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$	

Chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí bắt đầu tăng khi số lượng tạp chí là từ khoảng 3162 cuốn trở lên.

d) Sai

Do $x\in\mathbb{N}^*$ nên ta tính $f(3162)\approx 8324,555345$; $f(3163)\approx 8324,555485$.

Suy ra chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí thấp nhất là khoảng 8324 đồng khi số lượng tạp chí là 3162 cuốn.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Biết hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x-5$ đạt cực đại tại $x=a$ và đạt cực tiểu tại $x=b$. Giá trị của biểu thức $M=2a-3b$ bằng bao nhiêu?

Giải

Đáp án: –7

Ta có $f'(x)=3x^2-12x+9$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x=1$ hoặc $x=3$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x=1$ và đạt cực tiểu tại $x=3$ nên suy ra $a=1,\ b=3$.

Khi đó $M=2a-3b=2.1-3.3=-7$.

Câu 2: Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}mx^2+6m$ (với m là tham số). Tính tổng bình phương các giá trị của m để đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị $A,\ B$ cùng với gốc tọa độ O tạo thành một tam giác vuông tại O.

Giải

Đáp án: 72

Ta có $y'=0\Leftrightarrow x^2-mx=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=m\end{array}\right.$. Để đồ thị hàm số đã cho có 2 điểm cực trị thì $m\neq 0$.

Khi đó hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là $A(0;6m)$ và $B\left(m;-\frac{1}{6}m^3+6m\right)$.

Ta có $A\in Oy$ nên ΔOAB vuông tại O khi và chỉ khi $B\in Ox\Leftrightarrow -\frac{1}{6}m^3+6m=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}m=0 & (l)\\ m=\pm 6 & (n)\end{array}\right.$.

Vậy tổng bình phương các giá trị của m là $6^2+(-6)^2=72$.

Câu 3: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y=\frac{3}{4}x^4-\frac{9}{2}x^2+(2m+15)x-3m+1$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

Giải

Đáp án: 4

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=3x^3-9x+2m+15$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)\Leftrightarrow y'\ge 0,\ \forall x\in(0;+\infty)$

$\Leftrightarrow 3x^3-9x+2m+15\ge 0,\ \forall x\in(0;+\infty)\Leftrightarrow 2m\ge -3x^3+9x-15,\ \forall x\in(0;+\infty)$ (*)

Đặt $g(x)=-3x^3+9x-15,\ x\in(0;+\infty)$. Ta có $g'(x)=-9x^2+9;\ g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll} x=-1 & (l)\\ x=1 & (n)\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g'(x)$	-15	$\nearrow$	-9	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta suy ra (*) $\Leftrightarrow 2m\ge -9\Leftrightarrow m\ge -\dfrac{9}{2}$.

Do m là số nguyên âm nên $m\in\{-4;-3;-2;-1\}$. Vậy có 4 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 4: Hằng ngày mực nước của một hồ thủy điện lên và xuống theo lượng nước mưa, và các suối nước đổ về hồ. Độ sâu của mực nước trong hồ tính theo mét và lên xuống theo thời gian trong ngày sau t (giờ) (kể từ 8h sáng) được cho bởi công thức $h(t)=24t+5t^2-\dfrac{t^3}{3}$. Biết rằng phải thông báo cho các hộ dân phải di dời trước khi xả nước quy định trước 5 tiếng đồng hồ. Hỏi cần thông báo cho hộ dân di dời trước khi xả nước mấy giờ, biết rằng mực nước trong hồ phải lên cao nhất mới xả nước?

Giải

Đáp án: 15

Xét hàm số $h(t)=24t+5t^2-\dfrac{t^3}{3}$ với $8\le t\le 24$.

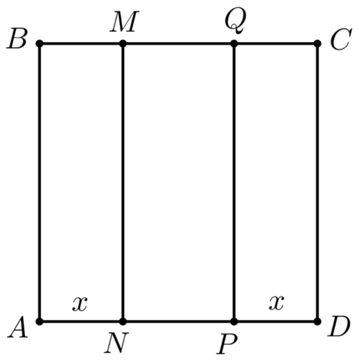
Ta có $h'(t)=24+10t-t^2$; $h'(t)=0\Leftrightarrow 24+10t-t^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll} t=12 & (n)\\ t=-2 & (l)\end{array}\right.$.

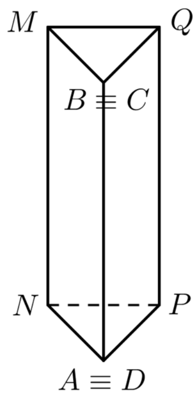
Bảng biến thiên:

t	8		12		24
$h'(t)$		$+$	0	$-$	
$h'(t)$		$\nearrow$	$h_{\max}$	$\searrow$	

Vậy để mực nước lên cao nhất thì phải mất 12 giờ, tức là vào lúc 20 giờ. Vậy phải thông báo cho dân di dời vào 15 giờ chiều cùng ngày.

Câu 5: Để tạo ra phần xung quanh của một hộp kẹo sôcôla có dạng hình lăng trụ đứng (không tính hai đáy), người ta dùng một tờ giấy bìa hình vuông $ABCD$ có cạnh là 15 cm. Ta gập tấm bìa theo hai cạnh MN và PQ vào phía trong cho đến khi AB và CD trùng nhau như hình vẽ để được hình lăng trụ đứng khuyết hai đáy. Khi đó ta có thể tạo được hộp kẹo sôcôla có thể tích lớn nhất là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) centimet khối, biết thể tích của khối lăng trụ bằng diện tích đáy nhân với chiều cao?





Giải

Đáp án: 162

Ta có một đáy của lăng trụ là tam giác cân ANP có cạnh bên bằng $AN = x$, cạnh đáy bằng $NP = 15 - 2x$ nên đường cao tam giác đó là $AH = \sqrt{AN^2 - NH^2} = \sqrt{x^2 - \left(\frac{15-2x}{2}\right)^2} = \sqrt{15x - \frac{225}{4}}$.

Diện tích đáy là $S_{ANP} = \frac{1}{2}NP.AH = \frac{1}{2}(15-2x).\sqrt{15x - \frac{225}{4}} = \frac{1}{4}(15-2x)\sqrt{60x-225}$.

Xét hàm số $S(x) = \frac{1}{4}(15-2x)\sqrt{60x-225}$ với $x \in \left(\frac{15}{4};\frac{15}{2}\right)$.

Ta có $S'(x) = \frac{1}{4}\left[-2\sqrt{60x-225} + (15-2x)\frac{30}{\sqrt{60x-225}}\right]$.

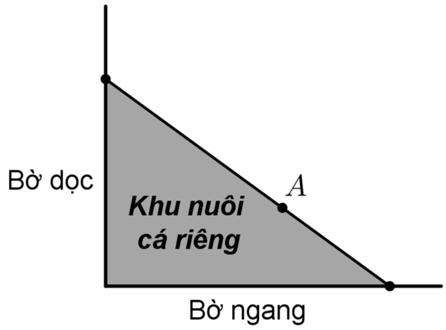
$S'(x) = 0 \Leftrightarrow (15-2x)\frac{30}{\sqrt{60x-225}} = 2\sqrt{60x-225} \Leftrightarrow 450 - 60x = 2(60x-225) \Leftrightarrow x = 5$ (nhận).

Bảng biến thiên:

x	3,75		5		7,5
$S'(x)$		+	0	–	
$S(x)$		↗	$\frac{25\sqrt{3}}{4}$	↘	

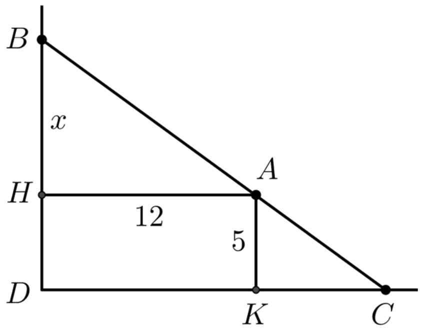
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy diện tích đáy lớn nhất là $\frac{25\sqrt{3}}{4}$ cm^2 nên thể tích lớn nhất của lăng trụ là $V = \frac{25\sqrt{3}}{4}.15 \approx 162$ cm^3.

Câu 6: Người ta giăng lưới để nuôi riêng một loại cá trên một góc hồ. Biết rằng lưới được giăng theo một đường thẳng từ một vị trí trên bờ ngang đến một vị trí trên bờ dọc và phải đi qua một cái cọc đã cắm sẵn ở vị trí A. Diện tích nhỏ nhất có thể giăng lưới là bao nhiêu mét vuông, biết rằng khoảng cách từ cọc đến bờ ngang là 5 m và khoảng cách từ cọc đến bờ dọc là 12 m.



Giải

Đáp án: 120



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên BD và CD. Theo đề bài ta có $AH = 12$ m, $AK = 5$ m.

Suy ra $DK = AH = 12$ m, $DH = AK = 5$ m.

Đặt $BH = x$ (m) với $x > 0$.

Ta có $AH \parallel DC$, $AK \parallel DH$ nên $\dfrac{BH}{HD} = \dfrac{BA}{AC} = \dfrac{DK}{KC}$. Suy ra $KC = \dfrac{HD.DK}{BH} = \dfrac{5.12}{x} = \dfrac{60}{x}$ (m).

Diện tích khu nuôi cá riêng là: $S = \dfrac{1}{2}BD \cdot DC = \dfrac{1}{2}(x+5)\left(\dfrac{60}{x}+12\right) = 6x + \dfrac{150}{x} + 60$ (m^2).

Xét hàm số $S(x) = 6x + \dfrac{150}{x} + 60$ với $x \in (0;+\infty)$.

Ta có $S'(x) = 6 - \dfrac{150}{x^2} = \dfrac{6x^2 - 150}{x^2}$; $S'(x) = 0 \Rightarrow x = 5$.

Bảng biến thiên:

x	0		5		$+\infty$
$S'(x)$		$-$	0	$+$	
$S(x)$	$+\infty$	$\searrow$	120	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta có $\min\limits_{(0;+\infty)} S(x) = 120$ tại $x = 5$.

Vậy diện tích nhỏ nhất có thể giăng dưới là 120 m^2.

TOÁN THẦY YÊN CÔ DIỄM	MÔN: TOÁN 12
BỘ ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG 1	GIẢI CHI TIẾT ĐỀ 09

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;-2\right)$. **B.** $\left(0;+\infty\right)$. **C.** $\left(-3;1\right)$. **D.** $\left(-2;0\right)$.

Giải

Chọn D.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-2;0\right)$.

Câu 2: Bảng biến thiên sau của hàm số nào trong các hàm số sau đây?

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	1	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	1

A. $y=\dfrac{x-3}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$.

Giải

Chọn D.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: Đồ thị có đường tiệm cận đứng là $x=1$ nên loại **C**, có đường tiệm cận ngang là $y=1$ nên loại **B**. Lại có $y'<0$, $\forall x\neq 1$ nên loại **A**.

Câu 3: Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)=x^3-8x^2+16x-9$ trên đoạn $\left[1;3\right]$ là

A. $\max\limits_{[1;3]} f\left(x\right)=0$. **B.** $\max\limits_{[1;3]} f\left(x\right)=\dfrac{13}{27}$. **C.** $\max\limits_{[1;3]} f\left(x\right)=-6$. **D.** $\max\limits_{[1;3]} f\left(x\right)=5$.

Giải

Chọn B.

Ta có $f'\left(x\right)=3x^2-16x+16$; $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=4\notin\left(1;3\right) \\ x=\dfrac{4}{3}\in\left(1;3\right)\end{array}\right.$.

Khi đó $f\left(1\right)=0;\ f\left(\dfrac{4}{3}\right)=\dfrac{13}{27};\ f\left(3\right)=-6$.

Do đó $\max\limits_{[1;3]} f\left(x\right)=f\left(\dfrac{4}{3}\right)=\dfrac{13}{27}$.

Câu 4: Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2-3x+1}{x+2}$?

A. $y=2x$. **B.** $y=2$. **C.** $y=2x-7$. **D.** $x=-2$.

Giải

Chọn C.

Ta có $y=\dfrac{2x^2-3x+1}{x+2}=2x-7+\dfrac{15}{x+2}$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là $y=2x-7$.

Câu 5: Hàm số $y=-x^3+3x^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(0;4\right)$. **B.** $\left(-\infty;0\right)$. **C.** $\left(2;+\infty\right)$. **D.** $\left(0;2\right)$.

Giải

Chọn D.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=-3x^2+6x;\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	

Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;2\right)$.

Câu 6: Cho chuyển động được xác định bởi phương trình $s=3t^3+4t^2-t$, trong đó t được tính bằng giây và s được tính bằng mét. Vận tốc của chuyển động khi $t=4s$ bằng

A. 175 m/s. **B.** 41 m/s. **C.** 176 m/s. **D.** 20 m/s

Giải

Chọn A.

Ta có vận tốc tức thời tại thời điểm t là $v\left(t\right)=s'\left(t\right)=9t^2+8t-1$ m/s.

Vận tốc của chuyển động khi $t=4s$ là $v\left(4\right)=9.4^2+8.4-1=175$ m/s.

Câu 7: Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng $y=mx-m+1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+x+2$ tại ba điểm $A,\ B,\ C$ với $x_A<x_B<x_C$ thỏa $AB=BC$.

A. $m\in\left(-\dfrac{5}{4};+\infty\right)$. **B.** $m\in\left(-2;+\infty\right)$.

C. $m\in\mathbb{R}$. **D.** $m\in\left(-\infty;0\right)\cup\left[4;+\infty\right)$

Giải

Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm của $d: y = mx - m + 1$ và $(C): y = x^3 - 3x^2 + x + 2$ là:

$x^3 - 3x^2 + x + 2 = mx - m + 1 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + (1-m)x + m + 1 = 0$ (*)

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x - m - 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x^2 - 2x - m - 1 = 0 \end{array}\right..$$

Để đường thẳng cắt đồ thị hàm số tại ba điểm phân biệt thì phương trình $x^2 - 2x - m - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1, tức là $\begin{cases} \Delta' = 1 + m + 1 > 0 \\ 1 - 2 - m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ m \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow m > -2$.

Khi đó (*) có ba nghiệm phân biệt là 1, x_1, x_2 (với x_1, x_2 là nghiệm của $x^2 - 2x - m - 1 = 0$), đây là hoành độ của 3 giao điểm A, B, C.

Theo định lí Vi-et ta có $\dfrac{x_1 + x_2}{2} = \dfrac{1}{2}.\left(-\dfrac{b}{a}\right) = 1$ suy ra điểm có hoành độ $x = 1$ luôn là trung điểm của hai điểm còn lại nên 3 điểm A, B, C luôn thoả mãn $AB = BC$.

Vậy $m > -2$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	-1	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; 2\pi]$ của phương trình $2f(\sin x) + 3 = 0$ là

A. 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 8.

Giải

Chọn B.

Đặt $t = \sin x$. Do $x \in [-\pi; 2\pi]$ nên $t \in [-1; 1]$.

Khi đó ta có phương trình $2f(t) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(t) = -\dfrac{3}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(t) = -\dfrac{3}{2}$ có 2 nghiệm thuộc đoạn $[-1; 1]$ là:

$t = a \in (-1; 0)$ và $t = b \in (0; 1)$.

x	$-\infty$		-1		a		0		b		1		$+\infty$
y'		$-$	0		$+$		0		$-$		0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗		↗	-1	↘		↘	-2	↗	$+\infty$

$f(t) = -\dfrac{3}{2}$

TH1: $t = a \in (-1; 0)$: Phương trình $t = \sin x$ có 4 nghiệm $-\pi < x_1 < x_2 < 0 < \pi < x_3 < x_4 < 2\pi$.

TH2: $t = b \in (0; 1)$: Phương trình có 2 nghiệm $0 < x_5 < x_6 < \pi$.

Ta thấy 6 nghiệm trong 2 trường hợp trên phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 6 nghiệm thuộc đoạn $\left[-\pi;2\pi\right]$.

Câu 9: Cho đường thẳng $d: y=-4x+1$. Đồ thị của hàm số $y=x^3-3mx+1$ có hai điểm cực trị nằm trên đường thẳng d khi:

A. $m=-1$. **B.** $m=3$. **C.** $m=1$. **<u>D</u>.** $m=2$.

Giải

Chọn D.

Ta có $y'=3x^2-3m$. Hàm số có 2 điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m>0$.

Lấy y chia cho y' ta được:

$$\begin{array}{r|l} x^3-3mx+1 & 3x^2-3m \\ \cline{2-2} x^3-mx & \frac{1}{3}x \\ \hline -2mx+1\ (\text{dư}) & \end{array}$$

Khi đó đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là: $d: y=-2mx+1$. Theo đề bài thì $d: y=-4x+1$, do đó ta có $-2m=-4 \Leftrightarrow m=2$ (thỏa).

Câu 10: Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t)=45t^2-t^3$ (kết quả khảo sát được trong 8 tháng vừa qua). Nếu xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t thì tốc độ truyền bệnh sẽ lớn nhất vào ngày thứ mấy?

A. 12. **B.** 30. **C.** 20. **<u>D</u>.** 15.

Giải

Chọn D.

Xét hàm số $f(t)=45t^2-t^3$ với $t\ge 0$.

Ta có $f'(t)=-3t^2+90t$. Do $f'(t)$ là hàm số bậc hai với $a=-3<0$ nên $\max\limits_{\mathbb{R}} f'(t)=-\dfrac{\Delta}{4a}=675$ khi $t=15$. Suy ra $\max\limits_{[0;+\infty)} f'(t)=-\dfrac{\Delta}{4a}=675$ khi $t=15$. Vậy tốc độ truyền bệnh lớn nhất vào ngày thứ 15.

Câu 11: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{4x^2+2x+1}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **<u>B</u>.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Giải

Chọn B.

Ta có:

- $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\dfrac{1}{2}$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\dfrac{1}{2}$ nên đồ thị hàm số đã cho có 2 TCN là $y=\dfrac{1}{2}$, $y=-\dfrac{1}{2}$.
- Mẫu vô nghiệm nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.
- $a=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{f(x)}{x}=0$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận xiên.

Câu 12: Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s=-2t^3+18t^2+2t+1$, trong đó t tính bằng giây (s) và s tính bằng mét (m). Tính thời gian vận tốc chất điểm đạt giá trị lớn nhất.

A. $t=5$ s. **B.** $t=6$ s. **C.** $t=3$ s. **D.** $t=1$ s.

Giải

Chọn C.

Ta có vận tốc của chất điểm là $v(t)=s'(t)=-6t^2+36t+2$. Do $v(t)$ là hàm số bậc hai với $a=-6<0$ nên nó sẽ đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm $t=-\dfrac{b}{2a}=3$ s.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y=x^3-3x+1$.

a) Điểm cực tiểu của hàm số là $x=1$.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;5]$ là 111.

d) Gọi A, B lần lượt là điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số. Khi đó, diện tích tam giác ABC bằng 2 với $C(-1;2)$.

Giải

a) Đúng

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=3x^2-3$; $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy điểm cực tiểu của hàm số là $x=1$.

b) Sai

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

c) Đúng

Trên đoạn $[-1;5]$, ta có $y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1\notin(-1;5)\\x=1\in(-1;5)\end{array}\right.$.

Khi đó $f(-1)=3,\ f(1)=-1,\ f(5)=111$. Vậy $\max\limits_{[-1;5]} y=111=f(5)$.

d) Sai

Ta có $A(-1;3)$, $B(1;-1)$, $C(-1;2)$.

Cách 1: Áp dụng công thức: $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(a;b)\\ \overrightarrow{AC}=(c;d)\end{cases}\Rightarrow S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}|ad-bc|$

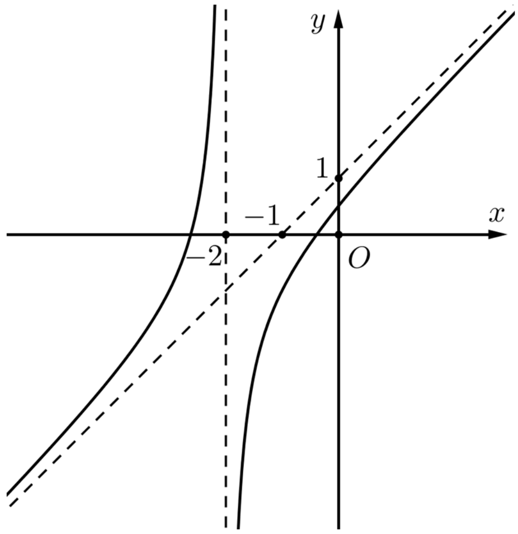
Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (2;-4) \\ \overrightarrow{AC} = (0;-1) \end{cases} \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}\left|2.(-1) - 4.0\right| = 1$.

Cách 2: Ta có: $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{2^2 + (-4)^2} = 2\sqrt{5}$; $\left|\overrightarrow{AC}\right| = \sqrt{0^2 + (-1)^2} = 1$.

$\cos \widehat{BAC} = \cos\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) = \dfrac{2.0 + (-4)(-1)}{\sqrt{2^2 + (-4)^2}\sqrt{0^2 + (-1)^2}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. Suy ra $\sin \widehat{BAC} = \sqrt{1 - \cos^2 \widehat{BAC}} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

Khi đó $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}.AB.AC.\sin \widehat{BAC} = \dfrac{1}{2}.2\sqrt{5}.1.\dfrac{\sqrt{5}}{5} = 1$.

Câu 2: Cho hàm số $y = \dfrac{ax^2 + bx + 1}{cx + 2}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



<u>**a)**</u> $c = 1$.

b) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y = x - 1$.

c) Hàm số có dạng $y = x + 1 + \dfrac{d}{x+2}$ với $d > 0$.

<u>**d)**</u> $T = 2a + 3b - c = 10$.

Giải

a) Đúng

Xét hàm số $y = \dfrac{ax^2 + bx + 1}{cx + 2}$.

Nhìn đồ thị ta thấy tiệm cận đứng $x = -2$ nên ta có phương trình $-\dfrac{2}{c} = -2 \Leftrightarrow c = 1$.

b) Sai

Gọi $\Delta : y = mx + n$ là tiệm cận xiên của đồ thị. Nhìn đồ thị ta thấy Δ đi qua 2 điểm là $A(-1;0)$, $B(0;1)$ nên ta có hệ phương trình: $\begin{cases} -m + n = 0 \\ n = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n = 1 \end{cases}$. Vậy $\Delta : y = x + 1$.

c) Sai

Dựa vào công thức hàm số ta có đồ thị hàm số đi qua điểm $C\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$.

Do tiệm cận xiên là $\Delta: y=x+1$ nên hàm số đã cho có dạng $y=x+1+\dfrac{d}{x+2} \Leftrightarrow y=\dfrac{x^2+3x+2+d}{x+2}$.

Suy ra $\dfrac{ax^2+bx+1}{cx+2}=\dfrac{x^2+3x+2+d}{x+2}$.

Đồng nhất 2 vế ta được $a=1,\ b=3,\ 2+d=1 \Rightarrow d=-1<0$.

Vậy $y=x+1+\dfrac{d}{x+2}$ với $d<0$.

d) Đúng

Ta có $y=\dfrac{x^2+3x+1}{x+2}$; $a=1,\ b=3,\ c=1$. Vậy $T=2a+3b-c=2+9-1=10$.

Câu 3: Một người bơm xăng vào bình xăng của một xe ô tô. Biết rằng thể tích V (lít) của lượng xăng trong bình được tính theo thời gian bơm t (phút) được cho bởi công thức:

$$V(t)=300\left(t^2-t^3\right)+4,5 \text{ với } 0\le t\le 0,5.$$

Gọi $V'(t)$ là tốc độ tăng thể tích tại thời điểm t với $0\le t\le 0,5$. Biết 1 lít xăng có giá là 21000 đồng.

a) Lượng xăng ban đầu trong bình là 1,5 lít.

b) Sau khi bơm 30 giây thì bình xăng đầy. Số tiền người mua phải trả là 787500 đồng.

c) Khi xăng chảy vào bình xăng thì tốc độ tăng thể tích là lớn nhất vào thời điểm ở giây thứ 21.

d) Phương trình $V'(t)=0$ có hai nghiệm phân biệt trên đoạn $\left[0;\dfrac{1}{2}\right]$.

Giải

a) Sai

Lượng xăng ban đầu trong bình là $V(0)=300\left(0^2-0^3\right)+4,5=4,5$ lít.

b) Đúng

Ta có 30 giây $=$ 0,5 phút. Thể tích xăng trong bình lúc đó là: $V(0,5)=300\left(0,5^2-0,5^3\right)+4,5=42$ lít.

Khi đó số xăng đã mua là $42-4,5=37,5$ (lít).

Vậy số tiền người mua phải trả là $37,5.21000=787500$ đồng.

c) Sai

Xét hàm số tốc độ tăng thể tích: $V'(t)=300\left(2t-3t^2\right)$ với $0\le t\le 0,5$.

Ta có $V''(t)=300(2-6t)$; $V''(t)=0 \Leftrightarrow t=\dfrac{1}{3}$.

Khi đó $V'(0)=0,\ V'\left(\dfrac{1}{3}\right)=100,\ V'(0,5)=75$.

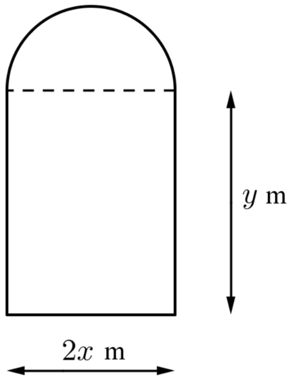
Vậy $\max\limits_{[0;0,5]} V'(t)=100=V'\left(\dfrac{1}{3}\right)$. Tức là tại thời điểm $t=\dfrac{1}{3}$ phút $=20$ giây thì tốc độ tăng thể tích là lớn nhất.

d) Sai

Phương trình $V'(t)=0 \Leftrightarrow 300\left(2t-3t^2\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=\frac{2}{3}\notin\left[0;\frac{1}{2}\right] \end{array}\right.$.

Vậy phương trình $V'(t)=0$ chỉ có 1 nghiệm trên đoạn $\left[0;\frac{1}{2}\right]$.

Câu 4: Người ta dùng một thanh thép có chiều dài 4 m để uốn thành khung viền của một cửa sổ có dạng một hình chữ nhật ghép với nửa hình tròn có các kích thước được cho trên hình vẽ:



a) $y=2-\frac{(\pi-2)x}{2}$ m.

b) Diện tích của cửa sổ được tính bởi công thức $S(x)=4x-2x^2-\frac{\pi x^2}{2}$ m^2.

c) Diện tích của cửa sổ lớn nhất khi $x=\frac{4}{\pi+2}$ m.

d) Giá trị lớn nhất của diện tích cửa sổ là $\frac{8}{\pi+4}$ m^2.

Giải

a) Sai

Nửa đường tròn phía trên cửa (có bán kính $r=x$) có chu vi là $\frac{1}{2}.2\pi r=\pi x$ (m).

Suy ra chu vi khung cửa sổ này là: $2x+2y+\pi x$ (m).

Theo đề bài, ta có $2x+2y+\pi x=4 \Leftrightarrow y=2-\frac{(\pi+2)x}{2}$ (m).

b) Đúng

Diện tích của cửa sổ là: $S(x)=2xy+\frac{1}{2}\pi x^2=2x\left[2-\frac{(\pi+2)x}{2}\right]+\frac{1}{2}\pi x^2=4x-2x^2-\frac{\pi x^2}{2}$.

c) Sai

Ta có $y=2-\frac{(\pi+2)x}{2}>0 \Leftrightarrow x<\frac{4}{\pi+2}$.

Xét hàm số $S(x)=4x-2x^2-\frac{\pi x^2}{2}$ với $0<x<\frac{4}{\pi+2}$.

Ta có $S'(x)=4-4x-\pi x$; $S'(x)=0 \Leftrightarrow x=\frac{4}{\pi+4}$.

Bảng biến thiên:

x	0		$\frac{4}{\pi+4}$		$\frac{4}{\pi+2}$
$S'(x)$		$+$	0	$-$	
$S(x)$		$\nearrow$	$\frac{8}{\pi+4}$	$\searrow$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy diện tích cửa sổ lớn nhất khi $x=\dfrac{4}{\pi+4}$ (m).

d) Đúng

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy giá trị lớn nhất của diện tích cửa sổ là $\dfrac{8}{\pi+4}$ m^2.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tìm m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x-m}{x+1}$ trên đoạn $[1;3]$ bằng 2.

Giải

Đáp án: –3

Ta có: $y'=\dfrac{1+m}{(x+1)^2}$.

TH1: $1+m>0\Leftrightarrow m>-1$:

Khi đó: $y'>0$, $\forall x\in[1;3]\Rightarrow$ hàm số $y=\dfrac{x-m}{x+1}$ đồng biến trên đoạn $[1;3]$.

Suy ra: $\max\limits_{[1;3]} y=y(3)=\dfrac{3-m}{4}=2\Leftrightarrow m=-5$ (loại).

TH2: $1+m<0\Leftrightarrow m<-1$

Khi đó: $y'<0$, $\forall x\in[1;3]\Rightarrow$ hàm số $y=\dfrac{x-m}{x+1}$ nghịch biến trên đoạn $[1;3]$.

Suy ra: $\max\limits_{[1;3]} y=y(1)=\dfrac{1-m}{2}=2\Leftrightarrow m=-3$ (thoả mãn).

Vậy $m=-3$ là giá trị cần tìm.

Câu 2: Có bao nhiêu giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-1}{x^2+(2-m)x+2m+1}$ có đúng hai đường tiệm cận?

Giải

Đáp án: 3

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=1$ (bậc tử bằng bậc mẫu) nên đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang $y=1$.

Vậy để đồ thị có đúng 2 đường tiệm cận thì nó phải có đúng một đường tiệm cận đứng.

Đặt $g(x)=x^2+(2-m)x+2m+1$.

TH1: Phương trình $g(x)=0$ có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta=(2-m)^2-4(2m+1)=0\Leftrightarrow m^2-12m=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0\\ m=12\end{array}\right.$.

TH2: Phương trình $g(x)=0$ một có nghiệm $x=1$ và một nghiệm khác -1

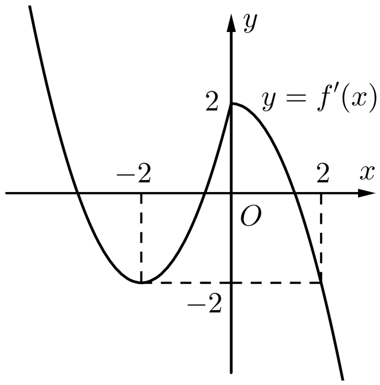
$$\Leftrightarrow \begin{cases} g(1)=0 \\ g(-1)\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-4 \\ m\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m=-4.$$

TH3: Phương trình $g(x)=0$ một có nghiệm $x=-1$ và một nghiệm khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} g(-1)=0 \\ g(1)\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m\neq -4 \end{cases} \Leftrightarrow m=0.$$

Vậy có 3 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $m=-4,\ m=0,\ m=12$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Biết hàm số $y=f(x)-\frac{1}{3}x^3+6x$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$ với $b-a=4$. Khi đó giá trị của biểu thức a^2+b^2 bằng bao nhiêu?

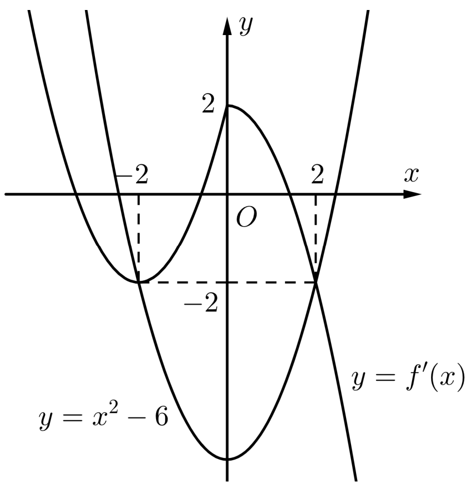


Giải

Đáp án: 8

Ta có $y=f(x)-\frac{1}{3}x^3+6x$ nên $y'=f'(x)-x^2+6$.

Quan sát đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và parabol $(P): y=x^2-6$ trên cùng một hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Từ đồ thị ta có: $y'=f'(x)-x^2+6>0 \Leftrightarrow f'(x)>x^2-6 \Leftrightarrow -2<x<2$.

Vậy hàm số $y=f(x)-\frac{1}{3}x^3+6x$ đồng biến trên khoảng $(-2;2)$.

Khi đó $a=-2,\ b=2;\ a^2+b^2=8$.

Câu 4: Một vật chuyển động với quãng đường $s(t)$ (tính theo mét) đi được sau khoảng thời gian t (tính theo giây) được cho bởi $s(t)=\frac{1}{6}t^3-t^2+2t$ với $t\geq 0$. Hỏi trong 10 giây đầu tiên, khoảng thời gian vật chuyển động nhanh dần kéo dài bao nhiêu giây?

Giải

Đáp án: 8

Ta có vận tốc $v(t)=s'(t)=\frac{1}{2}t^2-2t+2$.

$v'(t)=t-2;\ v'(t)=0\Leftrightarrow t=2$.

Bảng biến thiên:

t	0		2		$+\infty$
$v'(t)$		$-$	0	$+$	
$v(t)$		$\searrow$		$\nearrow$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $v(t)$ tăng trên khoảng $(2;+\infty)$. Vậy trong 10 giây đầu tiên, vật chuyển động nhanh dần kéo dài trong 8 giây.

Câu 5: Một công ty sản xuất sản phẩm và doanh thu (đơn vị triệu đồng) từ việc bán sản phẩm được mô tả bởi hàm số $R(x)=-x^3+12x^2-36x+120$. Trong đó, x là số lượng sản phẩm được bán ra (tính bằng nghìn sản phẩm). Hỏi số lượng sản phẩm tối thiểu phải bán ra để doanh thu bắt đầu tăng là bao nhiêu?

Giải

Đáp án: 2000

Xét hàm số $R(x)=-x^3+12x^2-36x+120$ với $x>0$ (đơn vị: nghìn sản phẩm).

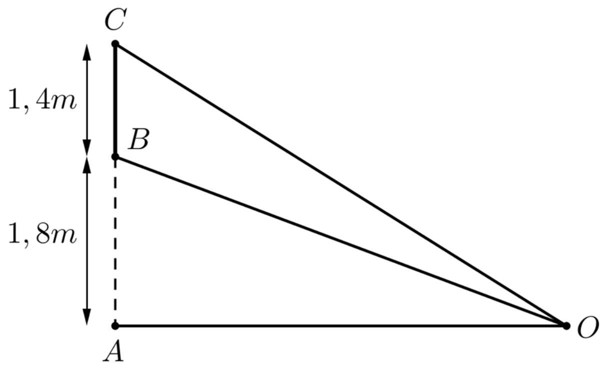
Ta có $R'(x)=-3x^2+24x-36$; $R'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\x=6\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	0		2		6		$+\infty$
$R'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$R(x)$		$\searrow$	88	$\nearrow$	120	$\searrow$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2;6)$, tức là số lượng sản phẩm tối thiểu phải bán ra để doanh số bắt đầu tăng là 2 nghìn sản phẩm.

Câu 6: Một màn hình BC có chiều cao 1,4 m được đặt thẳng đứng và mép dưới của màn hình cách mặt đất một khoảng $BA=1{,}8$ m. Một thiết bị quan sát màn hình được đặt ở vị trí O trên mặt đất. Hãy xác định khoảng cách AO (đơn vị: mét) sao cho góc quan sát $\widehat{BOC}$ là lớn nhất.



Giải

Đáp án: 2,4

Đặt $OA = x$ (m) với $x > 0$

Ta có: $\tan\widehat{BOC} = \tan\left(\widehat{AOC} - \widehat{AOB}\right) = \dfrac{\tan\widehat{AOC} - \tan\widehat{AOB}}{1 + \tan\widehat{AOC}.\tan\widehat{AOB}} = \dfrac{\dfrac{AC}{OA} - \dfrac{AB}{OA}}{1 + \dfrac{AC.AB}{OA^2}} = \dfrac{\dfrac{1,4}{x}}{1 + \dfrac{3,2.1,8}{x^2}} = \dfrac{1,4x}{x^2 + 5,76}$.

Để góc quan sát BOC lớn nhất thì $\tan\widehat{BOC}$ lớn nhất.

Xét hàm số $f(x) = \dfrac{1,4x}{x^2 + 5,76}$ với $x > 0$.

Ta có $f'(x) = \dfrac{1,4\left(x^2 + 5,76\right) - 1,4x.2x}{\left(x^2 + 5,76\right)^2} = \dfrac{-1,4x^2 + 1,4.5,76}{\left(x^2 + 5,76\right)^2}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = 2,4 & (n) \\ x = -2,4 & (l) \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	0		2,4		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	–	
$f(x)$		↗		↘	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = 2,4$.

Vậy $AO = 2,4$ (m) thì góc quan sát $\widehat{BOC}$ lớn nhất.

TOÁN THẦY YÊN CÔ DIỄM — MÔN: TOÁN 12

BỘ ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG 1 — ĐỀ 10

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=-2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Giải

Chọn D.

Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=-1$ vì đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm khi qua $x=-1$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;0\right)$. **B.** $\left(-\infty;2\right)$. **C.** $\left(0;2\right)$. **D.** $\left(0;+\infty\right)$.

Giải

Chọn C.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(0;2\right)$.

Câu 3: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x+1}{2-x}$. **B.** $y=-x^3-3x+2025$.

C. $y=-x^3-2x^2+x+2025$. **D.** $y=2x^2-3x+2025$.

Giải

Chọn B.

Xét $y=-x^3-3x+2025$. Do $y'=-3x^2-3<0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 4: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left(x-3\right)^2e^x$ trên đoạn $\left[2;4\right]$ bằng

A. 0. **B.** $4e$. **C.** e^2. **D.** e^4.

Giải

Chọn D.

Xét hàm số $y=(x-3)^2e^x$ trên đoạn $[2;4]$.

Ta có $y'=2(x-3)e^x+(x-3)^2e^x=(x^2-4x+3)e^x$; $y'=0\Leftrightarrow x^2-4x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\ (l)\\x=3\ (n)\end{array}\right.$.

Khi đó $y(2)=e^2,\ y(3)=0,\ y(4)=e^4$. Vậy $\max\limits_{[2;4]}y=e^4=y(4)$.

Câu 5: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=3$.

<u>B</u>. Hàm số đã cho có hai cực trị thỏa mãn $y_{CĐ}<y_{CT}$.

C. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=-1$.

D. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -2.

Giải

Chọn B.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có $y'=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$; $y'=0\Leftrightarrow x^2-2x-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-2	↘	$-\infty$ || $+\infty$	↘	6	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có hai cực trị là $y_{CĐ}=-2,\ y_{CT}=6$ thỏa mãn $y_{CĐ}<y_{CT}$.

Câu 6: Cho hàm số $y=x\ln x$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[1;e]$ bằng:

<u>A</u>. 0. **B.** 1. **C.** e. **D.** $e+1$.

Giải

Chọn A.

Ta có $y'=\ln x+1$; $y'=0\Leftrightarrow\ln x+1=0\Leftrightarrow\ln x=-1\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{e}$ (loại).

Khi đó $y(1)=0,\ y(e)=e$. Vậy $\min\limits_{[1;e]}y=0=y(1)$.

Câu 7: Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2-9x+3}{x+1}$ là đường thẳng:

A. $y=2x-9$. **<u>B</u>.** $y=2x-11$. **C.** $y=2x+11$. **D.** $y=2x+9$.

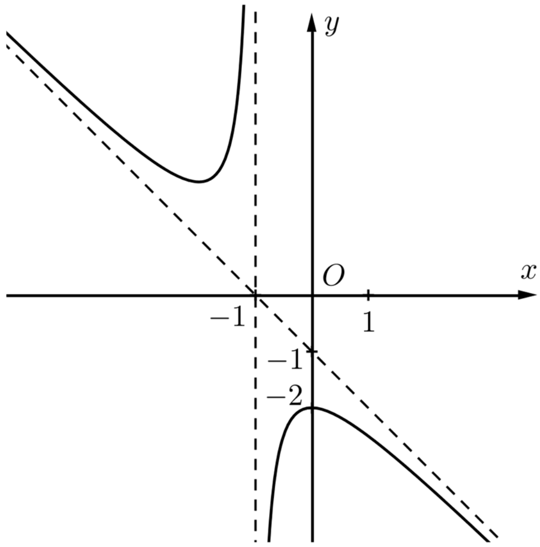
Giải

Chọn B.

Ta có $y=\dfrac{2x^2-9x+3}{x+1}=2x-11+\dfrac{14}{x+1}$ nên tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y=2x-11$.

Hoặc tính: $a=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{f(x)}{x}=2,\ b=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[f(x)-ax\right]=-11$ nên tiệm cận xiên là $y=2x-11$.

Câu 8: Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số ở các phương án sau?



A. $y=\dfrac{x^2+2x+2}{-x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2+2x+2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2-2x+2}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x^2-2x+2}{x+1}$.

Giải

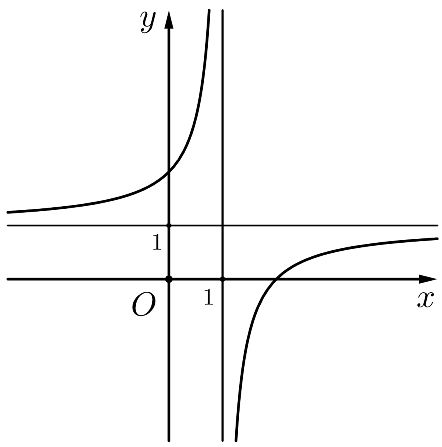
Chọn A.

Cách 1: (Thuộc hình dáng đồ thị) Nhìn dạng đồ thị ta thấy đây là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ với $am<0$ nên chọn ngay được đáp án **A.**

Cách 2: - Tiệm cận đứng $x=-1$ nên loại **C.**

- Đồ thị qua điểm $(0;-2)$ nên loại **B, D.**

Câu 9: Đường cong trong hình dưới là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau đây?



A. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x-3}{x-2}$.

Giải

Chọn B.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy:

- Tiệm cận đứng $x=1$ nên loại **D.**

- Tiệm cận ngang $y=1$ nên loại **C.**

- Hàm số đồng biến trên 2 khoảng xác định, tức là $y'>0$ nên loại **A.**

Câu 10: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\dfrac{mx-2}{2x-m}$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

A. $(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.

B. $m\in(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$.

C. $-2<m<2$.

D. $-2\le m\le 2$.

Giải

Chọn C.

Kiến thức cần nhớ: Hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định $\Leftrightarrow ad-bc>0$.

Để hàm số $y=\dfrac{mx-2}{2x-m}$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định thì

$m.(-m)-(-2).2>0\Leftrightarrow -m^2+4>0\Leftrightarrow -2<m<2$.

Câu 11: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a\ne 0)$. Biết hàm số đã cho đạt cực tiểu tại x_1, đạt cực đại tại x_2, đồng thời $0<x_1<x_2$. Chọn mệnh đề đúng:

A. $a>0,\ b>0,\ c>0$.

B. $a<0,\ b>0,\ c>0$.

C. $a>0,\ b<0,\ c>0$.

D. $a<0,\ b>0,\ c<0$.

Giải

Chọn D.

Do hàm đã cho có $x_{CT}<x_{CĐ}$ $(x_1<x_2)$ nên hệ số $a<0$ (xem 6 dạng đồ thị của hàm số bậc ba).

Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$.

Do $0<x_1<x_2$ nên $x_1.x_2=\dfrac{c}{3a}>0\Rightarrow a,\ c$ cùng dấu, do đó $c<0$.

Do $0<x_1<x_2$ nên $x_1+x_2=-\dfrac{2b}{3a}>0\Rightarrow a,\ b$ trái dấu. Do đó $b>0$.

Câu 12: Một vật xuất phát từ A chuyển động thẳng và nhanh dần đều với quãng đường $s(t)=t+t^2$ (m). Tính vận tốc tại thời điểm mà vật đó cách A một khoảng 20 m (giả sử thời điểm vật xuất phát từ A tương ứng với $t=0$).

A. 12 m/s.

B. 11 m/s.

C. 10 m/s.

D. 9 m/s.

Giải

Chọn D.

Ta có $s(t)=20\Leftrightarrow t^2+t=20\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} t=4 & (n) \\ t=-5 & (l)\end{array}\right.$. Suy ra thời điểm mà vật cách A một khoảng 20 m là $t=4$ s.

Vận tốc $v(t)=s'(t)=2t+1$ (m/s), suy ra tại thời điểm $t=4$ s là $v(4)=9$ (m/s).

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

a) Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;-1\right)$ và $\left(0;1\right)$.

b) Hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

c) Trên đoạn $\left[-1;1\right]$, giá trị lớn nhất của hàm số đã cho bằng 3.

d) Phương trình $f\left(x\right)+3=0$ có 4 nghiệm.

Giải

a) Đúng

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;-1\right)$ và $\left(0;1\right)$.

b) Đúng

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có 3 điểm cực trị là $x=-1,\ x=0,\ x=1$.

c) Đúng

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy trên đoạn $\left[-1;1\right]$, giá trị lớn nhất của hàm số đã cho bằng 3 khi $x=0$.

d) Sai

Ta có $f\left(x\right)+3=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=-3$ vô nghiệm (do đường thẳng $y=-3$ không cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$.

Câu 2: Cho hàm số $f\left(x\right)=x^3-3x+2025$.

a) Hàm số đã cho có đạo hàm là $f'\left(x\right)=3x^2-3$.

b) Hàm số đã cho có 2 cực trị trái dấu.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[-2;2\right]$ bằng 2023.

d) Đồ thị hàm số $y=\dfrac{f\left(x\right)}{\left(x-1\right)\left(x^2+x+1\right)}$ có tất cả 1 đường tiệm cận.

Giải

a) Đúng

Ta có $f'\left(x\right)=3x^2-3$.

b) Sai

Ta có $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow 3x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=1\ \ \ \Rightarrow y=2023 \\ x=-1\Rightarrow y=2027 \end{array}\right.$.

Vậy hàm số đã cho có 2 cực trị cùng dấu là $y_{CĐ}=2027,\ y_{CT}=2023$.

c) Đúng

Xét hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2;2]$.

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=1 & (n) \\ x=-1 & (n) \end{array}\right.$. Khi đó $f(-2)=2023,\ f(-1)=2027,\ f(1)=2023,\ f(2)=2027$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2;2]$ bằng 2023.

d) Sai

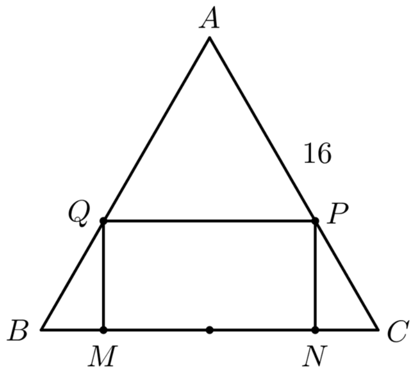
Xét hàm số $y=\dfrac{f(x)}{(x-1)(x^2+x+1)}=\dfrac{x^3-3x+2025}{x^3-1}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=1$ nên đồ thị có tiệm cận ngang $y=1$.

Nghiệm mẫu $x=1$ không phải nghiệm tử nên đồ thị có tiệm cận đứng $x=1$.

Vậy đồ thị hàm số có tất cả 2 đường tiệm cận.

Câu 3: Một miếng bìa hình tam giác đều ABC, cạnh bằng 16. Một học sinh cắt một hình chữ nhật $MNPQ$ từ miếng bìa trên để làm biển trông xe cho lớp trong buổi ngoại khóa (với M, N thuộc cạnh BC; P, Q lần lượt thuộc cạnh AC và AB).



a) Đặt $OM=x\ (0<x<8)$ với O là trung điểm BC. Khi đó $MQ=\dfrac{\sqrt{3}(8-x)}{2}$.

b) Diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ là $S(x)=2\sqrt{3}x(8-x)$ (đvdt).

c) Với $S(x)$ là diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ thì $S'(x)=\sqrt{3}(8-2x)$.

d) Diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ lớn nhất bằng $16\sqrt{3}$ (đvdt).

Giải

a) Sai

Đặt $OM=x\ (0<x<8)$ với O là trung điểm BC. Khi đó $OB=\dfrac{1}{2}BC=8 \Rightarrow MB=OB-OM=8-x$.

Xét tam giác vuông MBQ ta có $MQ=MB\tan B=(8-x)\tan 60^\circ=(8-x)\sqrt{3}$.

b) Đúng

Ta có $MQ=(8-x)\sqrt{3},\ MN=2OM=2x$ suy ra diện tích $S(x)=MQ.MN=2\sqrt{3}x(8-x)$ (đvdt).

c) Sai

Xét hàm số $S(x)=2\sqrt{3}x(8-x)$ với $0<x<8$. Ta có $S'(x)=2\sqrt{3}(8-2x)$.

d) Sai

Ta có $S'(x)=0 \Leftrightarrow 2\sqrt{3}(8-2x)=0 \Leftrightarrow x=4$.

Bảng biến thiên:

x	0		4		8
$S'(x)$		$+$	0	$-$	
$S(x)$		$\nearrow$	$32\sqrt{3}$	$\searrow$	

Vậy diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ lớn nhất bằng $32\sqrt{3}$ khi $x=4$, tức là khi $MN=8,\ MQ=4\sqrt{3}$.

Câu 4: Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa $(1 \le x \le 17)$. Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí:

$$C(x)=2x^3-9x^2-40x+700.$$

Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 200 nghìn đồng/mét. Gọi $B(x)$ là số tiền bán được và $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa.

a) Biểu thức tính $B(x)$ theo x là $B(x)=200x$ (nghìn đồng).

b) Biểu thức tính $L(x)$ theo x là $L(x)=-2x^3+9x^2+240x+700$ (nghìn đồng).

c) Hộ làm nghề dệt này đạt lợi nhuận tối đa nếu sản xuất và bán ra mỗi ngày 8 mét vải lụa.

d) Hộ làm nghề dệt này làm ăn có lãi khi số mét vải lụa cần sản xuất và bán ra mỗi ngày trong khoảng $(2,05;12,81)$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Giải

a) Đúng

Bán x mét vải lụa với với giá 200 nghìn đồng/mét nên $B(x)=200x$ (nghìn đồng).

b) Sai

Lợi nhuận thu được là: $L(x)=B(x)-C(x)=-2x^3+9x^2+240x-700$ (nghìn đồng).

c) Đúng

Xét hàm số $L(x)=-2x^3+9x^2+240x-700$ trên đoạn $[1;17]$.

Ta có $L'(x)=-6x^2+18x+240;\ L'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=8 & (n) \\ x=-5 & (l) \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	1		8		17
$L'(x)$		$+$	0	$-$	
$L(x)$		$\nearrow$	772	$\searrow$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hộ làm nghề dệt này đạt lợi nhuận tối đa là 772 nghìn đồng nếu sản xuất và bán ra mỗi ngày 8 mét vải lụa.

d) Sai

Hộ làm ăn có lãi khi tiền lãi $L(x) > 0$.

Ta có $L(x) = 0 \Leftrightarrow -2x^3 + 9x^2 + 240x - 700 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \approx -10,35 \\ x \approx 2,81 \\ x \approx 12,05 \end{array}\right.$.

Xét dấu $L(x)$:

x	1		2,81		12,05		17
$L(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy $L(x) > 0 \Leftrightarrow 2,81 < x < 12,05$. Tức là hộ làm ăn có lãi khi số mét vải lụa cần sản xuất và bán ra mỗi ngày trong khoảng $(2,81;12,05)$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (m+1)x + 2$ có hai điểm cực trị?

Giải

Đáp án: 1

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + m + 1$. Hàm số có 2 điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' = b'^2 - ac > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \neq 0 \\ 9 - 3(m+1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 2.$$

Do m nguyên dương nên $m = 1$. Vậy chỉ có 1 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 2: Cho hàm số $y = \sqrt{3x^2 - x^3}$. Biết các khoảng nghịch biến của hàm số đã cho là $(-\infty;a)$ và $(b;c)$. Tính giá trị biểu thức $S = 3a + 5b + 7c$.

Giải

Đáp án: 31

Xét hàm số $y = \sqrt{3x^2 - x^3}$.

Điều kiện xác định: $3x^2 - x^3 \geq 0 \Leftrightarrow x^2(3-x) \geq 0 \Leftrightarrow 3 - x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 3$.

Tập xác định: $D = (-\infty;3]$.

Ta có $y' = \dfrac{6x - 3x^2}{2\sqrt{3x^2 - x^3}}$; $y' = 0 \Leftrightarrow 6x - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$.

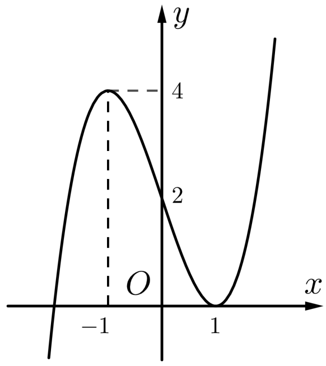
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		3
y'		$-$	‖	$+$	0	$-$	‖
y	$+\infty$	↘	0	↗	2	↘	0

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;3)$. Do đó $a = 0,\ b = 2,\ c = 3;\ S = 31$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ là hàm đa thức có đồ thị như hình vẽ sau. Đặt $g\left(x\right)=\dfrac{x^2-x}{f^2\left(x\right)-2f\left(x\right)}$.

Hỏi đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)$ có tất cả bao nhiêu tiệm cận đứng?

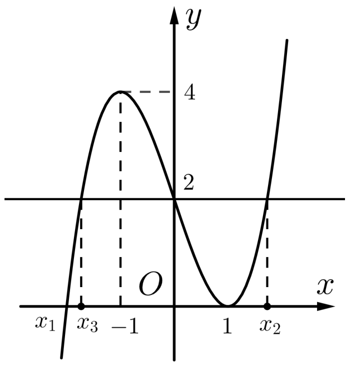


Giải

Đáp án: 4

Đặt mẫu $h\left(x\right)=f^2\left(x\right)-2f\left(x\right)$.

Ta xét phương trình $h\left(x\right)=0\Leftrightarrow f^2\left(x\right)-2f\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=0\\f\left(x\right)=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}x=1\\x=x_1<-1\end{array}\right.\\\left[\begin{array}{l}x=0\\x=x_2>1\\x=x_3<-1\ \left(x_3\neq x_1\right)\end{array}\right.\end{array}\right.$.



Tức là mẫu $h\left(x\right)$ là một đa thức có các nghiệm (phân biệt) là $x=1$ (kép), $x=0$, $x=x_1$, $x=x_2$, $x=x_3$ (đơn) nên ta có thể viết $h\left(x\right)=ax\left(x-1\right)^2\left(x-x_1\right)\left(x-x_2\right)\left(x-x_3\right)$ với $a\neq0$.

Khi đó $g\left(x\right)=\dfrac{x^2-x}{a\left(x-1\right)^2x\left(x-x_1\right)\left(x-x_2\right)\left(x-x_3\right)}=\dfrac{1}{a\left(x-1\right)\left(x-x_1\right)\left(x-x_2\right)\left(x-x_3\right)}$ $\left(a\neq0\right)$.

Vậy đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)$ có 4 đường tiệm cận đứng (nghiệm mẫu không phải nghiệm tử).

Câu 4: Nếu một doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm trong một tháng $\left(x\in\mathbb{N}^*;1\le x\le4500\right)$ thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F\left(x\right)=-0,01x^2+450x$ (nghìn đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm là $G\left(x\right)=\dfrac{30000}{x}+340$ (nghìn đồng). Giả sử số sản phẩm sản xuất ra luôn được bán hết. Trong một tháng, doanh nghiệp đó cần sản xuất ít nhất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được lớn hơn 100 triệu đồng?

Giải:

Đáp án: 1347

Doanh thu: $F\left(x\right)=-0,01x^2+450x$.

Chi phí sản xuất x sản phẩm là: $C\left(x\right)=x.G\left(x\right)=30000+340x$.

Lợi nhuận: $P\left(x\right)=F\left(x\right)-C\left(x\right)=-0,01x^2+450x-30000-340x=-0,01x^2+110x-30000$.

Theo đề bài, ta có: $-0,01x^2+110x-30000>100000$ (nghìn đồng)

$\Leftrightarrow -0,01x^2+110x-130000>0 \Leftrightarrow 1346,7<x<9653,3$.

Do $x\in\mathbb{N}^*; 1\le x\le 4500$ và x nhỏ nhất nên ta chọn $x=1347$.

Vậy doanh nghiệp cần sản xuất ít nhất 1347 sản phẩm thì thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 5: Người ta tiến hành mạ vàng chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật có nắp. Thể tích của hộp là 100 cm^3, chiều cao của hộp là 10 cm. Biết rằng đơn giá mạ vàng là 10000 đồng/cm^2. Gọi T (triệu đồng) là tổng số tiền mạ vàng cả mặt bên trong và mặt bên ngoài chiếc hộp. Tìm giá trị nhỏ nhất của T (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm), biết rằng độ dày của chiếc hộp không đáng kể.

Giải

Đáp án: 2,93

Gọi các kích thước đáy của chiếc hộp là $x,\ y$. Ta có thể tích của hộp $V=x.y.10=100\Rightarrow y=\dfrac{10}{x}$.

Diện tích toàn phần của chiếc hộp là $S=2xy+2.10x+2.10y=2xy+20x+20y=2x.\dfrac{10}{x}+20x+20.\dfrac{10}{x}$

$=20x+\dfrac{200}{x}+20$ cm^2.

Do phải mạ vàng cả 2 mặt nên diện tích mạ vàng là $S_m=2S=40x+\dfrac{400}{x}+40$ cm^2.

Đơn giá mạ vàng là 10000 đồng/cm^2 $=0,01$ triệu đồng/cm^2.

Tổng số tiền mạ vàng cả 2 mặt là $T=0,01\left(40x+\dfrac{400}{x}+40\right)=\dfrac{2x}{5}+\dfrac{4}{x}+\dfrac{2}{5}$ (triệu đồng).

Xét hàm số $T\left(x\right)=\dfrac{2x}{5}+\dfrac{4}{x}+\dfrac{2}{5}$ với $x>0$.

Ta có $T'\left(x\right)=\dfrac{2}{5}-\dfrac{4}{x^2}$; $T'\left(x\right)=0\Leftrightarrow \dfrac{2}{5}-\dfrac{4}{x^2}=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=\sqrt{10} & (n) \\ x=-\sqrt{10} & (l) \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	0		$\sqrt{10}$		$+\infty$
$T'\left(x\right)$		$-$	0	$+$	
$T\left(x\right)$		$\searrow$	$2,93$	$\nearrow$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\min\limits_{(0;+\infty)} T(x) = T\left(\sqrt{10}\right) = \dfrac{2+4\sqrt{10}}{5} \approx 2,93$ triệu đồng.

Câu 6: Giả sử doanh số (tính bằng sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong vòng một số năm nhất định) tuân theo quy luật logistic được mô hình hóa bằng hàm số $f(t) = \dfrac{6500}{1+4e^{-t}}$, $t \ge 0$, trong đó thời gian t được tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Hỏi sau khi phát hành bao nhiêu năm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) thì tốc độ bán hàng là lớn nhất?

Giải

Đáp án: 1,39

Xét doanh số bán hàng. $f(t) = \dfrac{6500}{1+4e^{-t}} = \dfrac{6500e^t}{e^t+4}$, $t \ge 0$. Khi đó đạo hàm $f'(t)$ là tốc độ bán hàng.

Ta có $f'(t) = \dfrac{6500e^t\left(e^t+4\right) - 6500e^t.e^t}{\left(e^t+4\right)^2} = \dfrac{26000e^t}{\left(e^t+4\right)^2}$. Ta cần tìm giá trị lớn nhất của $f'(t)$.

Ta có $f''(t) = \dfrac{26000e^t\left(e^t+4\right)^2 - 26000e^t.2.\left(e^t+4\right).e^t}{\left(e^t+4\right)^4} = \dfrac{26000e^t\left(16-e^{2t}\right)}{\left(e^t+4\right)^4}$.

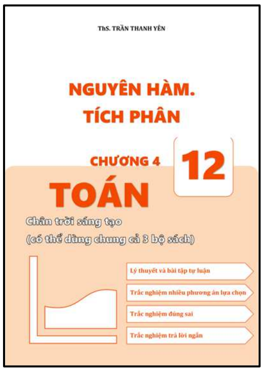
$f''(t) = 0 \Leftrightarrow 16 - e^{2t} = 0 \Leftrightarrow e^{2t} = 16 \Leftrightarrow t = \ln 4$.

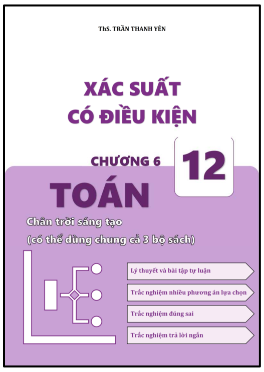
Bảng biến thiên:

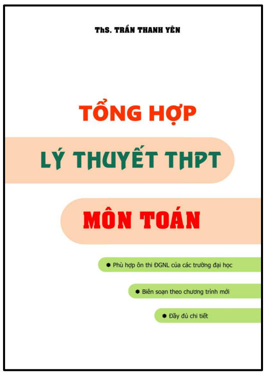
t	0		$\ln 4$		$+\infty$
$f''(t)$		$+$	0	$-$	
$f'(t)$	1040	$\nearrow$	1625	$\searrow$	0

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy tốc độ bán hàng lớn nhất khi $t = \ln 4 \approx 1,39$ năm.

MỜI CÁC BẠN TÌM ĐỌC







Chương 1
https://drive.google.com/file/d/19h1-TsnmHGLkBe9pDjlSiZMEAtQFU_xw/view?usp=drive_link
Chương 2
https://drive.google.com/file/d/1FNRxR6cTqF3dFWP4piG9zQ8EYl0J0QRb/view?usp=drive_link
Chương 3
https://drive.google.com/file/d/1OOBarbCJh2MmoYXKNZJk_wxiwcLWomV1/view?usp=drive_link
Chương 4
https://drive.google.com/file/d/1KKfN3f0WrOydfP32tBrNIrecoT6Eblcl/view?usp=drive_link
Chương 5
https://drive.google.com/file/d/1RyDBwlC_-vmIaRmYDWQyYW5l9hHf83T-/view?usp=drive_link
Chương 6
https://drive.google.com/file/d/1YAgEn25yvUmOBr41aeHnpGDefsE-_EZc/view?usp=drive_link
Lý thuyết THPT
https://drive.google.com/file/d/10dE6coHP9NjbGX9TXZVxZp_4d_HM7nqk/view?usp=drive_link

BẢN QUYỀN THUỘC VỀ: ThS. Trần Thanh Yên
Facebook: https://www.facebook.com/thanhyendhsp
Email: tthanhyen@gmail.com